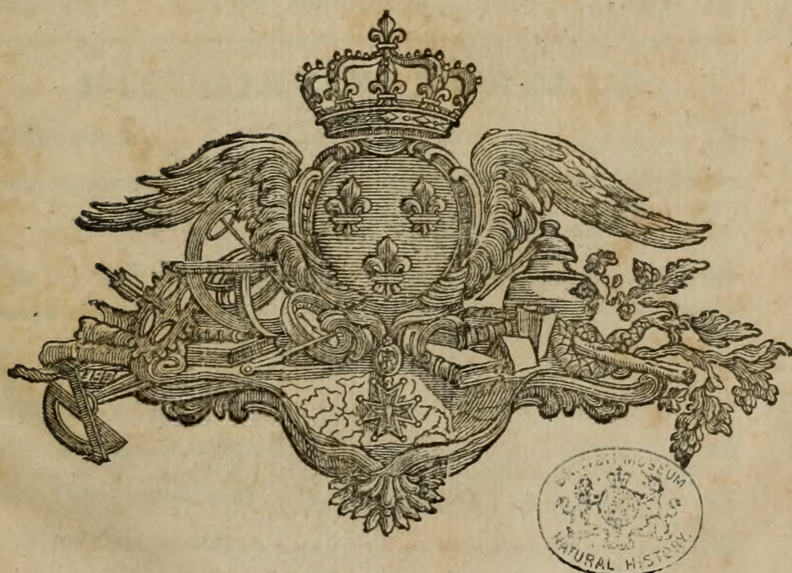
HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXVI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXIX.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

HISTOIRE NATURELLE.

MINÉRALOGIE.

CHIMIE.

ASTRONOMIE.

GÉOGRAPHIE.

MÉCANIQUE RATIONNELLE.

MÉCANIQUE.



TABLE

POUR LES MÉMOIRES.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXVI.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE FROID DE 1776.

PARMI les phénomènes que produit dans la Nature la cause, jusqu'ici trop peu connue, qui nous fait éprouver les sensations de chaud & de froid, il en est un qui s'observe dans tous les corps, & qui a l'avantage de pouvoir être mesuré & assujetti au calcul. Le volume de tous les corps V. les Mém. page 1.

augmente lorſqu'ils s'échauffent, & diminue quand ils refroidiſſent : tant que l'action de la chaleur ou du froid ne les décompoſe point, les ſolides augmentent de volume juſqu'au moment où ils ſe fondent, & les liquides juſqu'à ce qu'ils ſe transforment en fluides expanſibles. De même, les fluides expanſibles ſoumis à une preſſion conſtante, diminuent de volume par le froid juſqu'à ce qu'ils ſe changent en liquides, & les liquides juſqu'à ce qu'ils acquièrent de la ſolidité.

Cette loi peut être regardée comme générale, parce que ſi l'eau, par exemple, ſe dilate au lieu de ſe condenſer par le refroidiſſement, lorſqu'elle approche du terme de la congélation, il eſt naturel de penſer que ce phénomène eſt l'effet de la cauſe qui, en général, augmente le volume des corps à l'inſtant où ils paſſent à l'état de ſolidité.

Cette propriété générale de la chaleur & du froid eſt employée par tous les Phyſiciens, à en meſurer ou du moins à en reconnoître l'augmentation ou la diminution. Mais dans quel ſens a-t-on pu dire que la dilatation & la condenſation des corps ſont la meſure du chaud & du froid, & comment cette meſure doit-elle être employée ? Il ne ſera peut-être pas inutile d'entrer dans quelques détails ſur cet objet.

Si on ſuppoſe deux corps différens, plongés dans un même milieu dont la température ſoit conſtante, ils ceſſeront au bout d'un certain temps de ſe dilater ou de ſe condenſer, & ils reſteront dans le même état tant que la température du milieu reſtera la même : ſi le milieu s'échauffe, les deux corps qui y ſont plongés ſe dilateront, mais ils ne ſuivront pas la même loi en ſe dilatant ; non-ſeulement, les deux corps ſe dilateront inégalement, mais le rapport entre leurs dilatations ne ſera pas le même dans les différens degrés de dilatation. C'eſt donc par l'expérience ſeule qu'on peut établir une comparaiſon entre la dilatation des corps plongés dans le même milieu & ſoumis à la même cauſe de chaleur, & il réſulte de cette obſervation, qu'on ne peut choiſir pour meſure de la température d'un milieu qu'une ſubſtance

homogène qui puiſſe ſe conſerver & être par-tout la même, que l'on doit convenir d'employer conſtamment la même ſubſtance, ou ſi on en emploie pluſieurs qui aient ce même avantage, de ne les employer qu'après avoir examiné comparativement la marche de leur dilatation; il en réſulte encore, que cette ſubſtance deſtinée à meſurer la température d'un milieu, indique quand ce milieu s'échauffe & ſe refroidit, mais qu'elle ne montre point immédiatement le degré de la dilatation du milieu, & moins encore le rapport des cauſes qui produiſent ces différentes températures.

Si l'on ſuppoſe pluſieurs fluides placés dans un même milieu, & qu'on veuille meſurer la température de ces fluides, en y plaçant un corps, on verra qu'ils ne produiſent pas dans ce corps le même degré de dilatation.

Ainſi, non-ſeulement la même cauſe ne dilate pas ſemblablement les différens fluides, mais elle ne leur communique pas la même force pour dilater les corps qui y ſont plongés. Il y a donc une certaine loi entre les différens degrés de dilatation des différens fluides qui ſont plongés dans un milieu, & une autre loi entre les degrés de dilatation de ces nouveaux fluides, & ceux qu'ils produiſent dans les corps qu'on y plonge: l'obſervation ſeule peut nous faire connoître ces loix, & nous faire juger ſi elles ſont eſſentiellement différentes, ou ſi elles ne peuvent ſe réduire toutes à une ſeule loi générale.

Mais il réſulte du moins de ce qu'on ſait à cet égard, que ſi on veut employer la dilatation d'un corps pour meſurer la cauſe qui agit ſur le milieu où ce corps eſt plongé, il faut ne comparer que les effets du même milieu ſur l'inſtrument qu'on deſtine à meſurer la chaleur, pour tous les degrés de dilatation, ou connoître, par l'expérience, les rapports des effets que produiront différens milieux ſur un même inſtrument.

La température d'un corps, c'eſt-à-dire, ſon état de dilatation eſt exprimée par le rapport de ſa maſſe à ſon volume, ainſi (comme dans tous les autres cas où l'on compare entr'elles des quantités de natures différentes) il faut chercher ici une unité,

c'eſt-à-dire, choiſir un point de température où un certain poids d'une matière donnée, occupera un certain volume, & comparer à ce volume, regardé comme l'unité, celui que la même maſſe du même corps occupera dans les différentes températures.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que des principes généraux, il nous reſte à dire comment les Phyſiciens les ont employés.

La dilatation d'un fluide eſt plus aiſée à obſerver que celle d'un corps ſolide ; il ſuffit en effet de remplir de ce fluide une boule ſurmontée d'un tube d'un diamètre beaucoup plus petit, les dilatations deviennent alors très-ſenſibles; à la vérité, le vaſe qui contient le fluide étant ſuſceptible lui-même de dilatation, le tube ne recevant pas dans beaucoup d'expériences la même chaleur que la boule, le fluide expanſible contenu dans la partie vide du tube oppoſant une réſiſtance variable à la dilatation, il reſte quelques incorrections dans cette manière de meſurer la dilatation ou la cauſe de la dilatation; mais on ſent que l'on peut en corriger quelques-unes, & ſi on emploie un inſtrument de verre, ſubſtance beaucoup moins dilatable que la plupart des fluides, ſi l'on a ſoin de chaſſer l'air de l'intérieur de l'inſtrument, toutes ces cauſes deviennent preſque inſenſibles.

De tous les fluides, celui qui réunit le plus d'avantages, eſt le mercure; en effet, le mercure parfaitement pur eſt par-tout le même, il n'éprouve aucune décompoſition par le laps du temps, en ſorte qu'on peut regarder tous les thermomètres faits avec du mercure, comme remplis d'un fluide entièrement le même, le mercure d'ailleurs ne ſe réduiſant en vapeurs qu'à un feu très-fort, ne ſe gelant qu'à un très-grand froid, eſt de toutes les ſubſtances celle dont l'échelle de dilatation eſt la plus grande : auſſi les Phyſiciens qui avoient employé des fluides de toutes eſpèces, n'emploient preſque plus que des thermomètres de mercure : ils ont conſervé cependant les thermomètres à eſprit-de-vin, parce qu'il eſt poſſible de ſe procurer, dans les différens temps & dans les différens Pays, des eſprits-de-vin ſenſiblement

ſemblables, & que l'eſprit-de-vin ſe conſerve très-long-temps dans les thermomètres ſans ſubir aucune altération.

Nous avons dit que pour former une échelle de dilatation, il falloit choiſir une unité; cette unité eſt arbitraire en elle-même: mais la meſure immédiate du volume qu'occupe un poids déterminé d'une certaine matière, demanderoit une longue ſuite d'attentions délicates & pénibles, & il étoit à deſirer que le nombre des thermomètres pût ſe multiplier, & qu'ainſi ils deviníſent d'une conſtruction prompte & facile: heureuſement les Phyſiciens trouvèrent une méthode plus ſimple. Ils obſervèrent qu'il y avoit des moyens de ſe procurer une température toujours la même. Par exemple, un thermomètre placé dans de l'eau glacée indique toujours le même degré au moment où la glace ſe fond; ſi on place un thermomètre dans l'eau bouillante, il monte à un certain point, & il ne s'élève point au-deſſus; ce point varie ſelon les différentes peſanteurs de l'atmoſphère, mais ſi on emploie de l'eau pure, & qu'on répète les expériences dans une atmoſphère également peſante, ce point ſe retrouve conſtamment le même.

On peut donc prendre pour unité le rapport du volume de mercure à ſon poids, dans un de ces points; dans celui de la glace fondante, par exemple: ajoutant enſuite des poids égaux de mercure toujours à la même température, les volumes qu'ils occuperont dans le tube ſeront égaux entr'eux; & au volume total, comme chacun de ces poids, au poids total; on marqueroit également des volumes égaux au-deſſous du point de congélation, en ôtant des poids égaux de mercure: par ce moyen, le tube ſeroit diviſé en parties proportionnelles au volume du mercure qui auroit été choiſi pour unité.

Cette méthode, la plus ſûre pour ſe procurer un thermomètre exact, demande encore un long détail d'expériences, & il en falloit trouver une plus courte ou renoncer à l'avantage d'avoir un très-grand nombre d'obſervations dans une Science où la multiplicité des obſervations peut ſeule

conduire à de grands résultats. Mais nous avons vu que l'on connoissoit deux termes fixes; l'un, celui de la glace fondante; l'autre, celui de l'eau bouillante; & l'on peut tirer de-là une manière bien simple de construire les thermomètres.

On marque les deux points sur un tube, & regardant comme l'unité le volume que la masse de mercure occupe au terme de la glace: on divise en parties égales l'espace compris entre ce point & celui de l'eau bouillante sur le tube du thermomètre.

Si les tubes sont bien calibrés, & qu'on prenne un nombre constant de parties, ces parties auront dans les différens instrumens le même rapport avec le volume qui a été regardé comme l'unité; & si l'on connoît le rapport des volumes observés pour ces deux points, on le connoîtra dans tous ces instrumens pour les points intermédiaires. Tel est le principe qui, depuis les travaux de M.rs de Reaumur & Fahrenheit, sert à la construction des thermomètres, & qui leur a donné une exactitude suffisante pour la plupart des expériences: il faut avouer cependant que ce principe faisant dépendre l'exactitude des instrumens de l'égalité du tube & de l'observation des deux points fixes, y laisse une cause d'erreur qui peut nuire à des observations délicates.

On peut employer la même méthode pour les thermomètres à esprit-de-vin; quoiqu'à l'air libre l'esprit-de-vin bouille à un terme inférieur à celui de l'eau bouillante, il supporte ce terme dans la boule d'un thermomètre; mais cette différence même peut laisser quelques incertitudes sur la régularité de l'instrument. En effet, d'où naît cette différence? De ce que l'élasticité de la partie de l'esprit-de-vin qui est entrée en expansion, résiste à l'ébullition plus que le poids de l'atmosphère, mais alors cette force s'oppose aussi à la dilatation, & on ne peut supposer sans preuve qu'elle soit égale à celle qui agiroit sur le mercure dans la même circonstance. D'ailleurs, comme la loi de la dilatation est différente dans les différens fluides, qu'il faut par conséquent rapporter toutes les observations à une seule espèce de thermomètres, &

que c'eſt aux thermomètres de mercure qu'il paroît convenable de donner la préférence, il ſeroit plus avantageux, au lieu de graduer immédiatement les thermomètres à eſprit-de-vin, de les graduer en les comparant à ceux de mercure.

Tels ſont les principes qui ſervent en général à conſtruire les thermomètres; le nombre de degrés qu'on ſuppoſe entre le point de la glace & celui de l'eau bouillante, la méthode de prendre pour terme de la glace ou celui de la glace fondante, ou celui de la glace qui ſe forme (terme cependant plus incertain); ces différences changent la graduation des thermomètres, mais n'en changent point la marche, & pourvu que la conſtruction en ſoit connue, une règle de trois ſuffit pour les comparer.

C'eſt avec des thermomètres faits ſur ces mêmes principes qu'ont été faites les obſervations ſur le froid de 1776, dont nous allons rendre compte.

M. Meſſier a ſuivi avec la plus grande exactitude le froid de 1776; huit thermomètres, deux de mercure & ſix d'eſprit-de-vin, lui ont ſervi à connoître les différences locales du froid dans les lieux fermés ou en plein air, dans les différentes expoſitions & à différentes hauteurs au-deſſus & au-deſſous du terrein.

Le plus grand froid donné par un thermomètre de mercure expoſé en plein air & au nord, eſt arrivé le 29 Janvier; le thermomètre marquoit alors 16 degrés $\frac{1}{4}$; le même thermomètre, placé depuis dans un bain d'eau glacée, s'eſt retrouvé au terme de la glace lorſque le bain commençoit à ſe fondre: l'intervalle entre le terme de la glace & celui de l'eau bouillante étoit diviſé en 85 degrés: pour éviter que les accidens qui peuvent arriver à ce thermomètre, & les doutes ſur ſa conſtruction, ne faſſent perdre un jour le fruit d'une obſervation auſſi préciſe, M. Meſſier a cru devoir marquer en lignes & en parties de ligne les diſtances qu'il y a ſur ce thermomètre, entre le point de la glace & celui de l'eau bouillante, entre ces points & celui que marquoit le même thermomètre plongé dans de l'eau placée dans les caves de

l'Obſervatoire, & qu'on y avoit laiſſée aſſez long-temps pour qu'elle en eût pris la température; enfin, la même diſtance en lignes, du point de zéro au degré de froid obſervé le 29 Janvier. Une de ces diſtances eut ſuffi ſans doute en ſuppoſant l'inſtrument parfait & la détermination de tous ces points d'une exactitude abſolue; mais la détermination des autres ſert de vérification & donne le moyen de rectifier les erreurs où l'on pourroit tomber, ſi l'on vouloit reconſtruire un inſtrument ſemblable.

M. Meſſier a comparé à ſes obſervations celles qui ont été faites dans différens endroits de Paris; on pouvoit, en obſervant la marche des thermomètres dans des bains de froid artificiel, s'aſſurer de la marche correſpondante des inſtrumens, c'eſt ce qu'ont exécuté des Commiſſaires nommés par l'Académie. Alors, M. Meſſier a pu conclure de ces expériences le degré qu'auroient marqué des thermomètres abſolument ſemblables au ſien, & placés dans les mêmes lieux & les mêmes inſtans où ont été faites les obſervations qu'il s'agiſſoit de comparer.

La manière de déterminer, par la comparaiſon de ces obſervations, le plus grand froid d'un hiver n'eſt pas ſans difficulté, même en ſuppoſant les thermomètres abſolument ſemblables, & obſervés aux mêmes heures: des cauſes locales peuvent même, à des diſtances très-petites, cauſer des différences aſſez ſenſibles: le froid n'arrive pas à ſon plus haut point dans les différens endroits, ni à la même heure ni dans le même jour, & ce plus haut point n'y eſt pas le même. Doit-on prendre alors pour le terme du plus grand froid, le degré le plus bas que l'on ait pu obſerver, ou plutôt le terme moyen le plus bas que donneroient à une même heure, dans un même lieu, les obſervations de tous les thermomètres expoſés en plein air, à l'ombre, vers le nord, loin des murs échauffés par le feu? Si l'on prend le premier parti pour comparer le froid de deux hivers, il faudra employer des inſtrumens ſemblables, il faudra les placer dans le même lieu, il faudra que ce lieu n'ait point été garanti par de nouveaux abris,

abris, ou que les anciens abris n'aient pas été détruits; il faudra de plus, que le vent qui régnoit dans les deux hivers ait eu la même direction. Il seroit aisé de montrer, que pour le terme moyen de froid, dont nous avons parlé, & pour tout autre terme moyen qu'on voudroit choisir, une comparaison exacte de deux hivers seroit exposée à des difficultés au moins égales; ces considérations ont déterminé M. Messier à publier ses Observations dans le plus grand détail, afin que les Physiciens qui voudroient dans la suite comparer un grand froid à celui de 1776, eussent tous les moyens possibles de faire cette comparaison. Les travaux sur les Sciences ne sont affranchis des détails que lorsqu'elles sont dans l'enfance ou qu'elles approchent de la perfection.

Des observations du froid faites à Paris, M. Messier passe à celles qui ont été faites dans toute l'Europe, & il en donne une Table détaillée; il résulte de cette Table que l'hiver de 1776 n'a point été pour le Nord un hiver extraordinaire: en Suède même, & à Copenhague, le froid a été beaucoup moindre qu'à Paris: les causes de ces grandes variations dans les hivers, variations indépendantes de la latitude des lieux où ils règnent, sont demeurées jusqu'ici presque absolument inconnues. Mais la perfection que les instrumens météorologiques ont acquise dans ces derniers temps, & la multiplication du nombre des Observateurs, nous font espérer que bientôt la Physique va être augmentée d'une nouvelle Science.

Nous saurons un jour quels pays ont constamment une même constitution atmosphérique, nous saurons fixer les limites de ces pays, assigner même, & les causes de ces limites, & celles des différences entre ces pays & ceux qui les avoisinent, marquer d'où dépendent les petites différences que l'on observe entre les parties d'un pays où les mêmes phénomènes se présentent en général. Nous distinguerons les phénomènes généraux qui appartiennent à un hémisphère entier, ceux moins généraux qui ont successivement des bornes plus ou moins étendues, ceux qui dépendent de la hauteur du terrein,

de la direction des vallées, de la position des mers, &c. On se plaint que l'étude de la Nature a fait peu de progrès, & l'on oublie qu'il n'y a qu'un siècle & demi qu'on a commencé à l'observer, qu'il n'y a pas un demi-siècle que l'on sait construire de bons instrumens; & qu'enfin, les Observateurs commencent à peine à se multiplier & à s'étendre. Si après avoir fait ces réflexions, on examine ce qui a été trouvé depuis ce siècle & demi, au lieu de se plaindre, on ne pourra plus qu'admirer.

M. Messier donne la liste des grands hivers dont l'Histoire a fait mention: jusqu'en 1709, ils n'ont été connus que par l'observation vague de quelques-uns de leurs effets. Celui de 1709 a été observé avec un thermomètre; mais l'art de rendre ces instrumens comparables n'étoit pas connu: il auroit fallu par conséquent pouvoir retrouver un instrument qui eût servi immédiatement aux observations de 1709, ou qui du moins eût été comparé avec un thermomètre qui eût servi à ces observations; & c'est encore une question de savoir s'il existe un seul instrument bien authentique qui ait ces avantages. Le froid de 1709 est déterminé dans ce Mémoire à 15 degrés environ, d'après des hypothèses très-probables, & un milieu pris entre un très-grand nombre d'observations. Cette conclusion de M. Messier n'est pas d'accord avec celle de tous les Physiciens. Plusieurs au contraire ont trouvé le froid de 1709 plus grand que celui de 1776; ce que les effets de ces hivers semblent confirmer: mais M. Messier, qui est entré dans de grands détails sur les effets des hivers rigoureux, a montré que leur influence sur les rivières, sur la navigation, sur les animaux, ne dépendoit pas uniquement du degré de froid.

M. Messier a rapporté dans son Mémoire, des observations très-curieuses, faites sur des froids extraordinaires ressentis à Senones. Cette ville est située au fond d'une vallée entourée de montagnes élevées & exposée à l'action du vent de Nord-est. En Novembre 1774, le froid y fut de plus de 15 degrés; en Janvier 1777, il fut aussi fort qu'en 1776,

tandis qu'à Paris, il n'étoit que de 6 degrés $\frac{1}{4}$. Mais en 1776, la neige n'étoit pas plus abondante à Senones qu'à Paris; & aux deux autres époques, elle y étoit très-considérable. Il n'y a peut-être pas encore eu d'observations aussi propres à prouver quelle énorme différence de température, des causes locales peuvent produire entre des lieux dont la différence, soit en latitude, soit en longitude, est très-petite.

M. Messier a fait aussi des observations sur la température des caves de l'Observatoire, température que l'on regarde généralement comme constante. Mais n'y a-t-il réellement aucune différence entre leur température en hiver lors des grands froids, & en été lors des grandes chaleurs? Et si cette température est la même pendant toute une année, le reste-t-elle pendant un long espace de temps? L'auteur de ce Mémoire y a joint encore des expériences sur l'effet de l'action directe du Soleil sur les thermomètres, à différentes hauteurs & pour différentes températures observées à l'ombre. Toutes ces questions n'ont pas encore été résolues d'une manière absolument satisfaisante, & leur solution est très-importante.

La différente position de notre hémisphère à l'égard du Soleil, est la cause de la différence des hivers aux étés, mais jusqu'ici, nous avons eu peu de lumières sur la manière dont cette cause agissoit. Quel effet une cause de chaleur double produit-elle, par exemple, sur la dilatation d'un corps? Si une cause le dilate d'un millième de son volume, une cause double le dilate-t-elle de deux millièmes? si on trouve cette proportion pour un degré de chaleur, la même proportion a-t-elle lieu pour les autres? si on triple, si on quadruple la cause, quelles sont alors les loix des dilatations? Quatre corps échauffans égaux, placés à une distance double, dilatent-ils plus ou moins qu'un corps placé à une distance simple? Les rayons perpendiculaires du Soleil, dilatent plus un corps soumis à leur action, que les rayons obliques; mais cette différence est-elle proportionnelle à la différence du choc, à la quantité des rayons? Ces questions n'ont jamais été examinées

avec le ſoin qu'elles exigeroient ; elles ſeroient cependant néceſſaires, pour que le thermomètre nous indiquât autre choſe que le plus ou le moins des différentes forces de dilatation que l'on compare entr'elles. En effet, il n'exiſte ni froid ni chaud abſolu : preſque tous les corps de la Nature les moins altérables, peuvent être ſucceſſivement ſous la forme de ſolides, de liquides ou de fluides expanſibles ; mais leur volume, ſous la forme ſolide, bien loin d'être le plus petit poſſible, eſt encore ſuſceptible de diminution par le froid, à un degré dont nous ne connoiſſons point les bornes : leur volume, ſous la forme expanſible, dépend du poids qui les preſſe. Le point de congélation & celui d'expanſion, qu'on pourroit regarder pour les liquides comme les deux points extrêmes de dilatation & de condenſation, varient pour chaque eſpèce de corps. Quand même nous connoîtrions, pour quelques corps de la Nature, le chaud ou le froid abſolu, ce qui, s'il eſt poſſible d'attacher quelque idée préciſe à ces expreſſions, ſignifieroit que nous connoiſſons la plus grande condenſation poſſible & la plus grande dilatation poſſible de ces corps : en diviſant l'échelle qui ſépare ces deux points en parties égales, nous ne ſaurions pas encore quels rapports ont entr'elles les forces qui, à ces points, produiſent des degrés de dilatation égaux ou proportionnels.

Il y a dans l'examen de la cauſe générale de l'hiver, un point eſſentiel à obſerver ; à chaque inſtant, une moitié de la Terre eſt échauffée par le Soleil, tandis que l'autre moitié, privée de ſes rayons, perd de ſa chaleur, & chaque année, chaque partie de la Terre éprouve la même action du Soleil. Suppoſons donc un globe d'une certaine température qui tourne ſur lui-même, de manière que chacune de ſes parties ſoit expoſée, pendant un demi-tour, à l'action du Soleil, & en ſoit privée pendant un demi-tour ; ſelon la température qu'aura éprouvée ce globe à un inſtant que nous le conſidérons comme le premier, il pourra ou acquérir plus de chaleur, par la partie expoſée à l'action du corps échauffant, qu'il n'en perdra par l'autre, ou en perdre plus par celle-ci qu'il n'en gagne par l'autre, juſqu'à

ce qu'il parvienne au point où il ne perde d'un côté qu'autant qu'il gagnera de l'autre; il aura donc alors acquis une température moyenne qui ſera conſtante. Suppoſons maintenant que la rapidité de ſon mouvement ſoit telle, que dans une ſeule révolution la différence entre la partie expoſée à l'action du corps échauffant, & celle qui ne la reçoit pas, ne pénètre pas d'une manière ſenſible au-delà d'une certaine profondeur: la température du noyau ſera conſtante, & au-deſſous de cette profondeur la température ſera variable; mais cette variation ne conſiſtera qu'en une addition ou une ſouſtraction à cette température moyenne, & ſera toujours moindre que la différence entre la température d'un corps expoſé en entier à l'action du corps échauffant, & celle d'un corps qui n'éprouveroit aucun effet de cette action.

La Terre eſt préſentée ſucceſſivement par les différens points de ſa ſurface au Soleil qui l'échauffe par ſes rayons: ainſi, le rapport entre la température de l'hiver & celle de l'été, ne doit point être proportionnel à l'effet direct du Soleil dans ces deux ſaiſons. A meſure que l'on conſidère des parties de la Terre plus éloignées de ſa ſurface, cette différence diminuera; il y aura un point où elle deviendra inſenſible. Si la Terre a acquis ſa température moyenne, le point où la différence de l'été à l'hiver eſt inſenſible, aura conſtamment la même température; ſinon ſa température variera même à ce point: la chaleur augmentera ſi la Terre eſt au-deſſous de la température moyenne; elle diminuera ſi la Terre eſt au-deſſus, & cela aura lieu juſqu'à ce que la Terre ait acquis cette température moyenne & conſtante qu'elle conſervera tant que l'action du Soleil & la diſtance à laquelle nous ſommes de lui ſeront les mêmes. On pourroit croire que dans un de ces deux cas, la chaleur iroit toujours en augmentant, & toujours en diminuant dans l'autre; mais quelle que ſoit la cauſe de la chaleur, il paroît que le refroidiſſement des corps n'étant pas conſtant dans des temps égaux & devenant moins rapide à meſure que le corps ſe refroidit; il y a néceſſairement un point où l'effet d'une

cauſe active conſtante ſe trouve à peu-près en équilibre avec le refroidiſſement, & doit y reſter. L'expérience ſeule, & l'expérience continuée pendant long-temps & multipliée dans différens lieux, pourra nous éclairer ſur cet objet: or, juſqu'à ce que cette queſtion ſoit réſolue, juſqu'à ce que l'on ait ſaiſi ſuivant quelles loix les corps ſoumis à l'action des corps lumineux ſont dilatés, la théorie de la cauſe générale du froid & du chaud, la loi des effets de cette cauſe, reſteront ignorées: nous ne ſerons pas non plus en état de calculer avec exactitude l'effet des cauſes locales; toutes les théories ſur ces cauſes reſteront juſque-là hypothétiques & vagues, & les Phyſiciens ſages imiteront l'auteur du Mémoire dont nous venons de rendre compte, qui, en multipliant les obſervations ou les préſentant dans tous leurs détails, a cru devoir ſe borner à préparer des matériaux qui deviendront utiles dans le temps quel qu'il ſoit où l'édifice ſera élevé.





ANATOMIE.

SUR LES
VAISSEAUX DU CŒUR ET DU POUMON.

LES tentatives que plusieurs Géomètres ont faites pour appliquer le calcul aux mouvemens des corps animés, ont été infructueuses jusqu'ici : l'imperfection des méthodes analytiques, & sur-tout l'insuffisance des données, ont empêché ces recherches de prouver autre chose que le talent de ceux qui s'y sont livrés ; mais si l'application du calcul des forces mécaniques aux mouvemens des animaux n'est pas encore possible, il n'en est pas moins vrai, qu'il n'arrive rien dans ces mouvemens qui ne soit conforme aux loix de la Mécanique. Ainsi, par exemple, la disposition des vaisseaux qui portent le sang dans les différentes parties du corps, doit être telle, que les fréquentes adhérences de ces vaisseaux entr'eux n'occasionnent pas une pression qui nuiroit à la circulation du sang, que si des vaisseaux sanguins embrassent la trachée-artère ou les bronches, ils ne puissent pas, en les resserrant, gêner la respiration ; qu'enfin, si deux vaisseaux portent le sang dans une même cavité, ces deux courans ne se contrarient pas. V. les Mém. p. 515.

C'est dans la vue d'examiner, sous ce rapport, les différens vaisseaux du poumon & du cœur, que M. Sabatier a composé le Mémoire qu'il a inséré dans ce volume.

Il y observe que les deux veines-caves qui portent le sang dans l'oreillette droite du cœur, & dont l'une va de haut en bas, & l'autre de bas en haut, ne portent pas cependant le

ſang dans deux directions contraires; qu'elles ont une incli-naiſon qui change ces directions & leur fait former un angle; que le ſang de la veine-cave inférieure eſt dirigé naturellement vers la membrane qui bouche le trou ovale, en ſorte que le ſang traverſe ce trou dans les fœtus; & qu'après avoir rencontré cette membrane dans les adultes, il paſſe dans l'oreillette droite où il s'unit avec celui de la veine-cave ſupérieure, dont, par cette diſpoſition, il ne peut plus gêner le mouvement: la croſſe de l'aorte renferme dans ſa concavité, l'artère pulmonaire droite, la trachée-artère, l'œſophage & la bronche gauche; mais l'action du ſang ſur cette croſſe de l'aorte tendroit à l'étendre, ainſi il n'en peut réſulter aucune preſſion ſur les organes qu'elle embraſſe. La même diſpoſition défend les branches de la trachée-artère, après leur jonction au poumon, de la compreſſion des veines pulmonaires.

M. Sabatier obſerve encore dans ſon Mémoire, que la courbure de l'aorte produit dans l'épine du dos d'un grand nombre de ſujets, une courbure ſemblable, dont par conſé-quent la concavité eſt à gauche; cette courbure eſt quelquefois peu ſenſible, d'autres fois elle n'exiſte point. La courbure correſpondante de l'aorte en eſt la cauſe, ſoit par ſa preſſion, ſoit uniquement parce qu'elle empêche la croiſſance égale de l'épine du dos.

Ce phénomène explique une obſervation ſingulière de M. Sabatier, qui a vu que dans les rachitiques la courbure de l'épine du dos étend ſa convexité vers la droite. Il eſt rare qu'en examinant avec attention la taille de la plupart des hommes, on n'y découvre entre les deux côtés une petite différence, qui s'explique très-bien par l'obſervation que nous venons de rapporter; cette différence eſt beaucoup plus ſenſible dans les hommes & ſur-tout dans les femmes qui travaillent à des métiers un peu rudes: on pourroit l'expliquer auſſi par l'habitude générale d'exécuter toujours de la même main tous les travaux qui ne demandent que l'emploi d'une ſeule. Il ne ſeroit peut-être pas indigne des Anatomiſtes de faire à cet égard quelques obſervations ſur les hommes qui ſont naturellement

naturellement disposés à se servir de la main gauche, pour voir si la petite courbure de l'épine est dans le même sens, ou si la courbure de l'aorte n'est pas chez eux dans un sens renversé.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

CE Mémoire contient deux Observations, l'une d'une masse de cheveux, ou du moins de poils de la longueur des cheveux, trouvée dans la matrice d'une fille morte d'un squirre dans cette partie. La maladie n'avoit commencé qu'après la cessation des règles. De pareils corps ont été trouvés dans d'autres organes que la matrice; ce qui prouve que la formation de ces corps ne tient pas aux fonctions auxquelles cet organe est destiné, & que l'existence de ces corps informes, trouvés dans la matrice, ne peut ni être regardée comme la preuve de n'avoir pas gardé une continence rigoureuse, ni même en donner le soupçon. Il faut, dans les conjectures qu'on forme sur ces objets, garder, autant qu'on peut, le milieu entre une crédulité excessive & une incrédulité qui peut devenir injuste: mais il y auroit plus d'esprit philosophique & moins de conséquences fâcheuses, à pencher davantage vers l'indulgence, & vers l'opinion que les loix de la Nature sont encore trop peu connues pour donner des bornes à ce qu'elle peut faire. V. les Mém. p. 700.

La seconde Observation a pour objet une disposition singulière des vaisseaux du mésentère. Cette observation est unique jusqu'ici: mais on en connoît plusieurs du même genre, qui toutes tendent à prouver qu'il existe une grande latitude dans les loix que suit la Nature pour la reproduction des êtres, non-seulement depuis les êtres parfaits d'une espèce, jusqu'aux masses informes auxquelles manquent les parties essentielles à la vie, mais même dans la formation des individus d'une même espèce, qui peuvent vivre & exercer les mêmes fonctions, avec de grandes différences dans leur organisation.

DESCRIPTION D'UN FŒTUS DOUBLE.

V. les Mém. p. 697.

LE Monſtre dont M. Bordenave donne ici la deſcription, ſembloit compoſé de deux fœtus unis enſemble par les épaules & le dos : il paroît être de l'eſpèce de ces monſtres qu'on ne peut guère s'empêcher de croire formés de deux individus unis par une eſpèce de greffe, cauſée par quelque accident. S'il y a des monſtruoſités qu'on ne peut regarder que comme une production faite ſur un plan différent de celui que la Nature obſerve dans chaque eſpèce ; comme le même ſel produit des criſtaux de différentes formes ; on ne peut s'empêcher auſſi d'admettre de ces monſtres, par accident, formés de la réunion de pluſieurs individus qu'on diſtingue encore, comme on obſerve également dans les criſtalliſations, des formes ſingulières qui ne ſont que le réſultat de pluſieurs criſtaux unis.





HISTOIRE NATURELLE.

OBSERVATION.

M. BARBOTEAU, Conſeiller au Conſeil ſupérieur de la Guadeloupe, & Correſpondant de l'Académie, lui a envoyé l'hiſtoire d'une Mouche-maçonne, dont il a ſuivi avec ſoin les procédés.

On connoît pluſieurs eſpèces de Mouches qui ont cette induſtrie: M. du Hamel en a obſervé une à Denainvilliers, & M. de Reaumur en a donné l'hiſtoire dans ſes Mémoires ſur les Inſectes. M. de Reaumur a encore décrit un Ichneumon-maçon de la Dominique.

La Mouche de M. Barboteau a de grands rapports avec cet Ichneumon, & doit être placée dans la même claſſe; mais elle diffère beaucoup de celle de Denainvilliers: celle-ci a une trompe, détrempe le ſable qui forme ſon nid, lui donne du corps avec une ſubſtance qu'elle tire de ſon eſtomac, & met dans le nid du miel deſtiné à nourrir le ver qui doit ſortir de ſon œuf; la Mouche de la Guadeloupe, au contraire, n'a pas de trompe, deſtine des araignées à la nourriture de ſon ver, & a beſoin d'eau pour bâtir ſon logement.

La forme de leur corps eſt auſſi fort différente; celle de leur-nid l'eſt également, & la Mouche de Denainvilliers n'attache jamais ſes nids aux arbres: au reſte, cette dernière différence peut tenir au peu de bâtimens de pierres qu'il y a dans le pays qu'habite celle de la Guadeloupe.

Elle a ſix pattes, les deux dernières ſont terminées par deux eſpèces de ſpatules dentelées: c'eſt ſur ces ſpatules

qu'elle charge le mortier qu'elle a préparé ; elle les relève ensuite ces le long de son ventre, les unit ensemble, les soutient avec les quatre pattes de devant, & vole avec sa charge, qui ne peut plus l'incommoder.

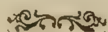
La tête est garnie de deux crochets dentelés; lorsqu'elle veut bâtir, elle prend avec ces crochets le mortier déposé sur ses pattes, & l'arrange sous la forme d'un tube cylindrique; elle y dépose ensuite un œuf qu'elle couvre d'araignées, & ferme le haut du cylindre; cet œuf produit un ver qui, au bout de quelque temps, file, se forme une coque; & reste dans l'état de nymphe: devenu mouche, il brise la prison où sa mère l'avoit renfermé.

Comme dans l'espèce de Denainvilliers, les femelles seules travaillent à cet ouvrage.

Lorsque la Mouche de la Guadeloupe a bâti autant de nids qu'elle doit pondre d'œufs, ou pondu autant d'œufs que la saison lui a permis de bâtir de nids, elle meurt: c'est un sort commun à beaucoup d'insectes qui passent ainsi rapidement, du moment de leur plus grande force à celui de leur mort, & qui périssent d'épuisement, comme s'ils dédaignoient de ménager une existence devenue insipide pour eux & inutile à leur espèce, ou qu'ils eussent prévu que la tempérance ne prolongeroit pas une vie dépendante des saisons.

Mais quelle cause fait prendre tant de peines à ces Mouches, pour abriter & nourrir ce ver, que jamais elles ne doivent voir? se tromperoient-elles & après avoir appris que cet œuf doit produire un ver qui se transformera un jour en mouche, ignorent-elles le sort qui les attend? ou l'idée d'un être vivant qui leur devra l'existence, son abri. La première nourriture est-elle un sentiment assez doux pour leur faire supporter toutes ces peines?

Ces insectes, qui n'ont aucune communication avec la génération qui la précède, & qui, en si peu de temps, acquièrent tant d'industrie & de prévoyance, sont également propres & à confondre les Métaphysiciens-systématiques, & à piquer la curiosité des Métaphysiciens-observateurs.

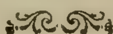




MINÉRALOGIE.

ON trouve dans les Cailloux, dans les Agates, dans les Opales, dans les Criſtaux de roche, dans les Géodes, des criſtalliſations, des gouttes d'eau avec une bulle d'air ou un vide, & même des corps étrangers; juſqu'ici, ces corps étrangers au règne minéral, n'ont été que des corps marins, les corps terreſtres qu'on a cru y voir n'étant que le fruit de l'imagination qui ſe plaiſoit à créer des merveilles, comme s'il n'y en avoit pas aſſez dans la Nature pour l'étonner & la confondre: les Naturaliſtes regardoient même autrefois ces pierres comme des objets précieux; ils ſe gardoient bien de les ſacrifier aux expériences néceſſaires pour les mieux connoître. M. Fougeroux, poſſeſſeur de pluſieurs opales des environs de Vicence, les a ſacrifiées ſans peine; une d'elles renfermoit de l'eau ſurmontée par une bulle: cette eau s'eſt trouvée limpide, ſans odeur & ſans ſaveur; une autre opale avoit une cavité qui autrefois avoit contenu de l'eau, & cette eau avoit diſparu. M. Fougeroux s'eſt aſſuré que ce phénomène, qui arrive par l'effet du temps, ne venoit d'aucune fente qui ſe fût formée dans la pierre: l'eau que renferment ces pierres y éprouve donc ce qu'on obſerve dans les laboratoires, en ſoumettant de l'eau dans des vaiſſeaux hermétiquement fermés, à l'action d'une chaleur médiocre, l'eau diſparoît, & l'on voit de la terre à la place, ſoit par une décompoſition des principes de l'eau, ſoit par une combinaiſon avec la ſubſtance des vaiſſeaux même.

V. les Mém. p. 681.





CHIMIE.

SUR LES ESSAIS D'OR.

V. les Mém. p. 377.

LES Anciens connoiſſoient l'art de purifier les Métaux par la fuſion avec le plomb; mais après leur avoir fait ſubir cette purification, il paroît qu'ils s'occupoient peu de ſéparer l'argent qui ſe trouvoit uni en petite quantité avec l'or; qu'ils ignoroient même que c'eſt à ce mélange ſeul qu'ils devoient attribuer les petites différences qu'ils obſervoient entre ce qu'ils regardoient comme des Or de différente eſpèce. Chez les Modernes, au contraire, bien loin de regarder l'or allié d'argent comme de l'or pur, mais plus ou moins coloré, la petite portion d'argent qui reſte unie à l'or, a été long-temps comptée pour rien: mais depuis que les méthodes d'eſſayer ſe ſont perfectionnées, que le commerce de l'or & de l'argent s'eſt étendu, que partagé entre un plus grand nombre d'hommes, il eſt devenu moins lucratif, on a voulu ne rien négliger.

Cependant, les méthodes d'eſſayer étoient encore imparfaites il n'y a pas long-temps, & c'eſt aux travaux de M. Tillet que l'on doit la perfection qu'elles ont acquiſes: après avoir donné d'abord une méthode certaine de ſéparer les métaux parfaits des métaux imparfaits, dans pluſieurs Mémoires inſérés dans le Recueil de l'Académie, *années 1760, 1762, 1763 & 1769*, il lui reſtoit pour compléter ſon Ouvrage, à en donner une de ſéparer les métaux parfaits l'un de l'autre. Indépendamment de l'intérêt que préſente ce phénomène phyſique de la ſéparation parfaite, & ſans aucune

perte, de deux ſubſtances intimément combinées, il réſulte de la perfection de ces travaux, une grande utilité politique. Plus le commerce des matières d'or & d'argent s'étendra, plus il ſera public & à la portée de tous les hommes; plus auſſi les opérations fiſcales ſur les monnoies deviendront impoſſibles, plus les ſpéculations de commerce ſur les monnoies deviendront difficiles: or, l'un de ces commerces eſt utile, puiſqu'il tend à ſatiſfaire un beſoin plus ou moins réel, & l'autre eſt nuiſible parce qu'il ſe borne à profiter de l'ignorance ou des préjugés des hommes.

Après avoir placé dans une coupelle un morceau de métal compoſé d'argent & de métaux imparfaits, on y joint une certaine quantité de plomb; lorſque le mélange eſt en fuſion, on attend le moment où la ſurface du bouton métallique ne produit plus de vapeurs, on a un bouton d'argent fin, qui eſt ſuppoſé contenir tout l'argent renfermé dans le métal qu'on a voulu purifier, & par conſéquent on connoît la quantité d'argent que contient une maſſe quelconque d'un métal ſemblable à celui qu'on a eſſayé; mais le plomb entraîne une partie de l'argent avec lequel on l'a uni, & cette partie dépend de la proportion du plomb employé, de la quantité d'argent que le plomb contenoit lui-même, de la grandeur & de la matière de la coupelle: voilà pourquoi on preſcrit la grandeur & la conſtruction de la coupelle, qu'on fixe la quantité de plomb, qu'on n'emploie qu'une eſpèce de plomb, qu'on peut ſuppoſer, ſans erreur, ne pas contenir d'argent. Avec ces précautions, un eſſai bien fait eſt regardé juſqu'ici comme ſuffiſant dans l'uſage ordinaire; cependant, il arrive qu'il reſte une petite portion de litharge unie à l'argent, & que le plomb a entraîné dans la coupelle une petite partie d'argent: ces deux quantités peuvent ne pas ſe compenſer. Si donc on veut une exactitude plus grande, il faut tenir l'argent plus long-temps en bain dans la coupelle, y ajouter du plomb à pluſieurs repriſes; alors le bouton d'argent eſt auſſi pur qu'il peut l'être: mais la quantité que la litharge a entraînée, ne peut plus être négligée;

il faut donc la revivifier, la purifier enfin, & tenir compte du petit bouton d'argent que donne cette nouvelle opération, il faut même en retrancher celui qui se trouvoit dans le plomb qu'on a employé, puisqu'il est très-difficile de se procurer du plomb parfaitement pur. Telle est la méthode pour les essais d'argent, proposée par M. Tillet.

Il restoit quelques nuages sur la méthode d'essayer l'or: dans cette méthode, après avoir séparé de leur alliage les deux métaux parfaits, on les sépare l'un de l'autre par l'opération du départ. Cette opération consiste à mêler à un morceau d'or & d'argent, une quantité d'argent pur, telle qu'après le mélange, le rapport de l'argent à l'or soit à peu-près 2 à 1: on réduit cette masse en lame, on lui donne la forme d'un cornet, ce cornet se place dans l'eau-forte, & lorsqu'elle cesse d'agir, on fait recuire le cornet qui est supposé alors d'or absolument pur. Des essais faits avec soin, par la même méthode, avec des eaux-fortes de la même force, donnoient des résultats différens, & il falloit démêler la cause de ces variations & les corriger.

M. Tillet imagina de mêler ensemble des quantités déterminées d'or & d'argent, de la pureté desquelles il étoit assuré; d'y unir un peu de cuivre, de traiter ces alliages dont la proportion lui étoit connue, de chercher à séparer l'or & l'argent du cuivre, puis l'or de l'argent, & d'observer dans quelles opérations les résultats de l'expérience différeroient de la quantité réelle: il a soumis un grand nombre de fois, aux mêmes opérations répétées, un morceau ainsi allié, tenant compte à chaque fois de la partie de métal parfait entraîné par des coupelles, & presque toujours il a obtenu une quantité de métaux parfaits plus grande qu'elle ne devoit être; enfin, il a vu que dans cette opération, la purification n'étoit point parfaite, que ce défaut ne venoit pas d'une portion de cuivre retenue par l'or, puisqu'on retrouvoit cet excédant lorsqu'on ne traitoit qu'un mélange d'or & d'argent, qu'il falloit l'attribuer à une portion de litharge que l'or retenoit, qu'on parvenoit à l'en séparer par une simple fusion;

que

que le moyen de faire un essai plus juste étoit donc d'employer successivement la quantité de plomb, afin d'entretenir le bouton dans une fusion plus longue; qu'alors, la quantité de fin absorbée par la coupelle, devoit entrer en considération; qu'ensuite il falloit faire fondre ensemble ces deux produits; que cette nouvelle fusion augmenteroit la justesse de l'opération.

Il peut y avoir une autre cause d'erreur, le cornet d'or peut retenir une particule d'argent, & cette erreur seroit d'autant plus fâcheuse si elle étoit considérable, qu'il ne s'agit pas seulement ici d'avoir l'or absolument pur, mais de l'avoir pur & tout entier; & les méthodes de séparation plus rigoureuses que les Chimistes connoissent exposeroient à perdre un peu d'or. Heureusement que lorsque l'opération est bien faite, cette particule d'argent qu'on reconnoît en faisant dissoudre le cornet d'or dans l'eau régale, est trop petite pour être comptée; on peut donc la négliger & regarder comme exact l'essai par l'opération du départ, fait d'après les principes que M. Tillet a exposés.

L'utilité de ces travaux n'en est pas le seul mérite, ils intéressent les Physiciens en leur offrant le phénomène singulier de substances qui, après avoir subi l'action du feu, celle des agens chimiques, s'être mêlées avec d'autres substances, s'être combinées avec des acides, peuvent s'obtenir pures & sans aucune perte. Il montre que la transmutation que l'augmentation de la quantité de métaux parfaits avoit fait soupçonner, n'est pas réelle, qu'elle est dûe tantôt à l'argent qui reste dans le plomb & dont M. Tillet a montré qu'on pouvoit l'épuiser, tantôt à la litharge qui s'unit opiniâtrément à l'or, mais dont M. Tillet donne dans la Méthode le moyen de la séparer.

L'auteur a joint à ce Mémoire la description des fourneaux qu'il a employés dans son travail, des moyens dont il s'est servi pour augmenter ou pour régler l'activité du feu; travail utile aux Chimistes parce que la connoissance & la perfection des instrumens est, dans toutes les Sciences, une partie fondamentale, qui n'est ni la moins importante ni la moins difficile.

SUR LE ZINC.

V. les Mém. p. 563.

M. DE LASSONE examine dans ce Mémoire ſur le Zinc, la combinaiſon de ce demi-métal avec l'acide concret du tartre. Si après avoir diſſout du tartre dans de l'eau bouillante on y projette, par petites parties, de la limaille de zinc, elle s'y diſſout avec effervescence ; ſept à huit parties d'acide peuvent en diſſoudre parfaitement une de zinc, la liqueur eſt alors parfaitement claire ; en la ſoumettant à l'évaporation, elle prend une couleur citrine de plus en plus foncée, acquiert une ſaveur déſagréable & métallique, & produit de petits criſtaux, les uns diſtincts, les autres adhérens aux parois du verre & rangés ſous la forme de barbes de plumes. Dans les criſtaux, la combinaiſon eſt parfaite, & telle que les alkalis d'aucune eſpèce ne peuvent ſéparer le zinc d'avec le tartre.

Si au lieu d'employer ce procédé, on tente d'unir enſemble le tartre & le zinc, par une longue digeſtion, avec très-peu d'eau, on obtient une maſſe gommeuſe, un peu tranſparente, fortement gluante, qui (ſi on cherche à la diſſoudre dans l'eau) produit une liqueur laiteuſe. Si on prend des fleurs de zinc, au lieu du zinc en nature, il n'y a ni effervescence ni magma gluant, mais on obtient également par la diſſolution une liqueur laiteuſe : en filtrant l'une & l'autre de ces diſſolutions, on a d'abord une liqueur claire qui eſt la combinaiſon du tartre avec le zinc ou avec les fleurs de zinc; mais dans le ſecond cas, la quantité de tartre combiné eſt très-petite : ſi on examine ce qui reſte, on trouve que c'eſt dans les deux cas une combinaiſon très-imparfaite de fleurs de zinc & de tartre : ſi on cherche à diſſoudre ce reſte dans du vinaigre, on obtient, lorſqu'on a employé des fleurs de zinc, un tartre peu acide coloré, dont la couleur eſt plus forte lorſqu'on a employé la limaille de zinc. La liqueur laiteuſe, dont nous venons de parler, peut former un collyre, utile dans les mêmes cas que les préparations de tutie, & même plus efficace; M. de Laſſone en a fait pluſieurs eſſais heureux.

SUR L'AIR
CONTENU DANS L'ACIDE NITREUX.

LES ſubſtances aëriformes ſur leſquelles nous n'avions que des obſervations iſolées, ſont devenues depuis quelques années, l'objet des recherches des Chimiſtes; & elles ont jeté un grand déſordre dans les théories les mieux établies & les plus fermement adoptées. En effet, on a reconnu que ces ſubſtances, qui au degré de chaleur de l'atmoſphère ſont dans l'état de fluides expanſibles, entroient dans la compoſition de la plupart des corps ſolides & fluides; c'étoit donc un nouvel ordre de ſubſtances auxquelles il falloit avoir égard dans l'analyſe de ces corps. V. les Mém. p. 671.

Ainſi l'on a obſervé dans les calcinations des métaux, & leur réduction, que l'explication de Staal n'étoit pas ſuffiſante; que les ſubſtances métalliques s'uniſſoient par la calcination, avec une eſpèce d'air qui s'en dégageoit enſuite dans leur réduction.

Mais cette combinaiſon des métaux avec un air s'opère de deux manières, ou en expoſant ces métaux à l'action du feu, ou en les ſoumettant à l'action d'un acide; dans cette dernière opération, l'acide diſparoît ſouvent en grande partie; l'on avoit cru qu'il s'échappoit dans l'air en vapeurs: mais depuis que l'on a obſervé les fluides expanſibles, on a cru devoir examiner dans cette occaſion avec plus de ſoin ſi cet acide n'éprouvoit pas une ſorte de décompoſition, d'autant plus que ſi l'on voyoit alors le métal ſe charger d'air, on voyoit auſſi, pendant l'opération, de l'air s'échapper de la diſſolution.

La décompoſition des acides minéraux, étoit un objet bien digne de la curioſité des Chimiſtes; M. Lavoiſier en a fait l'objet de ſes recherches. Ce Mémoire contient l'analyſe de l'acide nitreux.

Si on fait diſſoudre du mercure dans l'acide nitreux, il s'en dégage d'abord une grande quantité d'air, ſi on ſépare

cet air lorſque la ſubſtance qui reſte & qui eſt ſolide commence à jaunir, & qu'on continue à expoſer le mélange au feu, il ſe dégage encore de l'air, & le mercure reprend ſa forme métallique. On a donc tout le mercure qu'on a employé auſſi pur qu'après l'opération, & deux fluides aëriformes très-différens par leurs propriétés; l'un très-propre à la combuſtion & à la reſpiration; l'autre qui n'y peut ſervir : il y faut joindre l'eau qui s'eſt ſéparée de l'acide nitreux, & qui ſe mêle avec celle de l'appareil, mais ſans l'altérer. L'acide nitreux paroît donc compoſé d'eau, & de ces deux fluides aëriſormes. En effet, ſi on les mêle enſemble, ils ſe pénètrent réciproquement, & il réſulte de leur combinaiſon de véritable acide nitreux.

Celui des deux airs qui eſt propre à la reſpiration & à la combuſtion, eſt cet air à qui l'on a donné le nom d'*Air déphlogiſtiqué;* c'eſt celui qui ſe combine avec les métaux pour les changer en chaux. De quelque manière qu'on ſe le ſoit procuré, & lors même qu'on n'a employé dans ſa formation aucune matière qui contienne de l'acide nitreux, il eſt propre à reformer cet acide ; mais l'autre air n'a encore été produit que par la décompoſition de l'acide nitreux, & les Chimiſtes lui ont donné le nom d'*Air nitreux.*

Il reſtoit par conſéquent une queſtion eſſentielle à réſoudre, l'air nitreux diffère-t-il eſſentiellement de l'acide nitreux, n'eſt-il pas de l'acide nitreux réduit à la forme de vapeur, & qui par ſon mélange avec l'air déphlogiſtiqué, reprend la forme d'un liquide; mais l'air nitreux ne ſe mêle point avec l'eau, n'attaque aucune des ſubſtances que l'acide nitreux attaque: il paroît donc qu'on ne peut le regarder que comme un des principes conſtitutifs de l'acide nitreux.

Les expériences rapportées dans ce Mémoire, avoient été faites par M. Prieſtley ; mais l'analyſe de ces expériences & les réſultats appartiennent à M. Lavoiſier.

Il n'a employé dans ces expériences que du mercure, de l'acide nitreux & de l'eau; il en réſulte de l'eau qui ne paroît pas altérée, du mercure ſemblable à celui qui a été employé, & qui n'a perdu que très-peu de ſon poids, encore cette perte

ſe retrouve-t-elle dans de petits criſtaux mercuriels qui ſe ſubliment à la voûte de la cornue; deux fluides aëriformes qui combinés entr'eux reproduiſent l'acide nitreux; enfin une petite quantité d'un troiſième fluide aëriforme. Il paroît difficile après cet expoſé de ſe défendre de tirer de cette expérience les conſéquences que l'Auteur en a tirées.

SUR LES GAS AËRIENS.

CE Mémoire de M. de Laſſone renferme une ſuite d'expériences ſur les fluides aëriformes qui ſe dégagent de différens mélanges; ces expériences lui ont fait connoître un air inflammable différent de l'air à qui l'on donne ce nom, cet air brûle comme l'autre, mais il ne détone pas lorſqu'il eſt mêlé avec l'air commun. C'eſt la diſtillation du bleu de Pruſſe, ou de la chaux de zinc mêlées avec de la poudre de charbon qui fournit cette eſpèce d'air. V. les Mém. p. 686.

Ces Recherches ne contiennent d'ailleurs que des faits iſolés, dont il faut lire les détails dans l'ouvrage même.





ASTRONOMIE.

V. les Mém. p. 457.

LA découverte des taches du Soleil eſt dûe à Galilée & à l'aſtronome allemand Jean Fabricius. Tout homme qui obſerve le Soleil avec une lunette, peut en découvrir les taches. Ce n'eſt donc pas à celui qui les a vues le premier qu'on doit en attribuer la découverte, mais à celui qui a deviné le premier que ces taches, inhérentes au corps du Soleil, ne doivent leur mouvement apparent qu'à la rotation de cet aſtre, & donnent en même temps une preuve de ce mouvement & un moyen de déterminer la poſition de l'axe de rotation du Soleil & le temps de cette rotation : ainſi, l'on doit accorder l'honneur de la découverte à Galilée qui a démontré ces vérités & à Fabricius qui les a ſoupçonnées, plutôt qu'au Jéſuite Scheiner qui les a niées pendant long-temps. C'eſt ainſi que la découverte des ſatellites de Jupiter appartient à Galilée, non pour avoir vu de petites Étoiles auprès de cette planète, ce que tout autre eût pu voir comme lui, mais pour avoir démontré que ces petites Étoiles en étoient les ſatellites. Au contraire, la découverte de l'anneau de Saturne appartient à Huyghens & non à Galilée, parce que Galilée n'avoit fait que voir quelques apparences de cet anneau, & qu'Huyghens en a expliqué les phénomènes. A la vérité, Galilée occupé par d'autres objets, & ſur-tout par la néceſſité de combattre ſes perſécuteurs, n'a point déterminé la rotation du Soleil & la poſition de ſon axe, c'eſt Scheiner qui l'a fait le premier en abandonnant ſa première hypothèſe pour adopter celle de Galilée : ainſi, Scheiner eût pu ſe faire encore plus d'honneur par ce retour à la vérité, que par ſon travail, s'il eût eu le courage d'avouer avec franchiſe ce qu'il devoit à Galilée au lieu

de contester à ce grand homme ses droits légitimes, dans le temps même où persécuté par les confrères & les protecteurs de Scheiner, forcé par ces persécuteurs à une rétractation humiliante pour sauver sa vie. Privé de la liberté & de la vue, il ne devoit attendre de tous ceux qui cultivent les Sciences, que de la pitié, de l'admiration & du respect.

Depuis ce temps, l'opinion de Galilée & de Fabricius a été admise par tous les Astronomes: M. de la Lande rapporte dans ce Mémoire les observations des taches du Soleil qu'ils ont faites, les résultats qu'ils en ont tirés pour déterminer le mouvement rotatoire de cet astre, les méthodes qu'ils ont proposées pour rendre ces déterminations plus faciles & plus sûres; il propose ensuite sa méthode qu'il regarde comme plus simple & plus facile.

On sait que les taches du Soleil ne sont pas constantes, qu'elles changent de forme, qu'elles disparoissent même, qu'il en paroît de nouvelles qui subissent les mêmes changemens & disparoissent ensuite: les observations de ces taches ont suffi cependant pour déterminer à très-peu-près la position de l'axe du Soleil & la durée de sa rotation. Mais cette rotation est-elle constante comme celle de notre globe? Peut-on la rapporter à un axe constant ou à un seul axe mobile dans l'espace comme celui de la Terre? Nous ne pouvons attendre la solution de ces questions que du temps, des travaux continués des Astronomes, de la perfection des instrumens, enfin des circonstances heureuses que la durée des siècles pourra nous offrir.

M. de la Lande propose dans son Mémoire, une hypothèse nouvelle sur la production des taches du Soleil; il suppose que cet astre est formé d'un noyau solide recouvert par un fluide en fusion; les pointes des éminences du noyau solide sont tantôt recouvertes de ce fluide, tantôt sont à découvert & moins lumineuses que la matière en fusion, & elles présentent alors sur le Soleil l'apparence de taches obscures: on avoit d'abord regardé ces taches comme des scories dont la matière du Soleil en fusion se débarrassoit, qui ensuite se fondoient de

nouveau ou ſe précipitoient, elles reſtoient immobiles comme un glaçon placé au milieu de la mer, ne ſeroit pas mu par le mouvement de rotation de la Terre. L'action des Planètes & des Comètes ſur le Soleil eſt ſi petite qu'elle ne peut produire ſur le fluide, dont cet aſtre eſt compoſé ou recouvert, qu'une action inſenſible; ainſi, la tache ne doit même avoir aucun mouvement apparent: on expliquoit auſſi fort aiſément dans cette hypothèſe, comment l'apparition des taches étoit prompte, comment leur diſparition étoit lente.

M. de la Hire avoit propoſé un ſyſtème qui ſe rapproche beaucoup, quant à l'idée principale, de l'hypothèſe de M. de la Lande; les taches étoient, ſelon lui, les éminences d'un corps ſolide & permanent, nageant ſur la maſſe fluide dont le Soleil eſt formé. Enfin M. Wilſon regarde les taches du Soleil, comme des cavités formées dans le corps de cet Aſtre, par une exploſion intérieure qui écarte la matière lumineuſe dont le corps de l'Aſtre eſt recouvert; cette matière remplit enſuite le gouffre, & la tache diſparoît. Il eſt vraiſemblable que ces trois hypothèſes conſerveront encore long-temps des partiſans, & que nous ſerons long-temps bornés à faire ſur cet objet des conjectures plus ou moins ingénieuſes.

M. de la Lande termine ſon Mémoire par des réflexions ſur le déplacement du Soleil; on ſait que ſi le mouvement de rotation lui a été communiqué par une ſeule impulſion, il n'a pu avoir ce mouvement ſur lui-même, ſans que ſon centre de gravité ait reçu une impulſion qui le faſſe mouvoir dans l'eſpace. Mais cette hypothèſe eſt purement mathématique, & l'on peut trouver auſſi des moyens d'expliquer le mouvement de rotation d'un corps ſans qu'il y ait de déplacement de ſon centre de gravité. Il ſuffiroit que le coup qui a imprimé à l'Aſtre ce mouvement de rotation, n'eût pas été donné à un ſeul point : hypothèſe auſſi vraiſemblable que l'hypothèſe contraire. Le mouvement du Soleil dans l'eſpace eſt donc, comme l'obſerve M. de la Lande, une ſimple opinion que les obſervations des Étoiles fixes pourront un jour vérifier.

SUR

SUR L'AMPLITUDE DU SOLEIL.

M. LE MONNIER donne dans ce Mémoire, le plan des obſervations qu'il ſe propoſe de faire pour déterminer l'amplitude du Soleil à ſon coucher dans le temps des ſolſtices; ces obſervations ſont très-difficiles, parce que la réfraction horizontale empêche de voir immédiatement le point du coucher; & qu'il faut de plus pouvoir déterminer l'horizon avec exactitude. M. le Monnier ſe trouvera placé d'une manière très-favorable, en établiſſant ſes inſtrumens ſur la grande Tour du portail de Saint-Sulpice; & il eſpère pouvoir tirer alors de ſes obſervations, une détermination plus exacte de l'obliquité actuelle de l'écliptique & de ſes variations, élément fondamental de l'Aſtronomie, ſur lequel il importe beaucoup au progrès de cette Science de ne laiſſer ſubſiſter aucun doute. V. les Mém. p. 558.

SUR L'ÉCLIPSE DE LUNE, DU 30 JUILLET 1776.

CE Volume renferme des obſervations de l'Éclipſe de Lune, du 30 Juillet 1776, faites à Paris, par M.rs de Fouchy, le Monnier, Caſſini de Thury, Pingré, Bailly, Jeaurat, Meſſier; & à Périnaldo, dans le comté de Nice, par M. Maraldi. V. les Mém. p. 421, 433, 436, 438, 441, 553.

M. Jeaurat a joint à ſon obſervation deux Mémoires relatiſs à la même Éclipſe; dans le premier, il compare aux Tables de Mayer & de Clairaut, des lieux de la Lune obſervés les jours qui ont précédé l'Éclipſe; il a auſſi comparé aux mêmes Tables les obſervations de l'Éclipſe. En général, les erreurs des Tables ſont très-petites, & celles de Mayer ſemblent répondre encore plus complètement aux obſervations; mais il faut obſerver que M. Clairaut a déterminé par la théorie, toutes les équations qui ont ſervi de fondement à ſes Tables, & que

M. Mayer a employé des obſervations pour corriger les ſiennes. Celles-ci doivent donc être plus exactes pour un temps voiſin de celui où elles ont été calculées, mais leur avantage pourroit auſſi n'être qu'apparent & momentané.

Dans un autre Mémoire, M. Jeaurat emploie les obſervations correſpondantes de la même éclipſe de Lune, à déterminer la diſtance en longitude, de Paris à Gréenwich, Rouen & Marſeille.

M. le Monnier a joint à ſon obſervation, la détermination des Étoiles voiſines de la Lune dans le temps de l'Éclipſe, & des réflexions ſur une Éclipſe de Lune, obſervée en 1668, à Paris par les Aſtronomes de l'Académie, & à Iſſy par le célèbre Bouillaud.

On trouve dans le Mémoire de M. Meſſier, un grand nombre d'obſervations faites en différens lieux, & qu'il a raſſemblées; la détermination des Étoiles voiſines de la Lune; l'obſervation d'Occultations qui ont eu lieu les 25 & 28 Juillet; & celle d'Occultations vues pendant l'Éclipſe même.

SUR LES SATELLITES DE JUPITER.

V. les Mém. p. 574.

M. Maraldi a donné dans ce Mémoire, les obſervations des éclipſes des ſatellites de Jupiter, faites à Périnaldo dans le comté de Nice, pendant l'année 1776.

SUR UNE BANDE OBSCURE OBSERVÉE SUR SATURNE.

V. les Mém. p. 583.

Les bandes de Jupiter, ſont bien connues des Aſtronomes; mais il eſt rare de pouvoir en obſerver de ſemblables ſur Saturne. Jean-Dominique & Jacques Caſſini ont cependant publié dans les Mémoires de l'Académie, un nombre aſſez grand de ces obſervations; mais il faut d'excellentes lunettes & des circonſtances favorables pour que ces bandes ſoient viſibles.

M. Meſſier qui en avoit aperçu une en 1762, a ſuivi ces

obſervations plus long-temps en 1776. Cette année, il a vu une bande ſituée dans la partie ſupérieure du diſque; au lieu que celle de 1762 étoit dans l'inférieure, il a aperçu celle de 1776 la première fois le 14 Mai, & la dernière fois le 24 Juillet, alors elle étoit moins viſible, & paroiſſoit s'être rapprochée du centre de la Planète.

Lorſque M. Meſſier lut ces obſervations à l'Académie, M. l'Abbé Rochon dit que depuis pluſieurs jours, il obſervoit la même bande.

SUR LA COMÈTE DE 1770.

CETTE Comète, la onzième de celles qui ont été obſervées par M. Meſſier, a été vue à Paris depuis le 14 Juin juſqu'au 8 Octobre, ſans autre interruption que celle que le mauvais temps a occaſionnée; nous avons parlé dans les Volumes précédens de la manière d'obſerver les Comètes de M. Meſſier; ainſi nous nous bornerons à parler ici de ce que cette Comète offre de particulier. Elle a été ſuivie auſſi dans d'autres lieux par d'habiles Obſervateurs, & les Aſtronomes qui ont cherché à déterminer les élémens de la Comète, en ſuppoſant l'orbite parabolique, n'ont pu en trouver qui ſatisfiſſent aux obſervations, ni pour les différens pays, ni pour la durée de l'apparition; la première irrégularité indiquoit une parallaxe ſenſible; la ſeconde indiquoit une orbite qui n'étoit point parabolique. Auſſi M. Lexell a cherché les élémens de cette orbite, en la ſuppoſant elliptique. M. Meſſier rend compte ici, avec le plus grand détail, du travail exécuté par le ſavant Suédois. Si on ſuppoſe une période d'environ cinq ans à la Comète, on ſatisfait aux obſervations d'une manière très-préciſe; & M. Lexell prouve que ſi on ſuppoſe la période plus longue que ſix ans, plus elle augmente au-delà, plus les erreurs deviennent énormes. Une période entre cinq & ſix ans, eſt donc celle que les obſervations ne permettent pas de rejeter; cependant la Comète auroit reparu, ou à la fin de 1775, ou au commencement de 1776, & elle n'a pas été viſible; on

V. les Mém. p. 557.

auroit dû également la voir cinq ou ſix ans auparavant, & on ne l'a point découverte. Cette ſeconde objection ſeroit bien foible, ſi nous ne ſavions combien il eſt difficile qu'une Comète échappe à M. Meſſier. Au reſte, M. Meſſier plus ſenſible au bien des Sciences qu'au plaiſir de jouir de cette ſingulière prérogative, a publié dans nos Mémoires ſon ſecret, qui ſe réduit à deux points fort ſimples, parcourir le ciel avec exactitude & très-ſouvent, & bien connoître les Nébuleuſes; auſſi depuis ce temps quelques Aſtronomes ont-ils précédé M. Meſſier: mais c'eſt parce qu'il a voulu l'être.

M. Lexell eſſaye enſuite d'expliquer la marche irrégulière de la Comète, & il montre qu'avant ſon apparition, ſon orbite a dû être altérée par l'attraction de Jupiter, qui pendant une partie du cours de la Comète a eu une force perturbatrice, égale à la 580.e partie de la force principale, & qu'après ſon paſſage au périhélie, la même Comète ayant été encore plus voiſine de Jupiter, a dû ſouffrir des dérangemens plus grands, puiſque la force perturbatrice a été alors la 491.e partie de la Planète principale. Il n'y a donc que le calcul de ces perturbations qui puiſſe apprendre aux Aſtronomes à quelles cauſes on doit attribuer cette ſingularité, que la Comète de 1770 a ſeule préſentée juſqu'ici.

SUR UNE

NOUVELLE CONSTELLATION.

V. les Mém. p. 561. LES premières Conſtellations ont été formées par des Aſtronomes qui trouvèrent que ces dénominations données à certains groupes d'Étoiles, étoient un moyen ſimple & commode de les reconnoître; ils ne claſsèrent d'abord que celles qu'ils avoient beſoin de retrouver, c'eſt-à-dire, les Étoiles voiſines du Pôle & celles qui ſont placées dans une bande diviſée en deux par l'Équateur, & où l'on peut renfermer les orbites des Planètes: l'étendue de ces conſtellations ne fut vraiſemblablement réglée d'abord que par

des vues astronomiques ou d'après la disposition des Étoiles entr'elles, mais lorsqu'on eut donné des noms à ces constellations, & qu'on eut imaginé de les représenter par des figures analogues à ces noms, ces figures, souvent très-bizarres, servirent ensuite à marquer les limites des constellations. L'espace vide entre le Pôle & le Zodiaque fut divisé plus tard, & le caprice présida encore davantage à cette disposition. La plupart des Étoiles de notre hémisphère sont classées depuis un temps presque immémorial; mais comme une Astronomie très-imparfaite & dépourvue d'instrumens d'Optique, ne pouvoit se servir utilement des petites Étoiles, plusieurs espaces occupés uniquement par ces Étoiles, & dont les Dessinateurs n'avoient pas eu besoin pour placer leurs figures, sont demeurés vides jusqu'ici. M. le Monnier a remarqué un vide sous le bassin de la Baleine, que personne n'avoit pensé à remplir: & cependant ce vide renferme des Étoiles souvent éclipsées par la Lune, & qui peuvent servir utilement, soit à déterminer les longitudes, soit à vérifier la théorie de la Lune. M. le Monnier a déterminé la position de vingt-deux de ces Étoiles, & les a réunies en une constellation. Depuis les premières dénominations qui n'étoient que des figures allégoriques, relatives aux saisons ou aux phénomènes célestes, la superstition & la flatterie avoient rempli le ciel d'une foule d'Animaux, de Rois & de Dieux. M. le Monnier s'est écarté de l'ancien usage, il donne à la Constellation nouvelle, le nom de *Solitaire,* Oiseau de la mer des Indes, dont le Père Pingré a eu occasion de parler dans la relation de son Voyage; c'est un hommage que M. le Monnier a voulu rendre à un sage & savant Solitaire, qui n'a pas cru que des travaux utiles à l'humanité & aux progrès de la raison fussent incompatibles avec la sainteté de son état.

LE Mémoire de M. du Séjour, sur l'Inflexion des rayons solaires, n'étant pas encore terminé dans ce Volume, nous en renverrons l'extrait au Volume prochain. V. les Mém. p. 573.



GÉOGRAPHIE.

SUR LE CAP DE LA CIRCONCISION.

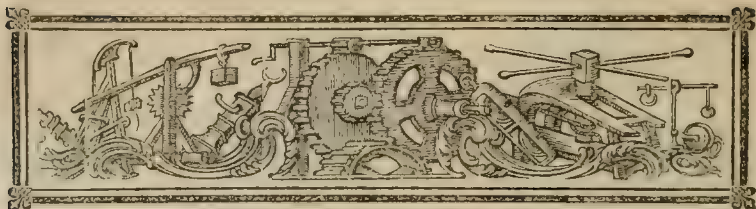
V. les Mém. p. 665.

M. Bouvet, Navigateur célèbre, découvrit le 1.er Janvier 1739, une terre qu'il aperçut également les jours suivans; il lui donna le nom de *Cap de la Circoncision*, & en fixa la position à 55 degrés de latitude australe, & à 28 degrés $\frac{1}{2}$ de longitude. M. Cook a parcouru depuis ces mêmes Mers dans ses voyages célèbres, où il a montré à la fois tant d'habileté, d'humanité & de courage; & où ses soins pour son équipage, si bien couronnés par le succès, & sa conduite envers les habitans des Isles de la mer du Sud, ont fait voir un esprit de justice & de respect pour la Nature humaine, malheureusement trop peu connu jusqu'ici des Navigateurs. Il est impossible de lire la relation de ses voyages, & de la comparer aux relations des voyages du seizième siècle, sans être frappé de la différence de l'homme d'un siècle à celui d'un autre, & sans convenir que la Nature humaine a gagné en Europe en bonté comme en lumières, & même que c'est uniquement aux progrès des connoissances qu'elle doit ce changement heureux.

Parmi le grand nombre d'observations géographiques, dont s'est occupé M. Cook, il n'a pas négligé la recherche du Cap de la Circoncision, & il ne l'a pas retrouvé. M. le Monnier se croit fondé cependant à en soutenir l'existence; il n'y a aucune raison de soupçonner la bonne foi ou l'exactitude de M. Bouvet; ainsi il paroît plus simple à M. le Monnier

d'imaginer que M. Bouvet s'eſt trompé ſur la longitude; en effet, on ſait que les méthodes qu'on employoit alors n'étoient pas exactes; il y a plus, M. le Monnier examine quelle étoit la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, obſervée au Cap de la Circonciſion par M. Bouvet, & par la comparaiſon d'un grand nombre d'obſervations de l'Aiguille, il cherche quelle a dû être depuis ce temps le changement de déclinaiſon dans ces parages, & il conclut qu'au temps du paſſage de M. Cook, la déclinaiſon devoit être au Cap de la Circonciſion, de 10 degrés vers l'Oueſt; mais le lieu où M. Cook l'a cherché, avoit une déclinaiſon de 13 degrés $\frac{1}{2}$, & cette différence de 3 degrés $\frac{1}{2}$ répond, ſuivant les réſultats de M. le Monnier, à plus de 5 degrés de longitude. Il n'eſt donc pas étonnant que M. Cook n'ait pas trouvé le Cap, puiſque c'eſt à 21 degrés $\frac{1}{2}$ environ de longitude, à l'Eſt de l'île de Fer, & non à 28 degrés qu'il faut le chercher.





MÉCANIQUE RATIONNELLE.

SUR DIFFÉRENS POINTS DU SYSTÈME DU MONDE.

M. DE LA PLACE s'est proposé de déterminer dans ces trois Mémoires les oscillations d'un fluide qui recouvre un sphéroïde.

V. les Mém. de 1775, page 75; & 1776, pages 177 & 525.

Il suppose que le sphéroïde diffère très-peu d'une sphère, & que le fluide qui le recouvre n'a qu'une très-petite épaisseur par rapport au rayon du solide. Il suppose encore que ce sphéroïde a un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe constant, que la force centrifuge qui en résulte pour toutes les parties du fluide, est très-petite par rapport à la force de pesanteur; enfin, que ces parties obéissent à d'autres forces, telle que l'attraction de différens Astres, mais que ces forces sont très-petites par rapport à la pesanteur, & que le mouvement des Astres est beaucoup plus lent que celui de rotation du sphéroïde.

Les principes mécaniques nécessaires pour trouver les équations de ce Problème sont connus des Mathématiciens, ils ont été donnés par M. d'Alembert, à qui l'on est redevable de la vraie méthode de calculer le mouvement des fluides, & on trouve ces équations réduites en formules dans les Ouvrages de M.[rs] Euler & de la Grange. Les savantes Recherches que les grands Géomètres de ce siècle ont publiées sur le calcul des différences partielles, dont le même, M. d'Alembert, a encore enrichi l'analyse, présentent des moyens de résoudre

de résoudre ces équations, relativement à plusieurs des hypothèses que l'on considère dans ce Mémoire.

Tels sont les secours que M. de la Place a trouvés, comme il a soin d'en avertir lui-même, pour ces recherches importantes qui ne sont pas d'ailleurs de pure curiosité, elles peuvent servir à nous faire connoître les loix des plus grands phénomènes de la Nature, tels que le flux & le reflux de la mer, la précession des équinoxes, les variations de l'atmosphère causées par l'attraction des corps célestes, & c'est aussi relativement à ces phénomènes que M. de la Place a envisagé le Problème qu'il s'est proposé.

Le phénomène du flux & du reflux de la mer, dont Newton a découvert la véritable cause, & sur lequel Maclaurin, Daniel Bernoulli & Euler avoient donné d'excellens Ouvrages en 1740, a été depuis cette époque l'objet des recherches de plusieurs grands Géomètres, mais aucun ne l'avoit considéré dans toute sa généralité, en ayant égard à toutes les causes qui peuvent l'altérer, & personne n'avoit poussé assez loin les recherches sur l'influence de toutes ces causes, pour être à portée de comparer les résultats de la théorie avec les observations. C'est ce que M. de la Place a exécuté.

Lorsque l'on fait entrer dans le calcul du flux & reflux, tous les élémens qui doivent influer sur ce phénomène, on est conduit à des équations aux différences partielles qui ne sont point intégrables par les méthodes connues; mais en observant ces équations, M. de la Place a trouvé ou des hypothèses qui les rendent plus faciles à traiter, & qui sont d'accord avec la Nature, ou quelquefois des formules particulières qui satisfont à ces équations. Cette dernière méthode de les résoudre, paroît assez simple au premier coup-d'œil, elle a cependant des difficultés particulières que M. de la Place a surmontées. En effet, la solution du Problème proposé, unique en elle-même, est nécessairement contenue dans le nombre infini des solutions, dont l'équation différentielle est susceptible. Ainsi, toute solution particulière de cette équation ne satisfait pas au Problème, & il ne s'agit pas de

trouver ſeulement une formule qui, ſubſtituée dans l'équation, y ſatisfaſſe, mais une formule qui ſatisfaſſe à la fois & à l'équation & aux conditions particulières du Problème. On ſent combien la néceſſité de remplir ces deux conditions doit rendre l'application de cette méthode délicate, & même ſujette à erreur ſi elle n'étoit pas traitée par des mains habiles.

M. de la Place explique par ſa théorie, non-ſeulement ceux des phénomènes des marées qui avoient déjà été expliqués, mais encore le phénomène ſingulier de l'égalité preſque entière des marées d'un même jour, & il réſulte de la même théorie, ce fait confirmé par les obſervations, que plus les marées ſont fortes, plus la différence entre ces deux marées eſt grande.

La profondeur des eaux de la mer entre dans ce calcul; M. de la Place trouve que pour ſatisfaire aux phénomènes, cette profondeur doit être à peu-près conſtante, qu'elle doit être de quatre lieues, au moins, mais qu'avec ces deux ſuppoſitions on ſatisfait aux obſervations.

Il examine enſuite ce qui doit arriver, ſi on fait entrer l'effet des mouvemens de la mer dans le calcul de la préceſſion des équinoxes & du mouvement de l'axe de la Terre, c'eſt-à-dire, ſi au lieu de regarder dans la ſolution de ce Problème le globe terreſtre comme un ſolide, on le regarde comme un ſolide recouvert par un fluide. Il trouve, que ſi on ſuppoſoit la profondeur de la mer très-variable, il y auroit des hypothèſes très-naturelles qui donneroient ou la préceſſion des équinoxes nulle, en ayant égard à l'influence de la mer, ou réſultante toute entière de cette influence, ou dépendante à la fois de ces deux cauſes: enfin, cette même conſtance dans la profondeur de la mer, déjà prouvée par l'égalité des deux marées, rend le mouvement de l'axe de la Terre indépendant de celui du fluide qui la couvre.

En ſuppoſant la denſité de l'air aux différentes hauteurs, proportionnelle au poids qui la preſſe, on ſuppoſe que l'atmoſphère eſt infinie: mais M. de la Place obſerve que

comme la denſité diminue très-rapidement dans cette hypothèſe, on peut encore, en l'admettant, regarder la Terre comme recouverte d'une couche d'air très-petite par rapport au rayon du globe, & par conſéquent y appliquer le calcul: il réſulte de ſon analyſe, que le mouvement produit dans l'atmoſphère, par l'attraction de la Lune & du Soleil, doit être inſenſible, & ne peut ſervir à expliquer les vents conſtans.

M. Daniel Bernoulli avoit examiné les effets des changemens cauſés par ces aſtres ſur les baromètres, & en avoit donné les loix pour le temps des grandes marées & les différens degrés de latitude; mais il regardoit la Terre comme ſolide: M. de la Place réſout le même Problème en ſuppoſant la Terre recouverte par la mer, & ſes concluſions s'accordent avec celles de M. Daniel Bernoulli; il trouve de même les variations très-petites & décroiſſantes de l'Équateur au Pôle, mais il les trouve plus petites; & de plus, il montre que l'abaiſſement du baromètre par cette cauſe répond à la plus grande élévation des marées, & réciproquement. Cette partie de ſon Mémoire eſt terminée par des détails ſur la manière de conſtater ce fait par des obſervations.

Nous n'avons point parlé de quelques digreſſions intéreſſantes que M. de la Place a inſérées dans ſes trois Mémoires, digreſſions qui ont pour objet les conditions de l'équilibre des ſphéroïdes, la loi des forces à leur ſurface, loi qui ſe trouve indépendante de leur figure, pourvu qu'on la ſuppoſe peu différente d'une ſphère; enfin, la figure de la Terre & le mouvement des ondes. Tous ces objets ſont importans, & il n'y en a aucun ſur leſquels M. de la Place n'ait ajouté des recherches & des obſervations nouvelles à ce qui étoit déjà connu.

SUR L'ÉQUILIBRE DES VOÛTES.

CE Mémoire de M. l'Abbé Boſſut, eſt la ſuite de deux autres qu'il a inſerés dans le Volume de 1774. V. les Mém. p. 587.

L'auteur avoit donné pour les Voûtes en berceau, l'équation de l'équilibre entre les forces perpendiculaires qui agiſſent ſur une voûte, & la courbure de cette voûte; il donne ici la ſolution du même Problème, pour les voûtes en dôme. L'équation différentielle de ce Problème, s'intègre pour le cas où la peſanteur eſt conſtante, & l'équation de la courbe qui par ſa révolution produit le dôme, eſt ici fort différente de la chaînette.

Pluſieurs Praticiens avoient cependant ſuppoſé, que puiſque la chaînette étoit la courbe d'équilibre pour les voûtes en berceau, elle l'étoit auſſi dans les mêmes cas pour les voûtes en dôme: & cette fauſſe ſuppoſition, pouvoit avoir des conſéquences fâcheuſes. Le calcul a ſouvent prouvé que des analogies qui paroiſſoient les plus fortes ne conduiſoient qu'à des erreurs; c'eſt une raiſon de conſerver quelques doutes ſur les réſultats des Sciences, où de ſimples analogies ſont preſque toujours regardées comme des preuves.

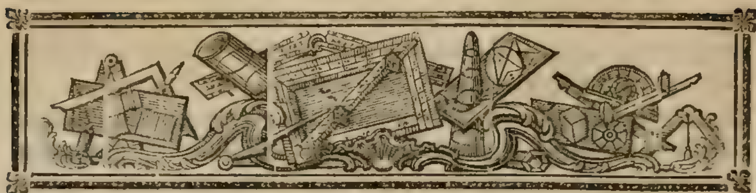
L'auteur a obſervé que l'objet des conſtructions, des raiſons de convenance ou d'agrément, ne permettent preſque jamais de conformer rigoureuſement les voûtes à la condition de l'équilibre: d'ailleurs on le tenteroit en vain; des circonſtances phyſiques toujours inévitables altéreroient la préciſion mathématique. M. l'Abbé Boſſut a cru donc devoir conſidérer la queſtion de la ſolidité des voûtes, ſous un point de vue moins abſtrait; on a obſervé que lorſque les voûtes ſe rompent par leur propre poids, elles ſe partagent en trois parties, que la ſupérieure fait alors une eſpèce de coin qui tend à renverſer les pieds-droits.

M. l'Abbé Boſſut a conſidéré la force qu'il faut donner à un pied-droit, pour réſiſter à cette action & dans le cas des voûtes en berceau, & dans celui des voûtes en dôme; mais il arrive auſſi quelquefois, que non-ſeulement la voûte ſe fend ainſi en trois parties, mais que les aſſiſes des pieds-droits ſe ſéparent par l'effet d'une force horizontale qui tend à les rompre.

M. l'Abbé Boſſut n'avoit traité de ce cas que pour les

voûtes en berceau, il l'examine ici pour les voûtes en dôme ; ainsi ce Mémoire doit être regardé comme le complément du travail qu'il avoit entrepris sur cette matière. En effet, ce Mémoire renferme ce qui manquoit au premier pour résoudre sur les voûtes en dôme, les mêmes Problèmes, que pour les voûtes en berceau ; l'on peut donc regarder cette théorie comme complète, il n'existe en effet aucune espèce de voûte, qui ne soit, ou d'une de ces espèces, ou composée de parties de voûtes de ces espèces ; & les Problèmes qu'on pourroit se proposer sur les autres voûtes, seroient inutiles dans la pratique.





MÉCANIQUE.

V. les Mém. p. 156.

APRÈS avoir donné la deſcription d'un nouveau Moulin propre à organſiner la ſoie, c'eſt-à-dire, à lui donner un apprêt qui la rende propre à former la chaîne des étoffes; après avoir examiné les moyens de tirer & de filer la ſoie, opération préliminaire à celle d'organſiner, M. de Vaucanſon traite dans un troiſième Mémoire, du choix d'un emplacement propre à établir ſes moulins.

Il préfère un emplacement où l'on puiſſe employer une roue à augets, mue par la chute de l'eau, parce que le mouvement de ces roues eſt plus uniforme que celui des roues mues par un courant d'eau, & que l'uniformité du mouvement eſt néceſſaire pour que l'organſin ait par-tout un même degré de tors, & pour qu'aucune ſecouſſe ne puiſſe en caſſant les fils occaſionner des déchets, & détériorer l'organſin en y multipliant les nœuds.

M. de Vaucanſon exige encore qu'il y ait beaucoup de jour dans les ſalles où ſont placés les moulins, afin que le travail s'y faſſe mieux, & qu'il fatigue moins la vue des Ouvriers; il veut qu'il règne continuellement dans le bâtiment où ces moulins ſont placés, un air tempéré & humide, parce qu'un air ſec & chaud pourroit faire caſſer les fils.

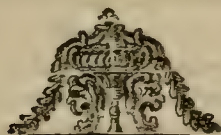
Le bâtiment doit avoir deux étages, tant pour ménager l'eſpace, que pour communiquer plus aiſément le mouvement d'un ſeul moteur à un grand nombre de machines; mais il faut qu'une voûte ſépare ces deux étages, parce que le mouvement ſe communiquant d'un étage à l'autre par des verges fort longues, les changemens que ſubit néceſſairement un

plancher d'une certaine étendue, rendroient le mouvement irrégulier.

Enfin pour conſerver la fraîcheur dans l'étage ſupérieur, M. de Vaucanſon veut que cet étage ne ſoit pas immédiatement ſous le toit, & qu'il y ait entre deux un autre étage qui peut ſervir de magaſin pour mettre les cocons, mais qui ſeroit toujours néceſſaire quand même il ne ſerviroit dans l'établiſſement qu'à prévenir une trop grande chaleur dans l'étage où ſont les moulins.

M. de Vaucanſon rend compte enſuite de quelques changemens qu'il a faits à ſes moulins, & dont l'objet eſt de remédier d'une manière plus ſûre à l'irrégularité de la vîteſſe des moulins au commencement du mouvement.

La fin de ſon Mémoire eſt deſtinée à répondre à des objections ſur la trop grande cherté de l'organſin préparé par ſa méthode, à des réflexions ſur les défauts de l'emplacement propoſé à Romans en Dauphiné; ces diſcuſſions ſont plus du reſſort des Commerçans ou de l'Adminiſtration que du nôtre. Nous obſerverons ſeulement qu'il n'eſt pas étonnant qu'il ne règne point un parfait accord ſur tous les points entre l'Inventeur d'une machine, qui n'a pour but que la plus grande perfection du produit, le Commerçant qui veut que cette perfection ne ſoit point achetée trop cher, & l'Adminiſtration qui cherche à économiſer les fonds publics, & à placer l'emploi de ces fonds dans les pays qui ont beſoin de ſes ſecours.





OUVRAGES

PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

PRIX.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le ſujet du Prix de 1776 :

La théorie des perturbations que les Comètes peuvent éprouver par l'action des Planètes.

Mais aucune des Pièces préſentées n'ayant rempli ſes vues, elle a cru devoir remettre le Prix, & propoſer une ſeconde fois la même Queſtion pour l'année 1778.

LES Arts, dont l'Académie a publié la deſcription, ſont au nombre de trois.

Le premier eſt l'art du *Peignier* ou faiſeur de Peignes pour la fabrication des étoffes, par M. Paulet, ſervant de ſixième partie à l'art de la Fabrique des étoffes de ſoie, du même auteur. L'uſage de ces peignes eſt de ſerrer les fils de la trame, à meſure qu'on les incorpore avec la chaîne, & de retenir pendant ce temps les fils de la chaîne dans l'ordre convenable ; ces peignes ſont de deux eſpèces, les uns, compoſés de lames de canne retenues entre des jumelles ou tringles de bois auxquelles elles ſont aſſujetties par des tours de fil poiſſé, dont la groſſeur règle les intervalles des dents; les autres ſont compoſés de lames d'acier, & ceux-ci ſont encore diviſés en deux eſpèces; dans les uns, les lames ſont aſſujetties avec du fil poiſſé dans des jumelles, comme pour

pour les peignes de canne, & les autres sont à jumelles de plomb fondues : ceux-ci, qui ont été inventés par les Anglois, sont les plus parfaits de tous. M. Paulet entre dans tous les détails nécessaires pour mettre son Lecteur en état de fabriquer ces peignes avec la précision convenable ; moyen sûr de contribuer à la perfection des Étoffes, dont l'égalité du tissu dépend beaucoup de la bonté de cette partie du métier.

Le second est la première section de la première partie de l'art du *Tourneur-mécanicien*, par M. Hullot père, Tourneur-mécanicien, bréveté du Roi.

Cette première section contient quelques notions générales de Mathématiques, nécessaires pour l'intelligence de cet art; la connoissance des bois & des autres différentes matières qui se peuvent travailler sur le Tour, la manière de former les dessins des diverses moulures dont on peut orner les ouvrages ; la description des différens outils qui servent à préparer les matières qu'on veut tourner, comme étaux, scies, bêches, planes, compas de toutes espèces, calibres, vilebrequins, des outils de tour, proprement dits, des *meules* & des pierres propres à les aiguiser : cette partie est terminée par la description du Tour simple, de son pied, de ses jumelles, de ses poupées, des différentes pointes qu'on emploie, des différentes manières de donner avec le pied le mouvement à la pièce qu'on tourne, soit au moyen d'une perche, d'un arc ou d'une roue : l'auteur ne laisse rien à desirer sur cette partie de son art, qui est bien propre à faire souhaiter qu'il en publie promptement la suite.

Le troisième est la quatrième section de la seconde partie de l'art d'exploiter les Mines de charbon-de-terre ou Essai de théorie-pratique sur l'art d'exploiter ces mines ou carrières, par M. Morand. C'est à cette partie que commence, à proprement parler, l'art du *Houilleur :* l'auteur a préparé son Lecteur dans ce qui a précédé, où il a exposé tout ce qui concernoit l'histoire naturelle & le physique de cette matière; il commence celle-ci par la manière de reconnoître la présence du charbon sous un terrein, & de s'en assurer; il décrit les instrumens

qui ſervent à ſe procurer la manière de ſe conduire dans ces travaux ſouterrains, & les inſtrumens qui y ſont propres, les moyens de tranſporter le charbon dans la mine & de l'en tirer, le danger des vapeurs méphitiques qui attaquent ſouvent les Ouvriers, les moyens d'éviter ces dangers, & ceux de rappeler à la vie ceux des Ouvriers qui en ont éprouvé les effets, les différentes machines qui ont été inventées pour épuiſer les eaux qui ſe trouvent au fond des mines; il donne même les loix & les règlemens auxquels ces travaux ſont aſſujettis, & l'état des dépenſes auxquelles ceux qui veulent exploiter une mine de cette eſpèce doivent s'attendre. Cette partie eſt un guide fidèle qui ne permettra pas à ceux qui le conſulteront de s'égarer, & peut également ſatisfaire la curioſité de l'Obſervateur, & conduire le Praticien dans ſes recherches.

M. SABATIER a publié cette année un Traité complet d'Anatomie; Ouvrage qui a le mérite ſi rare de remplir véritablement ſon titre.

Les ouvrages ſur les Sciences ont eu pendant long-temps une forme plus propre à rebuter la curioſité qu'à la faire naître; il ſembloit qu'on voulût éprouver ceux qui ſe livroient à l'étude, & ne les admettre dans le ſanctuaire qu'après avoir exigé d'eux des preuves d'un zèle & d'une patience que rien ne pouvoit laſſer.

Les hommes lorſqu'ils ſe ſont écartés du vrai dans un ſens, n'y reviennent preſque jamais qu'après s'en être écartés encore dans le ſens oppoſé, & c'eſt ce qui eſt arrivé ici; la Science cachée autrefois ſous des termes inintelligibles & des expreſſions barbares, a été étouffée depuis par des vains ornemens; M. Sabatier a ſu éviter ces deux écueils: il a eu la ſageſſe de proſcrire les ornemens ſuperflus, mais il a ſenti que ce n'étoit pas même aſſez d'être méthodique & clair; que l'élégance & la correction étoient auſſi des moyens d'augmenter la clarté, & de rendre la lecture d'un ouvrage moins pénible.

Son Ouvrage eſt diviſé en ſept parties; dans la première, il traite des os; dans la ſeconde, des muſcles; des viſcères, dans la troiſième; des vaiſſeaux, dans la quatrième; la cinquième, a pour objet les nerſs; la ſixième, les glandes, dont il avoit donné la deſcription en parlant des viſcères, mais dont il examine en particulier la ſtructure intérieure, & les différentes eſpèces; enfin, dans la ſeptième, il parle des tégumens. Les deſcriptions ſont faites avec beaucoup de détail & d'exactitude; les explications phyſiologiques n'y ſont pas prodiguées. L'auteur n'a parlé que de celles que leur vraiſemblance, le ſuffrage général des Anatomiſtes, ou les noms de quelques grands hommes, rendent dignes d'entrer dans le corps de la Science, & ſon but, du moins à en juger par l'exécution, a été de raſſembler beaucoup de faits & peu d'opinions, de ne point épargner les détails & les diſcuſſions ſur ce qui eſt vrai, ſur ce qui eſt ſuſceptible d'être prouvé, mais d'être très-court ſur tout ce qui n'eſt encore & ne ſera long-temps qu'ingénieux & vraiſemblable.

LA déclinaiſon & l'inclinaiſon de l'Aiguille aimantée varient & dans les différentes parties de la Terre & dans les différens temps: la loi de ces changemens n'a pu encore être aſſujettie au calcul; mais l'utilité de la recherche de cette loi, l'intérêt de connoître des phénomènes ſi extraordinaires, la difficulté même qui ſemble être le premier motif pour des hommes d'un véritable génie, ont engagé pluſieurs hommes célèbres à s'occuper de cette matière: M. le Monnier rend compte de leurs recherches & en diſcute les réſultats, dans un Ouvrage intitulé *Loix du Magnétiſme*, dont la ſeconde partie a paru en 1778.

La manière d'aimanter les barreaux, la conſtruction des bouſſoles de déclinaiſon & d'inclinaiſon, les obſervations anciennes ou nouvelles faites dans des Voyages de long cours, la poſition des deux Pôles magnétiques dont on a ſuppoſé l'exiſtence ſur le globe pour expliquer les phénomènes, tels

ſont les principaux objets de ſon Ouvrage. Il s'occupe ſur-tout des changemens de poſition de la ligne ſur laquelle les variations ſont nulles ; cette ligne change avec le temps ; & les variations de cette ligne ſont, en quelque ſorte, un point fixe auquel on peut rapporter les changemens que la force magnétique éprouve ſur le globe ; & ce ſeroit déjà un grand pas ſi l'on pouvoit, ſoit aſſujettir au calcul les changemens de cette ligne, ſoit déduire de la poſition de cette ligne donnée, pour un inſtant, la déclinaiſon ou l'inclinaiſon des autres lieux de la Terre.

Les Mémoires préſentés à l'Académie, & qu'elle a deſtinés à l'impreſſion, ſont au nombre de dix :

Obſervations thermométriques : Par M. Marcorelle.

Sur la décompoſition du Sel marin : Par M. Veillard.

Sur la courbure des ſurfaces : Par M. Muſnier.

Sur les Albâtros : Par M. Forſter.

Sur quelques propriétés des ſolides, renfermées par des ſurfaces compoſées de lignes droites : Par M. de Tinſeau.

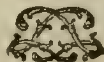
Obſervations aſtronomiques, faites à Genève : Par M. Mallet.

Sur la mine de Huelgoat, en baſſe Bretagne : Par M. du Hamel.

Sur la Météorologie : Par le P. Cotte.

Expériences ſur l'air fixe : Par M. le Duc de Chaulnes.

Obſervations de l'éclipſe de Lune, du 30 au 31 Juillet : Par M. Wallot.





ÉLOGE
DE
M. LE MARQUIS DE VALLIÈRE.

JOSEPH FLORENT, MARQUIS DE VALLIÈRE, Lieutenant général des Armées du Roi, Gouverneur de Bergues-Saint-Vinox, Chevalier de l'Ordre Royal & Militaire de Saint-Louis, ancien Directeur général du Génie & de l'Artillerie, naquit à Paris, le 22 Juin 1717, de Jean Florent de Vallière, Lieutenant général des Armées du Roi, Directeur général des Bataillons & des Écoles d'Artillerie, Gouverneur de Bergues-Saint-Vinox, Grand-Croix de l'Ordre de Saint-Louis, & de Marguerite Martin.

Il fit ses premières études au Collége de Louis-le-Grand, tenu alors par les Jésuites. Mais nous ne le suivrons pas dans cette carrière qu'il ne parcourut pas même entièrement. Il en sortit à peine âgé de quatorze ans, pour aller aux Écoles d'Artillerie se mettre en état de suivre dignement les traces d'un père dont la gloire, si justement méritée, étoit pour lui un puissant motif d'émulation, l'exemple une leçon toujours présente, & les instructions des moyens sûrs de s'élever aux mêmes honneurs.

Nous passerons aussi rapidement sur tout ce qu'il fit à l'école d'Artillerie & dans les premiers postes où il fut employé, nous nous contenterons de dire qu'il en remplit les devoirs avec la plus grande exactitude. Il se munissoit dans le silence des connoissances nécessaires à son état ; il observoit avec soin les différentes opérations & les différens effets de l'Artillerie, & jetoit, pour ainsi dire, les fondemens des succès brillans qui ont depuis couronné son zèle & ses travaux.

La carrière militaire de M. de Vallière ne commença, à proprement parler, qu'en 1734, en même temps que cette guerre qui acquit la Lorraine à la France: il servit au siége de Philisbourg en qualité de Commissaire extraordinaire. C'étoit devant la même Place que son illustre père avoit fait ses premières armes en 1688. Philisboug étoit devenu, pour ainsi dire, le berceau de leur gloire, comme Paris avoit été celui de leur famille.

Il fut fait en 1736, Lieutenant provincial d'Artillerie au Duché de Bourgogne, & en 1739, Commissaire provincial. Ce fut en cette dernière qualité que, la guerre éteinte par la paix de 1738, s'étant presqu'aussitôt rallumée, il servit en 1741, & fit la campagne de Prague. L'Artillerie n'y joua pas le principal rôle; mais la manière avec laquelle il travailla à vaincre les difficultés qui se trouvèrent tant pour la conduire, que pour la ramener, la prudence & l'activité qu'il mit dans toutes les occasions délicates, qui ne se présentèrent pendant cette campagne, qu'en trop grand nombre, la sensibilité qui pénétra plus d'une fois son cœur, véritablement humain, à la vue des fatigues & des misères que nos Troupes eurent à essuyer dans cette expédition, lui firent le plus grand honneur, & méritent bien d'avoir place dans son Éloge. Au retour de cette campagne, il fut fait Lieutenant du Grand-Maître, & servit en cette qualité sous les ordres de M. son père. Il se trouva cette même année à la bataille de Dettinghen. Nous ne répéterons point ici ce que nous en avons dit * dans l'Éloge de ce dernier, nous dirons seulement qu'il y commanda la batterie qui étoit à la droite de l'armée, sur le bord du Mein, & que cette batterie fut une de celles qui incommodèrent le plus les Ennemis. Il avoit été, au commencement de la campagne, fait Chevalier de Saint-Louis. Après les preuves de valeur & de capacité qu'il avoit données, personne n'avoit certainement plus de droit que lui à un Ordre uniquement institué pour être la récompense de ces mêmes qualités. L'année suivante, il servit dans l'armée du Rhin, avec le double titre de Lieutenant du Grand-Maître & Brigadier

* V. Hist. année 1759, page 254.

d'Infanterie; ce grade lui avoit été conféré au commencement de cette campagne, qui fut terminée par une conquête importante à laquelle il eut la plus grande part.

Le siége de Fribourg ayant été résolu, on crut ne pouvoir mieux en assurer le succès, qu'en y appelant M.rs de Vallière. Nous avons dit dans l'Éloge du père, que les pluies continuelles qui inondèrent, presque pendant tout le siége, les travaux, mirent bientôt ce respectable vieillard hors d'état de servir: son fils le suppléa pendant tout le reste du siége, & malgré la longue & vigoureuse défense de la Place & de ses Châteaux, elle fut emportée.

En 1745, il commanda en second l'Artillerie à tous les siéges de Flandre, & sur-tout à celui de Namur. Cette Place redoutable, qui avoit autrefois arrêté les armes victorieuses de Louis XIV, ne put tenir contre notre Artillerie, & se rendit très-promptement.

Il fit en 1746 tous les siéges de la campagne, & feu M. le Maréchal de Lowendal avouoit hautement qu'il devoit, aux talens, aux soins & à l'activité de M. de Vallière, la rapidité avec laquelle se firent ces conquêtes. Il se trouva dans la même campagne à la bataille de Rocoux, où il rendit les plus grands services.

Au commencement de 1747, il fut encore nommé pour commander en second l'Artillerie de l'armée de Flandre; il venoit d'être nommé Maréchal-de-camp & de succéder à M. son père dans la direction générale des Écoles & des Bataillons d'Artillerie; & ce fut dans cette campagne qu'il eut la plus belle & la plus brillante occasion de signaler son zèle, en contribuant infiniment à la prise de Berg-op-zoom, assiégé par M. le Maréchal de Lowendal.

Nous avons dit dans l'Éloge de ce dernier, que toute l'Europe militaire s'étonna quand on le vit s'attacher à cette Place. Les commencemens de ce siége furent en effet très-lents & très-meurtriers par la supériorité du feu de la Place, que toutes les batteries qu'on avoit établies ne pouvoient éteindre. M. de Lowendal crut avoir une ressource assurée

dans M. de Vallière, & il obtint qu'il vînt prendre la conduite de l'Artillerie du siége.

Dès qu'il y fut arrivé, tout changea de face ; il trouva qu'on avoit rendu le front de l'attaque beaucoup trop étroit, ce qui ne permettoit d'attaquer l'Artillerie de la Place que directement & avec peu d'effet ; il lui donna plus d'étendue, & avec deux seules batteries à ricochet qu'il établit à ses extrémités, il rendit inutiles toutes les bouches à feu qui foudroyoient auparavant les Assiégeans. On dut même en grande partie la prise de cette importante Place, à la fermeté avec laquelle il soutint qu'on devoit attaquer le corps de la Place en même-temps que le ravelin, attaque qui trompa le Commandant Hollandois, parce qu'il ne la croyoit pas possible : tant il est vrai, & sur-tout à la guerre, que les démarches bien combinées, sont d'autant plus proches du succès, qu'elles paroissent plus éloignées de la possibilité !

L'année suivante, après plusieurs marches savamment combinées par M. le Maréchal de Saxe, pour donner le change à l'Ennemi, l'Armée se rabattit sur Maëstrecht, dont on forma le siége. M. de Vallière qui y commandoit en second l'Artillerie, disposa ses batteries de manière que la résistance de la Place n'eût sûrement pas été longue, si la suspension d'armes, qui se fit presqu'aussitôt, n'eût interrompu le siége & ne lui eût, pour ainsi dire, arraché des mains la part qu'il auroit dû légitimement avoir à la gloire de cette conquête. Il fut élevé dans la même année au grade de Lieutenant général.

Le Roi ayant jugé à propos en 1755 de réunir en un seul les deux Corps de l'Artillerie & du Génie, Sa Majesté chargea M. de Vallière de la direction générale de ces deux Corps réunis. Le Ministère étant changé, on proposa en 1758 une Ordonnance qui, outre la séparation des deux Corps, contenoit plusieurs autres objets sur lesquels on desiroit avoir l'approbation de M. de Vallière ; & pour l'y déterminer, on lui offrit à cette condition le Cordon rouge qu'on savoit qu'il desiroit, avec l'assurance d'avoir incessamment la Grande-

la Grande-Croix. Mais M. de Vallière répondit qu'aucune grâce ne pourroit jamais l'engager à approuver ce qu'il croyoit contraire au bien du service. Combien d'autres à sa place eussent saisi l'occasion d'obtenir une distinction qu'il desiroit & qu'il méritoit! mais il fut toujours inflexible, & jamais il ne s'en montra plus digne qu'en la refusant.

La guerre s'étant rallumée, M. le Maréchal de Richelieu passa à Minorque pour faire la conquête de cette île, & forma le siége du Fort Saint-Philippe. La longue résistance qu'on craignoit, engagea le Gouvernement à y envoyer M. de Vallière, qui, comme on a vu, possédoit l'art d'abréger les siéges. Il partit en effet pour s'y rendre; mais il apprit à Lyon qu'une attaque audacieuse combinée & proposée par un Officier général *, que l'Académie se fait honneur de compter au nombre de ses Membres, avoit hâté la réduction de la Place, & que M. le Maréchal en avoit pris possession au nom du Roi.

La campagne suivante, il commanda en chef l'Artillerie dans l'armée de M. le Maréchal d'Étrées. Ce fut sur-tout à la journée d'Hastembeck qu'il rendit les plus grands services, par le choix réfléchi des divers postes où il établit ses batteries, & par l'activité avec laquelle elles furent servies.

M. le Maréchal d'Étrées ayant quitté le commandement de l'Armée, ce commandement passa successivement à M. le Maréchal de Richelieu, à M. le Comte de Clermont & à M. le Maréchal de Contades. M. de Vallière commanda en chef l'Artillerie sous ces trois Généraux, & ce fut sous le commandement du dernier qu'il arriva une rencontre singulière & trop honorable à M. de Vallière, pour la passer sous silence. L'armée françoise étoit en marche : en approchant du bourg de Frauvillers, elle rencontra celle des Ennemis commandée par le Prince Ferdinand, qui n'eut pas plutôt aperçu les François, qu'il commença à ranger ses Troupes en bataille pour les venir attaquer. M. de Vallière mit une

* M. le Comte de Maillebois.

telle activité dans la disposition de ses batteries, qu'en moins de deux heures, tout le front de l'armée se trouva hérissé d'une nombreuse Artillerie. Cette disposition ralentit l'ardeur du Prince; il craignit, & avec raison, que cette Artillerie si promptement rassemblée, ne portât encore plus promptement dans son armée un désordre irrémédiable; il se replia & poursuivit sa route, sans s'approcher davantage. Cette campagne fut la dernière de M. de Vallière; la Paix qui la suivit mit des bornes à son zèle, & le força de tenir ses talens dans l'inaction. Ce fut à peu-près dans ce même temps que le Gouvernement de Bergues-Saint-Vinox étant venu à vaquer par la mort de M. son père, le feu Roi le lui donna sur le champ.

Il est aisé de voir combien les occupations de M. de Vallière supposoient chez lui de connoissances de Mathématique & de Physique, & combien elles avoient de rapport à celles de l'Académie. Il desiroit avec ardeur d'y venir puiser les principes qui devoient encore étendre ses lumières, & l'Académie souffroit impatiemment de voir sa liste privée d'un nom qui lui étoit devenu si cher. Elle trouva moyen de se l'acquérir en 1761 en lui conférant une des nouvelles places dont le Roi venoit d'augmenter la classe des Associés-Libres.

Il ne jouit pas long-temps tranquillement de cette nouvelle dignité; sa réputation avoit franchi les bornes du Royaume & passé jusque dans les Cours étrangères. Dans la même année où il fut admis à l'Académie, le Roi d'Espagne, actuellement régnant, le fit demander au feu Roi par son Ambassadeur; & le Roi permit à M. de Vallière de se rendre auprès de ce Prince.

Son départ fut accompagné d'une circonstance singulière. M. de Choiseul, alors Ministre, lui offrit de lui faire compter par le Roi tout l'argent nécessaire pour faire ce voyage avec toute la dignité convenable. M. de Vallière ne voulut point accepter cette offre; il répondit que les bienfaits du Roi & son économie l'avoient mis en état de faire son voyage sans être à charge à Sa Majesté, & qu'il la supplioit d'employer

l'argent qu'Elle vouloit lui donner au payement de ceux des Officiers qui en avoient le plus de besoin.

Le Roi d'Espagne n'eut qu'à s'applaudir de la démarche qu'il avoit faite. Dans le court espace de moins de deux ans que M. de Vallière passa en Espagne, il y rendit les services les plus considérables ; arsenaux, manufactures d'armes, poudre, artillerie, fortifications, tout fut examiné avec le plus grand soin ; & ce ne fut qu'après avoir rempli parfaitement toutes les vues du Prince qui l'avoit appelé, & surpassé même son attente, qu'il se prépara à revenir en France. On lui avoit fait en Espagne les propositions les plus avantageuses pour l'engager à s'y fixer ; mais son zèle & son attachement pour son Roi & pour sa Patrie les lui firent constamment rejeter. Il refusa de même les sommes considérables dont le Roi d'Espagne voulut reconnoître ses services, & partit emportant avec lui le portrait de ce Prince enrichi de diamans dont il lui avoit fait présent ; une lettre au Roi, dans laquelle il faisoit la mention la plus honorable des services de M. de Vallière ; un titre de Castille sous le nom de Marquis de Vallière, dont le Roi lui fit expédier le diplome le plus flatteur : titre qui lui fut confirmé en France aussitôt après son retour, & l'estime & l'admiration générale de la Cour d'Espagne & de la Nation.

Le Roi d'Espagne n'avoit pu vaincre la modestie ni le désintéressement de M. de Vallière. Il crut pouvoir les éluder, & fit écrire à M. de Choiseul, par son Sécretaire d'État, une lettre par laquelle il chargeoit ce Ministre d'engager le Roi son cousin à reconnoître en France, par des grâces que M. de Vallière ne pût refuser, les services dont il n'avoit pas voulu recevoir la récompense en Espagne ; cette lettre suffiroit seule pour faire de lui le plus parfait éloge. Don Ricardo Wal y dit formellement qu'il emportoit avec lui l'estime du Roi & celle de toutes les personnes avec lesquelles il avoit eu à traiter, & qu'on avoit sur-tout regardé comme un prodige, qu'un homme pût réunir autant de talens militaires avec autant de modestie. Cette lettre si flatteuse eut l'effet qu'on

en devoit attendre. M. de Vallière qui avoit refusé des récompenses en Espagne, n'en demanda point en France, & continua de ne les solliciter que par ses services. Son désintéressement eut tout lieu d'être satisfait; car malgré les pressantes recommandations du Roi d'Espagne, il ne reçut aucune grâce.

Cette espèce de refus avoit cependant encore une autre cause. Depuis environ soixante ans, M.rs de Vallière père & fils avoient mis tous leurs soins à mettre le Corps-royal d'Artillerie dans le meilleur ordre, & c'est presqu'entièrement à leur zèle que nous sommes redevables de la supériorité de notre Artillerie sur toute celle de l'Europe. On juge aisément que ce changement si avantageux n'avoit pu s'opérer qu'en assujettissant les Officiers de ce Corps à des règlemens qui ne leur permissent pas de s'écarter du point de vue qu'ils devoient avoir, & qui pussent mettre obstacle aux abus qui s'y trouvoient établis. Ces règlemens si sages ne plurent pas à tout le monde, & les mécontens marquèrent leur mauvaise humeur. M. de Vallière le père en avoit plus d'une fois éprouvé les effets; mais l'éclat de sa gloire leur en imposoit, & on n'avoit jusque-là osé agir qu'avec précaution. Ce feu caché plutôt qu'éteint se ralluma dès qu'on vit le fils marcher dignement sur les traces de son père; & on travailla à le détruire dans l'esprit des Ministres; il est vrai qu'il donnoit beau jeu à ses ennemis; il n'avoit nullement l'art de se faire valoir, & ne paroissoit à la Cour que lorsque son devoir exigeoit absolument qu'il y parût. On profita de son absence. La fermeté avec laquelle il refusa toujours de donner la moindre atteinte à ces sages règlemens qu'il regardoit comme l'ame du Corps de l'Artillerie, fut traitée d'opiniâtreté, son exactitude de rigorisme; il resta long-temps sans pouvoir exercer ses fonctions de Directeur général de l'Artillerie; & ce qui le touchoit encore davantage, ceux qu'il avoit placés participoient à cette espèce de disgrâce. On peut juger aisément du chagrin qu'elle lui causoit: il ne rabattoit cependant rien de son travail; il en fut la victime, il devint

ſujet à de fréquens maux de tête, & ſa ſanté ſe dérangea entièrement.

A ſon retour d'Eſpagne, ſes amis & ſa famille exigèrent de lui qu'il ſe mariât; & il épouſa en 1765, Marie-Louiſe-Victoire du Bouchet de Sourches, de laquelle il a eu deux enfans, un fils & une fille. Le Roi d'Eſpagne voulut que M. le Comte de Fuentes, alors ſon Ambaſſadeur, tînt en ſon nom, ſur les fonts de baptême, Mademoiſelle de Vallière, & envoya à Madame la Marquiſe un magnifique bracelet où étoit ſon portrait : honneur qu'il n'accorde qu'à peu de perſonnes de ſa Cour.

Ce même Prince lui donna peu après une nouvelle preuve de ſon eſtime & de la ſatisfaction qu'il avoit de ſes ſervices, en demandant à la Cour de France qu'il ſe tranſportât à Naples auprès du Roi des Deux-Siciles, qui deſiroit profiter de ſes lumières. Il fit ce voyage avec le même ſuccès qu'il avoit fait celui d'Eſpagne, & revint en France après avoir ſatisfait à tout ce que ce Monarque exigeoit de lui.

A l'avènement de M. le Marquis de Monteynard au Miniſtère, le Roi ordonna à M. de Vallière de reprendre ſes fonctions de Directeur général de l'Artillerie. Il s'excéda de travail pour éclairer le Miniſtre ſur cette partie : ſes maux de tête devinrent preſque continuels, il s'y joignit un crachement de ſang, & on le vit dépérir ſenſiblement.

Malgré cet état fâcheux, une diſpute ſurvenue entre les Officiers d'Artillerie obligea M. de Vallière à reprendre la plume. Il s'agiſſoit de ſavoir ſi on devoit adopter les pièces courtes & légères à l'exemple de quelques Puiſſances de l'Europe. Ces pièces étoient, diſoit-on, bien plus aiſées à conduire que les autres; elles pouvoient par conſéquent être multipliées ſans augmenter la dépenſe, & le ſervice en étoit plus prompt. M. de Vallière qui n'étoit nullement d'avis de les adopter, conſigna les motifs de ſon refus dans un Mémoire qu'il lut à l'Académie l'année dernière, peu avant les vacances, & que l'importance de la matière a engagé l'Académie à publier dans la ſeconde Partie du volume de 1772.

Il y fait voir par les calculs les plus exacts & les raisonnemens les plus forts, que ces pièces exigent, quoique plus légères, un plus grand nombre de chevaux, à cause des accessoires, & beaucoup plus de munitions; qu'elles ne peuvent, comme les pièces ordinaires, être employées aux siéges; ce qui mettroit dans la nécessité d'avoir deux trains d'Artillerie, un pour les siéges, & l'autre pour la campagne; que leur peu de longueur & leur légèreté mettent obstacle à la justesse du tir, à la force du coup qui devient incapable de ricochets, & à l'étendue de la portée; que leur recul est infiniment plus grand que celui des pièces ordinaires, & peut souvent causer des accidens fâcheux. En un mot tout ce qui a rapport à cet important objet y est soigneusement discuté; & on y reconnoît par-tout le zèle & la supériorité de lumières de l'Auteur.

C'est par ce dernier travail qu'il a fini sa carrière, & l'Académie se glorifiera toujours d'avoir reçu les dernières étincelles de son génie. Il vécut encore quelques mois, souffrant & dépérissant toujours, sans cependant garder le lit ni la chambre. Le 6 Janvier dernier, ayant soupé très-légèrement à son ordinaire, il fut frappé d'un coup de sang qui lui ôta sur le champ la connoissance, la parole, & le mouvement de tout un côté du corps. On tenta, pour le soulager, tout ce qu'on connoît de plus puissant en pareil cas; mais tous les secours furent inutiles; & après avoir langui plus de trois jours sans reprendre la connoissance ni la parole, il mourut le 10 du même mois, âgé d'un peu moins de 59 ans, emportant avec lui les regrets de tous ceux qui le connoissoient.

On trouva à l'ouverture du corps beaucoup de sang épanché dans la tête, & les vaisseaux du cerveau émincés & variqueux. C'est ainsi qu'un homme précieux, que les périls & les fatigues de la guerre avoient toujours épargné, a été enlevé à sa patrie dans un âge qui permettoit d'en espérer encore une longue suite de services; & il y a tout lieu de croire que s'il eût vécu plus long-temps, il seroit parvenu aux plus grands honneurs militaires.

M. de Vallière étoit grand & bien fait ; son abord étoit sérieux & froid en apparence ; mais il n'en étoit ni moins sensible, ni même moins gai lorsqu'il se trouvoit avec ses amis ; il étoit compatissant & généreux, sans la moindre prétention, pas même à la reconnoissance. Il avoit eu pour Monsieur son père & Madame sa mère l'amour le plus tendre & le plus soumis. Depuis son mariage il a toujours vécu dans la plus grande union avec la digne épouse que le Ciel lui avoit donnée, & faisoit son unique amusement de l'éducation des deux enfans qu'il en avoit eus. Il eût été bien à desirer qu'il eût pu la leur continuer plus long-temps ; mais il leur a laissé son sang, ses exemples, & une mère capable de les animer à les suivre.

Il étoit extrèmement doux & humain avec ses domestiques, aussi en étoit-il tendrement chéri. Le héros, à la tête des armées, ne se démentoit point avec son valet-de-chambre ; jamais personne n'a été plus ennemi du faste & de l'ostentation. Cet homme couvert, aux yeux de toute l'Europe, de la gloire la plus éclatante, sembloit être le seul à l'ignorer : il étoit toujours vêtu simplement, alloit le plus souvent à pied, & ne recherchoit aucune distinction. Cette simplicité si précieuse, & cette modestie qui avoit étonné la Cour d'Espagne, avoient leur source dans une vertu encore plus estimable, dans l'humilité chrétienne.

Il possédoit souverainement ce qu'on nomme à la guerre le coup-d'œil ; toutes les circonstances accessoires se combinoient avec rapidité dans sa tête ; & il savoit en tirer des conclusions si certaines, qu'on l'a vu souvent combattre des reconnoissances faites, à ce qu'on croyoit, avec soin, par des conjectures tirées de ses observations, & avoir raison. Ce talent si précieux lui épargnoit les tentatives inutiles, & on pouvoit être assuré que les routes qu'il prenoit, les postes qu'il occupoit, & l'emplacement de ses batteries étoient toujours les plus avantageux qu'on eût pu choisir.

Il ne connoissoit pas l'oisiveté du camp : jamais occupé de plaisirs, ni d'intrigues, son amusement ordinaire étoit de

ſe promener avec quelques Officiers d'Artillerie dans les environs. Il examinoit, dans ces promenades, par où l'Artillerie pourroit aller, de quelque côté qu'on voulût diriger ſa marche; par où l'ennemi pouvoit venir, & où l'on pouvoit placer le plus avantageuſement ſes batteries pour l'en empêcher : c'étoit par ce moyen qu'il étoit toujours prêt à tout évènement, & qu'on ne l'a jamais vu réduit à délibérer quand il falloit agir.

Dans l'action la plus vive, il conſervoit un ſang-froid inaltérable, il ſembloit ne voir le péril que pour prendre le meilleur parti qui reſtoit à prendre. Jamais il n'évita d'aller dans les endroits les plus dangereux quand ſon devoir l'y appela; mais jamais auſſi il n'affecta la ridicule bravoure de s'expoſer ſans néceſſité; il ſavoit que ſi le véritable brave ne doit jamais craindre de perdre la vie, il doit toujours appréhender de perdre ſa mort.

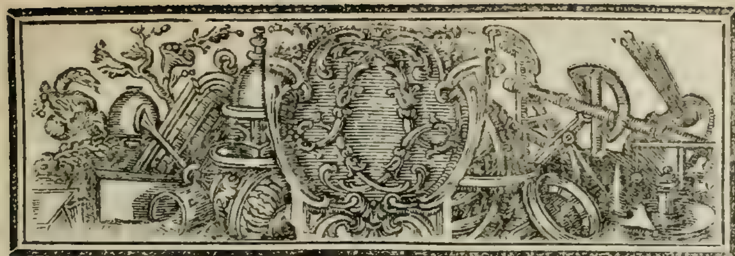
Perſonne ne fut jamais plus éloigné que lui d'abuſer de ſa place pour s'enrichir; il pouvoit diſpoſer de gros fonds; il jouiſſoit de bienfaits du Roi très-conſidérables, & cependant il n'a laiſſé en mourant qu'une fortune médiocre.

Sérieuſement occupé dès ſa jeuneſſe, il n'a pas eu le temps de ſe déranger; il aimoit la vertu pour elle-même, & il la voyoit avec autant de plaiſir dans les autres, qu'il en avoit à la pratiquer lui-même: auſſi y en a-t-il peu dont il n'ait donné des exemples.

La place d'Aſſocié-Libre que M. de Vallière occupoit parmi nous a été remplie par M. le Comte de Milly, Colonel de Dragons.



MÉMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.
Année M. DCCLXXVI.

MÉMOIRE
SUR LE FROID EXTRAORDINAIRE QUE L'ON RESSENTIT À PARIS, DANS LES PROVINCES DU ROYAUME, ET DANS UNE PARTIE DE L'EUROPE,
Au commencement de cette année 1776.

Par M. MESSIER.

LE Froid de cette année 1776, a été long & très-grand; il peut être comparé aux plus grands froids qui ont été observés à Paris jusqu'à présent: sa durée a été depuis le 9

Lû dans les Assemblées depuis le 11 Déc. 1776 jusqu'au 19 Mars 1777.

de Janvier jusqu'au 2 du mois de Février matin, ce qui fait vingt-quatre jours sans que le thermomètre ait remonté au-dessus de zéro dans les degrés de dilatation. Il geloit à toutes les heures du jour & de la nuit; le froid alloit en augmentant; mes thermomètres, au nombre de huit, étoient placés dans différens endroits & à différentes positions: j'en parlerai dans le compte que je rendrai du degré de froid que j'ai observé, après avoir exposé ici le détail & les recherches que contient ce Mémoire.

Ce Mémoire contiendra les Articles suivans:

ARTICLE I.er La construction & la division des échelles de mes thermomètres qui ont servi à connoître le froid de cette année.

ART. II. Les observations du froid, faites à Paris à l'Observatoire de la Marine, hôtel de Clugny, & à une des croisées de mon appartement.

ART. III. Des observations sur la chaleur du Soleil, comparées aux degrés de froid observé.

ART. IV. Des observations sur le refroidissement des appartemens avec le froid extérieur.

ART. V. Des observations sur l'inégalité du froid à différentes hauteurs.

ART. VI. La mesure de mes thermomètres, rapportée à une mesure connue, au moyen de laquelle on pourra reconnoître ces instrumens & les reconstruire à l'avenir, pour ne pas perdre le degré de froid observé cette année, comme celui de 1709 l'a été au thermomètre de M. de la Hire.

ART. VII. Détails d'expériences & de comparaisons de plusieurs thermomètres, pour connoître leur bonté, & ce qu'ils devoient donner pour le degré de froid de 1776, avec des observations sur le froid prématuré & extraordinaire, ressenti dans les Vosges, au mois de Novembre 1774.

ART. VIII. Un examen & des observations sur la température des caves de l'Observatoire royal, & de celles de l'hôtel de Clugny.

ART. IX. Des observations & remarques sur la difficulté

qu'a eu la rivière de Seine, de charier & de se geler ; sur la durée de ses glaces, des vapeurs & fumées qui sortoient de ses eaux pendant la gelée.

Art. X. Les effets du froid de 1776.

Art. XI. Recherches des froids, moins considérables que celui de cette année, & pendant lesquels la rivière de Seine charia des glaçons & se gela, ayant égard à la hauteur des eaux de la rivière.

Art. XII. Recueil des observations du froid de 1776, observé dans différentes Provinces, extrait des letres de ma Correspondance & des papiers publics.

Art. XIII. Recherches sur le froid de 1709.

Et deux Planches ; la première représente la rivière de Seine, ses parties gelées, avec celles qui ne l'ont pas été.

La seconde, le dessin de deux de mes thermomètres, *n.os I & II,* au mercure, dessinés exactement de grandeur naturelle, avec une boîte qui les contient.

Ce Mémoire contiendra beaucoup de détails sur les objets que je viens d'exposer; mais considérant qu'un jour, un hiver semblable, & même plus rigoureux encore peut arriver, alors on recherchera avec soin tout ce qui aura été observé, & l'on sera peut-être bien aise de trouver dans ce Mémoire les détails qu'il contiendra, pour pouvoir les rapprocher & les comparer ensemble, alors rien n'y paroîtra inutile, parce que ces observations seront comme le seul terme de comparaison, pour déterminer le plus ou le moins de degré de froid, les causes & les accidens qu'un hiver aussi rigoureux peut occasionner, & c'est ce qui m'a déterminé à entrer dans tous ces détails, pour mettre à l'avenir les Observateurs à portée de pouvoir juger du froid du commencement de cette année, avec les froids à venir. J'ai senti, en composant ce Mémoire, combien j'avois besoin de détails & de circonstances sur l'hiver mémorable de 1709, pour le comparer à celui de cette année, & même avec celui de 1740. Tout ce qui en a été publié, ne m'a point satisfait, & c'est ce qui m'a engagé à étendre ce Mémoire & à entrer dans beaucoup de détails.

ARTICLE I.er

Construction & division des échelles de mes Thermomètres, qui ont été employés à connoître le froid de cette année 1776.

Je désignerai ces différens thermomètres, dans les Tables & dans le discours de ce Mémoire, par les *n.os I, II, III IV, &c.*

En Octobre 1775, je fis construire par Assie-Périca, quatre thermomètres; deux au mercure, les deux autres à l'esprit-de-vin; au lieu de boules, je fis faire des spirales qui ont l'avantage sur les boules de diviser la liqueur, & de les rendre extrêmement sensibles au moindre changement de l'atmosphère & du vent. Je pris un soin particulier de ces quatre instrumens, je calibrai moi-même les tubes, choisis dans un grand nombre d'autres tubes, & j'en trouvai les calibres parfaits; j'en fis remplir deux de mercure revivifié du cinabre, & les deux autres à l'esprit-de-vin rectifié, de couleur rouge, & de 38 degrés, suivant le pèse-liqueur de M. Baumé; je mis à la glace fondante ces quatre thermomètres ensemble, pour en bien déterminer le point de zéro, ou celui de la première congélation *(a)*; après cette opération, je mis les deux thermomètres au mercure à l'eau bouillante, le baromètre étant à 28 pouces, j'y donnai tous mes soins, & je marquai le point de l'eau bouillante, que je fixai à 85 degrés, j'avois préféré cette division à celle de 80, comme s'accordant mieux avec la marche des thermomètres à l'esprit-de-vin rectifié, & qu'en Angleterre, cette division est aujourd'hui fort en usage. Ces deux points, celle de la glace & de l'eau bouillante, me donnèrent la division des échelles de ces deux thermomètres en degrés égaux, que je divisai moi-même : leurs échelles étoient si

---

(a) Il faut avoir attention que quand l'on met un thermomètre à la glace fondante, de le faire descendre dans la glace jusqu'au zéro, & dans l'eau bouillante jusqu'à 80 degrés.

égales que de zéro à 85 degrés, il n'y avoit entr'elles qu'un degré de différence, de manière que l'échelle de l'un de ces thermomètres pouvoit être remplacée par l'échelle de l'autre, ou devenir commune aux deux; l'un de ces thermomètres avoit pour échelle de chaque côté du tube, celle de M. de Reaumur; le ſecond pour échelle, d'un côté, celle de M. de Reaumur, & de l'autre côté celle de Fahrenheit; ces deux thermomètres au mercure bien gradués, ſervirent d'Étalon pour régler les deux autres thermomètres à l'eſprit-de-vin rectifié, qui ne portoient ni l'un ni l'autre l'eau bouillante; le point de zéro ou de la congélation y fut déterminé, en les mettant à la glace pilée & fondante avec les deux autres au mercure. Pour avoir d'autres points pour la diviſion des échelles de ces deux thermomètres, je pris un bain d'eau tiède, dans lequel je plongeai les quatre thermomètres, ce bain ayant fait monter les deux thermomètres au mercure au-delà de 40 degrés de dilatation, j'attendis que les colonnes deſcendiſſent à 40 degrés juſte, ce qui ſe fit lentement par le refroidiſſement du bain, & je marquai par le moyen d'un fil, ſur les thermomètres à l'eſprit-de-vin, le point de 40 degrés que donnoient alors ceux au mercure; j'opérai de la même manière pour 20 degrés. Les trois points déterminés, ſavoir le zéro, ou la congélation, 20 & 40 degrés de dilatation, me donnèrent la diviſion des échelles de ces deux thermomètres en parties égales.

Les quatre autres thermomètres que j'avois employés aux obſervations du froid, étoient à l'eſprit-de-vin.

Détails des huit Thermomètres déſignés par des Numéros.

N.° I. Thermomètre au mercure ſpirale, portant l'échelle de M. de Reaumur de chaque côté du tube; de la glace à l'eau bouillante 85 degrés; les degrés de dilatation s'étendoient juſqu'à 100, & ceux de condenſation juſqu'à 50.

N.° II. Au mercure ſpirale, avec l'échelle de M. de Reaumur d'un côté du tube, portant comme le *n.° I*, 100 degrés de dilatation, & 50 de condenſation. La marche de ces deux

thermomètres eſt aſſez remarquable par leurs échelles qui ne diffèrent entr'elles que d'un degré de la glace à l'eau bouillante, & de deux degrés ſeulement ſur la totalité qui eſt de 150 degrés; c'eſt l'échelle du thermomètre *n.° I*, qui s'étend plus que celle du thermomètre *n.° II;* de l'autre côté du tube du *n.° II*, étoit l'échelle de Fahrenheit, le 32.me degré répondoit à la glace ou à zéro de l'échelle de M. de Reaumur; 212 pour l'eau bouillante, & le zéro de Fahrenheit, ou ſon froid artificiel répondoit à 15 degrés de condenſation de l'échelle de M. de Reaumur: cette échelle de Fahrenheit, s'étendoit juſqu'à 245 degrés, & 75 au-deſſous de zéro, de ſon froid artificiel.

N.° III. A l'eſprit-de-vin rectifié, ſpirale, le tube calibré, mis à la glace fondante, & réglé dans les degrés de dilatation ſur les deux thermomètres au mercure, par le moyen d'un bain d'eau tiède, comme je l'ai déjà rapporté; ce thermomètre portoit d'un côté du tube, l'échelle de M. de Reaumur, diviſée de demi-degré en demi-degré, elle s'étendoit depuis zéro ou la congélation juſqu'à 46 degrés de dilatation, & dans les degrés de condenſation juſqu'à 18; de l'autre côté du tube étoit l'échelle de M. de l'Iſle; 153 degrés répondoient au zéro de M. de Reaumur, cette échelle commençoit à 70 degrés, & s'étendoit juſqu'à 185, l'échelle diviſée de degré en degré.

N.° IV. A l'eſprit-de-vin rectifié, ſpirale, calibré, mis à la glace fondante, & réglé comme le précédent, portant d'un côté du tube l'échelle de M. de Reaumur, diviſée de demi-degré en demi-degré, elle s'étendoit dans les degrés de dilatation juſqu'à 50 degrés, & juſqu'à 22 dans ceux de condenſation; de l'autre côté du tube étoit l'échelle de Fahrenheit, diviſée de degré en degré, le 32.me répondoit au zéro de l'échelle de M. de Reaumur, elle s'étendoit juſqu'à 139 degrés au-deſſus du zéro ou du froid artificiel, & 13 degrés au-deſſous. Le zéro répondoit à 15 degrés $\frac{1}{8}$ de l'échelle de M. de Reaumur, dans les degrés de condenſation.

Ces quatre thermomètres étoient contenus, chacun dans une boîte particulière, ouverte par-derrière, pour laiſſer apercevoir la ſpirale de chacun, & pour que l'air ou le vent les frappe & les traverſe dans le pourtour, moyens ſûrs de rendre la liqueur plus ſenſible aux différentes tempéries de l'air & aux vents.

N.° V. A l'esprit-de-vin, construit en 1767, par Gasu, la boule plate, portant l'échelle de M. de Reaumur, qui s'étendoit dans les degrés de dilatation jusqu'à 94 degrés, & jusqu'à 38 dans ceux de condensation.

N.° VI. A l'esprit-de-vin, construit en 1768, par André Bourbon, la boule en olive, avec l'échelle de M. de Reaumur, portant 56 degrés de dilatation, & 29 de condensation.

N.° VII. A l'esprit-de-vin, construit par Louis-Clovis Potier, renfermé dans un cylindre de verre, avec l'échelle de M. de Reaumur, 42 degrés de dilatation, & 28 de condensation.

N.° VIII. A l'esprit-de-vin, construit en 1775, par Assie-Périca, divisé & réglé par moi, sur les deux thermomètres au mercure *n.os I & II*, portant l'échelle de M. de Reaumur, 50 degrés de dilatation, & 16 de condensation; renfermé comme le precédent, dans un cylindre de verre; le cylindre n'avoit que 2 pouces & demi de longueur, sur 5 lignes de diamètre extérieur, le verre épais d'un quart de ligne.

Un fait assez intéressant qui concerne ce dernier thermomètre, mérite d'être rapporté ici; ce thermomètre étant placé dans le cylindre de verre, pour le sceller par le bout, il fallut le mettre au feu de la lampe, comme il étoit fort court, il s'échauffoit de manière qu'on ne pouvoit le tenir à la main; l'Artiste l'enveloppa d'un linge mouillé; quand il fut soudé, le linge ôté, une humidité parut dans l'intérieur du tube contre les parois; la même chose eut lieu dans une seconde expérience; & à cette occasion, je rapporterai les faits suivans : on lit dans les nouvelles de la république des Lettres; & M. l'abbé Nollet citoit tous les ans ce fait dans ses Cours au Collége de Navarre:

Qu'on trouva au fond d'un puits, qu'on écuroit dans un couvent de Religieuses à Turin, la tige creuse d'un verre à boire remplie d'une liqueur transparente comme de l'eau, qui paroissoit ne pouvoir y être entrée que par les pores. *Voyez Mémoires de cette Académie, année 1749, page 462, & la planche XIII.*

On lit dans le Journal de Trévoux *(1742)* qu'en 1740, au mois de Juillet, on jeta en mer de dessus un Vaisseau, nommé la *Sagesse*, une bouteille de gros verre; portée à

trente braſſes, elle en revint dans le même état; rejetée à quarante braſſes, on la retira pleine d'eau; mais le bouchon étoit en dedans.

Nouvellement bouchée avec un bouchon neuf, aſſujetti avec un fil de fer, de la même manière qu'on ficelle en Angleterre les bouteilles de bière & de cidre, & rejetée à la même profondeur, on la retira pleine d'eau juſqu'à quatre doigts au-deſſous de ſon goulot, & le bouchon étoit dans le même état où on l'avoit mis.

ARTICLE II.

Contenant les OBSERVATIONS DU FROID, *faites à Paris, à l'Obſervatoire de la Marine, hôtel de Clugny, & à une des croiſées de mon appartement.*

Froid obſervé au thermomètre au mercure, *n.° I.* Ce thermomètre étoit placé à la croiſée d'une de mes chambres, élevé de 20 pieds au-deſſus du rez-de-chauſſée, expoſé à l'Eſt, donnant ſur la cour de l'hôtel de Clugny, maſqué par la ſeconde aile de cet Hôtel, à la diſtance de 96 pieds, & le Nord-eſt par mon Obſervatoire à 66; cette poſition du thermomètre n'étoit pas favorable à pouvoir y obſerver le plus grand degré de froid; d'autres poſitions auroient été plus avantageuſes; ce thermomètre commença à deſcendre à la glace, le 9 Janvier au ſoir, & je continuai d'obſerver, dans ſa poſition que je viens de décrire, les degrés de froids juſqu'au 20 Janvier, que je le déplaçai, pour le mettre à une poſition plus avantageuſe, en le plaçant à mon Obſervatoire; j'en rendrai compte, & en attendant, je rapporterai ici les obſervations faites à ce thermomètre, depuis le 9 Janvier juſqu'au 20 du même mois, dans ſa poſition à la croiſée d'une de mes chambres à l'Eſt, & donnant ſur la cour de l'hôtel de Clugny.

TABLE I.

TABLE I. *Observations du Froid au Thermomètre*, n.° I, *à la croisée d'une de mes chambres.*

1776.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THERM. N.° I.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc. Ligne.*	*Deg.*	*Pieds Po.*		
Janv. 9	soir 10½	27. 9,5	— 0	5. 6	N. E.	ciel couvert; l'après-midi de même.
10	mat. 8	27. 9,10	— 1½	5. 9	N. E.	couvert; de même la nuit dernière.
	soir 1	27. 10,0	— 1¼	......	N. E.	couvert; la matinée de même.
	soir 10¼	27. 10,0	— 2	......	......	couvert toute la journée.
11	mat. 8	27. 9,0	— 1½	5. 9	S. E.	couvert & la nuit dernière. Cette nuit, le feu brûle le Palais.
	midi	27. 8,6	— 1½	......	S. E.	couvert, & du brouillard la matinée.
	soir 9¼	27. 6,6	— 1¼	......	......	neige, & l'après-midi pour la première, 1 pouce 8 lignes de tombée.
12	mat. 7½	27. 3,8	— 0	5. 6	S. E.	neige, & la nuit dernière 1 pouc. 10 lign.
	soir 1	27. 3,0	— 0½	......	S. E.	couv. un peu de pluie la matinée & neige.
	soir 11	27. 2,2	— 0	......	......	pluie, neige l'après-midi, 6 lignes; point de soleil pendant la journée.
13	mat. 7½	27. 1,7	— 0½	5. 5	N. E.	couvert; la nuit pluie fine & neige 6 lignes.
	midi ¼	27. 2,0	— 0	......	N. E.	couv. également de brouillard élevé; petite pluie de brouillard.
	soir 11	27. 3,11	— 1¼	......	......	couvert & l'après-midi; neige le soir, du brouillard; point de soleil.
14	mat. 7½	27. 4,11	— 3	5. 4	N. E.	couvert également de brouillard élevé, neige fine la nuit 6 lignes.
	midi ¾	27. 5,6	— 1½	......	N. E.	couvert, & la matinée.
	soir 10	27. 6,11	— 3½	......	......	couv. de brouill. élevé; de même l'apr. midi
15	mat. 8	27. 8,4	— 7	5. 3	N. E.	ciel se découvre de brouillard; brouillard la nuit dernière.
	midi ¾	27. 9,0	— 4	......	N. E.	en grande partie serein, & la matinée.
	soir 10	27. 9,6	— 6	......	......	couvert également de brouillard élevé; partie serein l'après-midi.
16	mat. 8	27. 9,2	— 5½	5. 2	N. E.	couv. en grande partie, & la nuit dernière.
	midi ¼	27. 9,5	— 3	......	N. E.	couvert; de même la matinée.
	soir 10¼	27. 9,3	— 5½	......	......	couv. peu de soleil l'après-midi & peu de v.
17	mat. 8	27. 9,7	— 8	4. 9	N. E.	couvert en grande partie; couvert la nuit dernière & peu de vent.
	midi ¼	27. 9,7	— 5	......	N. E.	couvert en partie, & la matinée.
	soir 10½	27. 9,10	— 7¼	......	......	couvert en partie l'après-midi; la rivière ne charie pas encore.
	soir 11	27. 10,0	— 9¼	......	......	serein depuis demi-heure.
	soir 11½	27. 10,0	— 8	......	......	couvert également dans le moment, & le thermomètre remonté de 1^{d} ¼.
18	mat. 8	27. 10,8	— 5	4. 5	N. E.	couv. également de brouillard élevé, & la nuit dernière depuis 11^{h} ¼.
	midi	27. 11,0	— 3	......	N. E.	couv. de même, & la matinée.
	soir 10½	27. 11,7	— 3	......	......	couv. de même & l'après-midi; la rivière ne charie pas encore.
19	mat. 8	27. 11,3	— 4½	4. 0	N. E.	couv. de même, & la nuit der. brouill. élevé.
	midi ¼	27. 11,2	— 4½	......	N. E.	serein, & depuis 9^{h} mat. la riv. com. à char.
	soir 11	27. 10,4	— 8¼	......	......	nuages rares, ciel gris, de même l'apr. midi.
	soir 11	27. 10,4	— 9½	......	......	therm. *n.° V*, placé à mon Observ. au nord.

Ayant reconnu, par ces obſervations, que le froid alloit en augmentant, & que la différence du froid obſervé au thermomètre *n.° I,* placé à la fenètre d'une de mes chambres, & un ſecond thermomètre *n.° V,* placé à mon Obſervatoire au nord, donnoit 1 degré ¼ de différence pour la poſition de ces deux inſtrumens, comme on peut le voir par les deux obſervations du 19 de la *Table I;* je me déterminai à placer à mon Obſervatoire pluſieurs thermomètres dans la poſition la plus avantageuſe à y recevoir le plus grand degré de froid. J'en parlerai après avoir rapporté ici une ſeconde Table du froid obſervé à pluſieurs thermomètres qui étoient reſtés à la même croiſée d'une de mes chambres, ſavoir, les thermomètres *n.os II & III,* depuis le 20 Janvier juſqu'au 28 matin, & le *n.° VI* juſqu'au 30 à 9 heures du ſoir.

TABLE II. *Obſervations du Froid aux Thermomètres*, n.os II, III *&* VI, *à la croiſée d'une de mes chambres.*

1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE *N.° II.*		THERMOMÈTRE *N.° III.*		THERMOMÈTRE *N.° VI.*
		Reaumur.	Fahrenh.	Reaumur.	De l'Iſle.	
	Heures.	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*
Janv. 20	mat. 7½	— 11	8¾	— 10	170¼	— 12½
	ſoir 11	— 9	13	— 8¼	167¾	— 9½
21	mat. 7½	— 9¾	11½	— 9	169	— 10½
	ſoir 10	— 8	15⅓	— 8	167⅓	— 9
	minuit ½	— 9½	12	— 8¾	168¾	— 10
22	mat. 7½	— 9½	12	— 9	169	— 10¼
	ſoir 11	— 2¾	26½	— 2½	157½	— 3¼
23	mat. 8	— 3½	24⅔	— 3	158¼	— 4
24	mat. 7½	— 6	19½	— 5½	163	— 6¾
	ſoir 11	— 6	19½	— 5½	163	— 6½
25	mat. 7½	— 9	13	— 8½	168¼	— 10
	ſoir 11	— 8½	14	— 8	167⅓	— 8¾

1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE N.° II.		THERMOMÈTRE N.° III.		THERMOMÈTRE N.° VI.
		Reaumur.	Fahrenh.	Reaumur.	De l'Isle.	
	Heures	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.
Janv. 26	mat. 7 ½	— 9 ¾	11 ½	— 9	169	— 10 ½
	soir 9 ½	— 9	13	— 8 ¼	167 ¾	— 9 ½
27	mat. 7 ¼	— 13	4 ½	— 11 ¾	174	— 13 ½
	soir 9 ½	— 13	4 ½	— 11 ¾	174	— 13 ⅓
28	mat. 7 ⅓	— 14 ½	1 ¼	— 13 ¼	176 ¾	— 15 ¼
	soir 11	....	.....	....	.....	— 14
29	mat. 7 ¼	....	.....	....	.....	— 16 ¼
	soir 8	....	.....	....	.....	— 12
	minuit ½	....	.....	....	.....	— 13 ½
30	mat. 7 ¼	....	.....	....	.....	— 13 ½
	soir 9	....	.....	....	.....	— 12

La hauteur du baromètre, aux heures de la Table de ces obſervations, le vent & l'état du ciel, ſe trouveront dans la *Table V* qui ſuit.

Je plaçai ſolidement, à une des croiſées de mon Obſervatoire, dirigée au Nord-eſt, une planche aſſez large pour y recevoir les thermomètres *n.ᵒˢ I, IV & VIII.* Les *n.ᵒˢ I & IV* étoient dans des boîtes qui ſe fermoient à charnières: j'avois attaché, par le haut & par le bas, un des couvercles; l'autre qui portoit le thermomètre étoit libre, & par le moyen de la charnière, on pouvoit aiſément le diriger au vent qui régnoit, & j'y avois eu attention dans mes obſervations: ces thermomètres étoient élevés au-deſſus du ſol de 9 toiſes ou 54 pieds, à un air libre. Voici la Table des obſervations du froid, faites à ces trois thermomètres, à cette expoſition.

TABLE III. *Obſervations du Froid à mon Obſervatoire aux Thermomètres*, n.os I, IV & VIII.

1776.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE	THERMOMÈTRE N.° I.	THERMOMÈTRE N.° IV. Reaumur.	THERMOMÈTRE N.° IV. Fahrenh.	THERMOMÈTRE N.° VIII	HAUT. de la Rivière.	VENTS.
	Heur.	*Pouc. Lign.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Pieds Po.*	
Janv. 20	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 10,0	— 12	— $11\frac{1}{2}$	$7\frac{4}{6}$	— $11\frac{1}{2}$	3. 3	N. E.
	ſoir 11	27. 10,0	— 10	— $9\frac{1}{2}$	12	— $9\frac{1}{2}$	.....	.....
21	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 9,11	— $10\frac{1}{2}$	— $10\frac{1}{4}$	$10\frac{2}{6}$	— $9\frac{3}{4}$	3. 3	N. E.
	ſoir 10	27. 8,10	— $8\frac{3}{4}$	— $8\frac{3}{4}$	$13\frac{1}{2}$	— 8	.....	N. E.
	minuit $\frac{1}{2}$	27. 8,6	— 10	— $9\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	— $9\frac{1}{4}$	.....	.....
22	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 7,2	— 10	— $9\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	— 9	3. 0	S. E.
	ſoir 11	27. 6,4	— $2\frac{1}{4}$	— $2\frac{1}{2}$	$26\frac{3}{4}$	— $1\frac{1}{2}$	.....	.....
23	mat. 8	27. 7,0	— $3\frac{1}{2}$	— $3\frac{1}{2}$	$24\frac{2}{3}$	— $2\frac{1}{2}$	3. 0	E.
	ſoir 11	27. 8,11	— 3	— 3	$25\frac{3}{4}$	— $2\frac{3}{4}$	.....	.....
24	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 10,0	— $6\frac{1}{2}$	— $6\frac{1}{4}$	$18\frac{5}{6}$	— 6	3. 0	N. E.
	ſoir 11	27. 10,9	— $6\frac{1}{2}$	— $6\frac{1}{4}$	$18\frac{5}{6}$	— 6	.....	.....
25	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 11,2	— $9\frac{3}{4}$	— $9\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{2}$	— 9	4. 10	N. E.
	ſoir 11	27. 10,5	— 9	— 9	13	— $8\frac{1}{2}$	.....	....
26	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 9,9	— 10	— $9\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	— 9	5. 2	N. E.
	ſoir $9\frac{1}{2}$	27. 9,11	— 9	— 9	13	— $8\frac{1}{4}$	.....	....
27	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 9,6	— $13\frac{1}{4}$	— $12\frac{3}{4}$	5	— $13\frac{1}{4}$	4. 3	N. E.
	ſoir $9\frac{1}{2}$	27. 10,4	— 13	— $12\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{4}$	— $13\frac{1}{4}$	.....	.....
28	mat. $7\frac{1}{3}$	27. 11,3	— $15\frac{1}{4}$	— $14\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{8}$	— 15	4. 0	N. E.

Le 28 Janvier à midi, je plaçai ſur la même planche à mon Obſervatoire, trois autres thermomètres qui étoient à la croiſée d'une de mes chambres (j'en ai rapporté les obſervations dans la *Table II*), ſavoir les thermomètres *n.os II & III*, & un troiſième plus grand, à l'eſprit-de-vin, réglé dans les degrés de dilatation ſur les deux thermomètres au mercure, *n.os I & II*, & que je ne plaçois à mon Obſervatoire que pour le régler dans les degrés de condenſation : je ne

rapporterai aucune obſervation faite ſur lui, n'ayant ſervi qu'à cet uſage; je le nomme thermomètre, *n.° IX*.

Le 30 Janvier, à 9 heures du ſoir, je plaçai encore ſur la même planche le thermomètre *n.° VI*, qui étoit reſté juſqu'à ce jour à une de mes croiſées.

Le 31 à 6 heures du matin, je mis ſur cette planche le thermomètre *n.° VII*, qui étoit reſté juſqu'à ce jour dans la boîte qui contient la Pendule de mon obſervatoire. Voici la Table des obſervations du froid, faites à ces thermomètres, à mon obſervatoire, à une même expoſition & à la même heure.

TABLE IV. *Obſervations du Froid à mon Obſervatoire, aux Thermomètres expoſés au Nord-eſt, ſavoir, les* n.os I, II, III, IV, VI, VII & VIII.

1776.	Heures du jour.	Baromètre.	Therm. N.° I.	Thermomètre N.° II. Reaumur	Thermomètre N.° II. Fahrenh.	Thermomètre N.° III. Reaumur	Thermomètre N.° III. de l'Iſle	Thermomètre N.° IV. Reaumur	Thermomètre N.° IV. Fahrenh.	Therm. N.° VI.	Therm. N.° VII.	Therm. N.° VIII.	Hauteur de la Rivière.	Vents.
	Heur.	Pouc. Lig.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Deg.	Pieds p.	
Janv. 28	mat. 6	28. 0,10	—10½	—11	8 3/4	—10½	171 5/6	—10½	9 5/6	....	.....	—10¼	4. 0	....
	ſoir 11	28. 1,0	—13	—13¼	4	—12½	175	—12½	5¾	.....	.....	—12¾	....	....
29	m. 7½	27.11,8	—16	—16¼	—2½	—15½	180 1/3	—15½	—1	.....	.....	—15	3. 6	E.
	ſoir 8	28. 0,1	—10¾	—11¼	8	—10½	171 1/3	—10½	5¾	.....	.....	.....	....	....
	min. ½	28. 0,5	—12½	—13	4½	—12	174½	—12	6 4/6	.....	.....	.....	....	....
30	m. 7¼	28. 0,8	—12½	—13	4½	—12¼	175	—12¼	6 2/6	.....	.....	—12	3. 3	E.
	ſoir 9	28. 2,2	—10½	—11½	7½	—10½	171 1/3	—10½	9 5/6	.....	.....	.....	....	....
31	m. 7½	28. 2,7	—13½	—13½	3	—12¾	176	—12¾	5	—15 1/3	—12½	—13	3. 3	E.
	ſoir 11	28. 2,8	—12½	—12½	5½	—11½	173 2/3	—11½	7 4/6	—13½	—11½	—11	....	....
Févr. 1	m. 7 ½	28. 2,5	—14½	—15	— 0	—14¼	178 2/3	—14	2½	—16½	—15	—15	3. 3	E.
	ſoir 11	28. 1,6	(a)	— 5¼	21	(b)	....	— 5	21½	(c)	— 5¼	— 5	....	....
2	m. 7½	27.11,8	.....	— 5	21½	.....	....	— 4¾	22	.....	— 4	— 4¼	4. 2	S. E.
	ſoir 11	27.10,5	.....	+ 3½	40	.....	....	+ 3¾	40	.....	(d)	+ 4	....	....

(a & b) Le 1.er Février, à 8 heures du matin, je déplaçai ces deux Thermomètres *numéros I & III*, pour les porter aux caves de l'Obſervat. royal avec le grand dont j'ai déja parlé *numero IX*; ils y reſtèrent juſqu'au lendemain 2, à 10 heures du mat. que je les retirai. Je rendrai compte de ces Obſervations & de la température de ces caves dans un article ſéparé de ce Mémoire.

(c) Le 1.er Février, après avoir obſervé le degré du froid à 7 heures 20 min. du mat. au Thermomètre *numéro VI*, je le déplaçai pour le remettre à la croiſée d'une de mes chambres, où il avoit déjà été depuis le 20 juſqu'au 30 de Janvier.

(d) Ce Thermomètre *numero VII*, fut ôté le 2 Février à midi pour le remettre dans la boîte de la Pendule de mon Obſervatoire, où il avoit déjà été pendant les premiers froids. J'en rapporterai les Obſervations dans la Table ſuivante.

Les Tables III & IV, que je viens de rapporter, ne contiennent que les obſervations qui ont été faites à mon Obſervatoire, aux thermomètres *n.° I, II, III, IV, VI, VII & VIII,* placés ſur la même planche, & dirigés au Nord-eſt; partie du ciel d'où venoit le plus grand froid. Ces obſervations furent faites le matin & le ſoir, depuis le 20 Janvier juſqu'au 2 de Février : comme le Soleil, quelques minutes après ſon lever, donnoit ſur ces thermomètres, je ne pouvois y obſerver les degrés de froid dans le milieu du jour. Je les obſervai au thermomètre *n.° V,* ainſi que le matin & le ſoir, aux mêmes heures que les Tables *III* & *IV:* ce thermomètre étoit placé à mon Obſervatoire en dehors, à la croiſée du nord & entièrement à l'abri du Soleil. Je rapporterai auſſi les obſervations qui furent faites au thermomètre *n.° VII,* qui étoit placé dans la boîte qui contenoit la Pendule de mon Obſervatoire, depuis le 22 Janvier matin juſqu'au 30 à 9 heures du ſoir.

TABLE V. *Observations du Froid à mon Observatoire au Thermomètre*, n.° V, *placé au Nord; & au Thermomètre*, n.° VII, *placé dans la boîte de la Pendule.*

1776.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.	THERM. N.° V.	THERM. N.° VII.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc. Lig.*	*Deg.*	*Deg.*	*Pi. Pouc.*		
Janv. 20	mat. 7½	27. 10,0	— 11½	......	3. 3	N. E.	nuages rar. ciel gris, serein la nuit dern. de même ciel gris.
	midi ¼	27. 10,0	— 7	— 6	......	N. E.	ciel gris, brouill. élevé, le soleil pâle & rouge; de même la matinée.
	soir 11	27. 10,0	— 9½	......	......	......	brouillard; soleil & brouillard l'après-midi.
21	mat. 7½	27. 9,11	— 10	......	3. 3	N. E.	couvert de brouill. élevé & léger, & la nuit. riv. continue à charier.
	midi ½	27. 9,10	— 5½	— 5	......	N. E.	serein, brouill. la matinée, le soleil rouge.
	soir 10½	27. 8,10	— 8¾	......	......	......	serein, & l'après-midi avec un brouillard léger.
	minuit ½	27. 8,6	— 9½	......	......	......	serein, brouillard dissipé, peu de vent.
22	mat. 7½	27. 7,2	— 9½	— 8¼	3. 0	S. E.	nuages rar. & sépar. peu de vent, serein la nuit.
	midi ¼	27. 6,8	— 3½	— 5	......	S. E.	ciel comm. à se découv. couv. égalem. la matinée.
	soir 11	27. 6,4	— 2¾	— 2¼	......	......	couv. de brouill. & l'après-midi en grande partie.
23	mat. 8	27. 7,0	— 3½	— 3½	3. 0	E.	couv. égal. de br. élevé, & la nuit dern. peu de vent.
	midi ½	27. 7,4	— 1	......	......	E.	couv. égal. de brouill. élevé; de même la matinée.
	soir 11	27. 8,11	— 3	......	......	......	couv. de br. élevé & l'après-midi; point de soleil.
24	mat. 7½	27. 10,0	— 6½	— 4	3. 0	N. E.	couv. en partie de nuages rar. couv. la nuit dern.
	midi ¼	27. 10,4	— 2½	— 2	......	N. E.	serein, & la matinée; la riv. charioit beaucoup.
	soir 11	27. 10,9	— 6¼	— 3	......	......	serein & une partie de l'après-midi, à 6 heures ciel couvert de brouillard.
25	mat. 7½	27. 11,2	— 9½	— 5½	4. 10	N. E.	ser. & la nuit, peu de vent; la riv. prise de la nuit.
	midi ½	27. 11,3	— 5	— 4	......	N. E.	ser. & le matin; la neige tombée existe toujours.
	soir 11	27. 10,5	— 9¼	— 5½	......	......	serein, & l'après midi, vent foible, mais sensible.
26	mat. 7½	27. 9,9	— 9¼	— 7	5. 2	N. E.	serein, & la nuit dernière, même vent sensible.
	midi ¼	27. 9,9	— 6	— 5	......	E.	serein, & la matinée.
	soir 9½	27. 9,11	— 8½	— 6½	......	......	serein, & l'après-midi.
27	mat. 7½	27. 9,6	— 12¼	— 9½	4. 3	N. E.	serein, & la nuit dernière, le vent sensible.
	midi ¼	27. 9,8	— 10	— 6½	......	N. E.	serein, & la matinée, le vent sensible & piquant.
	soir 9½	27. 10,4	— 12½	— 7¾	......	N. E.	serein, & l'après-midi, vent piquant.
28	mat. 7	27. 11,3	— 14	— 11¼	4. 0	N. E.	serein, & la nuit dernière, vent sensib. & piquant.
	midi ¼	28. 0,3	— 9½	— 7	......	N. E.	serein, nuages rares à midi; serein la matinée.
	soir 6	28. 0,10	— 10¼	— 8¼	......	......	ser. nuag. rar. l'apr.-midi; riv. fum. beauc. le mat.
	soir 11	28. 1,0	— 12¾	— 10¼	......	......	serein, & depuis 6 heures.
29	mat. 7¼	27. 11,6	— 15	— 13	3. 6	E.	serein, & la nuit, moins d'air, mais piquant.
	midi	27. 11,6	— 10	— 8	......	E. S. E.	serein, & la matinée, peu de vent.
	soir 8	28. 0,1	— 10½	......	......	......	serein, & l'après-midi; un peu de brouillard le soir; mat. la rivière fumoit.
	minuit ½	28. 0,5	— 12½	......	......	......	serein, & depuis 8 heures.

1776.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THERM. N.° V.	THERM. N.° VII.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	Pouc. Lig.	Deg.	Deg.	Pieds pou.		
Janv. 30	mat. 7¼	28. 0,8	— 11½	— 10	3. 3	E.	ferein, & la nuit, peu de vent, mais fenfible.
	midi	28. 1,5	— 8	— 5½	......	S. E.	ferein, & la matinée, peu de vent.
	foir 9	28. 2,3	— 10,3	— 8¼	......	......	ferein, brouillard fenfible l'après-midi.
31	mat. 7½	28. 2,7	— 13	......	3. 3	E.	ferein, peu de brouillard, & la nuit depuis hier foir vers les 10 heures.
	midi	28. 3,0	— 8	......	......	E. S. E.	ferein, un peu de brouillard, beaucoup la matin. rivière fumoit le matin.
	foir 11	28. 2,8	— 11¾	......	......	......	ferein, & l'après-midi, br. léger, peu de vent.
Févr. 1	mat. 7½	28. 2,5	— 14	......	3. 3	E.	ferein, nuages rares & féparés; ferein la nuit, peu de vent.
	midi ½	28. 2,2	— 7	......	......	S. S. E.	nuages rares & la mat. mais beau temps; riv. fum.
	foir 11	28. 1,6	— 5	......	......	......	couv. de brouillard élevé; à 9h, halos à la Lune; nuages rares l'après-midi.
2	mat. 7½	27. 11,8	— 4¼	......	4. 2	S. E.	couv. de nuages rares, & la nuit de brouill. élevé.
	midi ¼	27. 10,10	1½	......	......	S. S. E.	couvert de brouill. élevé & la matinée; le foleil paroiffoit foiblement.
	foir 11	27. 10,5	3½	......	......	......	couv. quelques gouttes de pluie; couv. de brouill. l'après-midi.
3	mat. 7½	27. 10,10	0½	......	4. 6	S. S. O	couv. de nuages rares & la nuit; peu de vent qui eft chaud.
	midi ¼	27. 10,11	6½	......	......	S.	couv. peu de fol. la mat. quelq. gouttes de pluie, dégèle lentement.
	foir 11	27. 9,6	1¾	......	......	......	ciel légèrem. couvert; la Lune paroiffoit, couv. l'après midi.
4	mat. 7½	27. 8,0	2¾	......	4. 8	S. S O.	couv. & la nuit; il dégèle lentement.
	midi ¼	27. 8,3	5	......	......	S. S. O.	couv. de brouillard élevé, & la matinée.
	foir 10	27. 7,4	5½	......	......	......	quelques gouttes de pluie, couv. l'après-midi, la rivière, foir 5 heures, toujours gelée.
5	mat. 7½	27. 7,4	5½	......	5. 5	S. O.	couv. & la nuit dernière.
	midi	27. 7,2	8	......	......	S. S. O.	peu de foleil & la matinée; il refte peu de neige.
	foir 11	27. 5,0	6	......	......	......	couv. & l'après-midi, du vent & un peu de pluie.
6	mat. 7¾	27. 5,0	5½	......	8. 6	S. O.	couvert & la nuit dernière.
	foir 1	27. 6,4	8	......	......	S. O.	ferein, nuages rar. la matin. quel. goutt. de pluie.
	foir 10½	27. 4,6	6	......	......	......	grande pluie depuis 7 heures; grand vent; débacle de la rivière vers 5 heures & demie.
7	mat. 8	27. 6,1	4	......	11. 3	S. O.	ferein, couvert la nuit avec pluie; il ne refte plus de neige.
	midi ½	27. 6,9	7	......	......	S. O.	partie couvert, beau la matinée; rivière charie.
	foir 10¾	27. 10,6	5	......	......	......	couv. pluie une partie de l'après-midi & du vent.
8	mat. 8	28. 0,6	4	......	10. 9	S. O.	couv. en grande partie & la nuit.
	midi ¼	28. 0,6	9	......	......	S. O.	peu de foleil, & la matinée avec un peu de pluie.
	foir 11	28. 0,0	6½	......	......	......	pluie & une partie de l'après-midi, avec du vent.

Le

Le thermomètre *n.° VII,* dont les degrés ſont rapportés dans la Table précédente, étoit placé, comme je l'ai déjà dit, dans la boîte de ma pendule. Je faiſois porter dans mon obſervatoire de la braiſe allumée, toutes les fois que j'y allois; malgré cette précaution, je n'ai pu conſerver le mouvement à ma pendule, qui ne s'arrête jamais que lorſque le poids eſt deſcendu; je la trouvai arrêtée le 27 Janvier, pour la première fois, quand j'allai obſerver le Soleil au Méridien; je la remis en mouvement avant de faire mon obſervation; mais le lendemain, à la même heure, je la trouvai encore arrêtée, ainſi que les 29, 30 & 31, & le 1.er Février; le froid alors commençant à diminuer, la pendule continua d'aller.

ARTICLE III.

Obſervations ſur la chaleur du Soleil, comparée aux degrés de Froid obſervé.

Le froid étoit conſidérable les 29, 30 & 31 Janvier; je fis des expériences pour connoître la différence de température ou du froid qui régnoit à l'ombre, & du degré qu'avoit la chaleur du Soleil. Je plaçai à l'ombre le thermomètre *n.° VI,* à la croiſée d'une de mes chambres, dirigée à l'Eſt, & un ſecond thermomètre *n.° III,* que je mis au montant d'une des croiſées du ſecond étage de l'hôtel de Clugny, donnant ſur une petite galerie, en face du Midi, le Nord & le Nord-eſt maſqué par la couverture du toit de cet hôtel, & le thermomètre élevé de 35 pieds au-deſſus du ſol; ce thermomètre *n.° III,* étoit contenu dans une boîte, comme je l'ai dit ailleurs: j'avois attaché fixement à un des montans de la croiſée, un des couvercles de la boîte, l'autre, qui portoit le thermomètre, étoit mobile par le moyen de la charnière, & l'on pouvoit lui faire prendre toutes ſortes de poſitions, de manière qu'il étoit aiſé de le diriger aux rayons du Soleil. Dans les obſervations que je vais rapporter, & qui furent faites d'heure en heure, le thermomètre a toujours reçu directement les rayons du Soleil.

TABLE VI. *Contenant des Obſervations ſur deux Thermomètres: le* n.° VI *expoſé à l'ombre & dirigé à l'Eſt, & le* n.° III *expoſé aux rayons du Soleil, les recevant directement aux heures de chaque Obſervation de cette Table.*

1776.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THERM. *N.° VI.*	THERM. *N.° III.*	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc. Ligne.*	*Deg.*	*Deg.*		
Janv. 29	mat. 10	27. 11,6	— 12	+ 2	E.	ciel pur, comme il eſt rare de le voir.
	mat. 11	27. 11,6	— 11	+ 4½	E.	même ciel.
	midi	27. 11,6	— 9½	+ 6	E. S. E.	même ciel, un peu de vent.
	ſoir 1	27. 11,5	— 9	+ 9¼	N. E.	même ciel.
	ſoir 2	27. 11,2	— 8¼	+ 10¼	N. E.	*idem.*
	ſoir 3	27. 11,2	— 8½	+ 9	N. E.	*idem.*
30	mat. 10	28. 1,3	— 9½	+ 4	E.	ſerein, pas ſi beau qu'hier, un peu de br.
	mat. 11	28. 1,4	— 8½	+ 7	E. S. E.	ſerein, plus beau qu'à 10 heures.
	midi	28. 1,5	— 7⅔	+ 9½	S. E.	ſerein.
	ſoir 1	28. 1,8	— 7¼	+ 8½	S. E.	*idem.*
	ſoir 2	28. 1,8	— 7⅓	+ 4	S. E.	brouillard, le Soleil ne donne que foiblem.
	ſoir 3	28. 1,8	— 8	+ 3½	S. E.	le Soleil donne très-bien.
31	mat. 10	28. 3,0	— 10½	— 0	E.	beau, mais brouillard; les objets ſe perdent à 300 toiſes, le Soleil foible.
	mat. 11	28. 3,0	— 9	— 1	E.	brouill. augmente; obj. ſe perdent à 200 toiſ.
	midi	28. 3,0	— 7	+ 8	E. S. E.	moins de br. le Sol. eſt clair depuis ½ heure.
	ſoir 1	28. 2,11	— 6	+ 9¼	E. S. E.	brouillard très-léger.
	ſoir 2	28. 2,9	— 4¾	+ 12	S. E.	ciel parfaitement beau.
	ſoir 3	28. 2,8	— 5	+ 10	E. S. E.	même ciel.

ARTICLE IV.

Obſervations ſur le Refroidiſſement des appartemens avec le Froid extérieur.

Je plaçai à la fenêtre d'une de mes chambres, au premier étage, donnant ſur la cour de l'hôtel de Clugny, élevé de 20 pieds, le thermomètre *n.° VI;* & dans un cabinet, au même étage, donnant ſur la rue des Mathurins, ayant une

ſeule croiſée qui avoit été fermée pendant les froids, expoſée au Midi, où le Soleil ne donne pas pendant pluſieurs mois de l'hiver, & ne tenant à aucune chambre à feu, j'y plaçai le thermomètre *n.° III;* de ces deux inſtrumens & de leurs poſitions, j'obtins les obſervations ſuivantes.

TABLE VII. *Contenant des Obſervations ſur le Refroidiſſement des appartemens avec celui de l'air extérieur.*

1776.	HEURES du JOUR.		BAROMÈTRE.		THERMOMÈTRE *N.° VI.*	THERMOMÈTRE *N.° III.*
		Heur.	*Pouc.*	*Lign.*	*Deg.*	*Deg.*
Février 2	ſoir	6	27.	10,0	+ $0\frac{1}{2}$	— 6
	ſoir	11	27.	10,5	— $0\frac{1}{2}$	— 6
3	mat.	$7\frac{1}{2}$	27.	10,10	— 1	— $5\frac{1}{2}$
	midi	$\frac{1}{4}$	27.	10,11	+ 4	— $5\frac{1}{4}$
	ſoir	$7\frac{1}{2}$	27.	10,4	+ 3	— 4
	ſoir	11	27.	9,6	+ 1	— $3\frac{1}{2}$
4	mat.	$7\frac{1}{2}$	27.	8,0	+ $1\frac{1}{3}$	— 3
	midi	$\frac{1}{4}$	27.	8,3	+ 4	— $1\frac{3}{4}$
	ſoir	10	27.	7,4	+ 5	- $1\frac{3}{4}$
5	mat.	$7\frac{1}{2}$	27.	7,4	+ 5	— $0\frac{1}{2}$
	ſoir	11	27.	5,0	+ 6	+ 1
6	mat.	$7\frac{3}{4}$	27.	5,0	+ $5\frac{1}{2}$	+ $1\frac{1}{2}$
	ſoir	$10\frac{1}{2}$	27.	4,6	+ 6	+ 3
7	mat.	8	27.	6,1	+ 4	+ 3

J'avois mis un vaſe rempli d'eau dans ce cabinet, pendant ces obſervations, l'eau ſe gela & ne commença à ſe dégeler que le 6, vers midi.

ARTICLE V.

Obſervations ſur l'inégalité du Froid à différentes hauteurs.

Au dégel, l'atmoſphère ſupérieure étoit beaucoup plus chaude que celle qui étoit à une moyenne diſtance au-

deſſus de terre, où le froid avoit pénétré, & qui ſe conſervoit en terre par la gelée, les neiges & la glace : pour connoître cette différence de température, à deux hauteurs différentes, je plaçai à mon obſervatoire, au Nord-eſt, le thermomètre *n.° IV*, élevé de 54 pieds au-deſſus du rez-de-chauſſée, & un ſecond thermomètre *n.° VI*, à la croiſée d'une de mes chambres, élevé de 20 pieds; différence de hauteur, 34 pieds : ces deux inſtrumens me donnèrent les obſervations ſuivantes, pour la température de ces deux poſitions.

Table VIII. *Obſervations ſur l'inégalité du Froid à différentes hauteurs.*

1776.	Heures du Jour.	Baromètre.		Thermomètre *N.° IV.*	Thermomètre *N.° VI.*
	Heur.	*Pouc.*	*Lign.*	*Deg.*	*Deg.*
Février 1	ſoir 11	28.	1,6	− 5	− 7
2	mat. $7\frac{1}{4}$	27.	11,8	− $4\frac{3}{4}$	− 7
	ſoir 11	27.	10,5	+ $3\frac{3}{4}$	− $0\frac{1}{2}$
3	mat. $7\frac{1}{2}$	27.	10,10	+ $0\frac{1}{2}$	− 1
	ſoir 11	27.	9,6	+ $1\frac{3}{4}$	+ 1
4	mat. $7\frac{1}{2}$	27.	8,0	+ $2\frac{3}{4}$	+ $1\frac{1}{3}$

Voilà toutes les obſervations que j'ai faites ſur le grand froid du commencement de cette année 1776, remarquable, tant par ſa durée que par ſa violence, qui peut être comparé, comme je l'ai déjà dit au commencement de ce Mémoire, aux plus grands hivers que l'on connoiſſe à Paris.

Après les obſervations du froid, le 5 Février à 10 heures du matin, je mis dans de la neige fondante les thermomètres qui avoient ſervi à meſurer le froid, je les laiſſai juſqu'au lendemain 6 heures du matin; ils donnèrent tous, le terme de la glace: j'étois curieux de faire cette vérifica-

tion pour m'aſſurer de plus en plus de la bonté de ces inſtrumens & de mes obſervations.

Dans les Tables que je viens de rapporter, & dans celles qui ſuivront, la — ou le moins, qui précède le chiffre, indique les degrés de froid au-deſſous du zéro, ou de la première congélation : la + ou les plus, les degrés de dilatation au-deſſus du zéro : les décimales des Tables ſont des douzièmes.

Dans les Tables d'obſervations que je viens de rapporter, & dans la ſuite de ce Mémoire, je cite mes quatre thermomètres, *n.° I, II, III & IV,* comme ayant l'échelle de Reaumur : ce n'eſt pas exactement la ſienne qui eſt de 80 degrés entre la glace & l'eau bouillante ; cet eſpace, ſur mes thermomètres, je l'ai diviſé en 85 degrés, & j'ai nommé cette échelle de Reaumur, pour plus grande facilité à la citer dans ce Mémoire.

ARTICLE VI.

Mes Thermomètres rapportés à une meſure connue, au moyen de laquelle on pourra les reconnoître & les reconſtruire à l'avenir, pour ne pas perdre le degré de Froid obſervé cette année, comme celui de 1709 l'a été au thermomètre de M. de la Hire.

Pour ne pas perdre le degré de froid que j'ai obſervé cette année, je vais rapporter ici, à une meſure connue, le rapport de quatre de mes thermomètres, ſavoir, les *n.^os I, II, III & IV,* par le moyen de laquelle on pourra toujours avoir la conſtruction de ces quatre inſtrumens, qui pourroient un jour ou ſe caſſer ou ſe perdre : trois points déterminés ſur les deux premiers de ces thermomètres *n.^os I & II,* peuvent en tout temps ſe connoître, ſavoir, le zéro ou de la congélation, la température des caves de l'Obſervatoire royal, & le point de l'eau bouillante ; ces diſtances ou ces intervalles pourront ſe déterminer, en ce que je les rapporte en pouces & lignes du pied de roi, ainſi que la diſtance du point de zéro ou de la congélation au degré du plus grand

froid que j'ai observé le 29 Janvier à 7^h 15' du matin, sur chacun de ces quatre thermomètres : & pour rendre encore plus constant la construction de mes thermomètres, je rapporte une planche à la fin de ce Mémoire, où j'ai dessiné exactement de grandeur naturelle, les deux thermomètres au Mercure *n.os I & II,* avec une des boîtes qui les contient. Si ces moyens avoient été employés par M. de la Hire, pour le thermomètre auquel il observa le froid de 1709, on auroit été à même cette année de reconstruire, par tâtonnement, le même thermomètre, en choisissant un tube, dont la liqueur auroit donné les quatre points connus de cet ancien instrument; savoir, le degré de froid observé à ce thermomètre en 1709, celui de la congélation, celui de la température des caves de l'Observatoire royal, & celui de l'eau bouillante, s'il en avoit été susceptible.

Mesures de mes thermomètres, rapportés à une mesure connue, qui est le pied-de-roi.

N.° I. Au mercure, avec l'échelle de M. de Reaumur, les degrés égaux, le tube ayant été calibré, mis à la glace fondante, à l'eau bouillante & aux caves de l'Observatoire royal; le froid de cette année y ayant été observé le 29 Janvier à 7^h 15' du matin, jour du plus grand froid, de 16 degrés au-dessous de zéro.

De zéro ou de la congélation à l'eau bouillante, il y a 85 degrés, contenant 5 pouces 5 lignes $\frac{1}{3}$ du pied de roi.

De zéro à la température des caves de l'Observatoire royal, 10 degrés justes, bien déterminés, comme je le dirai dans la suite : ces 10 degrés contiennent 7 lignes $\frac{5}{8}$ du pied de roi.

De zéro au froid de 16 degrés, observé le 29 Janvier, donne 1 pouce 0 ligne $\frac{1}{3}$: l'échelle de ce thermomètre offre en tout 150 degrés; savoir, 100 degrés de dilatation, & 50 de condensation, & donne 9 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$.

N.° II. De même au mercure, & réglé comme le précédent, portant les échelles de M.rs de Reaumur & de Fahrenheit; le froid de cette année y fut observé le 29 Janvier à 7^h 15' du matin, à 16 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de zéro, à l'échelle de M. de Reaumur, & de 2 degrés $\frac{1}{2}$ à celle de Fahrenheit au-dessous de zéro, ou 34 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de 32.

De zéro ou de la congélation à l'eau bouillante, il y a 85 degrés, ce qui répond à 5 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ du pied de roi.

De zéro à la température des caves de l'Obſervatoire royal, obſervée à 10 degrés juſtes, donne 7 lignes $\frac{5}{8}$.

De zéro au froid de 16 degrés $\frac{1}{4}$, obſervé le 29 Janvier, 1 pouce 0 ligne $\frac{3}{8}$.

La totalité de l'échelle de M. de Reaumur, contient 150 degrés, comme le précédent, 100 degrés de dilatation, & 50 de condenſation: ces 150 degrés répondent à 9 pouces 5 lignes $\frac{3}{4}$.

N.° III. A l'eſprit-de-vin rectifié, avec les deux échelles, celle de M. de Reaumur d'un côté du tube, & celle de M. de l'Iſle de l'autre, les degrés égaux au moyen du calibre des tubes; le froid y fut obſervé cette année, le 29 Janvier à 7^h 15' du matin, à 15 degrés $\frac{1}{4}$ au-deſſous de zéro; ce thermomètre ne ſupportoit pas l'eau bouillante; il avoit été réglé, ainſi que le ſuivant, en Octobre 1775, ſur les deux au mercure, comme je l'ai dit dans ce Mémoire.

De zéro ou de la congélation à la température des caves de l'Obſervatoire royal, déterminée avec ſoin, comme je le dirai ailleurs, 10 degrés $\frac{1}{6}$, ce qui répond à 1 pouce 10 lignes du pied de roi.

De la congélation au degré de froid, obſervé le 29 Janvier, de 15 degrés $\frac{1}{4}$, 2 pouces 9 lignes.

L'échelle de M. de Reaumur ne s'étend qu'à 46 degrés de dilatation, & 18 de condenſation; les 46 degrés répondent à 70 degrés $\frac{1}{6}$ de l'échelle de M. de l'Iſle, égaux à 8 pouces 4 lignes; les 18 degrés répondent à 185 degrés $\frac{1}{4}$, qui donnent 3 pouces 2 lignes $\frac{3}{4}$, & la totalité de l'échelle de M. de Reaumur, 64 degrés faiſant 11 pouces 6 lignes $\frac{3}{4}$.

N.° IV. Comme le précédent, réglé de même, avec les échelles de M.rs de Reaumur & Fahrenheit; le grand froid du 29 Janvier y fut obſervé de 15 degrés $\frac{1}{2}$, qui répondent à $\frac{2}{6}$ de degré au-deſſous du zéro de Fahrenheit, ou 32 degrés $\frac{2}{6}$ au-deſſous de 32.

De la congélation à la température des caves de l'Obſertoire royal, comme le précédent, 10 degrés $\frac{1}{6}$, qui répondent à 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{8}$.

De zéro au degré de froid obſervé le 29 Janvier, de 15 degrés $\frac{1}{2}$, 2 pouces 6 lignes $\frac{2}{8}$.

L'échelle de M. de Reaumur s'étend dans les degrés de dilatation juſqu'à 50, qui répondent à 137 degrés $\frac{1}{2}$ de

l'échelle de Fahrenheit, & juſqu'à 22 degrés au-deſſous de zéro, égaux à 14 degrés $\frac{1}{2}$ au-deſſous du froid artificiel de Fahrenheit: les 50 degrés donnent 8 pouces 3 lignes, & les 22 degrés de condenſation 3 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, & la totalité 72 degrés, 11 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$.

Je ne parlerai pas des autres thermomètres : les quatre premiers, que je viens de décrire, ſuffiſent pour connoître, à l'avenir, les degrés de froid qui ont été obſervés, cette année, à ces quatre inſtrumens.

ARTICLE VII.

Détails d'expériences & de comparaiſons de pluſieurs Thermomètres, pour connoître leur bonté, & ce qu'ils devoient donner pour le degré de Froid de 1776, avec des Obſervations ſur le Froid prématuré & extraordinaire, reſſenti dans les Voſges, au mois de Novembre 1774.

L'Académie ayant reçu, tant de ſes Membres que de différens particuliers de Paris & de la Province, les degrés de froid obſervés cette année, la diſparité des obſervations la détermina à nommer quatre Commiſſaires pour recevoir les thermomètres qui avoient ſervi à connoître le froid; ils en reçurent une quarantaine, chargés de les examiner à la glace fondante, à la température des caves de l'Obſervatoire royal, & au degré du plus grand froid obſervé, obtenu par un froid artificiel. De ces expériences, il eſt réſulté un rapport de comparaiſon entre tous ces thermomètres, dont ils rendront compte à l'Académie. Je leur en avois remis deux des miens, les *n.os I* & *II* au mercure, connu par les Commiſſaires, le *n.o I* ſous le *n.o 36*, & le *n.o II* ſous le *n.o 37*.

Voici les expériences faites de ces deux thermomètres par les Commiſſaires.

Le 9 Février 1776, chez M. Baumé l'après-midi, tous les thermomètres furent mis à la glace fondante dans une grande baſſine; mes deux thermomètres deſcendirent l'un & l'autre exactement au point de zéro ou de la congélation de l'échelle de M. de Reaumur.

Le

Le 12 Février, les thermomètres furent mis à un froid artificiel depuis 11 heures $\frac{1}{4}$ du matin jusqu'à 4 heures du soir, qu'on les marqua; les deux miens donnèrent le *n.° I* ou *36*, 13 degrés $\frac{9}{12}$, & le *n.° II* ou *37*, 13 degrés $\frac{10}{12}$ au-dessous de zéro, ou de la première congélation.

Le 13 Février l'après-midi, les thermomètres furent portés par les Commissaires aux caves de l'Observatoire royal, & plongés dans un bain d'eau qui avoit pris la température de ces caves; ils restèrent dans le bain jusqu'au 16; entre 7 & 8 heures du soir, les Commissaires marquèrent à chacun ce qu'ils donnoient pour la température: les deux miens, *n.os I* & *II*, donnèrent exactement l'un & l'autre, 10 degrés justes pour la température de ces caves.

Du résultat de ces trois expériences, on reconnoît dans mes deux thermomètres une marche régulière: j'ai été présent à toutes ces expériences. Je ne dirai rien de celles où je n'ai pas été, qui ont été faites par les Commissaires pour connoître le vrai des observations du froid observé, en le rapportant à celui de 1709; ils en ont déjà rendu compte à l'Académie dans son Assemblée publique de Pâques 1776, en annonçant que le froid de cette année avoit été moindre de $\frac{3}{4}$ de degré qu'en 1709; & dans la Gazette de France, *n.° 34*: « Il résulte que le froid de 1776 a été un peu moindre que celui « de 1709. » Je ferai voir dans ce Mémoire qu'il n'est pas possible de connoître exactement le degré de froid de cet hiver mémorable.

Je rapporterai encore ici une expérience faite par M. Baumé le 17 Février 1776, jour où il avoit retiré les thermomètres des caves de l'Observatoire: il remit à un froid artificiel mes deux thermomètres *n.os I* & *II*, avec un grand thermomètre au mercure purgé d'air qu'il avoit fait construire il y avoit peu de jours & auquel le grand froid du 29 ne fut pas observé; ce thermomètre de la glace à l'eau bouillante étoit divisé en 80 degrés; il me remit le même jour une note du résultat de son expérience, que voici:

Le thermomètre *n.° I* donna dans le bain artificiel 16 degrés, & le *n.° II* 16 degrés $\frac{1}{2}$; celui de M. Baumé donna dans le même bain 15 degrés $\frac{1}{2}$.

Les Commissaires nommés par l'Académie ayant bien voulu m'admettre aux expériences des thermomètres que je viens de rapporter, savoir à celle de la glace fondante le 9 Février, à un froid artificiel le 12 du même mois, & à leurs vérifications à la température des caves de l'Observatoire royal, où ils restèrent depuis le 13 jusqu'au 16 plongés dans un bain d'eau qui avoit pris la température de ces caves ; moyen beaucoup plus sûr pour avoir exactement cette température, & préférable à l'usage où l'on a toujours été de porter les thermomètres aux caves, & de les suspendre à un clou, ainsi que je le dirai ailleurs. Comme j'ai été présent à toutes ces expériences, & que j'ai examiné moi-même ce que donnoit chaque thermomètre, je rapporterai ici en table le résultat de ces expériences, & ce que chacun auroit dû donner pour le froid de cette année, en supposant que le degré de froid ait été le même dans tout Paris, & que le froid ait été observé à la même heure que le mien *n.° II*, qui donna 16 degrés $\frac{1}{4}$ le 29 Janvier à $7^h\,15'$ du matin par un vent d'Est.

Table du Résultat des Expériences.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
Num. des THERM.	Espèce de THERMOMÈT.	Propriétaires des THERMOM.	Constructeurs des THERMOM.	THERM. à la glace fondante.	THERM. aux caves de l'Obs. roy.	Vraie Températ. des Caves.	THERM. à un bain artificiel.	Vrai bain artificiel.	Surplus du FROID, observé au THERM. II.	FROID de 1776.	FROID observé en 1776.
				Deg.	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*
1	esprit-de-vin	Cassini	Capi	—0,0	+10,3	+10,3	—12,10	—12,10	+ 2,5	—15,3	
2	esprit-de-vin	Daubenton	Capi-Neveu	—0,4	+ 9,10	+10,2	—14,6	—14,2	+ 2,5	—16,7	
3	esprit-de-vin	Périca	Périca	—0,0	+10,3	+10,3	—14,3	—14,3	+ 2,5	—16,8	
4	esprit-de-vin	Borda	Capi	+0,4	....	....	—13,4	—13,8	+ 2,5	—1 61	
5	mercure	la Place	Capi	—0,6	+10,1	+10,7	—15,4	—14,10	+ 2,5	—17,3	
6	mercure	la Lande	de Mairan	+0,7	+10,3	+ 9,8	—13,6	—14,1	+ 2,5	—16,6	
7	mercure	Lavoisier	Périca	+0,4	+ 9,0	+ 8,8	—13,0	—13,4	+ 2,5	—15,9	—14,9
8	esprit-de-vin	au même	Capi	+0,6	+10,1	+ 9,7	—13,4	—13,10	+ 2,5	—16,3	—14,1
9	esprit-de-vin	au même	Périca	—0,2	+ 9,7	+ 9,9	—12,7	—12,5	+ 2,5	—14,10	—14,1
10	mercure	au même	Goubert	—0,3	+ 9,1	+ 9,4	—14,0	—13,9	+ 2,5	—16,2	—14,9
13	esprit-de-vin	Jeaurat	Capi	—0,2	+10,0	+10,2	—13,10	—13,8	+ 2,5	—16,1	—14,3
14	esprit de-vin	....	Périca	—1,0	....	....	—15,6	—14,6	+ 2,5	—16,11	
15	esprit-de-vin	Lieutaud	Cicery	+0,2	+10,3	+10,1	—13,3	—13,5	+ 2,5	—15,10	—16,6
17	esprit-de-vin	Tillet	Capi-Neveu	—0,0	....	....	—14,8	—14,8	+ 2,5	—17,1	—16,0
21	mercure	Wallot	Goubert	+1,0	+10,3	+ 9,3	—11,9	—12,9	+ 2,5	—15,2	
22	mercure	au même	....	—1,0	+10,3	+11,3	—16,0	—15,0	+ 2,5	—17,5	—16,0
23	mercure	au même	....	+0,1	+10,0	+ 9,11	—13,2	—13,3	+ 2,5	—15,8	—14,0
24	esprit-de-vin	....	Berhaly	—0,0	+10,9	+10,9	—17,6	—17,6	+ 2,5	—19,11	—15,1
25	esprit-de-vin	Anthelmy	Larcaly	—0,6	+ 9,10	+10,4	—13,8	—13,2	+ 2,5	—15,7	16,3
26	esprit-de-vin	au même	Périca	+1,2	+ 9,8	+ 8,6	—10,0	—11,2	+ 2,5	—13,7	
28	mercure	Périca	Périca	—0,0	+ 9,8	+ 9,8	—13,0	—13,0	+ 2,5	—15,5	
29	mercure	au même	Périca	+0,3	+ 9,10	+ 9,7	—12,4	—12,7	+ 2,5	—15,0	
30	mercure	au même	Périca	+0,3	+10,2	+ 9,11	—13,1	—13,4	+ 2,5	—15,9	
31	mercure	au même	Périca	+0,2	+ 9,4	+ 9,2	—12,10	—13,0	+ 2,5	—15,5	
32	esprit-de-vin	Périca	Périca	+0,9	+ 9,8	+ 8,11	—11,4	—12,1	+ 2,5	—14,6	
33	....	au même	....	+0,6	+10,3	+ 9,9	—13,0	—13,6	+ 2,5	—15,11	
34	esprit-de-vin	Bezout	Brisson	+0,0	+ 9,10	+ 9,10	—12,6	—12,6	+ 2,5	—14,11	—13,0
35	esprit-de-vin	D. d'Aum[t]	Périca	—1,0	+10,0	+11,0	—15,4	—14,4	+ 2,5	—16,9	—17,0
I. 36	mercure	Messier	Périca	—0,0	+10,0	+10,0	—13,9	—13,9	+ 2,5	—16,2	—16,0
II. 37	mercure	Messier	Périca	—0,0	+10,0	+10,0	—13,10	—13,10	+ 2,5	—16,3	—16,3
38	esprit-de-vin	Brisson	Étal. 1732	—0,1	+ 9,6	+ 9,7	—12,0	—11,11	+ 2,5	—14,4	......
									Milieu....	—16,0	

La Table que je viens de rapporter eſt intéreſſante; elle contient, comme l'on voit, le réſultat des expériences qui ont été faites par les Commiſſaires, pour connoître le degré de bonté de chaque thermomètre, & ce que chacun de ces inſtrumens devoit donner pour le froid de 1776, en ſuppoſant que le froid a été dans Paris le même, & que chaque Obſervateur ait veillé à l'obſervation du plus grand froid, le 29 Janvier, à $7^h\ 15'$ du matin. Plus tôt ou plus tard que ce moment, l'obſervation devenoit différente, & en ſuppoſant qu'elle ait été faite au moment du plus grand froid, il falloit encore que la poſition fût telle, que les thermomètres puſſent reſſentir l'impreſſion du vent d'Eſt qui régnoit alors, ſans cela ils devoient donner un degré de froid moins que les miens.

La colonne V de cette Table, repréſente par les + & les — ce qu'ont donné les thermomètres au-deſſus & au-deſſous du point de zéro de leurs échelles, en les mettant dans une grande baſſine, remplie de glace fondante, le 9 Février 1776.

La colonne VI repréſente ce qu'ont donné les thermomètres aux caves de l'Obſervatoire royal, plongés dans un bain d'eau, y étant reſtés depuis le 13 Février juſqu'au 16, auquel jour entre 7 & 8 heures du ſoir les Commiſſaires les marquèrent. Le thermomètre, *n.° 38*, de M. Briſſon, n'y avoit été porté que le 15, & ſuſpendu à un clou ſeulement; le degré de température y fut marqué le 16, comme les autres; & le 17, entre 9 & 10 heures du matin, nous allames M. Baumé & moi, reprendre les thermomètres aux caves, pour les tranſporter chez lui.

La colonne VII contient la vraie température des caves qu'a donnée chacun des thermomètres, ayant ôté ou ajouté de la température obſervée, ce qu'avoit donné ces thermomètres en + & en — dans la glace fondante, *colonne V.*

La colonne VIII repréſente ce qu'ont donné les thermomètres dans le bain de ſel & de glace, chez M. Baumé, le 12 Février, en préſence des Commiſſaires, moi préſent.

La colonne IX contient le résultat du vrai bain artificiel, de sel & de glace; ayant ôté & ajouté à la colonne VIII ce que les thermomètres avoient donné en + & en — à la glace fondante, *colonne V.*

La colonne X contient le surplus du froid, observé le 29 Janvier, à 7^h $15'$ du matin, au delà de ce que le bain artificiel de sel & de glace a donné à mon thermomètre *n.° II* ou *37;* dans le bain artificiel, il a donné 13 degrés $\frac{10}{12}$ à 16 degrés $\frac{3}{12}$, froid observé: différence 2 degrés $\frac{5}{12}$, qui étant ajoutée au résultat de la colonne IX, donnera celui de la colonne XI, laquelle marque le degré de froid qui devoit être observé à chacun des thermomètres, le 29 Janvier matin. *Exemple :* le plus grand froid de 1776, fut observé à l'Observatoire royal, le 29 Janvier *(a)*, au thermomètre *n.° 13 (b)* de la Table précédente, à 14 degrés $\frac{3}{12}$; ce thermomètre a donné dans le bain de sel & de glace, 13 degrés $\frac{8}{12}$, en y ajoutant 2 degrés $\frac{5}{12}$ surplus du froid, observé à mon thermomètre *n.° II*, il donne 16 degrés $\frac{1}{12}$ pour le froid qui devoit être observé à l'Observatoire royal, le 29 Janvier, jour du plus grand froid.

La colonne XII contient les degrés de froid, observés en 1776.

Les Commissaires dans la suite, remirent quelques-uns des thermomètres à un second bain de sel & de glace, en procurant un froid plus considérable que le premier; comme je n'étois pas présent à ce second bain, je n'en parlerai pas dans ce Mémoire, les Commissaires en rendront compte; je ne parle que de ce que j'ai vu, & dont j'ai été témoin oculaire.

Le *n.° 38* de la Table précédente, représente le résultat d'un gros & grand thermomètre à esprit-de-vin blanc, qui

---

(a) Gazette de France 1776, *n.° 11;* & Conn. des Temps 1777, *p. 353.*

(b) Ce thermomètre portoit 55 degrés de dilatation & 16 seulement de condensation; l'échelle assez mal divisée.

a été conſtruit par M.rs de Reaumur & l'Abbé Nollet, en 1732, comme je le dirai dans les recherches que j'ai faites du froid de 1709; je n'ai trouvé nulle part que cet inſtrument fût conſtaté être l'Étalon de M. de Reaumur; qu'il ait été mis à côté de celui de M. de la Hire, dans la tour de l'Obſervatoire royal; que l'on ait des obſervations immédiatement correſpondantes avec le thermomètre ancien: il eſt à préſumer que ſi l'on a quelques obſervations à ce thermomètre, elles ont été faites rue Saint-Thomas du Louvre, où a demeuré M. de Reaumur *(c)*. Voici une note écrite ſur ce thermomètre, de la main de M. l'abbé Nollet: *ce thermomètre a été fait en 1732, vérifié en 1748, par l'abbé Nollet.* Cette vérification ne doit s'entendre que pour la vérification du point de zéro, ou de la première congélation, comme je le dirai dans l'article des recherches ſur le froid de 1709, d'après lui-même; le froid de cette année n'a pas été obſervé à ce thermomètre, & cet inſtrument ne me paroît être d'aucune utilité pour la recherche du froid de 1709, & pour y rapporter celui de cette année 1776.

En rapportant à cet ancien thermomètre les froids obſervés cette année 1776, il ne peut en réſulter qu'une grande incertitude; cet inſtrument qui s'échauffe & ſe refroidit très-lentement, à cauſe de ſa grande maſſe, n'a pu donner dans les expériences auxquelles il a été ſoumis que des quantités approchantes. En voici une preuve évidente; le 15 Février, à 11 heures du matin, je deſcendis avec M. Baumé, aux caves de l'Obſervatoire royal, pour y placer cet ancien thermomètre, il fut ſuſpendu à un clou, ne pouvant être mis dans le bain d'eau avec les autres thermomètres, à cauſe de ſon volume; le 16, entre 7 & 8 heures du ſoir, les Commiſſaires ſe rendirent aux caves, j'étois préſent; ils marquèrent par un point rouge, la hauteur de chacun des thermomètres, l'on commença par l'ancien, dans la crainte que la bougie allumée n'échauffât la température de ces caves, & ne fît

(c) Mémoires de l'Académie, *année 1733, page 430.*

remonter la liqueur de l'ancien thermomètre au-dessus de la vraie température; on resta dans ces caves avec plusieurs bougies allumées, l'espace de trois quarts d'heure, & les Commissaires reconnurent que la liqueur de cet ancien thermomètre, par la chaleur des bougies, étoit remontée d'un demi-degré. Le 17, entre 9 & 10 heures du matin, M. Baumé & moi, nous nous rendimes aux caves pour enlever tous les thermomètres qui avoient été marqués la veille; l'ancien n'avoit pas encore repris, au bout de 14 heures, la vraie température qu'on lui avoit marquée; ce qui fait voir par cette expérience, combien cet ancien thermomètre étoit difficile à se fixer, & combien il reste d'incertitude sur les expériences, auquel il a été soumis, pour y déterminer le froid de 1709, & pour y rapporter celui de cette année 1776. Je ferai voir à la suite de ce Mémoire, que pour déterminer le froid de 1709, ou le connoître, il faudroit employer des observations directes, correspondantes à celles faites au thermomètre de M. de la Hire, & les Mémoires de notre Académie nous offrent ces observations, faites pendant un grand nombre d'années; ce sont les seules qui peuvent nous faire connoître, le plus près qu'il est possible, le rapport du froid, mesuré en 1709 au thermomètre de M. de la Hire, à celui de M. de Reaumur, placé à côté de l'ancien, dans la tour de l'Observatoire. Suivant moi, c'est-là le seul thermomètre de comparaison (s'il existe encore) qu'on auroit dû prendre pour les expériences, préférable en tout point à celui que l'on a employé.

M. Brisson, de cette Académie, m'a communiqué la note suivante (le 6 Juillet 1776), concernant son grand thermomètre qui a servi aux Commissaires, pour y rapporter le froid de cette année 1776, & pour connoître celui de 1709. Cette note contient des expériences, faites par M. Brisson sur cet ancien instrument. Les voici : « le 1.er Mai 1776, j'ai mêlé ensemble trois livres de glace & une livre de sel « marin; dans ce mélange, j'ai plongé mon gros thermomètre, « fait par M. de Reaumur en 1732, & vérifié par M. l'abbé «

» Nollet en 1748 ; il étoit alors à 12 degrés au-dessus du
» zéro, dans l'intervalle d'une demi-heure, il est descendu à
» environ 10 degrés au-dessous de la congélation; j'ai plongé
» alors dans le même mélange un petit thermomètre, fait par
» moi en 1770 (qui est à l'esprit-de-vin coloré), & qui a
» été exposé au froid de cette année, au faubourg Montmartre,
» chez M. Allaire, Receveur général des Domaines & Bois,
» qui l'a observé avec le plus grand soin & la plus grande exac-
» titude; ce thermomètre est descendu, en peu de temps, à
» 12 degrés & demi au-dessous de la congélation; le gros
» n'étoit alors qu'à 11 degrés au-dessous du même terme; peu
» de temps après le petit a commencé à remonter, ce qui
» prouve que le mélange commençoit à se réchauffer; cepen-
» dant le gros continuoit de descendre; preuve certaine qu'il
» n'avoit pas encore pris la vraie température du mélange.
» Cette ascension du petit & cette descente du gros, ont encore
» duré un quart d'heure, après quoi le gros a commencé à
» remonter, c'est alors que j'ai marqué exactement le point où
» chacun étoit fixé, & les ai retirés du mélange. Le gros s'est
» trouvé à 11 degrés & demi au-dessous de la congélation,
» & le petit à 11 degrés seulement. Il n'est pas étonnant que
» la marche du gros ait été plus lente que celle du petit; la
» boule du gros a 3 pouces 5 lignes de diamètre, & celle
» du petit n'a que 10 lignes; ce que je viens de rapporter,
» prouve que le vrai moment où il a fallu comparer ces ther-
» momètres, étoit celui où le gros a commencé à remonter,
» & que si on les prend au plus bas terme où chacun est
» descendu, on ne peut avoir que des résultats très-défectueux.

» Tout ceci prouve que si mon gros thermomètre eût été
» placé pendant le froid de cet hiver, à l'endroit où a été
» placé le petit, il seroit descendu au moins à 16 degrés au-
» dessous de la congélation; puisque le petit y est descendu
» à ce terme. Si l'on veut maintenant comparer le froid de
» cet hiver à celui de 1709, il faudroit savoir à quel degré
» du thermomètre de M. de Reaumur répond le froid de
» 1709 ».

Je

Je rapporterai encore ici quelques expériences qui ont été faites chez M. Baumé. J'avois reçu de Picardie des obſervations ſur le froid de cette année 1776, faites au château d'Hargicourt près de Montdidier, par M. le marquis d'Hargicourt; je rapporterai ces obſervations ailleurs. Il me mandoit que le 1.er Février, ſon thermomètre deſcendit à 20 degrés au-deſſous de zéro; je lui répondis que j'avois quelques doutes ſur cette obſervation, en conſéquence il m'envoya ſon thermomètre, pour le comparer aux miens, en le mettant à un froid artificiel: ce thermomètre étoit d'eſprit-de-vin coloré, conſtruit par Capi en 1774; il portoit 49 degrés de dilatation, & 19 de condenſation; 15 degrés de ce thermomètre répondent à 2 pouces du pied-de-roi. Comme toutes les expériences des thermomètres étoient faites par les Commiſſaires, lorſque ce thermomètre m'eſt parvenu, je priai M. Baumé de vouloir bien en faire l'expérience avec trois des miens. Nous primes jour au 27 Avril matin.

Ayant mis dans une baſſine 15 livres de glace pilée, on y mit les quatre thermomètres, pour y déterminer le zéro de la congélation; ſavoir:

Mon thermomètre au mercure, *n.º II*, qui avoit ſervi à meſurer le froid de cette année, de 16 degrés $\frac{1}{4}$.

Le ſecond, *n.º III*, à l'eſprit de-vin, auquel le froid du 29 Janvier avoit été obſervé dans mon Obſervatoire, de 15 degrés $\frac{1}{4}$.

Le troiſième à l'eſprit-de-vin, *n.º VI*, conſtruit par André Bourbon, auquel j'avois obſervé le froid le 29 Janvier à 16 degrés $\frac{1}{4}$, placé à la fenêtre d'une de mes chambres, & à 16 degrés $\frac{1}{2}$ dans mon Obſervatoire le 1.er Février; ce thermomètre auroit donné davantage le 29 au matin, s'il avoit été placé dans mon Obſervatoire, comme je le dirai dans la ſuite.

Et le quatrième étoit celui de M. le marquis d'Hargicourt: le froid obſervé à ce thermomètre avoit fait rentrer la liqueur dans la boule, & l'on eſtima 20 degrés de froid.

Ces quatre thermomètres donnèrent à la glace fondante le degré zéro pour la première congélation.

Pour le froid artificiel, nous mimes 15 livres de glace, pilée & égouttée, avec 7 livres de sel marin que l'on avoit mêlées ensemble. Nous enfonçames au milieu du bain un vase de fer-blanc mince, de 2 pouces de diamètre, 5 de profondeur, & rempli aux $\frac{4}{5}$ d'esprit-de-vin, dans lequel les quatre thermomètres étoient plongés: l'expérience commença à $11^h 20'$. A $11^h 30'$, un thermomètre de M. Baumé, plongé immédiatement dans le bain de sel & de glace, descendit à 20 degrés; à $11^h 40'$, nous l'avions couché presque horizontalement à la superficie du bain; il resta & se fixa à 20 degrés; plongé ensuite verticalement dans la bassine jusqu'au fond, où le sel se rassemble ordinairement en forme de bouillie, il remonta de 8 degrés $\frac{1}{2}$ dans l'espace de deux minutes de temps, tandis que mon thermomètre *n.° II,* dans le bain, donnoit 14 degrés au-dessous de zéro: le vase de fer-blanc touchoit le fond de la bassine.

A midi, on ôta la glace de la bassine avec une écumoire, pour la remettre dans une seconde bassine avec autant de sel marin qu'il y avoit de glace; ce changement fit descendre le thermomètre de M. Baumé, presque couché à la superficie du bain, de 4 degrés plus bas que dans la première expérience: il donnoit 24 degrés.

A midi trois quarts, les thermomètres dans le bain, étoient descendus au-dessous du degré de froid que j'avois observé cette année, de 16 deg. $\frac{1}{4}$. Nous attendimes au thermomètre *n.° II,* auquel ce froid avoit été observé, que le mercure remontât au degré de froid de 16 degrés $\frac{1}{4}$ qui étoit indiqué par un fil; il y parvint lentement par la diminution du froid du bain, & je marquai à ce moment la hauteur des trois autres thermomètres, qui étoit le degré de froid correspondant à celui de 16 degrés $\frac{1}{4}$ observé. Voici le résultat de ces quatre thermomètres dans le bain de sel & de glace.

	Degrés.
Thermomètre n.° II, donnoit le degré de froid observé le 29 Janv.	16 $\frac{1}{4}$.
Thermomètre n.° III, au même instant	15 $\frac{1}{4}$.
Thermomètre n.° VI, marquoit	17 $\frac{3}{4}$.
Celui du château d'Hargicourt	14 $\frac{2}{3}$.

Le thermomètre *n.° III,* dans le bain marquoit 15 degrés $\frac{1}{4}$, qui est précisément le même froid que j'ai observé à ce thermomètre placé dans mon Observatoire à côté du *n.° II,* le 29 Janvier matin.

Le thermomètre *n.° VI* dans le bain, donna 17 degrés $\frac{3}{4}$, & le froid observé à ce thermomètre, placé à la croisée d'une de mes chambres, y avoit été observé de 16 degrés $\frac{1}{4}$ le 29 Janvier: ce thermomètre placé ensuite à mon Observatoire, marqua, le 1.er Février à 7 heures 20 minutes du matin, 16 degrés $\frac{1}{2}$. Si ce thermomètre avoit été mis le 29 Janvier au matin, à côté des *n.os II* & *III,* à mon Observatoire, où le froid étoit plus considérable de 1 degré $\frac{1}{4}$ qu'à la fenêtre de la chambre où il étoit placé, comme on peut le voir par les deux dernières observations correspondantes de la Table I.re, il auroit donné 16 degrés $\frac{1}{4}$, plus 1 degré $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire, 17 degrés $\frac{1}{2}$; un quart de degré de moins que ce qu'il avoit donné dans le bain de sel & de glace. Ces observations faites au froid du bain artificiel, comparé au froid naturel observé à ces thermomètres, donnent une correspondance bien exacte : ces expériences font voir avec évidence, que le degré marqué dans la *colonne XI* de la Table des expériences faites par les Commissaires, sur les thermomètres, est le vrai froid qui devoit être observé à chacun de ces instrumens, en supposant un froid égal dans tout Paris, & généralement il étoit à peu de chose près le même. La mauvaise position des thermomètres, l'heure à laquelle on a observé, n'ont pu que produire les différences que l'on trouve dans les observations du froid le 29 Janvier. Mes observations faites au milieu de Paris, devoient même donner quelque chose de moins que celles qui ont été faites aux extrémités ou aux environs de cette grande ville, si les

Obſervateurs ont eu ſoin de ſaiſir l'heure du plus grand froid, & de tenir leurs thermomètres à un air libre, dirigé à l'Eſt, qui étoit le vent qui régnoit au moment du plus grand froid le 29 Janvier.

Le thermomètre du château d'Hargicourt, donna dans le bain artificiel 14 degrés $\frac{2}{3}$, qui répondent à 16 degrés $\frac{1}{4}$ de mon thermomètre *n.° II:* le froid fut obſervé à cet inſtrument le 1.er Février à 20 degrés. Il réſulte, d'après l'expérience du bain de ſel & de glace, que le froid obſervé ne devoit être que de 18 degrés $\frac{5}{12}$, au lieu de 20.

D'après cette expérience, je ne prétends pas dire que le froid obſervé au château d'Hargicourt de 20 degrés, n'a dû être que de 18 degrés $\frac{5}{12}$; bien des cauſes que l'on ne connoît pas encore, peuvent concourir à rendre le froid plus ou moins conſidérable. Le thermomètre de M. le marquis d'Hargicourt, étoit placé avantageuſement, expoſé au Nord, d'où le vent venoit par une vallée aſſez large & aſſez longue, formant une eſpèce d'entonnoir, ce qui étoit bien capable d'augmenter le degré de froid. Pour le prouver, j'en rapporterai ici un exemple.

Obſervation d'un Froid prématuré & bien extraordinaire.

Au mois de Juillet 1774, je fis faire par Aſſié Périca, deux thermomètres en ſpirale, l'un au mercure & l'autre à l'eſprit-de-vin; les tubes calibrés, l'un & l'autre avoient l'échelle de M. de Reaumur, celui de mercure portoit l'eau bouillante 80 degrés; j'avois été témoin de la graduation de leurs échelles, & la marche des deux étoit égale dans les degrés de dilatation : ces deux thermomètres qui appartenoient à S. A. S. le Prince Louis régnant de Salm-Salm, furent portés à Senones, chef-lieu de ſa Principauté dans les Voſges : M. l'abbé Chaligny, Aumônier du Prince, & ancien Profeſſeur de Mathématiques à Metz, prit ſoin de ces deux thermomètres, & me manda; « J'ai voulu m'aſſurer de la » marche de vos deux thermomètres, j'ai mis l'un & l'autre

à la glace pilée; celui au mercure marquoit un demi-degré « au-dessus de zéro; le second, à l'esprit-de-vin, un demi-degré « au-dessous : ayant placé avantageusement ces deux thermo- « mètres, au mois de Novembre 1774, j'observai les froids « rapportés dans la Table qui suit ».

1774.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.	THERM. au mercure.	THERM. à esprit-de-vin.	VENT.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc. Lig.*	*Deg.*	*Deg.*		
Nov. 22	mat. 7 ½	27. 1 ½	— 9 ½	— 10	....	neige.
	soir 8	......	— 10	— 10 ¼	....	
23	mat. 6 ½	27. 0 ½	— 9	......	....	
	mat. 7 ½	......	— 9	......	....	
	soir 8	......	— 10	— 11	....	
24	mat. 7 ½	26. 8 ¾	— 4 ¾	......	....	neige.
	soir 9	26. 5	......	......	....	
26	mat. 5 ½	26. 9	— 5 ½	......	....	
	soir 8 ½	......	— 6 ¼	......	....	
27	mat. 6 ½	27. 0 ¾	— 14	— 15	N. E.	ciel serein.
	mat. 7 ½	......	— 15	— 15 ¾	....	
	mat. 8	......	— 15 ¼	— 16	....	
28	mat. 6 ½	26. 3	— 11 ¼	— 12 ½	....	ciel nébuleux.
	mat. 8	......	— 11 ¼	— 12 ½	....	
29	mat. 7	26. 9	— 3	— 4 ½	....	
30	mat.	26. 7 ½	— 0	— 0 ¾	....	

Les moins — dans cette Table avant les chiffres, indiquent les degrés de froids observés au-dessous de la première congélation. On voit par cette Table, que le plus grand froid fut observé le 27 Novembre à 8 heures du matin, par un ciel serein, le vent Nord-est: le thermomètre au mercure descendit à 15 degrés ¼, & celui à l'esprit-de-vin à 16 degrés au-dessous de zéro : la terre étoit couverte d'un pied de neige. A Paris, le même jour 27 Novembre, à 7 heures & demie

du matin, j'obſervai de mon Obſervatoire, le froid à 7 degrés au-deſſous de zéro: le ciel étoit, de même qu'à Senones, ſerein, le vent auſſi le même, Nord-eſt: le baromètre étoit à 28 pouces 0 lignes $\frac{1}{4}$: les trois jours avant le 27, il étoit tombé à Paris 15 lignes de neige, qui exiſtoient le 27. On voit que le même jour, à la même heure, & les circonſtances étant les mêmes, pour le ciel, pour le vent & la neige, à Paris comme à Senones, le froid fut plus conſidérable à Senones qu'à Paris, de 9 degrés: cependant Senones & Paris ſont ſous la même latitude. Latitude de Senones 48 ^{d} 23′ 7″, & Senones eſt à 18′ 30″ de temps à l'orient de Paris. Le ſol de Senones eſt plus élevé que la Seine à Paris, lorſque la rivière eſt à 4 pieds de l'échelle tracée à une des arches du Pont-royal, de 825 pieds *(d)*. Sa poſition eſt dans un fond, environné de montagnes qui tiennent à la ville, élevées de 12 à 1500 pieds. La plus grande partie des pentes de ces montagnes qui regardent Senones ſont ſtériles & ſablonneuſes; les ſommets ſont couverts de ſapins; une colline laiſſe le vent du Nord-eſt libre, pour ſe faire ſentir à Senones, & c'eſt à cette poſition que les thermomètres étoient placés. M. l'abbé Chaligny termine ſa Lettre, en diſant: « Perſonne à Senones & dans les environs, » ne ſe ſouvient d'avoir éprouvé un froid auſſi vif & auſſi prématuré que celui du 27 Novembre 1774. »

D'après ce que je viens de rapporter, ce froid paroît bien extraordinaire, vu les circonſtances & les rapports qui ſe trouvent à peu de choſe près les mêmes; les cauſes d'une ſi grande diſproportion, paroiſſent extrêmement difficiles à expliquer: c'eſt aux Phyſiciens à en tirer les conſéquences. Ce fait eſt conſtaté par l'obſervation, & ne peut être révoqué en doute.

Je rapporte ici les obſervations correſpondantes à celles de Senones, que j'ai faites à Paris.

(d) Mémoires de l'Académie, *année 1772, I.re Partie, page 472.*

1774.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.		THERMOMÈT.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	Pouc.	Lig.	Deg.		
Nov. 22	mat. 7½	28.	2,0	— 4¼	N. E.	couvert, en partie la nuit dernière.
	ſoir 1	28.	1,0	— 1¼	N. E.	couvert, & nuages rares la matinée.
	ſoir 10	27.	11,7	— 3	......	couvert, & l'après-midi, neige le ſoir, la terre couverte.
23	mat. 7½	27.	11,10	— 4	S. E.	couvert, & la nuit dernière, neige 3 lignes.
	midi ¼	28.	0,10	— 1½	S. E.	ſerein, & une partie de la nuit.
	ſoir 10	27.	11,9	— 4	......	couvert, ſerein l'après-midi.
24	mat. 7½	27.	6,6	— 1¼	S. O.	couvert, & la nuit dernière avec neige 3 lignes.
	ſoir 1	27.	5,6	3½	N. O.	ſerein, en partie la matinée.
	ſoir 10	27.	4,8	— 1	......	ſerein, peu de ſoleil l'après-midi.
26	mat. 8	27.	10,3	— 3¼	N.	couvert en grande partie, ſerein la nuit dernière.
	midi ¼	27.	10,4	— 0½	N.	couvert & la matinée, neige 2 lignes.
	ſoir 10	28.	0,2	— 3½	......	couvert, neige l'après-midi 2 lignes.
27	mat. 7½	28.	1,8	— 7	N. E.	ſerein & une partie de la nuit; *la rivière charie.*
	midi ¼	28.	2,3	— 3	N. E.	ſerein, la matinée quelques nuages.
	ſoir 10	28.	2,9	— 4	......	couvert également depuis 5 heures & demie; ſerein l'après-midi.
28	mat. 8	28.	2,0	— 6	S.	couvert & la nuit dernière.
	midi ¼	28.	1,5	— 2¾	S.	couvert & la matinée.
	ſoir 10	27.	9,0	— 3	......	couvert, neige l'après-midi 4 lignes, & grand vent.
29	mat. 7½	27.	7,0	1	S. O.	couvert, & la nuit dernière.
	midi ½	27.	7,1	3	N. O.	pluie fine, peu de ſoleil la matinée.
	ſoir 10	27.	6,3	— 0	......	couvert, pluie & neige l'après-midi.
30	mat. 7½	27.	5,10	0½	S. O.	couvert, & la nuit dernière.

J'ai reçu depuis la compoſition de ce Mémoire, de nouvelles obſervations faites à Senones, au mois de Janvier 1777, qui ſont encore plus extraordinaires que celles que je viens de rapporter du mois de Novembre 1774. Les voici:

Lettre de M. l'abbé Chaligny, datée de Senones, le 31 Janvier 1777.

« J'avois autrefois gradué un thermomètre au mercure & » à grand point, je l'ai comparé au vôtre, qui eſt à l'eſprit-de-» vin, & j'ai eu la ſatisfaction de voir leur accord, dans un » terme aſſez important, celui du grand froid de l'an paſſé. Je » crois pouvoir aſſurer que nous avons eu cette année 1777, » un demi-degré de plus. Voici quelques obſervations : elles » ne ſont pas complettes, parce que je ne me ſuis ſoucié que de ce qui peut faire époque. »

1777.	HEURES du JOUR.	THERMOM. à eſprit-de-vin.	THERMOM. au mercure.
	Heur.	*Deg.*	*Deg.*
Janv. 2	matin	— 10 $\frac{1}{2}$	....
3	matin	— 11 $\frac{1}{2}$	....
9	matin 6 $\frac{1}{2}$	— 15 $\frac{3}{4}$	— 15.
	matin 7 $\frac{1}{2}$	— 16 $\frac{1}{4}$	— 15 $\frac{1}{3}$.

« Les jours ſuivans, le froid n'a plus été que de 8 à 9 » degrés. Je puis ajouter que j'ai porté un thermomètre der-» rière le château, au plus haut étage, pour le comparer avec » les autres, & que là, il ſe tenoit plus bas, de plus d'un demi-» degré : nous avions 4 pieds de hauteur moyenne de neige, & dans des vallons ou précipices, 10 à 12 pieds. »

Je rapporterai ici les Obſervations correſpondantes à celles de Senones, faites à Paris à mon Obſervatoire ; on les trouvera bien différentes.

1777.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THERM. au Mercure.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*po. lig ne.*	*Deg.*		
Janv. 2	mat. 7 ½	28. 0,4	— 3 ½	N.	couvert également, neige la nuit dernière, 2 lignes.
3	mat. 7 ½	27. 10,9	— 2	N.N.E.	couvert de même, neige la nuit dernière, 1 pouce 8 lignes.
8	mat. 7 ½	27. 9,1	— 6 ¼	S. O.	couvert de même, plus grand froid de l'hiver à Paris.
9	mat. 7 ½	27. 11,5	— 4 ½	S. O.	beau temps, & en grande partie couvert les jours précédens.
10	mat. 8	27. 11,0	— 0	S. O.	couv. également de brouillard élevé.

Le 3, dans la journée, il étoit tombé 2 lignes de neige; le 4, 3 lignes; le 5, 1 ligne; le 6, 1 ligne; le 7, 4 lignes; & le 8, 4 lignes; avec celle tombée pendant la nuit, 1 pouce 10 lignes: en tout, 3 pouces 1 ligne, qui exiſtoit le 10.

En comparant les obſervations de Senones avec celles faites à Paris, que je viens de rapporter, la différence eſt conſidérable pour le froid: elle va à 12 degrés, & il y a 3 degrés de plus en 1777 qu'au mois de Novembre 1774. Ce qui eſt encore remarquable, c'eſt qu'au mois de Janvier 1776, le froid étoit, à peu de choſe près, le même à Senones & à Paris, & il y avoit également de la neige ſur terre dans l'un & l'autre endroit.

ARTICLE VIII.

Température des Caves de l'Obſervatoire Royal.

QUELQUES Aſtronomes ſoupçonnent que la température des caves de l'Obſervatoire royal a changé, & qu'elle varie, ſuivant les différentes températures du chaud & du froid, on a dit s'en être aſſuré par des obſervations. Cependant l'auteur anonyme d'un thermomètre univerſel, rapporte dans les *Acta Helvetica, volumen III. Baſileæ, 1758, page 27,* « que la température de la niche des caves de l'Obſervatoire royal, «

» qui eſt à 84 pieds, ne reçoit jamais la moindre variation,
» dans quelque temps que ce ſoit. C'eſt ce que j'ai vérifié bien des fois, tant en été qu'en hiver, avec les mêmes inſtrumens. »

Et *page 30:* « Par une obſervation faite le 17 Juillet 1741,
» avec deux de mes thermomètres, dans une mine, ſituée à
» *Ardinghem,* entre Calais & Boulogne, dont la profondeur
» étoit de 447 pieds de roi, on a trouvé que la température
» de cette mine à cette profondeur, étoit préciſément la même
» que celle de la cave de l'Obſervatoire. Cette expérience fut faite avec ſoin & intelligence. »

Même page : « Par une autre obſervation, faite à *Salelle*
» près de *Carcaſſonne,* en 1741, & pluſieurs fois réitérée en
» 1742, dans une grotte enfoncée ſous plus de 60 toiſes de
» marbre ou de terre, au-deſſus, & juſqu'à 500 pas en avant,
» & dans les diverſes places de cette grotte, on a trouvé préciſement le même degré de température que le précédent. »

Mais on lit dans les Leçons de phyſique de M. l'abbé Nollet, *tome IV, page 134:* « Sur le témoignage de M. Caſſini,
» les caves même de l'Obſervatoire changent ſenſiblement. »
(Page 399): « Nous ſavons préſentement, à n'en plus
» douter, que cette température ſouterraine n'eſt point fixe,
» comme il faudroit qu'elle le fût, & comme on l'a ſuppoſé long-temps. » *(Page 385):* « Savoit-on que dans les caves
» profondes & dans les autres ſouterrains, il ne fait ni plus
» chaud en hiver, ni plus froid en été que dans les autres
» ſaiſons de l'année, ou que, s'il y a des différences, elles ſont très-peu conſidérables. » Pour moi, j'eſtime que cette température eſt toujours la même, ou très-peu s'en faut. Pour décider la queſtion, il faudroit avoir d'anciennes obſervations, & les mêmes inſtrumens ſur leſquels elles auroient été faites, & le degré de la température qui auroit été pris & conſtaté alors avec toutes les précautions néceſſaires; mais juſqu'à préſent, on ne s'eſt ſervi pour cette opération, que de moyens très-inſuffiſans; on ſe contentoit de porter dans les caves, & de ſuſpendre à un clou, les inſtrumens, & de les laiſſer du matin juſqu'au ſoir, & même quelques heures

ſeulement; encore y deſcendoit-on avec un flambeau que l'on laiſſoit ſouvent, à la vérité, au bas de l'eſcalier qui eſt très-étroit, & qui eſt la ſeule ouverture; mais qui doit infailliblement changer de quelque choſe la température des caves, ſelon le temps qu'il y ſéjourne; l'expérience faite au mois de Février dernier, ſur le thermomètre de M. de Reaumur, aujourd'hui de M. Briſſon, en eſt la preuve. Le moyen le plus ſûr pour faire cette obſervation avec exactitude, eſt d'y porter d'abord de l'eau dans un vaſe, & de l'y laiſſer pluſieurs jours pour lui donner le temps d'être pénétrée par la température de la cave, enſuite d'y plonger les thermomètres, & d'aller vingt-quatre heures après, tout au plus tôt, ſaiſir promptement, à l'aide d'une ſimple bougie, le point où ſe trouvera alors la liqueur de l'inſtrument; c'eſt le moyen que M. Baumé a employé pour vérifier ce degré de température, ſur les thermomètres avec leſquels on avoit obſervé le froid de cette année.

Observations ſur la Température de ces Caves, & de celles qui ſont à l'Hôtel de Clugny.

Le 9 Novembre 1775, à 7 heures $\frac{1}{2}$ du ſoir, le baromètre étant à 28 pouces 0 ligne $\frac{3}{12}$, & le thermomètre à l'ombre & à l'air libre, à 6 degrés de dilatation; je portai dans les caves de l'hôtel de Clugny, à 16 pieds de profondeur, à compter du niveau de la cour, quatre thermomètres déjà cités dans ce Mémoire; ſavoir, les *N.^os I, II* au mercure, *III* & *IV* à l'eſprit-de-vin; ils y paſſèrent la nuit, & le lendemain 10, à 8 heures du matin, je trouvai que les quatre thermomètres marquoient 9 degrés $\frac{3}{4}$ de dilatation pour la température de ces caves; le baromètre étoit à 28 pouces 1 ligne $\frac{5}{12}$, & le thermomètre à l'air libre, à 4 degrés $\frac{1}{2}$ au-deſſus de zéro.

Le grand froid du mois de Janvier 1776, m'ayant fait conjecturer que la température des caves de l'hôtel de Clugny pouvoit être changée conſidérablement; le 30 Janvier, après

avoir obſervé le degré de froid, à mon Obſervatoire, au thermomètre *n.° III*, je le portai à 9 heures $\frac{1}{2}$ du ſoir aux caves, pour connoître le changement de température que le froid pouvoit y occaſionner; je le mis au même clou, où il avoit été le 9 Novembre dernier, il y paſſa la nuit, & le lendemain 31, à 6 heures $\frac{1}{2}$ du matin, il marquoit ſeulement 4 degrés au-deſſus de zéro, 5 degrés $\frac{3}{4}$ de moins qu'au mois de Novembre; la nuit du 30 au 31 Janvier, le thermomètre à mon Obſervatoire avoit marqué 12 degrés de froid, & le 31, à $7^h 20'$ du matin, il y avoit 13 degrés $\frac{1}{2}$ au thermomètre *n.° II.*

Le 31 Janvier, à 11 heures du ſoir, je remis aux mêmes caves le thermomètre *n.° III*, en le plaçant au même endroit où il avoit été la veille; le lendemain 1.er Février, à 6 heures du matin, je le trouvai au même degré, 4 degrés au-deſſus de zéro.

D'après ces obſervations, qui donnoient une ſi grande différence pour la température de ces caves, occaſionnée par le froid; je fus curieux de ſavoir, ſi les caves de l'Obſervatoire royal ſubiroient auſſi quelque changement de température, comme celles de l'hôtel de Clugny. Le 1.er Février 1776, à 10 heures $\frac{1}{2}$ du matin, je deſcendis dans les caves, accompagné du Suiſſe de l'Obſervatoire, qui portoit un flambeau allumé, & le dépoſa au pied de l'eſcalier; je plaçai à des clous, dans l'endroit où l'on met ordinairement les thermomètres, le thermomètre au mercure *n.° I;* un ſecond à l'eſprit-de-vin *n.° III;* & un troiſième plus grand à l'eſprit-de-vin, la boule en olive, réglé dans les degrés de condenſation ſur le froid obſervé cette année au thermomètre *n.° II;* ce grand thermomètre eſt numéroté *IX:* je laiſſai ces trois inſtrumens aux caves, juſqu'au lendemain à 10 heures du matin, que j'y deſcendis avec une petite bougie allumée, & miſe dans une lanterne, précaution qui étoit néceſſaire pour ne pas changer la température de ces caves, ce qui ſeroit arrivé ſi j'y étois deſcendu avec un flambeau. Je trouvai que les trois thermomètres marquoient, ſavoir, le *n.° I* au mercure,

10 degrés juste; le *n.° III,* 10 degrés $\frac{1}{6}$; & le grand *n.° IX,* 10 degrés $\frac{1}{5}$. La veille, en déposant ces trois thermomètres aux caves, j'avois recommandé au Suisse de tenir les caves fermées, dans la crainte qu'on n'en changeât la température en y descendant avec un flambeau; quand j'allai les reprendre, le Suisse m'assura que personne n'y étoit descendu.

Le 2 Février, à 8 heures $\frac{1}{2}$ du soir, je mis aux caves de l'hôtel de Clugny, le thermomètre *n.° III;* le lendemain 3, à 8 heures du matin, il marquoit 5 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessus de zéro.

Le 4 Février, à 8 heures $\frac{1}{2}$ du soir, je remis encore aux caves le même thermomètre *n.° III;* le lendemain 5, à 8 heures du matin, il étoit à 5 degrés $\frac{1}{4}$.

Le 13 Février, les thermomètres qui avoient été employés à mesurer le froid, furent portés aux caves de l'Observatoire royal, par les Commissaires; ils y restèrent jusqu'au 16. J'y avois porté mes thermomètres, & ils donnèrent pour la température des caves, savoir, le *n.° I* dans le bain, 10 degrés; le *n.° II* également 10 degrés juste; les autres thermomètres, que j'avois suspendus à des clous, donnèrent, le *n.° III,* 10 degrés $\frac{1}{6}$, comme la nuit du 1.er au 2 Février; le *n.° IV* de même, 10 degrés $\frac{1}{6}$; le *n.° VI,* 10 degrés $\frac{1}{4}$; le *n.° V,* 10 degrés; & le *n.° VIII* également 10 degrés.

Dans le Journal de Physique, *tome IV, partie VI, page 480,* mois de Décembre 1774. On lit : « Il vient de s'élever un doute sur un changement arrivé dans la température des « caves de l'Observatoire royal de Paris; on a observé à trente « années de distance *(e)*, avec le même thermomètre à l'esprit- « de-vin, le degré de la température de ces caves, dont la « profondeur depuis le rez-de-chaussée est de 85 pieds; cette « température, en Mars 1733, étoit de 10 degrés $\frac{1}{4}$; en « Mars 1773, elle étoit de 8 degrés $\frac{1}{2}$; c'est-à-dire, 1 degré $\frac{3}{4}$ « plus froide en 1773 qu'en 1733, ce qui répond à une diffé- « rence de 7 lignes sur le thermomètre dont on s'est également «

(e) On auroit dû dire quarante années.

» ſervi dans les deux différentes obſervations; mais cette variation » de température a beſoin d'être vérifiée de nouveau, l'eſprit- » de-vin du thermomètre eſt devenu preſque blanc, & peut- » être ſa graduation ne répond-elle plus à 100 $\frac{2}{3}$ dans l'eau » bouillante, à 32 degrés $\frac{1}{2}$ de la chaleur naturelle du corps » humain, à zéro dans l'eau qui gèle, & à 15 au-deſſous de » la congélation, dans un mélange de deux parties de glace » qui fond, & d'une partie de ſel marin, ce qui produit à-peu-près le plus grand froid qu'on ait à Paris. »

Dans ce que je viens de rapporter, on a eu raiſon de dire que cette variation de température des caves de l'Obſervatoire royal, demandoit *d'être vérifiée de nouveau.* Le thermomètre dont il eſt parlé, fut envoyé chez M. Baumé, le 9 Février 1776, pour être ſoumis avec les autres thermomètres aux expériences des Commiſſaires; j'étois préſent, & je reconnus cet inſtrument par le détail que je viens de rapporter; je pris un ſoin particulier de ce thermomètre; la diviſion de la planche étoit gravée, l'échelle portoit 65 degrés de dilatation, & 30 degrés de condenſation. Il avoit pour titre : *Thermomètre conſtruit ſur les principes de M. de Reaumur, de l'Académie Royale des Sciences, 1734.* Le grand chaud des années 1706, 1707 & 1724, y eſt rapporté à 29 degrés $\frac{3}{4}$; la température des caves, 10 degrés $\frac{1}{4}$; le froid de 1709, 14 degrés $\frac{3}{7}$, toutes ces quantités ſont gravées; vis-à-vis la température de 10 degrés $\frac{1}{4}$, il étoit écrit au crayon, M. 1734; & à 8 degrés $\frac{1}{2}$, un trait à l'encre & au crayon, M. 1773: la boule de ce thermomètre avoit 17 lignes de diamètre, & 10 degrés de dilatation à compter de zéro, occupoient 3 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ du pied-de-roi. Je mis ce thermomètre, le 9 Février, dans la grande baſſine remplie de glace fondante pour bien connoître le commencement de la diviſion de zéro; il fut long-temps à ſe fixer; à ce point je mis un fil ciré ; cet inſtrument fut porté aux caves de l'Obſervatoire le 13, mis avec les autres thermomètres dans le bain, il y reſta juſqu'au 16, & le 16, je trouvai qu'il donnoit pour la température des caves, 10 degrés $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$ de degré

de moins qu'en 1734, & 1 degré $\frac{7}{12}$ de plus qu'au mois de Mars 1773. Il y a lieu de présumer que la différence de température annoncée, est provenue du thermomètre qui aura descendu de sa planche, n'y ayant rien sous la boule pour le contenir.

M. le Gentil, de cette Académie, qui a fait également des observations sur le changement de température des caves de l'Observatoire royal, en a rendu compte à l'Académie dans un Mémoire, le 14 Février 1776.

TABLE contenant les observations sur la Température des Caves de l'Observatoire royal, & de celles de l'hôtel de Clugny; à mes Thermomètres.

	JOURS des THERMOM. aux Caves.	CAVES de Clugny.	CAVES de l'Observat.	NUMÉROS des THERMOM.
		Deg. 12.me	Deg.	
1775. Novembre.	9 au 10	9,9	....	I.
		9,9	....	II.
		9,9	....	III.
		9,9	....	IV.
1776. Janvier...	30 au 31	4,0	....	III.
Février....	31 au 1.er	4,0	....	III.
	1 au 2	.....	10,0	I.
		.....	10,0 $\frac{1}{6}$	III.
		.....	10,0 $\frac{1}{5}$	IX.
	2 au 3	5,6	....	III.
	4 au 5	5,3	....	III.
	13 au 16	.....	10,0	I.
		.....	10,0	II.
		.....	10,0 $\frac{1}{6}$	III.
		.....	10,0 $\frac{1}{6}$	IV.
		.....	10,0 $\frac{1}{4}$	VI.
		.....	10,0	V.
		.....	10,0	VIII.

ARTICLE IX.

Obſervations ſur la difficulté qu'a eu la rivière de Seine de charier & de ſe geler, ſur la durée de ſes glaces, & les vapeurs & fumées qui ſortoient de ſes eaux pendant la gelée.

LES grands froids qui ſont de longue durée, peuvent être précédés par des circonſtances que l'on ne connoît pas encore, & je rapporterai ici un petit détail de ce qui avoit précédé le froid extraordinaire du commencement de cette année 1776 : ces détails pourront peut-être, dans la ſuite des temps, être de quelque utilité. Le printemps, l'été & l'automne de 1775 furent très-beaux; & généralement par toute la France, la chaleur fut grande & conſtante, ce qui occaſionna une très-grande ſécchereſſe, & depuis un grand nombre d'années, on n'avoit pas vu une année ſemblable à celle de 1775. Vers la fin de l'année, on eut des brouillards conſidérables & conſtans ; le mois de Novembre en offrit 21 jours, le mois de Décembre autant ; il y en eut en Janvier 1776, les 1, 2, 3, 6, 8, 9, & la ſuite eſt rapportée dans les Tables qui ſont au commencement de ce Mémoire : la plupart de ces brouillards étoient élevés; ils occaſionnèrent des rhumes dans les provinces du royaume & dans une grande partie de l'Europe; peu de monde en fut exempt, & beaucoup de gens en périrent : cette eſpèce de rhume fut nommée la *grippe*, & cette dénomination devint générale.

Le 30 Octobre 1775, on reſſentit à Paris, & dans les environs, dans le Maine & dans la Normandie, un tremblement de terre, vers les 10 heures $\frac{3}{4}$ du matin, très-ſenſible dans cette dernière province. Je rendrai compte à l'Académie de ce tremblement de terre dans un autre Mémoire, l'ayant reſſenti moi-même à Corbeil, 7 lieues au-deſſus de Paris, à $10^h\,42'$ du matin. Je ne cite ce tremblement de terre, que parce que pluſieurs perſonnes prétendoient qu'il pouvoit avoir contribué, en paſſant par des ſouterrains, à empêcher la rivière de Seine de ſe geler pendant les grands froids du mois de Janvier.

Depuis

Depuis le 9 Janvier, que la gelée commença, & que le froid alla en augmentant, paſſant 9 degrés de glace, comme on peut le voir dans la première Table de ce Mémoire, la rivière ne charia de glaçons que le 19, continua de charier juſqu'au 24, & ne fut priſe & gelée que la nuit du 24 au 25, au-delà des Ponts, après avoir eu des froids de 10 à 11 degrés: phénomène aſſez remarquable; & l'Académie invita les Phyſiciens à faire des recherches ſur cet objet. Le froid de 1709 ſe trouva dans la même circonſtance; la rivière de Seine ne gela pas totalement; le milieu de ſon courant reſta toujours libre à Paris *(f)*: Et M. l'abbé Nollet rapporte *(g)*, après avoir parlé de la formation de la glace: « C'eſt ainſi qu'on peut expliquer un fait qui parut fort ſingulier dans le temps « qu'on l'obſerva, & qui le paroît encore tellement aujourd'hui, « que bien des gens refuſent de le croire, quoiqu'il ſoit bien « atteſté. Pendant l'hiver de 1709, la Seine ne fut point « entièrement priſe; il y eut toujours un courant découvert « entre le Pont-neuf & le Pont-royal, & l'on ſait cependant « que cette rivière ſe gèle communément par un froid de « 8 ou 10 degrés, plus foible par conſéquent que celui de « 1709, qui fut de 15 degrés & demi. Il eſt ſingulier, de « pouvoir dire en pareil cas: *la rivière ne ſe glace point tout-* « *à-fait, parce qu'il fait trop froid.* » La circonſtance de 1709 ne fut pas exactement la même que celle de cette année: En 1709, le froid fut très-ſubit, très-âpre dans ſon commencement, & moins long dans ſa plus grande rigueur. M. de la Hire rapporte dans les Mémoires de l'Académie *(h)*: « Le froid du commencement de cette année (1709) a été exceſſif, avec beaucoup de neige; mon thermomètre deſ- « cendit juſqu'à 5 parties le 13 & le 14 de Janvier; les jours « ſuivans, étant un peu remonté, il revint à 6 parties le 20, « & le 21, à $5\frac{3}{4}$; enſuite, le froid diminua peu-à-peu: Ce «

(f) Hiſtoire de l'Académie, *année 1709, page 9.*

(g) Leçons de Phyſique, *tome IV, page 127.*

(h) Mémoires de l'Académie, *année 1710, page 140.*

» grand froid fut fort sensible; car le 4 Janvier, le thermo-
» mètre étoit à 42 parties, fort près du moyen que j'ai
» déterminé à 48; le 6, il vint à 30, le 7, à 22, le 10,
» à 9, & enfin le 13 à 5. Ce fut sans doute ce changement
» subit qui parut si extraordinaire; & ce qui surprit encore,
» c'est que ce grand froid survint sans aucun vent considérable,
» ou il n'y en avoit qu'un très-foible vers le Sud; & lorsque
» le vent augmentoit & tournoit vers le Nord, le froid dimi-
» nuoit. L'hiver de 1709 a duré long-temps, car le 13 Mars,
il geloit encore très-fort, le thermomètre étant à 24 parties ».

L'eau tombée & mesurée à l'Observatoire royal, par M. de la Hire, en 1709, fut de 21 pouces 9 lignes $\frac{1}{8}$.

Le froid ayant commencé à Paris, le 9 Janvier 1776, par un vent de Nord-est & le ciel couvert, du 9 au 19; la gelée alla en augmentant, il geloit à toutes les heures du jour & de la nuit avec des degrés de froid, de 6, 7, 8 & 9 degrés $\frac{1}{4}$, comme on peut le voir à la première Table de ce Mémoire; le thermomètre qui marquoit ces froids, n'étoit pas placé encore avantageusement pour les recevoir, il étoit à la fenêtre d'une de mes chambres; & cette position avec celle de mon Observatoire, donnoit une différence de 1 degré $\frac{1}{4}$, comme je le vérifiai, le 19 Janvier, à 11 heures du soir; ainsi en ajoutant 1 degré $\frac{1}{4}$, aux degrés de froids que je viens de rapporter, il donneroit 7 degrés $\frac{1}{4}$, 8 degrés $\frac{1}{4}$, 9 degrés $\frac{1}{4}$, & 10 degrés $\frac{1}{2}$; malgré des froids aussi grands, depuis le 9 jusqu'au 19 Janvier, la rivière de Seine ne charia aucuns glaçons; le ciel pendant ce temps avoit été presque continuellement couvert de brouillards élevés; le vent, excepté le 11 & le 12, fut au Nord-est; le 11, l'après-midi, il tomba 1 pouce 8 lignes de neige; la nuit du 11 au 12, 1 pouce 10 lignes; le 12 l'après-midi, 6 lignes; le 13, 6 lignes; la nuit du 13 au 14, 6 lignes; ce qui donnoit 5 pouces de neige; elle étoit très-fine, & provenoit des brouillards élevés: cette neige resta en totalité, pendant toute la gelée, la terre qui étoit gelée par les premiers froids l'empêchoit de fondre.

La nuit du 24 au 25, la rivière se gela au-dessus & au-dessous du pont de la Tournelle & du Pont-royal vers Sèves & Choisi. Ne pourroit-on pas conjecturer que la rivière de Seine n'a charié & n'a été prise difficilement, qu'à cause que le ciel étoit continuellement couvert de brouillards élevés; qu'un ciel serein, contribueroit beaucoup à la faire prendre, & qu'enfin les effets du Soleil, avant son lever & à l'instant qu'il se lève, peuvent y contribuer; c'est ce que j'examinerai dans ce Mémoire, en rapportant des froids moins considérables que celui de cette année, & pendant lesquels la rivière de Seine a charié; j'aurai égard en même temps aux différentes hauteurs des eaux de la rivière, qui doivent y entrer pour beaucoup, ainsi qu'à la direction du vent.

Le 25 Janvier, l'eau couloit dans le milieu des bassins de la Seine entre les ponts; les bords étoient seulement gelés, & la glace augmentoit chaque jour; un grand nombre d'Ouvriers la rompoit; le 27, plus de cinquante hommes y étoient occupés entre le Pont-neuf & le Pont-royal, la moitié de ce bassin étoit gelée sur les bords; la glace la plus forte étoit du côté du quai des Théatins, & l'eau couloit librement au milieu de son lit. Malgré le travail de ce grand nombre d'hommes, ce bassin fut totalement gelé le 30 : pour les autres parties de la rivière, entre les Ponts, l'on obtint un courant.

Le 31 Janvier, entre 4 & 6 heures du soir, je parcourus les bords de la rivière; depuis le Pont-royal jusqu'au pont de Sève, ce n'étoit qu'une glace unie; à 3 heures de l'après-midi, plus de deux mille personnes étoient sur la rivière; plusieurs alloient en patinant jusqu'au pont de Sève; on passoit la rivière sans crainte & sans danger, hommes & femmes, vis-à-vis le Bureau des voitures de Versailles, le palais Bourbon, les Invalides, l'École militaire, les Bons-Hommes; & entre le Pont-royal & le Pont-neuf, vis-à-vis le premier guichet du Louvre & le guichet neuf. Du Pont-neuf au Pont-au-change, il n'y avoit que les bords de la rivière de gelés; du Pont-au-change au Pont-notre-Dame, de même; du Pont-notre-Dame au Pont-Marie, une grande partie de

gelée; depuis le Pont-Marie & le Pont de la Tournelle, en remontant vers Choisi elle étoit entièrement prise depuis huit jours; du Pont de la Tournelle au Pont-rouge, & de ce dernier au Pont de l'Hôtel-Dieu, entièrement gelée, excepté vis-à-vis le jardin de l'Archevêché, où il restoit un courant; du Pont de l'hôtel-Dieu au Pont-Saint-Charles; & du Pont-Saint-Charles au Pont-Saint-Michel, il restoit un courant; ainsi que du Pont-Saint-Michel au Pont-neuf. En général, tout auroit été gelé, si l'on n'avoit pas eu soin de rompre les glaces au Pont-rouge, au Pont-Marie, au Pont-notre-Dame, & entre le Pont Saint-Charles & le petit Pont.

Je donnerai à la fin de ce Mémoire, une Carte de la rivière, qui fera voir les parties glacées & celles qui ne l'ont pas été.

Le 3 Février, je parcourus de nouveau la rivière, je la trouvai encore dans le même état où je l'avois vue le 31. Le 2 Février, on la passoit encore sans crainte, malgré le dégel, entre le Pont-neuf & le Pont-royal, ainsi que le 3 dans la matinée; mais des ordres étant survenus, plusieurs Sentinelles placés le long de la rivière en défendirent le passage l'après-midi.

Le 27 Janvier au matin, la glace répondoit à l'échelle du Pont-royal, à 9 pieds $\frac{1}{2}$, elle s'affaissa ensuite; car le 31, elle ne répondoit plus qu'à 8 pieds $\frac{1}{2}$. Le 3 Février, les eaux qui avoient augmenté par la fonte des neiges, avoient soulevé la glace sans la rompre, elle répondoit à 9 pieds de la même échelle, à 3 heures de l'après-midi.

Le 4, à 5 heures du soir, la rivière étoit encore dans le même état malgré le dégel; au Pont-royal, la glace répondoit à 9 pieds $\frac{1}{4}$ de l'échelle.

Le 5 l'après-midi, la rivière encore gelée, une partie de la glace étoit couverte d'eau.

Le 6, à 11 heures du matin au Pont-royal, la glace en totalité existoit encore, l'eau l'avoit soulevée considérablement, elle répondoit à 13 pieds de l'échelle, la surface étoit couverte d'une nappe d'eau. Le même jour, entre 5 heures $\frac{1}{2}$ & 6

heures, la débacle des glaces se fit au Pont-royal; les effets n'en furent pas aussi violens qu'on l'avoit craint; ce qui se détacha d'abord fut ce qui tenoit entre le Pont-royal & le Pont-neuf; la débacle discontinua ensuite, elle reprit le 7, à 3 heures de l'après-midi; au Pont-royal la rivière charioit, & étoit totalement couverte de glaçons; ce spectacle étoit intéressant & curieux à voir; ce n'étoit pas des masses considérables, les glaçons étoient entraînés, en présentant hors de l'eau le champ de leur épaisseur, de manière que ces glaçons ressembloient à une carrière de pierres placée horizontalement, on ne voyoit point d'eau, & elle charioit à la hauteur de 16 pieds de l'échelle.

Le même jour 7, à 5 heures du soir, je parcourus la rivière; au Pont-notre-Dame les glaçons étoient arrêtés jusqu'au Pont-Marie, du Pont-Marie jusqu'au de-là du Pont-de-Grammont; du Pont-rouge jusqu'à la ligne en points que j'ai tracée sur le plan de la rivière; au Pont de la Tournelle la rivière charioit avec une très-grande vîtesse, on voyoit l'eau & les glaçons séparés; elle charioit de même du Pont de la Tournelle au petit Pont de l'Hôtel-Dieu, & dans toute cette partie de la rivière, jusqu'au Pont-royal & au-delà vers Sèves.

La débacle recommença la nuit du 7 au 8. Le 8 à midi, la rivière étoit presque totalement debarrassée, elle ne charioit plus que quelques glaçons; mais il y en avoit encore beaucoup d'amassés contre le parapet du Quai Pelletier, qui y avoient été portés par la violence du courant, & à une assez grande hauteur; des hommes étoient occupés à les détacher. Malgré les précautions prises pour empêcher les accidens, les glaçons entraînèrent plusieurs bateaux que l'on avoit mis à l'écart, & amarrés à de gros pieux.

Le dégel avoit fait craindre une inondation considérable; & s'il étoit venu subitement, il y avoit de quoi l'occasionner; la glace de la rivière avoit 10 pouces d'épaisseur, & la campagne étoit couverte de neige; il pouvoit en résulter les mêmes accidens que ceux arrivés par la débacle des glaces de l'hiver de 1767 à 1768 (voyez le Mémoire de M. de Parcieux,

dans nos volumes, *année 1768, page 54.*) Mais le dégel vint par degrés, & la plus grande hauteur où ſoient parvenues les eaux de la rivière, n'a été que de 16 pieds $\frac{3}{4}$ à l'échelle du Pont-royal, ou 14 à celle du Pont de la Tournelle, le 21 Février; pendant le dégel, la rivière augmentoit & diminuoit.

Pendant les jours des plus grands froids, on remarquoit que la rivière fumoit conſidérablement, ce qui peut-être n'avoit pas encore été obſervé à Paris, ou rarement *(i)*. Je rapporterai ici les jours où j'ai vu cette fumée, ou vapeurs qui s'élevoient des eaux, & que l'on apercevoit entre les glaçons qui flottoient du Pont-neuf au Pont-royal; il en étoit de même ailleurs. On voyoit diſtinctement les ſinuoſités que formoit cette vapeur, qui étoit condenſée au point d'être viſible ſous la forme de fumée; elle ſuivoit le courant inégal de l'eau occaſionné par les glaces qui couvroient une partie de la rivière, dans les temps qu'elle a charié.

Le 20 Janvier au matin, la rivière fumoit entre les glaçons, la vapeur raſoit la rivière en remontant contre le courant; cependant le vent étoit Nord-eſt, & cette vapeur auroit dû être chaſſée, ſuivant le courant de l'eau, par le vent qui régnoit.

Le 21 au matin, la rivière fumoit.

Le 27 au matin, de même; les vapeurs étoient bien plus conſidérables que le 20 & le 21; elles raſoient l'eau, en ſuivant le courant de la rivière, direction contraire à celle qu'elle avoit priſe le 20; le vent étoit le même Nord-eſt. Le même jour, à 5 heures $\frac{1}{2}$ du ſoir, il s'élevoit de la rivière un brouillard très-épais & inégal, à pluſieurs degrés au-deſſus de l'horizon; ce brouillard étoit extrêmement ſenſible du côté du couchant, en le regardant du Pont-neuf.

Le 28 au matin, la rivière fumoit conſidérablement.

Le 29 au matin, de même.

Le 31 au matin, elle fumoit beaucoup vis-à-vis le quai des

(i) Un de mes amis, qui demeure ſur le bord de la rivière, a remarqué, que lorſque le thermomètre paſſe 10 degrés de froid, & qu'il y a du ſoleil, les eaux de la rivière fument, & c'eſt ce qu'il a obſervé en 1753, 1767 & 1768.

Augustins, étant prise du 30, entre le Pont-neuf & le Pont-royal.

Le 1.er Février au matin, elle fumoit encore comme les jours précedens.

M.rs le Roy & Desmarest, de cette Académie, qui ont fait des observations sur ces vapeurs ou brouillards, ainsi que sur la débacle des glaces, se proposent d'en rendre compte à l'Académie.

Je rapporterai ici ce que Henry Ellis observa à la baye de Hudson, pendant son voyage en 1746 & 1747, au sujet de ces vapeurs ou fumées *(k)*.

« L'air de ce pays n'est jamais serein, ou du moins il l'est fort rarement. Dans le Printemps & l'Automne, il y a continuellement des brouillards fort épais & humides, & l'air est rempli, pendant l'hiver, d'une infinité de petites flèches, qui sont visibles à l'œil, principalement quand le vent vient du Nord ou de l'Est, & que la gelée est très-forte; ces petites flèches se forment sur l'eau qui n'est pas gelée; car on observe que par-tout où il y a en hiver de l'eau sans glace, il s'en élève une vapeur fort épaisse, qu'on appelle *fumée de gelée*, & c'est cette vapeur qui en se gelant est transportée de tous côtés par les vents, sous la forme visible de ces flèches, ou *spicula.* Pendant tout le commencement de l'hiver, la rivière du *Port-de-Nelson* n'étoit pas gelée du côté du courant de l'eau; cette rivière étoit située au Nord de nos quartiers d'hiver, & nous observames pendant tout ce temps que le vent venant de ce côté nous amenoit continuellement des nuées entières de ces particules glaciales, qui disparurent aussitôt que la rivière fut tout-à-fait prise. »

La rivière du *Port-de-Nelson*, est de 11 degrés environ plus nord que Quebec, où le degré de froid fut observé en 1743 de 33 degrés, rapportés au thermomètre de M. de Reaumur *(l)*.

(k) Voyage à la baye de Hudson, par *Henry Ellis*, traduit de l'Anglois, *1749, in-12, tome II, page 79.*

(l) Mémoires de l'Académie, *année 1744, page 139; & 1749, page 10.*

Article X.

Les effets du Froid de 1776.

Les froids du 9, du 10 & du 11 Janvier avoient gelé & raffermi la terre ; la neige qui tomba depuis le 11 ſe conſerva en totalité juſqu'au dégel, ſoit à la campagne, ſoit à Paris : elle ſe durcit par les grands froids qui ſuccédèrent. Dans les rues de Paris, où elle n'avoit pas été entièrement enlevée, elle fut foulée aux pieds, & durcit de manière que la ſuperficie n'offroit qu'une glace unie dans la plupart des rues : les hommes & les chevaux ne pouvoient les parcourir ſans danger, & il arriva un grand nombre d'accidens ; on ne rencontroit à chaque pas que des embarras de voitures arrêtées, des chevaux par terre & bleſſés. Un grand nombre d'hommes & de femmes ne marchoient plus dans les rues qu'avec des chauſſons de laine, de liſières, d'étoffe & de chapeau. Il n'y avoit que ce moyen pour pouvoir marcher en ſûreté. Sur les Ponts qui étoient extrêmement fréquentés, comme le Pont-neuf & le Pont-royal, la neige qui y devint opaque & en glace, à la ſuperficie, dans les commencemens, ſe pulvériſa les jours ſuivans, en devenant pouſſière de glace, de manière que le vent l'entraînoit, & qu'en y paſſant, les ſouliers ſe blanchiſſoient comme de pouſſière dans le fort de l'été.

Les voitures bourgeoiſes ne ſortoient plus, ainſi qu'un grand nombre de celles qui étoient publiques.

Les perſonnes qui furent obligées d'avoir du bois pendant les jours des plus grands froids, payoient les voitures fort cher ; je me trouvai dans cette circonſtance, le 30 Janvier, je donnai trois livres, prix convenu ſur le chantier, au lieu de vingt ſous que je payois dans les autres temps de l'année : c'étoit la grande difficulté du charroi dans les rues de Paris, qui en avoit augmenté la différence du prix.

La conſommation du bois à Paris, en 1776, fut conſidérable : elle alla à ſix cents douze mille huit cents cinq voies pour

pour l'année; plus forte de ſoixante-trois mille ſept cents ſept voies, que l'année précédente 1775.

Il y eut auſſi pour la conſommation du charbon, comme pour le bois, une très-grande différence.

Les Fruitiers ne pouvoient rien garantir du froid, tout geloit dans leurs caves & leurs boutiques; on payoit le quarteron d'œuf un prix exorbitant.

Un de mes amis avoit laiſſé de l'eau dans une terrine au fond de ſa cave, dans laquelle on ne pouvoit parvenir que par pluſieurs détours de l'eſcalier, y ayant quarante marches pour y deſcendre, il la trouva entièrement gelée pendant les grands froids. A cette cave répondoit un ſoupirail qui y deſcendoit perpendiculairement & qui prenoit ſon ouverture dans la rue des Francs-bourgeois, preſque vis-à-vis la rue de Vaugirard; la rue des Francs-bourgeois a ſa direction preſque du Nord au Sud, & celle de Vaugirard de l'Eſt à l'Oueſt. Pluſieurs perſonnes de ma connoiſſance eurent également du vin gelé dans leurs caves.

On vit pendant pluſieurs jours dans les rues de Paris & ſur les boulevarts des courſes en traîneaux, c'étoit la Reine, les Princes de la Maiſon royale qui prenoient ce divertiſſement, & pluſieurs particuliers.

La violence du froid avoit gelé une partie des vins qui étoient expoſés ſur les quais S.t-Paul & S.t-Bernard, les tonneaux s'étoient entr'ouverts, & la perte en fut conſidérable; le pavé ne préſentoit qu'une couleur rouge.

On voyoit ſur la glace de la rivière, vis-à-vis les Tuileries, entre le Pont-neuf & le Pont-royal, un grand nombre de Corneilles, que le beſoin de vivres y avoit attirées.

Le froid étoit ſi violent qu'il avoit pénétré vivement dans les appartemens, même ceux où il y avoit continuellement du feu, une pendule à ſecondes, à roue de rencontre, placée dans mon cabinet, qui étoit échauffé par un poêle où j'avois continuellement du feu, excepté quelques heures de la nuit, fut arrêtée pendant pluſieurs jours, quoique je la remiſſe de temps en temps en mouvement. Dans les chambres où il n'y

avoit pas de feu, une autre pendule à fecondes de M. du Fay fut également arrêtée par le froid, ainfi qu'une troifième, à fonnerie: ma montre à fecondes & à échappement de Graham ou à cylindre, s'arrêtoit la nuit au chevet de mon lit.

Le 17 Janvier, à 11 heures du foir, le ciel ferein; le thermomètre marquoit alors 9 degrés $\frac{1}{4}$, un quart-d'heure après le ciel fe couvrit fubitement & également, auffitôt le même thermomètre remonta à 8 degrés. Différence 1 degré $\frac{1}{4}$ d'un ciel ferein à un ciel couvert.

La nuit du 27 au 28 Janvier, mon thermomètre *n.° I,* étant le 28 à $7^h 20'$ du matin, à 15 degrés $\frac{1}{4}$ au-deffous de zéro, un de mes amis mit fur fa fenêtre, expofée à l'Eft & à l'air libre, de l'eau-de-vie dans une foucoupe, & il la trouva gelée en forme de neige.

Le 28, je pris de la neige & j'en formai une boule de trois pouces de diamètre, que j'expofai à la flamme d'une bougie; elle fe diffipa fans fe réfoudre en gouttes d'eau.

Le 29 au matin, l'eau que je jetois (environ une pinte) de mon Obfervatoire dans la cour de l'hôtel de Clugny, à la hauteur de cinquante-quatre pieds, fe trouvoit gelée à fon arrivée fur le pavé.

Dans les latrines de l'hôtel de Clugny, fermées d'un enclos de quatre pieds en quarré, & placées dans une petite cour au rez-de-chauffée, tenant au mur des bains de Julien & au Nord, la gelée avoit pénétré vivement; la matière s'étoit gelée & gonflée de manière qu'elle fortoit de plus d'un pied au-deffus de l'ouverture de la lunette.

Pendant les grands froids, plufieurs cloches fe caffèrent en les fonnant: celle du collége de Clugny, place de Sorbonne, fut du nombre.

Des arbres fe fendirent & des puits gelèrent. On me manda de Corbeil, le 29 Janvier, que des tilleuls de 3 pieds 10 pouces, & de 2 pieds 10 pouces de diamètre, s'étoient fendus pendant la forte gelée, à la hauteur de 6 pieds; que tous les figuiers étoient péris; à Étiolle, des puits de 6 pieds de profondeur, la margelle de 2 pieds $\frac{1}{2}$, gelèrent de 2 pouces;

chaque jour on avoit eu ſoin de caſſer la glace, ſans cela elle ſeroit devenue très-épaiſſe. Aux Bordes dans le voiſinage, un puits de 9 pieds de profondeur, la margelle de 3, fut gelé; la glace avoit 2 pouces $\frac{1}{2}$ d'épaiſſeur. La rivière d'Eſſone, qui entre dans la Seine à Corbeil, & dont les eaux ſont extrêmement limpides, & qui ne ſe gèle pas ordinairement, étoit gelée comme la Seine.

Le grand froid occaſionna beaucoup d'accidens à Paris & à la Campagne; les Courriers, les Voyageurs ſouffrirent beaucoup, pluſieurs d'entre eux eurent une partie de leur corps gelé, & d'autres y perdirent la vie. On me manda de Montdidier en Picardie, le 11 Février « Nous avons eu quelques perſonnes mortes de froid, entr'autres le Courrier de Paris pour la « Picardie; ſa carriole arriva à Clermont en Beauvoiſis, le « Courrier étant dedans abſolument gelé, le cheval abandonné « à lui-même fut long-temps en chemin, & l'on eſtima qu'il y « avoit deux heures au moins que ce Courrier étoit mort. « Nous avons des Vieillards de près de cent ans, qui con- « viennent que le froid étoit bien plus grand qu'en 1709. »

A Montmorenci, le P. Cotte, Correſpondant de l'Académie, me manda le 31 Janvier; « Le 26, on trouva dans la neige deux hommes, dont l'un avoit les poignets gelés & « couverts d'ampoules, comme s'ils euſſent été brûlés; l'autre « homme fut trouvé mort & entièrement gelé. Mon encre gèle « dans ma plume, à meſure que j'écris, quoiqu'à côté d'un bon « feu. Des ormes, à une demi-lieue d'ici, de 50 ou 60 ans, « ſe ſont fendus par la gelée dans une longueur de 12 pieds. »

Un Boulanger de la rue Saint-Honoré, nommé *Pierre Hennequin*, âgé de 38 ans, partit de Paris à pied, le Lundi 29 Janvier, jour du plus grand froid, à 11 heures du matin, en bonne ſanté, pour ſe rendre à Pontoiſe; il dîna à Neuilly, vers les 3 heures, il continua ſon chemin juſqu'à un quart de lieue au-delà de Herblay, & à deux de Pontoiſe; il ne put aller plus loin, le froid le ſaiſit, & le lendemain matin 30, on le trouva gelé auprès d'une croix. Je tiens ces détails de ſa veuve.

« Un Chauderonnier trouva à quelque distance de Halberstadt *(m)*, un Juif étendu sur le grand chemin, où le froid » l'avoit surpris, & où il paroissoit comme mort ; il le porta » jusqu'au premier village, le lava d'eau-de-vie, le frotta par« tout le corps pour le dégeler par degrés ; après quelques heures » de peine & de soins, le Juif donna des signes de vie, & se rétablit. »

Des hommes & des femmes pris de boisson, ne pouvant marcher assez vîte pour conserver leur chaleur naturelle, furent trouvés morts dans les rues de Paris, plusieurs à la campagne & sur les chemins.

Les bontés & l'humanité du Roi, portèrent Sa Majesté à supprimer les Sentinelles à Versailles, il n'y eut plus de parade ; Elle permit que les pauvres entrassent dans les cuisines du Château, où ils se chauffoient, ils en emportoient de la braise, & on leur donnoit de la soupe. Dans les quartiers de la ville, l'on avoit allumé de grands feux, & Sa Majesté se promenoit souvent dans les rues, pour y faire donner des secours aux malheureux. Sa Majesté ne perdit pas de vue sa Capitale, qui avoit besoin d'un secours pressant ; Elle y envoya dix mille écus, consacrés au soulagement des pauvres nécessiteux. Le Prévôt des Marchands fit donner du bois aux Cochers de Places, aux Broueteurs, Porteurs de chaises & autres. Les Curés firent donner d'abondantes aumônes aux pauvres ; la seule paroisse de Saint-Eustache fit distribuer plus de deux cents voies de bois ; M.gr le Duc d'Orléans en fit donner une très-grande quantité ; le Prince de Tingry, nourrit & chauffa dans son hôtel, quarante indigens ; & un riche Particulier du faubourg Saint-Denys, ouvrit sa maison aux pauvres, où par de grands poêles continuellement allumés, il en chauffoit alternativement cent cinquante ; plusieurs autres personnes charitables, excitées par l'humanité, donnèrent également des secours à l'indigence, en argent, en bois ou en pain ; & l'on voyoit de grands feux allumés pendant les plus

(m) Journal de Bouillon, *1776, Supplément, page 26.*

grands froids, dans les places & carrefours de cette Capitale. J'ai extrait la plupart de ces détails, du Journal politique, *première quinzaine de Mars 1776, article de Paris, page 54.*

Il périt une quantité prodigieuse de gibier par le froid, & sur-tout par la faim ; ne trouvant nulle part de quoi se nourrir, le gibier suivoit les grands chemins pour amasser ce que les passans, qui portoient des vivres à la Capitale, pouvoient laisser tomber ; ces animaux se réfugioient dans les cours & jardins, ou ils se laissoient prendre ou tuer ; ils entroient jusque dans les extrémités des fauxbourgs de Paris; on voyoit fréquemment des Perdrix venir aux Tuileries, j'en ai été moi-même témoin. Les Gardes-chasses pour conserver leur gibier avoient soin de leur porter de quoi se nourrir, le gibier sembloit être apprivoisé, le besoin le faisoit accourir, & il suivoit souvent le Garde.

A Châtillon près de Paris, le 11 & le 12 Avril, je vis dans un jardin fruitier, fermé d'un côté d'une haie vive, donnant sur un grand chemin, les arbres attaqués par le gibier, & l'écorce mangée à deux pieds de terre, & même à quatre lorsque l'arbre étoit taillé de façon à leur donner la facilité de monter sur le tronc; aucun arbre ne fut épargné, & plusieurs en moururent.

Le 2 Février, le dégel commença à se manifester ; le 3 au matin, il fut bien décidé ; malgré le dégel, la terre ou le pavé geloit encore sur le champ l'eau qu'on y jetoit ; le 3 au matin, il y avoit du verglas, & mes croisées étoient couvertes de givre. Par le dégel, ce givre sur mes croisées se convertit en eau, & couloit le long des fenêtres; j'en ouvris une pour échauffer la chambre par l'air extérieur qui étoit doux, le dégel du givre couloit le long de la croisée, & tomboit ensuite sur les carreaux de la chambre à la hauteur d'un pied, dans l'instant elle se trouvoit gelée par le grand froid que conservoit encore le carreau du plancher, sur lequel elle tomboit.

La fenêtre de ma cuisine qui donnoit au Levant, & qui avoit été fermée pendant le temps des grands froids, ayant

été ouverte le 3 Février vers midi : la communication de l'air extérieur avec celui de ma cuisine où il y avoit toujours eu du feu, produisit au moment même une détente des parties de toute la vaisselle de fayence, avec un bruit assez fort pour craindre qu'elle ne se cassât. Deux gobelets de verre, vides & sans être couverts se cassèrent; le bruit fut considérable au moment de l'explosion.

Le 3 & le 4, les bâtimens considérables, & sur-tout les anciens édifices, étoient couverts de givre qui blanchissoit les murs jusqu'à la hauteur de sept à huit pieds : je vis ces effets à la Sorbonne, à l'hôtel de Clugny, au collége de Clugny, aux bains de Julien, & généralement les murs de tous les bâtimens anciens, bâtis de pierres de taille, en étoient recouverts : malgré le Soleil qui donnoit sur une partie de ces murs, l'effet n'en existoit pas moins: ces couches de givre avoient plus de deux lignes d'épaisseur. M. de Mairan, dans sa Dissertation sur la glace, en explique les causes, *page 338.*

Le 4 Février après-midi, je passai aux Tuileries, le jardin ne présentoit qu'une nappe d'eau sur la neige qui étoit devenue dure & compacte, ayant été foulée aux pieds & durcie pendant tout le temps de la gelée : c'étoit la surface qui se dégeloit; la terre encore trop froide conservoit la neige.

Le dégel avoit rendu les rues de Paris presque impraticables, par les neiges & les glaces qui n'avoient pas été entièrement enlevées. Le premier jour du dégel je vis afficher une Ordonnance de la Police, qui ordonnoit de tenir Paris propre, & engageoit les artisans & gens sans ouvrage, munis d'outils nécessaires, de venir travailler à déblayer les rues, moyennant vingt sous par jour : le 3 & le 4 Février on rencontroit dans les grandes rues un grand nombre de ces ouvriers qui y étoient occupés.

Le grand froid intéressoit généralement les habitans de la Capitale. Les matins, un grand nombre de personnes se rendoient chez moi pour avoir le degré de froid, & je fus obligé de mettre chez le Portier de l'hôtel de Clugny, un bulletin qui contenoit le degré de froid observé : on y venoit

en foule pour le copier & le répandre ensuite dans la Capitale.

Au printemps, Avril & Mai 1776, les arbres commencèrent à prendre leurs feuilles, séchèrent ensuite, & plus de la moitié des feuilles tombèrent comme dans l'automne : ces effets étoient très-sensibles dans le jardin du Luxembourg, aux Tuileries & sur les Boulevarts : ce qui ne pouvoit provenir que du grand froid du mois de Janvier, qui avoit influé sur eux. Je n'avois pas encore vu ces effets : le printemps de 1777 ne présenta rien de semblable.

Au mois de Mai 1776, un homme entra de grand matin dans l'emplacement de l'hôtel de Condé, où l'on avoit commencé à bâtir pour la Comédie françoise, il aperçut dans ce grand enclos un lièvre qui se retiroit dans les masures. On soupçonna qu'il y étoit venu de la campagne, au mois de Janvier, chassé par le froid & par la faim : il fut tué le même jour qu'il fut aperçu.

ARTICLE XI.

Recherches des Froids moins considérables que celui de cette année 1776, & pendant lesquels la rivière de Seine a charié des glaçons & s'est gelée ; avec la hauteur des eaux de la rivière qui doivent y influer beaucoup (n).

Extraits des Mémoires de l'Académie.

Année 1743, page 63 : « On a vu plusieurs fois la Seine tout-à-fait prise par un froid qui n'excédoit pas 8 ou 10 degrés « de glace, & l'on se rappelle encore avec une espèce de surprise, « que pendant le rigoureux hiver de 1709, le milieu de son « courant demeura libre, à cela près qu'elle charioit des glaçons, «

(n) Depuis 1732 jusqu'à présent, la ville de Paris a fait tenir un Journal de la hauteur des eaux de la rivière, jour par jour, mesurée à l'échelle qui est tracée à une des arches du Pont de la Tournelle. M. Moreau, Architecte du Roi & de la Ville, a bien voulu me communiquer ce Journal, duquel j'ai extrait les hauteurs des eaux de la rivière, & qu'on trouvera dans ce Mémoire à la suite des Tables d'observations.

» comme elle a coutume de faire pendant une gelée beaucoup moins âpre ».

Année 1768, page 72 : M. l'abbé Nollet a obſervé pluſieurs fois « que la rivière ne commence à charier que quand » le thermomètre de M. de Reaumur eſt entre 6 & 7 degrés au-deſſous de la congélation. »

Hiver de 1733 à 1734.

Année 1768, page 76 : « M. de Parcieux rapporte; « il » me ſemble me rappeler qu'en 1733, la rivière charia le 14 ou le 15 de Décembre. » Le P. Cotte rapporte dans ſon grand Traité de Météorologie, que le plus grand froid de cette année fut de 2 degrés $\frac{3}{4}$ au-deſſous de la congélation, & dans les Mémoires de l'Académie, *année 1733, page 509,* de 1 degré $\frac{3}{4}$. Le 14 Décembre, la rivière, à l'échelle d'une des arches du pont de la Tournelle, répondoit à 11 pouces, & le 15 à 11 pouces $\frac{1}{2}$.

Hiver de 1740.

Je n'ai trouvé aucun détail dans nos Mémoires ſur le temps & la durée que la rivière de Seine fut gelée en 1740. Le plus grand froid fut obſervé à l'Obſervatoire royal le 10 Janvier, à deux thermomètres, de 10 & de 11 degrés au-deſſous de zéro *(o)*.

Hiver de 1742 à 1743.

Année 1742, page 392 : « La rivière a gelé la nuit du » 26 au 27 Décembre 1742 ; le thermomètre, le 27, étoit » à 8 degrés $\frac{1}{2}$ au-deſſous de la congélation ; le temps étoit ſerein & un petit vent d'Eſt. » Le 26, la rivière étoit à 1 pied 8 pouces de la même échelle du pont de la Tournelle. Le 27 à 1 pied 4 pouces.

(o) Mémoires de l'Académie, *année 1740, page 614.*

Hiver de 1743 à 1744.

Année 1744, page 507 : « La rivière entièrement prise, le 11 Janvier au matin, entre le Pont-neuf & le Pont-royal; « le ciel étoit serein, le vent Nord-est, foible; le thermo- « mètre le même jour étoit à 7 degrés au-dessous de zéro ». La rivière étoit le 11 Janvier, à 2 pieds 7 pouces de l'échelle.

Hiver de 1746.

Observations manuscrites de feu M. Gravet de Livry, Sécretaire du Roi. Le 14 Février au matin, la rivière de Seine commença à charier des glaçons; elle continua de charier le 15: le 16 & le 17, elle cessa.

Le 13 Mars au matin, la rivière de Seine commença à charier des glaçons sur le bras de la rivière du côté des Augustins; les eaux étoient très-hautes. Le lendemain 14, le dégel commença sur les dix heures du matin; & l'après-midi sur les cinq heures, le bras de la Seine du côté des Augustins ne charioit plus; mais celui du côté de la Samaritaine charioit.

TABLE des Observations.

1746.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*pouc. lign.*	*Deg.*	*pieds. po.*		
Févr. 13	mat. 7	28. 7	— 4	8. 9	N.	froid très-sec & soleil.
14	mat. 7	28. 4	— 4	7. 10	N.	froid sec & soleil.
15	mat. 7	28. 3	— 6	8. 0	N.	froid très-sec & soleil.
16	mat. $7\frac{1}{2}$	28. 3	— $4\frac{1}{4}$	7. 10	N.	froid sec & soleil.
17	mat. $7\frac{1}{2}$	27. 10	— 1	7. 3	N.	temps couvert.
Mars 11	mat. $6\frac{3}{4}$	27. 11	— 2	9. 0	N.	violent, soleil & nuages.
12	mat. 7	28. 1	— 4	8. 6	N.	vif & piquant, fr. sec & nuag.
13	mat. 7	28. 2	— $5\frac{1}{4}$	7. 8	N.	très-piquant. fr. sec & soleil.
14	mat. 7	28. 4	— 4	7. 2	N.	temps couvert.
15	mat. 7	28. 2	+ 2	6. 11	N. O.	petite pluie.

Hiver de 1748.

Du même Recueil des observations de feu M. Gravet de Livry.

Le 13 Janvier, la rivière de Seine charioit très-fort à 9 heures du matin.

Le 14, elle a été presque entièrement arrêtée.

Le 15, la rivière a été totalement gelée.

Le 7 Mars, la rivière charioit fortement.

TABLE des Observations.

1748.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.		THERMOMÈTRE		Hauteur de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	Pouc.	Lig.		Deg.	pi. pouc.		
Janv. 7	mat. 8	28.	6	—	0	4. 9	N.	beau temps.
8	mat. 8	28.	1	—	2	4. 6	N. E.	soleil & nuages.
9	mat. 8	28.	1	—	$3\frac{1}{2}$	4. 4	N. E.	soleil & nuages.
10	mat. 7	28.	2	—	$3\frac{1}{2}$	4. 0	N.	froid sec.
11	mat. 8	28.	4	—	$5\frac{1}{2}$	3. 10	N.	froid sec.
12	mat. 8	28.	4	—	5	3. 3	N.	froid sec.
13	mat. $7\frac{1}{2}$	28.	3	—	9	3. 0	N.	froid sec; soleil.
14	mat. $7\frac{1}{2}$	28.	0	—	10	2. 5	N.	froid sec.
15	mat. $7\frac{1}{2}$	28.	0	—	9	2. 3	N.	un peu de neige.
16	mat. $7\frac{1}{2}$	28.	0	—	5	2. 7	N. O.	soleil & nuages.
17	mat. $7\frac{1}{2}$	27.	10	+	1	3. 3	S. O.	pluie, neige, & verglas.
Mars 3	mat. 7	27.	10	—	$1\frac{1}{2}$	2. 7	O.	neige.
4	mat. 7	27.	8	—	7	2. 6	O.	neige.
5	mat. 7	27.	9	—	5	2. 6	N. O.	temps couvert.
6	mat. $6\frac{1}{2}$	27.	11	—	8	2. 5	N. E.	froid sec.
7	mat. $6\frac{1}{2}$	27.	11	—	10	2. 5	N. E.	froid sec; soleil.
8	mat. $6\frac{1}{2}$	28.	0	—	11	2. 0	N. E.	froid sec.
9	mat. $6\frac{1}{2}$	27.	$9\frac{1}{2}$	—	$3\frac{1}{2}$	1. 9	N. E.	temps couvert.
10	mat. 7	27.	9	—	$0\frac{1}{2}$	1. 9	N. E.	soleil & nuages.

Extraits de mes Journaux d'Obſervations.

Hiver de 1754 à 1755.

Le 6 Janvier 1755, la rivière de Seine charioit beaucoup de glaçons; elle étoit gelée vers l'île Louvier; & le 8, elle fut priſe.

Table des Obſervations.

1755.	Heures du Jour.	Thermomètre	Hauteur de la Rivière.	Vents.	État du ciel.
	Heur.	*Deg.*	*Pi. Po.*		
Janv. 2	mat. 8	+ 0½	2. 0	E.	ciel couvert.
4	mat. 8	— 3	2. 0	E.	ſerein, brouill. le 3 tombé en pluie.
5	mat.	— 7	2. 0	....	couvert, beaucoup de neige, 3 pouc.
6	mat. 8	— 11¾	1. 8	N. N. E.	ſerein; obſervation faite chez M. de Reaumur.
7	mat. 8	— 6	1. 5	O.	couvert, beaucoup de neige matin & ſoir.
8	mat. 9	— 7	2. 6	E.	ſerein le matin, brouill. l'après-midi.
9	mat. 7	— 6¼	2. 4	....	couvert, le ſoir beaucoup de brouill.
10	mat. 8	+ 0½	2. 6	O.	couvert,
22	mat.	— 0	2. 0	E.	ſerein.
	ſoir 9	— 3	.....	....	ſerein.
23	mat. 8	— 5	2. 6	....	ſerein.
24	mat. 8	— 5	2. 6	N. E.	ſerein.
25	mat. 8	— 6	2. 0	N. E.	ſerein.
26	mat. 5	— 7	1. 4	E.	ſerein.
27	mat. 5	— 7	1. 2	N. E.	ſerein, en partie.
28	mat. 8	— 1	1. 4	N.	couvert juſqu'à 9 heures, grand vent.
29	mat. 8	— 0½	2. 8	N.	ſerein en partie.
30	mat. 8	+ 1	3. 0	O.	couvert, un peu de pluie le ſoir.
31	mat. 8	— 3	3. 0	N.	couvert en grande partie.
Févr. 1	mat. 8	+ 1	3. 0	O.	couvert.
4	mat. 1½	— 5	1. 3	E.	ſerein le 2, couvert le 3 avec pluie & neige.
5	mat. 7	— 8	1. 2	E.	ſerein.
6	mat. 8	— 3	1. 9	S.	partie couvert, à midi grand dégel.
7	mat. 8	+ 3[illegible]	2. 4	O.	couvert, beaucoup de pluie la nuit du 6 au 7.

Le 15 Janvier 1755, la rivière étoit encore prise à bien des endroits; elle ne fut totalement dégelée que le 20.

La rivière gela pour la seconde fois au mois de Janvier 1755; le 26, elle étoit gelée en grande partie; entre le Pont-neuf & le Pont-royal, il n'y avoit plus qu'un courant d'eau qui charioit beaucoup de glaçons; le 28, elle étoit encore gelée; le lendemain 29, elle commença à dégeler dans plusieurs endroits; la nuit du 30 au 31, la rivière, entre le Pont-neuf & le Pont-royal, se trouva encore prise par des glaçons qui s'étoient arrêtés aux arches du Pont-royal.

Le 5 Février, la rivière gela encore dans bien des endroits, pour la troisième fois; & le lendemain 6, elle dégela.

Hiver de 1756 à 1757.

Le 1.er Janvier 1757, la rivière commença à charier des glaçons, qui augmentèrent de jour en jour; le 5 au matin, les glaçons ne s'écouloient plus que dans le milieu de la rivière, les bords étant gelés fort avant dans la Seine; le 6 au matin, elle se trouva entièrement gelée entre le Pont-neuf & le Pont-royal, & du Pont-royal vers Sèves; le 7, tout fut gelé en remontant la rivière; & le 9 au matin, on la passoit sur la glace, entre le Pont-neuf & le Pont-royal, ainsi qu'ailleurs.

1757.	Heures du Jour.	Thermomètre	Haut. de la Rivière.	Vents.	État du ciel.
	Heur.	Deg.	pi. pouc.		
Janv. 7	matin 9	— 9	1. 10	N. E.	serein, plus gr. froid depuis le 1.er Janvier.
8	matin	— 10	2. 1	N. E.	serein.

Le 26 Décembre, ciel couvert; le 27 de même, neige l'après-midi; le 28, couvert, & le 29; le 30, en grande partie, le vent Nord-est; le 31 serein, vent Nord-est; le 1.er

Janvier, ſerein en partie, vent Nord; le 2 de même, vent Eſt; le 3 ſerein, vent Eſt-ſud-eſt; le 4 ſerein, même vent; le 5 ſerein, vent Eſt; le 6 ſerein, grand vent Nord-eſt; le 9 couvert, vent Sud; le 10 & le 11 couvert; les jours ſuivans dégel; le 20, la débacle des glaces de la rivière commença à ſe faire.

Hiver de 1757 à 1758.

Le 21 Janvier 1758, la rivière commença à charier des glaçons; le 22, elle en charia beaucoup; & le 26, elle n'étoit plus gelée.

OBSERVATIONS.

1758.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Deg.*	*pi. pouc.*		
Jan. 20	matin	— 7	8. 6	N.N.E.	ſerein le matin, nuages rares l'après-midi.
22	matin	— 11	7. 3	N.	ſerein.

Hiver de 1762 à 1763.

La rivière étoit gelée depuis le 29 Décembre 1762; on la traverſoit le 1.er & le 2 Janvier, vis-à-vis le premier guichet du Louvre; il n'eſt pas parlé du temps où elle commença à charier. Ayant mis de l'eau dans un vaſe, les 12, 13, 15 & 17 Mars 1763, elle s'eſt gelée, la glace épaiſſe de 8 lignes le 12, enſuite de 12 lignes $\frac{1}{2}$, de 9 $\frac{1}{2}$, & de 3; d'après ces obſervations, il y a lieu de conjecturer que la rivière étoit près de charier des glaçons, ſi elle n'en charioit pas encore; le froid n'étoit pas conſidérable.

TABLE des Observations.

1762.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE	THERMO-MÈTRE.	HAUTEUR de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*pouc. lgn.*	*Deg.*	*pieds. pouc*		
Déc. 24	ſoir. 11	28. 5,0	— 0	1. 9	......	ſerein.
25	mat. 6	28. 4,6	— 1 ½	1. 8	S. S. E.	ſerein.
	ſoir. 6	28. 4,0	— 0	....	......	ſerein.
26	mat. 6	28. 3,3	— 2 ½	1. 8	......	ſerein.
	ſoir. 7	28. 3,6	— 1	....	......	ſerein.
27	mat. 6	28. 4,0	— 3 ½	1. 10	S. S. E.	ſerein.
	ſoir. 6 ½	28. 5,0	— 3 ¼	....	......	ſerein.
28	mat. 6	28. 3,0	— 5 ½	2. 3	S. E.	ſerein.
	ſoir. 6	28. 2,0	— 4 ¾	....	......	ſerein.
29	mat. 7	28. 1,0	— 7 ⅔	2. 6	E.	ſerein.
30	mat. 6	28. 2,3	— 6 ½	2. 10	S. E.	ſerein.
	ſoir. 6 ¼	28. 1,0	— 4	....	......	ſerein.
31	mat. 8	27.10,6	— 6 ¾	3. 3	S. S. E.	ſerein.
	ſoir. 7	27. 9,9	— 3 ⅓	....	......	couvert.
1763.						
Janv. 1	mat. 6 ¼	27.10,9	— 2 ¾	1. 1 ½	N.N.O.	couvert & neige.
	ſoir. 6	28. 0,6	— 0 ⅔	....	O.	couvert.
2	mat. 5	28. 0,3	— 4 ¾	1. 1	O.	ſerein.
3	mat. 5	28. 0,0	— 6	1. 0 ½	N.N.E.	ſerein.
Mars 12	mat. 7	27.11,9	— 4 ½	5. 3	E.	ſerein, vent violent, glace 8 lignes d'épaiſſeur.
	ſoir. 10 ½	27.11,6	— 1 ½	....	N. E.	couvert, vent toujours violent.
13	mat. 6	27.11,9	— 3	4. 10	N. E.	ſerein en partie, vent viol. glace 12 lign. & demie.
	ſoir. 10	27.11,6	— 0	....	......	ſerein, vent foible.
14	mat. 7 ½	27.11,6	— 3	4. 4	N.	ſerein, peu de vent.
	ſoir. 10	27.11,6	— 0	....	......	ſerein.
15	mat. 7	28. 0,0	— 1	4. 0	N. E.	couvert en partie.
17	mat. 7	28. 2,0	— 3	3. 8	N. E.	ſerein, la glace 3 lignes.

Hiver de 1765 à 1766.

Le 1.er Janvier 1766, la rivière fut priſe entre les deux Ponts, le Pont-neuf & le Pont-royal; le lendemain 2, elle fut entièrement gelée; le 1.er Janvier, à 7 heures du matin, le thermomètre étoit à 7 degrés ¼ au-deſſous de zéro; & le

2, à 7 heures ½ du matin, même degré de froid; le ciel parfaitement ferein pendant ces deux jours.

OBSERVATIONS.

1765.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THERMO-MÈTRE.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*pouc. lign.*	*Deg.*	*Pi. Po.*		
Déc. 27	mat. 10 ¼	28. 2,0	— 1 ¾	3. 8	......	couvert.
28	mat. 7	28. 2,0	— 5 ½	3. 7	N. E.	ferein.
	midi. ¾	28. 1,3	— 2 ½	....	N. E.	ferein, & la matinée.
	foir. 10	28. 1,3	— 5 ½	.....	......	ferein, & l'après-midi.
29	mat. 6 ½	28. 1,0	— 6 ½	3. 2	N. E.	ferein, & toute la nuit.
	foir. 8 ½	28. 1,6	— 3 ½	.....	......	ferein le matin & l'après midi.
30	mat. 7 ½	28. 2,0	— 2	2. 6	E.	couvert, & la nuit dernière.
	midi.	28. 2,0	— 1	.....	E. S. E.	couvert, & la matinée.
	foir. 10 ½	28. 2,3	— 5	.....	......	ferein, & l'après-midi.
31	mat. 7 ½	28. 2,3	— 5 ¾	2. 2	N.	ferein, & la nuit dernière.
	midi. ¼	28. 2,3	— 2 ¾	.....	N. E.	ferein, & la matinée.
	foir. 10 ¼	28. 1,3	— 5 ½	.....	......	ferein, & l'après-midi.
1766.						
Janv. 1	mat. 7	28. 0,9	— 7 ¼	2. 0	N. E.	ferein, & la nuit dernière.
	midi. ¼	28. 0,6	— 4 ½	.....	N. E.	ferein, & la matinée.
	foir. 10 ½	28. 0,6	— 6 ¾	.....	......	ferein, & l'après-midi.
2	mat. 7 ½	28. 0,0	— 7 ¼	3. 1	N.N.O.	ferein, & la nuit dernière.
	midi. ¾	27. 11,0	— 4 ½	....	N.N. E.	ferein, & la matinée.
	foir. 10	27. 9,6	— 5 ½	.....	......	ferein, & l'après-midi.
3	mat. 6	27. 9,0	— 7 ¾	3. 2	N. E.	ferein, & la nuit dernière.

Hiver de 1766 à 1767.

Je n'ai rien trouvé dans mes Journaux, qui annonce le temps que la rivière a charié & qu'elle s'eft gelée; je trouve feulement, que le 26 Janvier 1767, à midi & demi, les glaces entre le Pont-neuf & le Pont-royal fe font détachées, que la débacle a occafionné beaucoup d'accidens fur la rivière; des bateaux de charbon & de blanchiffeufes ont été entraînés avec beaucoup de dégâts; que la glace de la rivière avoit 7 pouces d'épaiffeur, & que la terre étoit gelée de 5. Le dégel s'étoit manifefté le 22 Janv. & les jours fuiv. le thermomètre étant remonté au-deffus de zéro dans les degrés de dilatation.

OBSERVATIONS.

1767.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THER-MOMÈTRE.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*pieds pouc.*	*Deg.*	*pieds po.*		
Janv. 3	mat. 6	27. 5,0	— 0	0* 1	N. O.	neige, & la nuit dernière.
	soir. 10	27. 7,2	— 1	......	......	couvert, & la journée.
4	mat. 7	27. 8,10	— 1½	0* 2	N. E.	couvert, & la nuit dernière.
	soir. 10¼	27. 11,0	— 2½	......	......	couvert, & la journée avec neige.
5	mat. 8	27. 11,8	— 5	0* 2	N.N.E.	couvert, & la nuit dernière.
	soir. 10½	27. 11,11	— 5½	......	......	couvert en partie, couv. l'après-midi.
6	mat. 7	27. 9,5	— 4½	0. 2	O. S. O.	couvert, & la nuit avec neige.
	soir. 10	27. 10,2	— 2¾	......	......	couvert, & la journée.
7	mat. 6	27. 10,8	— 9½	0* 1	N. E.	serein, & une partie de la nuit.
	soir. 11½	27. 10,4	— 13	......	......	serein en partie; il est tombé un verglas.
8	mat. 5	27. 9,1	— 11½	0. 1	N. O.	couvert, & une partie de la nuit.
	soir. 10	27. 8,1	— 2½	......	......	couvert; l'après-midi neige fine.
9	mat. 7½	27. 9,0	— 3½	0. 9	O.	couvert, & la nuit dernière.
	soir. 10	27. 10,2	— 7	......	......	serein en partie, & l'après-midi.
10	mat. 6½	27. 9,8	— 5½	1. 2	S.	couvert, & la nuit dernière.
	soir. 10¾	27. 9,4	— 4	......	......	couvert, & la journée.
11	mat. 7½	27. 8,8	— 5	1. 4	S.	couvert, & la nuit dernière.
	soir. 10¼	27. 7,5	— 10½	......	......	serein en partie, & la journée.
12	mat. 6	27. 6,10	— 12	1. 8	S. S. E.	serein, & depuis deux heures du mat.
	soir. 10	27. 6,7	— 9¼	......	......	serein, le ciel n'est pas clair.
13	mat. 7	27. 5,4	— 7¼	2. 0	S.	couvert, & une partie de la nuit.
14	mat. 7½	27. 4,3	— 1	1. 11	S.	couvert, pluie le 13 après-midi.
15	mat. 7½	27. 6,8	— 2	1. 10	S.	couvert en partie la nuit.
17	mat. 7½	27. 10,4	— 2¾	1. 10	E.	couvert, & le 16 avec brouillard.
	soir. 10¼	27. 10,7	— 4½	......	......	couvert, & la journée un peu de brouillard.
18	mat. 7½	27. 10,4	— 5½	1. 9	N. E.	couvert, & la nuit dernière.
	soir. 10¼	27. 10,5	— 8¼	......	......	serein, couvert la journée.
19	mat. 7	27. 10,11	— 9¼	1. 6	N. E.	serein, & la nuit dernière.
	soir. 10½	27. 11,2	— 7½	......	......	serein en partie, & la journée.
20	mat. 6¾	27. 11,9	— 10¼	1. 4	N.	serein, & la nuit, peu de vent.
	soir. 10	28. 2,1	— 6¼	......	......	serein, & la journée.
21	mat. 6	28. 2,9	— 6¼	1. 2	S.	couvert entièrement.

* indique que les eaux de la rivière répondoient au-dessous de zéro de l'échelle du pont de la Tournelle.

Hiver.

Hiver de 1767 à 1768.

Le 23 Décembre, jour où la Seine commença à charier, le thermomètre à 7 heures ½ du matin, étoit à 6 degrés au-dessous de zéro, le vent Nord-nord-est, le ciel serein; la rivière au Pont de la Tournelle étoit à 2 pieds 9 pouces de l'échelle.

OBSERVATIONS.

1767.	HEURES du JOUR.		BAROMÈTRE.		THERMOMÈT.	Hauteur de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
		Deg.	*pouc.*	*lignes.*	*Deg.*	*pied. pouc.*		
Déc. 21	soir	8 ½	27.	9,2	— 0 ¼	2. 11	....	serein, & depuis plusieurs jours.
22	mat.	7 ½	27.	10,5	— 2 ½	2. 10	N. E.	serein & la nuit, un peu de vent.
	soir	1 ¼	27.	10,9	— 0	......	N. E.	serein & la matinée.
	soir	8	27.	11,8	— 2 ½	......	N. E.	serein & la journée, un peu de vent.
23	mat.	7 ½	28.	0,0	— 6	2. 9	N. N. E.	serein & la nuit dernière.
	midi	½	28.	0,0	— 3 ¼	......	N. E.	serein & la matinée, un peu de vent.
	soir	8 ¼	28.	0,6	— 5 ¼	......	....	serein & depuis midi.
24	mat.	8	28.	1,3	— 8	1. 7	N. E.	serein & la nuit dernière.
	soir	1 ½	28.	1,0	— 4 ½	......	E.	serein & la matinée.
	soir	8 ½	28.	1,0	— 6 ½	......	....	serein & l'après-midi.
25	mat.	7 ¼	28.	0,6	— 8 ¾	1. 10	N. E.	serein, & la nuit dernière.
	mat.	10	28.	0,4	— 7 ½	......	E. N. E.	serein & la matinée.
	midi	½	27.	11,7	— 5 ¾	......	E. N. E.	serein.
	soir	5	27.	10,11	— 7	......	E. N. E.	serein.
	soir	10	27.	10,1	— 8	......	....	serein, & la journée sans nuages.
26	mat.	7 ¾	27.	8,0	— 8 ½	2. 4	E. N. E.	couvert en partie, serein la nuit.
	midi		27.	9,0	— 4	......	N. E.	couvert en partie, & du vent.
	soir	7	27.	9,0	— 6 ½	......	N. E.	couvert.
27	mat.	7 ½	27.	9,4	— 9 ½	3. 1	S. O.	serein, & la nuit couvert avec neige.

Le froid continua jusqu'au 8 de Janvier 1768. Le 5, à 8 heures ½ du matin, vent Nord-est, ciel serein, le thermomètre, au Collége royal de France, marquoit 14 degrés ½ au-dessous de la congélation, & ce fut le jour du plus grand

froid; le 2, il fut de 9 degrés $\frac{3}{4}$; le 3, de 11 degrés $\frac{1}{2}$; le 4, de 13 degrés; le 6, de 13 degrés $\frac{1}{3}$; & le 7, il n'étoit plus qu'à 6 degrés au-dessous de zéro.

M. de Parcieux, a publié un Mémoire intéressant sur le froid & la débacle des glaces de cet hiver de 1767 à 1768, qu'on pourra encore consulter. *Mémoires de l'Académie, année 1768, page 54.*

Hiver de 1770 à 1771.

Le 13 Février 1771, la rivière étoit couverte de glaçons; le thermomètre, ce jour-là, à 7 heures $\frac{1}{4}$ du matin, étoit à 11 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de la congélation; le ciel serein: le vent Nord-est & le baromètre à 27 pouces 11 lignes $\frac{5}{12}$. Les eaux de la rivière étoient à 7 pieds 6 pouces de l'échelle.

OBSERVATIONS

1771.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc. Lig.*	*Deg.*	*Pied Pouc.*		
Févr. 6	soir $9\frac{1}{2}$	28. 2,5	— 0	13. 1	....	serein en partie.
7	mat. $7\frac{1}{2}$	28. 1,6	— $2\frac{1}{4}$	12. 7	N. E.	couvert en grande partie, du vent.
	soir $9\frac{1}{2}$	28. 1,3	— $2\frac{3}{4}$	......	....	serein, en grande partie la journée.
8	mat. $6\frac{3}{4}$	28. 1,3	— $4\frac{3}{4}$	11. 11	N. E.	serein, & la nuit dernière.
	soir 10	28. 1,6	— 4	......	....	couvert, grand vent.
9	mat. $7\frac{1}{4}$	28. 2,1	— $7\frac{1}{4}$	10. 7	N. E.	serein, grand vent, & la nuit.
	soir 10	28. 0,10	— $4\frac{1}{2}$	......	....	couvert, moins de vent.
10	mat. 7	27. 11,4	— $6\frac{3}{4}$	9. 3	E.	couvert, & la nuit avec neige.
	soir $9\frac{3}{4}$	27. 11,0	— 6	......	....	couvert, & la journée avec neige.
11	mat. 7	27. 9,10	— 8	8. 3	S. E.	couvert, & la nuit dernière.
	soir 10	27. 8,0	— 8^{4}	......	....	couvert en partie, & la journée avec neige.
12	mat. 7	27. 6,4	— $4\frac{1}{2}$	7. 11	N.	couvert en grande partie, & la nuit beaucoup de neige.
	soir 10	27. 10,10	— $6\frac{1}{4}$	......	....	serein, & la journée.
13	mat. $7\frac{1}{4}$	27. 11,5	— $11\frac{1}{2}$	7. 6	N. E.	serein, & la nuit dernière.
	soir 10	27. 8,6	— $3\frac{1}{2}$	......	....	couvert, & en partie l'après-midi.
14	mat. 7	27. 7,5	— 2	7. 4	N. E.	couvert, & la nuit dernière.

Le mois précédent (Janvier) il avoit gelé assez fort ; la gelée commença le 7 & continua jusqu'au 19 : le froid augmenta jusqu'à 7 degrés ½ au-dessous de la congélation, les 13, 15 & 17. Je n'ai rien trouvé dans mon Journal qui concerne la rivière ; le 7, elle étoit à 13 pieds 6 pouces ; le 19, à 8 pieds 6 pouces de l'échelle.

Hiver de 1772 à 1773.

Le 6 Février au matin, la rivière charioit des glaçons : le thermomètre étoit à 6 degrés ¼ au-dessous de la congélation ; le ciel étoit serein, le vent Nord-est ; le baromètre à 28 pouces 3 lignes $\frac{3}{12}$: les eaux de la rivière à 7 pieds 11 pouces : il y avoit de la neige.

OBSERVATIONS.

1773.	HEURES du JOUR.		BARO-MÈTRE.		THERM.	HAUT. de la Rivière		VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
		Heur.	Pouc.	Lig.	Deg.	Pieds	pou.		
Févr. 2	soir	10	28.	3,0	— 1½	12.	0	....	couvert, serein l'après-midi.
3	mat.	7½	28.	5,2	— 5	11.	0	N. E.	serein, en partie la nuit dernière.
	soir	10	28.	7,4	— 5¼	......		....	serein, neige l'après-midi.
4	mat.	7½	28.	8,0	— 7½	10.	3	N. E.	serein, & la nuit dernière.
	soir	10	28.	7,2	— 6¼	......		....	serein, peu de nuages l'après-midi.
5	mat.	7	28.	6,1	— 8½	8.	7	N. E.	serein.
	soir	10	28.	4,3	— 3	......		....	couvert & l'après-midi, neige à 6 heures du soir.
6	mat.	7½	28.	3,3	— 6¼	7.	11	N. E.	serein, la neige existe.
	soir	10	28.	2,0	— 3½	......		....	serein & la journée.
7	mat.	8	28.	1,11	— 6¼	7.	9	N. E.	serein, & la nuit dernière.
	soir	10	27.	11,11	— 4	......		....	serein, & la journée.
8	mat.	7	27.	11,1	— 5½	7.	5	E.	nuages rares & la nuit dernière.
	soir	10	27.	9,0	— 3½	......		....	serein, & l'après-midi.
9	mat.	7½	27.	8,2	— 3	7.	0	E. N. E.	couvert, neige beaucoup la nuit.
	soir	10	27.	10,2	— 3¾	......		....	serein, couvert l'après-midi.
10	mat.	7½	28.	0,1	— 6	6.	1	S. O.	serein, & la nuit dernière.
	soir	10	28.	2,3	— 1¾	......		....	serein, & la journée.
11	mat.	7	28.	2,1	— 4½	5.	6	S. S. E.	couvert, la nuit en partie.
	soir	10	28.	3,0	— 3	......		....	couvert de brouillard épais.
12	mat.	7	28.	3,4	— 3½	5.	1	S. E.	couvert de brouillard épais & la nuit.
	soir	10¼	28.	4,4	— 1¾	......		....	couvert de même & la journée.

Hiver de 1773 à 1774.

Le 4 Février 1774, la rivière charioit des glaçons, par un froid médiocre, le thermomètre n'étant ce jour-là qu'à 6 degrés au-deſſous de la congélation; le ciel ſerein, le vent Nord-eſt, & la rivière fort haute: les eaux étoient à 13 pieds 11 pouces de l'échelle, au pont de la Tournelle.

OBSERVATIONS.

1774.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THERM.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc. Lig.*	*Deg.*	*Pieds Po.*		
Févr. 2	mat. 10	28. 2,8	— $3\frac{1}{2}$	16. 6	N. E.	ſerein, grand vent.
3	mat. 7	28. 2,6	— 6	15. 11	N. E.	ſerein & la nuit, grand vent.
	ſoir $11\frac{1}{2}$	28. 4,0	— $4\frac{1}{2}$	......	....	ſerein & la journée, moins de vent.
4	mat. 7	28. 4,9	— 6	13. 11	N. E.	ſerein & la nuit, moins de vent.
	ſoir $9\frac{1}{4}$	28. 5,0	— $1\frac{1}{2}$	......	....	un peu de brouillard; ſerein la journée.
5	mat. $7\frac{1}{2}$	28. 4,6	— 3	12. 6	N. E.	ſerein, & la nuit dernière.
	ſoir $10\frac{1}{2}$	28. 4,6	— 0	......	......	couvert, peu de nuages la journée.
6	mat. 7	28. 4,0	— 1	12. 0	N. E.	couvert, & la nuit dernière.
	ſoir $11\frac{3}{4}$	28. 3,6	— 1	......	......	ſerein, & une partie de la journée.
7	mat. $7\frac{1}{2}$	28. 2,8	— $0\frac{1}{2}$	11. 8	O.	couvert de brouillard élevé.

Hiver de 1774 à 1775.

Le 27 Novembre au matin, la rivière étoit couverte de glaçons: le thermomètre à 7 degrés au-deſſous de la congélation; le baromètre à 28 pouces 1 ligne $\frac{8}{12}$; le vent Nord-eſt, & le ciel ſerein.

OBSERVATIONS.

1774.	HEURES du JOUR.		BARO-MÈTRE.		THERM.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.		*Pouc.*	*Lig.*	*Deg.*	*Pieds pou.*		
Nov. 20	soir	9	28.	1,0	— 0½	4. 1	N.	couvert en partie, pluie & neige l'après-midi.
21	mat.	7½	28.	2,0	— 4	3. 11	N.	serein, & la nuit dernière.
	soir	10	28.	2,4	— 3½	......	N.	quelques nuages l'après-midi.
22	mat.	7½	28.	2,0	— 4½	3. 8	N. E.	couvert, & en partie la nuit dernière.
	soir	10	27.	11,7	— 3	......	....	couvert, & la journée avec neige.
23	mat.	7½	27.	11,10	— 4	3. 6	S. E.	couvert, & la nuit avec neige 3 lignes.
	soir	10	27.	11,9	— 4	......	....	serein, & l'après-midi.
24	mat.	7½	27.	6,6	— 1¼	3. 5	S. O.	couvert, & la nuit avec neige 3 lignes.
	soir	10	27.	4,8	— 1	......	....	serein, peu de soleil l'après-midi.
25	mat.	7½	27.	6,5	— 2	3. 4	N. E.	couvert, & la nuit avec neige 3 lignes.
	soir	9¾	27.	9,8	— 3	......	N. E.	serein, couvert l'après-midi, vent sensible.
26	mat.	8	27.	10,3	— 3¼	3. 1	N.	couvert en partie, serein la nuit dern.
	soir	10	28.	0,2	— 3½	......	....	couvert, & l'après-midi avec neige 2 lignes.
27	mat.	7½	28.	1,8	— 7	3. 0	N. E.	serein, en partie la nuit dernière.
	soir	10	28.	2,9	— 4	......	....	couvert également; serein l'après-midi.
28	mat.	8	28.	2,0	— 6	3. 0	S.	couvert & la nuit dernière.
	soir	10	27.	9,0	— 3	......	....	couvert, neige l'après-midi 4 lignes.

Hiver de 1775 à 1776.

Au mois de Décembre 1775, il gela peu, & cependant la rivière de Seine charia des glaçons & en assez grande quantité pour empêcher le coche de Sens d'arriver à sa destination; je fis partir sur ce coche, pour Sens, un jeune homme, & par une Lettre que je reçus de Sens, le 20 Décembre, on me mandoit. « Je ne croyois pas que le coche de Sens, fût parti de Paris, attendu les glaces dont « la rivière est couverte; aussi le coche n'a-t-il fait que la « moitié du chemin; on a été obligé de débarquer les Voya- «

» geurs, à dix lieues de Sens, à deux heures du matin (la nuit du 18 au 19.) »

A Paris, le 19, on vit des glaçons flotter ſur la rivière, & le 20, elle charioit beaucoup; le degré de froid n'étoit pas cependant conſidérable. Le 19, à huit heures du matin, le thermomètre n'étoit qu'à 1 degré $\frac{1}{2}$ au-deſſous de zéro: le ciel avoit été ſerein la nuit du 18 au 19; le vent Nord-eſt. Le 20, à la même heure, le thermomètre à 2 degrés $\frac{1}{4}$; ciel ſerein.

OBSERVATIONS des plus grands Froids du mois de Décembre.

1775.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.		THERM.	HAUT. de la Rivière.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc.*	*Lig.*	*Deg.*	*pieds pou.*		
Déc. 10	ſoir 11 $\frac{3}{4}$	28.	8,0	— 0 $\frac{1}{4}$	2. 4	......	ſerein, peu de nuages l'après-midi.
11	mat. 8	28.	7,11	— 2	2. 2	N. E.	ſerein, & la nuit dernière.
	ſoir 10 $\frac{1}{2}$	28.	7,6	— 2	......	......	ſerein, & la journée.
12	mat. 9	28.	7,0	— 2 $\frac{1}{2}$	2. 0	S. E.	ſerein, & la nuit dernière.
	ſoir 10	28.	6,2	— 0 $\frac{3}{4}$	......	......	couvert; ſerein la journée.
13	mat. 8	28.	5,8	— 2 $\frac{1}{2}$	2. 0	S. E.	ſerein; couvert preſque toute la nuit.
	ſoir 10	28.	5,3	— 2	......	......	brouillard; ſerein la journée.
16	ſoir 10	28.	6,3	— 1	1. 9	......	ſerein, en partie l'après-midi avec du brouillard.
17	mat. 8	28.	7,6	— 3 $\frac{1}{4}$	1. 8	N. E.	ſerein, & la nuit dernière.
	ſoir 10	28.	7,3	— 2 $\frac{1}{4}$	......	......	ſerein & la journée, du vent.
18	mat. 8	28.	6.6	— 2 $\frac{1}{2}$	1. 8	N. E.	ſerein, & la nuit dernière.
	ſoir 10	28.	5,0	— 0 $\frac{1}{2}$	......	......	ſerein, & la journée.
19	mat. 8	28.	4,2	— 1 $\frac{1}{2}$	1. 6	N. E.	nuages rares; ſerein la nuit; *la rivière charie.*
	ſoir 9 $\frac{1}{2}$	28.	3,6	— 0 $\frac{1}{4}$	......	......	ſerein, brouillard l'après-midi.
20	mat. 8	28.	2,9	— 2 $\frac{1}{4}$	1. 5	S. E.	ſerein, & la nuit dernière; *la rivière charie.*
	ſoir 9 $\frac{3}{4}$	27.	11,5	— 1 $\frac{2}{3}$	......	......	ſerein, & la journée.

RÉSULTAT des Tables précédentes, contenant le détail des jours que la rivière de Seine a charié des glaçons, & qu'elle a été gelée.

ANN.	MOIS & JOURS.	BARO-MÈTRE	THERM.	HAUT. de la Rivière	VENTS.	ÉTAT DU CIEL ET DE LA RIVIÈRE.
	Mois *Jours.*	*pouc. lig.*	*Deg.*	*pied pou*		
1733.	Déc. 14 ou 15	....	— $2\frac{3}{4}$	0. 11	......	la rivière charioit des glaçons.
1740.	Janvier.... 10	27. 3,0	— 11	2. 6	N. E.	couvert; la rivière gelée pendant un grand nombre de jours.
1742.	Déc. 26 au 27	....	— $8\frac{1}{2}$	1. 6	E.	serein; la rivière gelée.
1744.	Janvier... 11	....	— 7	2. 7	N.	serein; la rivière gelée.
1746.	Février... 14	28. 4,0	— 4	7. 10	N.	serein; froid sec; la rivière charioit le matin.
1746.	Mars..... 13	28. 2,0	— $5\frac{1}{2}$	7. 8	N.	serein; froid sec; la rivière charioit le matin.
1748.	Janvier... 13	28. 3,0	— 9	3. 0	N.	serein; froid sec; la riv. charioit très-fort.
1748.	Mars..... 7	27. 11,0	— 10	2. 5	N. E.	serein; froid sec; la riv. charioit très-fort.
1762.	Décemb... 29	28. 1,0	— $7\frac{1}{3}$	2. 6	E.	serein; la rivière gelée.
1763.	Mars..... 13	27. 11,9	— 3	4. 10	N. E.	serein en partie, la glace a 12 lignes $\frac{1}{2}$ d'épaisseur.
1766.	Janvier... 1	28. 0,9	— $7\frac{1}{4}$	2. 0	N. E.	serein; la rivière gelée entre les deux Ponts.
1767.	Janvier... 7	27. 10,4	— 13	0. 1	N. E.	serein en partie; la rivière a été gelée; glace 7 pouces d'épaisseur.
1767.	Décemb... 23	28. 0,0	— 6	2. 9	N.N.E.	serein; la rivière commence à charier.
1771	Février.... 13	27. 11,5	— $11\frac{1}{2}$	7. 6	N. E.	serein; la rivière couverte de glaçons.
1773.	Février.... 6	28. 3,3	— $6\frac{1}{4}$	7. 11	N. E.	serein; la rivière charioit.
1774.	Février.... 4	28. 4,9	— 6	13. 11	N. E.	serein; la rivière charioit.
1774.	Novemb... 27	28. 1,8	— 7	3. 0	N. E.	serein; la rivière couverte de glaçons.
1775.	Décemb... 19	28. 4,2	— $1\frac{1}{2}$	1. 6	N. E.	nuages rares; la rivière charioit.
1776.	Janvier.... 19	27. 11,3	— $4\frac{1}{2}$	4. 0	N. E.	serein; la riv. a commencé à charier; avant le 19, le therm. avoit été à 10 deg. $\frac{1}{2}$.
1776.	Janv. 24 au 25	27. 11,2	— $9\frac{3}{4}$	4. 10	N. E.	serein; la rivière gelée au-dessus & au-dessous des Ponts, vers Sèves & Choisy.
17 6.	Janvier ... 30	28. 0,8	— 13	3. 3	E.	serein; la rivière prise entre les deux Ponts.

Nota. Cette dernière Table fait voir à quel degré de froid la rivière de Seine à Paris a commencé à charier. En 1733, le thermomètre à Paris, n'étoit qu'à 2 degrés $\frac{3}{4}$ au-dessous de la glace; en 1775, 1 deg. $\frac{1}{2}$ seulement; ce n'étoit pas sans doute ce froid médiocre qui faisoit charier la rivière; mais un plus grand froid qu'on ressentoit plus haut, & dont on n'a point les observations. Il seroit intéressant pour parvenir à cette connoissance, de faire des observations correspondantes à celles qui seroient faites à Paris, à Châlons-sur-Marne, à Troyes & à Auxerre.

En consultant les Tables que je viens de rapporter, qui contiennent les froids pendant lesquels la rivière de Seine a charié des glaçons & s'est gelée ; on reconoîtra aisément que ce n'est pas toujours un grand froid qui fait charier la rivière, ni la hauteur plus ou moins grande de ses eaux : il sembleroit qu'il y a quelqu'autre cause qui en est indépendante : qu'un ciel serein, par des froids moins grands que ceux qui arrivent par un ciel couvert, y contribue beaucoup ; le froid de cette année en offre un exemple, ainsi que les Tables précédentes. Le ciel fut couvert depuis le 9 Janvier 1776 jusqu'au 19, de beaucoup de brouillards élevés : le vent presque toujours Nord-est, peu sensible ; la terre couverte de neige. Le 19, vers les neuf heures du matin, le ciel étant devenu serein, les eaux de la rivière commencèrent à charier des glaçons après avoir eu des froids considérables, pendant plusieurs jours : le ciel se couvrit ensuite & continua de l'être, en grande partie, de brouillards, depuis le 19 jusqu'à la nuit du 24 au 25 qu'il devint serein ; les eaux de la rivière se gelèrent cette nuit au-dessus & au-dessous des Ponts, vers Sèves & Choisy ; le beau temps continua, & la gelée alla en augmentant : les eaux de la rivière étant gelées aux deux extrémités de la Ville, il ne passoit plus de glaçons, & la moitié du courant de la rivière couloit librement dans son milieu, entre le Pont-neuf & le Pont-royal, jusqu'au 29 Janvier, comme on peut le voir marqué sur le dessin de la rivière, entre les deux lignes qui y sont tracées en points. Le 30, ce courant se trouva gelé & réuni aux glaçons des bords : il falloit un froid bien considérable pour glacer cette partie de la rivière, qui, ordinairement, ne se gèle que par les glaçons qui s'accumulent aux arches des Ponts, & qui se succèdent ; cette circonstance, qui est remarquable, sembleroit prouver que le froid de cette année a été bien plus grand que celui de 1709 ; puisqu'en 1709, cette partie de la rivière resta libre & à découvert pendant le plus grand froid *(p)*.

(p) Leçons de Physique, *tome IV, page 227.*

M. de

M. de Parcieux rapporte *(q)*. « Il y a néanmoins dans le froid de cette année (l'hiver de 1767 à 1768) une ſingularité bien digne d'être remarquée, parce qu'on ne trouve nulle part que le froid de 1709 ait produit rien de ſemblable; des puits de trente, cinquante, cinquante-cinq pieds de profondeur gelèrent : cette ſingularité tendroit à faire croire le froid de cette année plus fort que celui de 1709, ſi les thermomètres n'aſſuroient pas le contraire. » Il faut voir les effets de ce froid, décrits dans le Mémoire de M. de Parcieux; il y rapporte le froid de l'hiver de 1767 à 1768, à 13 degrés $\frac{2}{3}$, obſervé à l'Obſervatoire royal, par M. l'abbé Chappe : je l'obſervai au Collége royal de France, où je demeurois alors, à 14 degrés $\frac{1}{2}$, le 5 Janvier, à 8 heures $\frac{1}{2}$ du matin; le vent étoit Nord-eſt & le ciel ſerein. Je laiſſe aux Phyſiciens la recherche des cauſes de ce que je viens de rapporter; c'eſt à eux à tirer les conſéquences, d'après les Tables d'obſervations que je viens de rapporter dans ce Mémoire.

Je rapporterai ici le ſentiment de quelques Phyſiciens, ſur les cauſes de la formation de la glace dans les grandes rivières.

« M. Homberg *(r)* croit que, du moins dans notre climat, de groſſes rivières, comme la Seine, ne doivent point geler d'elles-mêmes, ſi ce n'eſt vers les bords, parce que le courant eſt toujours trop fort vers le milieu; qu'ainſi, ſi l'on ne caſſoit point la glace des bords, ce que l'on ne manque jamais de faire pour différentes raiſons, le milieu couleroit toujours à l'ordinaire & ne charieroit point de glaçons, ſuppoſé d'ailleurs qu'il ne tombât point de petites rivières dans la groſſe; mais que, comme il y en tombe, les glaçons qu'elle charie dans ſon milieu, viennent, pour la plus grande partie, des petites rivières qui ont gelé facilement, & dont on a caſſé la glace; que ces glaçons, arrêtés ou par un Pont ou par un coude de la rivière, ou par quelques obſtacles

(q) Mémoires de l'Académie, *année 1768, page 55.*

(r) Hiſtoire de l'Académie, *année 1709, page 9.*

» que ce ſoit, ſe prennent & ſe collent les uns aux autres par » le froid, & forment enſuite une eſpèce de croûte qui couvre » toute la ſurface de la rivière; & qu'enfin, comme le froid » de 1709 ſut & très-ſubit & très-âpre, dès ſon premier » commencement, les petites rivières qui tombent dans la Seine, » au-deſſus de Paris, gelèrent tout-à-coup & entièrement, de » ſorte que leurs glaçons qui ſe ſeroient pris ſur la ſuperficie » de la Seine ne purent y être portés, du moins, en aſſez grande » quantité. Il eſt aſſez remarquable que la violence même du » froid de 1709 ait été en partie cauſe de ce que la Seine ne gela point. »

M. l'abbé Nollet dit à ce ſujet *(ſ)*, « Je ſuis d'accord avec » M. Homberg, ſur la manière dont ſe fait l'engorgement, & » que la glace qui couvre une grande rivière n'eſt jamais toute » d'une pièce; qu'elle n'eſt qu'un aſſemblage de pluſieurs » morceaux arrêtés par quelque obſtacle, & ſoudés, pour » ainſi dire, les uns ſur les autres; qu'un froid ſubit & fort » âpre rend les glaçons flottans, moins nombreux qu'ils n'ont » coutume d'être, lorſque l'hiver eſt plus modéré: mais quelle » eſt l'origine des glaçons, & pourquoi leur quantité dépend- » elle de la force & des progrès plus ou moins précipités de la gelée? « (Voilà le point qui ſépare ces deux Phyſiciens) & M. l'abbé Nollet dit dans le même Mémoire, « Je » crois être en état de prouver que les glaçons que l'on voit » flotter, quand la rivière charie, ont été formés, pour la » plupart, d'une eau qui n'a point ceſſé de ſe mouvoir, car » je ne crois pas qu'on doive les regarder, au moins pour la » plus grande partie, comme des fragmens détachés des bords » ou qui viennent des petites rivières où l'on a pris ſoin de » rompre les glaces, comme l'ont penſé quelques Phyſiciens. » Les glaçons flottans ſont autant & plus nombreux le matin » que le ſoir: Eſt-il vraiſemblable qu'on ait travaillé à les » détacher pendant la nuit, ou s'ils viennent d'aſſez loin pour » être partis du jour précédent? Comment le plus grand nombre

(ſ) Mémoires de l'Académie, *année 1743, page 64.*

n'a-t-il pas été arrêté en chemin par la glace des bords & « par mille autres obstacles qui se rencontrent sur une rivière « à moitié prise? D'ailleurs, s'ils ont été détachés à force de « bras, quel travail ne faut-il pas supposer pour en produire « une aussi grande quantité, & d'où sait-on que les gens de la « campagne agissent ainsi de concert pour dégager les rivières? « Enfin, pour peu que l'on compare ces glaçons avec ceux « qui tiennent au rivage, quelle différence n'y trouve-t-on pas? « Ces derniers sont presque toujours plus unis, plus épais, « plus durs & plus transparens: les premiers ne sont donc pas « de la même espèce, & voici comme on peut concevoir « qu'ils ont été formés. «

Quand on jette les yeux sur une grande rivière, sur-tout « dans la campagne, & par un temps calme, on remarque « quantité d'endroits où la superficie de l'eau coule d'une « manière sensiblement uniforme, où les parties par conséquent « n'ont qu'une vîtesse commune, & sont comme en repos, « respectivement les unes aux autres; qu'un tel mouvement se « soutienne quelques instans, pendant un froid âpre, il se forme « un glaçon qui a plus ou moins d'étendue, selon celle où se « borne l'uniformité du mouvement que nous supposons, & cette « égalité de vîtesse, qui sûrement n'est jamais exacte à la rigueur, « mais qui le plus souvent suffit pour donner prise à la gelée. « Si ce premier glaçon, tendre & mince, flotte quelque temps « sur une eau qui continue de couler de cette manière, bien loin « de se rompre, il se durcit davantage & augmente en épaisseur, « parce que le degré de froid qu'il a, croissant de plus en plus, « ses parties se condensent, & il devient lui-même capable de « geler l'eau qui le touche immédiatement; & quand bien « même il passeroit ensuite par des endroits où le courant est « ondé, ou qu'il iroit heurter contre d'autres glaces, sa dureté « & ses dimensions peuvent être telles qu'il résiste au choc & « aux secousses; ou bien s'il se rompt, les morceaux demeurent « encore assez grands pour en composer un autre, par leur « union, avec de semblables fragmens. »

Les effets qui sont arrivés cette année, par la force de

la gelée, en gelant le courant de la rivière, le 30 Janvier 1776, entre le Pont-neuf & le Pont-royal, comme je l'ai rapporté dans ce Mémoire, semblent prouver ce qu'avance M. l'abbé Nollet sur la formation d'une partie des glaçons sur les eaux d'une grande rivière, & je suis bien de son avis à cet égard.

Dans le Mémoire déjà cité, M. l'abbé Nollet détruit, par des expériences, ce que M. Hales a rapporté dans l'Appendice qui est à la fin de sa *Statique des végétaux*, sur la formation de la glace au fond des rivières. M. Hales fit, pendant deux ans, des expériences sur la Tamise, voici ce qu'il en dit : « La superficie de l'eau étoit gelée d'un tiers de pouce » d'épaisseur; à travers cette glace, j'en apercevois un autre » lit au-dessous; je rompis la glace du dessus avec une rame, » & ayant pêché de la glace du dessous, je vis qu'elle avoit » près d'un demi-pouce d'épaisseur, mais elle avoit plus de » cavités, & elle étoit plus spongieuse & moins solide que la » première : cette glace du dessous se joignoit à celle du dessus, » au bord de l'eau, & ces deux lits de glace s'éloignoient l'un » de l'autre, à mesure que l'eau étoit plus profonde, & réelle- » ment le second lit suivoit la profondeur de la rivière, car il » étoit adhérent au fond, & même mêlé de sable & de pierres que les glaçons emmenoient quelquefois avec eux. »

Je rapporterai dans une Table, avant d'avoir parlé des principaux phénomènes des grands hivers, les années des froids les plus considérables, qui ont été observés à Paris, jusqu'à celui de cette année 1776.

ANNÉES.	THERM. de REAUMUR.	CITATIONS DES ANNÉES D'OBSERVATIONS.
	D. 12.e	
1392	....	Mémoires pour servir à l'Histoire de France, *in-4.° Paris, 1729, p. 91, année 1422.*
1422	....	cité dans le même Ouvrage.
1458	....	Chroniques de Saint-Denys, *tome III* de l'édition de Guillaume Eustache, *in-fol. Paris, 1514.*
1468	....	Philippe de Commines, *tome I, édit. in-4.° Paris* (sous le nom de *Londres*).
1594	....	Journal de Henri IV, *in-8.° à la Haie, Vaillant, 1741, page 201.*
1608	....	*Idem, tome III, page 451, édition de la Haie.*
1670	....	connus.
1684	....	connus.
1695	....	connus.
1709	— 14,8	Thermomètre de Reaumur placé à côté de l'ancien de *la Hire*, milieu pris entre 355 déterminations.
1709	— 15,0	même Thermomètre; milieu entre 331 déterminations.
1709	— 15,2	Thermomètre de Reaumur hors de la tour à l'air libre; milieu entre 105 déterminations.
1709	— 14,11 $\frac{1}{3}$	milieu entre les trois résultats de 791 déterminations.
1716	— 15,9	Traité de Météorologique du P. Cotte.
1729	— 12,3	du même Traité.
1740	— 10,0	Mémoires de l'Académie 1740, *page 614*, & à un second thermomètre 11 degrés.
1742	— 14,6	Mémoires de l'Académie, 1742, *page 391.*
1745	— 10,3	*Idem*, 1745, *page 549.*
1747	— 11,9	*Idem*, 1747, *page 697.*
1748	— 10,2	*Idem*, 1748, *page 600.*
1751	— 10,0	*Idem*, 1751, *page 480.*
1753	— 9,3	*Idem*, 1753, *page 589.*
1754	— 12,0	*Idem*, 1754, *page 685.*
1755	— 11,9	tiré de mes Journaux d'observations.
1757	— 10,0	tiré de mes Journaux d'observations.
1758	— 11,0	tiré de mes Journaux d'observations.
1763	— 7,8	tiré de mes Journaux d'observations.
1766	— 10,0	tiré de mes Journaux d'observations.
1767	— 13,0	tiré de mes Journaux d'observations.
1768	— 14,6	tiré de mes Journaux d'observations.
1771	— 11,6	tiré de mes Journaux d'observations.
1776	— 16,3	29 Janvier, $7^h \frac{1}{4}$ du mat. tiré de mes Journaux d'observat.

Voici le détail de ce que j'ai pu recueillir ſur les anciennes obſervations des années rapportées au commencement de cette Table.

L'hiver de 1422, deux cents quatre-vingt-ſept ans avant celui de 1709, ſe trouve décrit dans un Ouvrage qui a pour titre, Mémoires pour ſervir à l'Hiſtoire de France & de Bourgogne, contenant un Journal de Paris, ſous les règnes de Charles VI & de Charles VII, *in-4.° Paris, 1729, page 91.* « 1422,
» Janvier, douzieſme jour, fit le plus aſpre froit que homme
» euſt veu faire ; car il gela ſi terriblement, qu'en mains de
» trois jours le vinaigre, le vergus geloient de dans les celiers, &
» pendoient les glaçons ès voultes des caves, & fut la rivière
» de Saine, qui grande eſtoit, toute prinſe, & les puiz gelez
» en mains de quatre jours, & d'une celle aſpre gelée dix-huit
» jours entiers; & ſi avoit tant negé avant que celle aſpre gelée
» commençaſt environ ung jour ou deux devant, comme on
» avoit veu trente ans devant (en 1392), & pour l'aſpreté de
» cette gelée, & de la neige, il faiſoit ſi très-froit, que perſonne
» ne faiſoit quelque labour, que ſoulter, crocer, jouer à la pelote
» ou autres jeux pour ſoy eſchauffer, & vray eſt qu'elle fut ſi
» forte, qu'elle dura en glaçons, en cours, en rües, près des ſon-
» taines juſques la Noſtre-Dame en Mars. Et vray eſt que les coqs
& gelines avoient les creſtes gelées juſques à la teſte. »

L'hiver de 1458 fut très-rude à Paris, c'eſt ce qu'on lit dans les Chroniques de St-Denys, *tome III* de l'édition de Guillaume Euſtache, *in-folio, Paris, 1514;* mais il le fut bien plus en Allemagne, puiſqu'*Æneas Sylvius,* qui fut depuis Pape, ſous le nom de Pie ſecond, rapporte que le Danube s'étant glacé de l'un à l'autre bord, une armée de quarante mille hommes y campa ſur la glace. Marcel nous a appris le même fait, d'après Sylvius, *tome III* de ſon Hiſtoire de l'origine & des progrès de la Monarchie françoiſe, *in-12, page 624.*

L'hiver de 1468 fut ſi violent, qu'en Flandre on fut obligé de rompre, à coups de hache, le vin qu'on y diſtribuoit aux Soldats, Philippe de Comines nous l'atteſte, &

c'eſt de lui que M. Duclos a emprunté ce fait dans ſon Hiſtoire de Louis XI, *tome II, page 158.*

L'hiver de 1594, cauſa beaucoup de morts ſubites à Paris; elles arrivèrent principalement aux petits enfans & aux femmes. Le grand froid de cette année commença le 23 Décembre, il reprit le 13 Avril de la ſuivante, & il gela auſſi fortement en ce jour, que le jour de Noël de 1594. Journal de Henri IV, *in-8.° à la Haye, Vaillant, 1741, page 201.*

On ne connoît de grands hivers du ſiècle dernier, que ceux de 1608, 1670, 1684 & 1695, il paroît que le premier fut le plus violent de tous, & il eut lieu, un ſiècle avant celui de 1709, c'eſt celui que cite *Cyrano de Bergerac,* né en 1620, mort en 1655, dans ſa Comédie du *Pédant joué,* voici ce qu'on lit: « Va prendre dans mes armoires ce pour-point découpé, que quitta feu mon père l'année du grand hiver. » Il y a lieu de preſumer que ce grand hiver arriva l'année 1608. Voici ce que *Pierre de l'Étoile* rapporte dans ſon Journal du règne de Henri IV, *tome III, page 451, édition de la Haye.* « 1608, Mars, la rigueur du froid, dans le commencement de ce mois, eſt auſſi grande qu'elle l'a été les deux « mois précédens; en ſorte que le *gibier,* les *oiſeaux,* le *betail* « meurent de froid dans les campagnes; pluſieurs perſonnes, « hommes & femmes, en ſont mortes, & un plus grand « nombre ſont demeurés perclus, & d'autres ont les pieds & « les mains ſi gelés, qu'on ne peut pas les réchauffer, pour « faciliter la circulation du ſang dans ces parties. »

Dans le Mercure françois, *année 1608:* « Cette année fut appelée l'année du grand hiver. En Allemagne & dans les « Pays ſeptentrionaux, les fleuves les plus rapides & les plus « profonds, furent tellement glacés, que les chariots chargés « paſſoient par-deſſus. Pluſieurs perſonnes moururent de ce « froid; d'autres demeurèrent perclus, & beaucoup eurent les « pieds & les mains gelés. Ceux d'*Anvers,* voyant la rivière « de l'*Eſcau* toute glacée, comme elle l'avoit été l'an 1563, « dreſſèrent deſſus des tentes, & allèrent banqueter ſur la « glace. L'Angleterre qui avoit perdu, l'an paſſé, beaucoup «

» de bétail, par le débordement de la mer, s'en trouva presque » déserte par la rigueur de ce froid. En France, toutes les » rivières furent glacées : plusieurs personnes moururent de » cette froidure, & dans les villes & dans les campagnes : » ce froid gela des vignes jusqu'à la racine ; tous les cyprès & » grand nombre de noyers en devinrent secs ; il fit beaucoup » de mal : mais le dégel occasionna de grands accidens, sur- » tout à la rivière de Loire. L'Italie n'en fut pas exempte ; il » survint du commencement un si grand débordement de » rivières, que Rome se vit presque en un déluge, par les eaux » du Tibre qui descendirent avec une telle violence des monts Appennin, que plusieurs maisons en furent renversées. »

Ce grand hiver commença le 1.er Janvier : Henri IV, dit, en s'éveillant, à ceux qui étoient autour de son lit, que le froid de ce jour lui rappeloit celui du siége de Landau, & celui de l'année de son mariage, qui fit mourir plusieurs personnes au retour de Lyon : le froid alla toujours en augmentant, jusqu'au 23 du même mois : ce fut le 20, que Henri IV dit, que *sa moustache s'estoit gelée au lit, & auprès de la Royne (t)*, selon *Pierre Mathieu*, dans son Histoire de France, il dit aussi, que trois jours après, le pain qu'on servit à Henri IV fut gelé, & qu'il ne voulut pas qu'on le dégelât. M. de Saint-Foix ajoute, que le 20, cinq hommes qui amenoient des provisions aux Halles, furent trouvés morts de froid au coin de la rue Tirechape.

« L'hiver de 1709 fut un des plus rudes que l'on eût eu » depuis un siècle. On trouva, tant à la ville qu'à la campagne, » plusieurs personnes mortes de froid, & ce qui acheva de » plonger le royaume dans la misère, c'est qu'une forte gelée, » qui succéda à un prompt dégel, fit périr tous les blés qui » avoient été jusqu'alors couverts de neige : on fut contraint » de labourer de nouveau les terres au printemps, & d'y » semer de l'orge & de l'avoine ; mais ces grains ne purent

(t) Cette anecdote a été omise par M. de Thou, par Sully, par l'Auteur du Mercure françois & par celui du Journal de Henri IV ; & Pierre Mathieu n'en parle que sur la foi de ceux qui la lui ont racontée.

réparer

réparer la disette de blé, & la force étant ôtée au pain, le plus « grand nombre se ressentit du changement de nourriture. » Tiré de l'Abrégé de l'Histoire de France, pour servir de suite à celui de Mézeray, *tome XII. Amsterdam, 1722, in-douze, page 552.*

ARTICLE XII.

Recueil des Observations du froid de 1776, observé dans différentes Provinces. Extrait des Lettres de mes correspondans & des Papiers publics.

Observations faites à Paris.

Je rapporterai ici la note que j'ai publiée, & celle des Observations faites à l'Observatoire royal, publiée peu de temps après la mienne, qui annonçoit un froid différent de celui que j'avois observé; cela laissoit le Public & l'Académie dans l'incertitude: sur cette différence, l'Académie nomma quatre Commissaires pour examiner les observations & les thermomètres, en les mettant à un froid artificiel: ce fut aussi cette différence dans les observations qui me détermina à la composition de ce Mémoire, pour mettre l'Académie & le Public à même de comparer mes observations avec celles que l'on a faites à l'Observatoire royal, & transmettre les effets de ce grand froid, de manière qu'on puisse à l'avenir le reconnoître & le comparer aux froids qu'on éprouvera.

Voici la note publiée par moi *(u)* que je mets la première, à cause de la date. « Les 11, 12 & 13 du mois dernier (Janvier) il tomba dans cette ville cinq pouces de neige; « la gelée commença le 14, & est allée jusqu'ici, en augmen- « tant, par un vent d'Est & de Nord-est. Le 27, le froid, « à $7^h 27'$ du matin, fut très-vif. Plusieurs thermomètres, que « le sieur Messier, Astronome de la Marine, avoit placés à « son Observatoire, marquèrent le degré de froid à 13 degrés $\frac{1}{4}$ «

(u) Gazette de France, *1776, n.° 10.*

» & 13 degrés $\frac{1}{2}$, par un vent de Nord-eſt piquant, le ciel » étant ſerein : le lendemain 28, à $7^h 20'$ du matin, le froid » avoit augmenté de 2 degrés : les thermomètres du même » Obſervatoire marquèrent 15 degrés $\frac{1}{4}$ & 15 degrés $\frac{1}{2}$, le ciel » également ſerein & avec le même vent Nord-eſt; ce froid » étoit le même qui fut obſervé en 1709, & qui a été fixé » à 15 degrés & 15 degrés $\frac{1}{2}$. Le 29, à $7^h 15'$ du matin, le » froid étoit encore plus vif : le thermomètre étoit deſcendu » 1 degré au-deſſous de 1709, & 6 degrés $\frac{1}{4}$ de plus qu'en » 1740, c'eſt-à-dire, à 16 degrés & 16 degrés $\frac{1}{4}$; le ciel » toujours ſerein, le vent à l'Eſt, & le baromètre à 27 pouces » 11 lignes $\frac{1}{2}$. Le 30, à $7^h 15'$ du matin, le froid avoit diminué » de 2 degrés $\frac{1}{2}$. La nuit du 24 au 25, la rivière s'eſt gelée » au-deſſus & au-deſſous des Ponts de cette ville, après n'avoir commencé à charier que le 19. »

« *Extrait de la ſeconde note publiée (x).* Le thermomètre » fut ſuivi exactement à l'Obſervatoire royal, par les ſieurs » le Gentil & Jeaurat; il fut le 17 Janvier, à 11 degrés de » condenſation; le 25, à 10; le 26, à 9; le 27, à 12; » le 28, à 14; le 29, à 14 $\frac{1}{4}$; le 30, à 12; le 31, à 12; » & le 1.er Février, à 13 $\frac{1}{2}$; d'où il ſuit, que le froid de cette » année eſt à peu-près égal à celui de l'année 1768, & qu'il » eſt moindre de 1 degré $\frac{1}{4}$ que celui de l'année 1709, qui fut de 15 degrés $\frac{1}{2}$. »

Le 5 Juin ſuivant, M. le Gentil rendit compte à l'Académie de ſes obſervations ſur le froid.

Les obſervations du froid qui vont être rapportées dans cet article *(XII)*, & celles qui ſont dans le précédent *(XI)*, ont été faites à des thermomètres de M. de Reaumur; l'échelle eſt diviſée entre la glace & l'eau bouillante, en 80 degrés, & c'eſt ſur cette même échelle de 80 degrés, que j'ai rapporté dans les Tables qui ſuivent & qui précèdent *(article XI)* la ſuite des degrés obſervés au thermomètre de Fahrenheit.

(x) Gazette de France, 1776, *n.° 11.*

J'avois chargé une perſonne de la rue de Tournon à Paris, d'obſerver le froid à un thermomètre à l'eſprit-de-vin, conſtruit par Dom Victor, Chartreux, placé dans le jardin de la maiſon, ſous des arbres, élevé à cinq pieds de terre, & expoſé au Nord. Voici la Table de ces obſervations.

1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE.
	H.	*D.*
Janv. 26	mat. 7 ½	— 10
27	mat. 7 ½	— 12 ¾
27	midi.	— 10 ¼
28	mat. 7 ½	— 14 ½
28	ſoir. 6	— 10 ½
29	mat. 7 ½	— 15 ½
30	mat. 7 ½	— 12
31	mat. 7 ¼	— 13 ½
Févr. 1	mat. 7 ¼	— 14 ½

Dom Arsène, Dom Barthélemy & Dom Michel, Chartreux, m'ont dit l'avoir obſervé à 16 degrés.

Dom Germain m'a communiqué ſes obſervations : j'ai vu le thermomètre dont il s'eſt ſervi, il étoit à l'eſprit-de-vin ; placé dans ſon jardin, à quatre pieds de terre, expoſé au Nord-oueſt, poſition qui n'étoit pas celle d'où venoit le vent, qui pendant le froid fut Nord-eſt & Eſt : ces deux vents étoient arrêtés par les arbres du Luxembourg & de l'hôtel de Vendôme. L'heure des obſervations fut à 7 heures du matin, excepté celle du 27, qui fut faite à $2^h\ 9'$.

OBSERVATIONS de Dom Germain.

ANNÉE 1776.	THERMOMÈTRE.
	Deg.
Janvier 17, 18 & 19	— 8
20	— 12 $\frac{1}{2}$
21	— 11
22	— 11 $\frac{1}{2}$
23	— 3 $\frac{1}{2}$
24	— 6
25	— 9
26	— 10
27	— 12 $\frac{1}{3}$
28	— 14
29	— 14 $\frac{1}{4}$
30	— 12
31	— 15 $\frac{1}{4}$
Février....... 1	— 15 $\frac{1}{2}$

À Paris, ſur les combles de l'hôtel de la Monnoie, le 29 Janvier au matin, M. Tillet obſerva le degré de froid à 16 degrés au-deſſous de la congélation, à un thermomètre au mercure, conſtruit par Capy.

M. Briſſon, qui n'étoit pas placé avantageuſemont pour obſerver le degré de froid, pria un de ſes amis de l'obſerver au faubourg Montmartre, à un thermomètre à l'eſprit-de-vin qu'il avoit conſtruit en 1770: & le 29 Janvier au matin, ce thermomètre marquoit 16 degrés au-deſſous de zéro.

Un grand nombre de perſonnes, à Paris, qui n'étoient pas placées avantageuſement, ont obſervé 15 & 16 degrés au-deſſous de la congélation.

À VERSAILLES.

Épaiſſeur de la glace au milieu du grand Canal de Verſailles (y).

1776.	HEURES du JOUR.	ÉPAISS. de la GLACE.
	H. M.	*Pouc. Lig.*
Janv. 26	4. 50 ſoir.	8. 3
27	7. 20 mat.	8. 10
28	7. 27 mat.	10. 5
29	7 25 mat.	12. 9
30	7. 25 mat.	12. 11
31	7. 21 mat.	13. 0
Févr. 1	7. 0 mat.	13. 1
2	5. 0 ſoir.	13. 0
3	8. 30 mat.	12. 10½

À SAINT-DENYS.

Dom Bedos, Correſpondant de l'Académie, obſerva le degré de froid le 29 Janvier matin à 16 degrés au-deſſous de la congélation. Son thermomètre étoit à l'eſprit-de-vin.

À MONTMORENCY.

Le P. Cotte, Prêtre de l'Oratoire, Curé de Montmorency & Correſpondant de l'Académie, me manda dans ſa Lettre du 31 Janvier 1776, « Je vous envoie mes obſervations ſur le froid, & vous obſerverai que mes thermomètres ſont parfaitement iſolés, en ſorte qu'ils ne touchent que par les deux extrémités aux planches qui portent les graduations; ils ſont à l'eſprit-de-vin, excellens, & ſortent des mains de Dom Bedos. »

(y) Gazette de France, 1776, n.° 11.

TABLE des Observations.

1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE.	1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE.
	Heur.	*Deg.*		*Heur.*	*Deg.*
Janv. 15	mat. 7 ½	— 7 ½	Janv. 23	mat. 7 ½	— 3 ¾
	ſoir 1 ½	— 3		ſoir 9	— 2 ¼
	ſoir 9	— 7 ¼	24	mat. 7 ½	— 6 ¾
16	mat. 7 ½	— 6		ſoir 1 ½	— 2
	ſoir 1 ½	— 1 ½		ſoir 9	— 5 ½
	ſoir 9	— 5 ¾	25	mat. 7 ½	— 9
17	mat. 7 ½	— 9		ſoir 1 ½	— 5
	ſoir 1 ½	— 6		ſoir 9 ¼	— 8 ¼
	ſoir 9	— 9 ½	26	mat. 7 ½	— 9 ¾
18	mat. 7 ½	— 5 ¾		ſoir 1 ½	— 5 ¾
	ſoir 1 ½	— 0 ½		ſoir 8 ¼	— 9
	ſoir 9	— 4 ⅜	27	mat. 7 ½	— 13 ¼
19	mat. 7 ½	— 5 ¼		ſoir 1 ½	— 9 ½
	ſoir 1 ½	— 4 ¾		ſoir 9	— 12 ½
	ſoir 8 ¼	— 8 ¼	28	mat. 7 ½	— 15 ⅛
20	mat. 7 ½	— 12 ¼		ſoir 1 ½	— 9
	ſoir 1 ¼	— 5		ſoir 9	— 12 ½
	ſoir 9 ½	— 10	29	mat. 7 ½	— 15
21	mat. 7 ½	— 10 ¼		ſoir 1 ½	— 8 ¼
	ſoir 1 ½	— 3 ¾		ſoir 8 ½	— 10 ¾
	ſoir 9	— 8 ¼	30	mat. 7 ½	— 12 ¼
22	mat. 7 ½	— 9 ¼		ſoir 1 ½	— 6 ¾
	ſoir 1 ½	— 2		ſoir 9 ¼	— 10 ¼
	ſoir 9	— 2 ½	31	mat. 7 ½	— 11 ¼

À FEUILLENCOURT près de Saint-Germain-en-Laye.

Lettre de M. Trochereau de la Berlière, de l'Académie de Rouen, datée de Feuilencourt, le 14 Février, à l'auteur

de la Gazette *(z)*, « Je vous envoie les obſervations météo-
rologiques que j'ai faites, avec ſoin, ſur deux thermomètres «
de Reaumur, à l'eſprit-de-vin, expoſés au plein nord de ma «
maiſon, & placés à côté l'un de l'autre : j'obſervai que de ces «
deux thermomètres, placés à côté l'un de l'autre, l'un fut «
conſtamment à peu-près d'un degré moins ſenſible que celui «
dont les obſervations vont être rapportées. Le dégât que le «
froid exceſſif a occaſionné, ne peut pas encore être apprécié : «
les *abricotiers*, les *pêchers* paroiſſoient avoir beaucoup ſouffert, «
quoique j'euſſe pris la précaution de les abriter avec des «
rames. Les *alaternes*, *phillirea*, quelques *pins* même, entr'autres, «
le *pinus ſativa*, les *ifs*, *ilex*, *piracantha*, les *lierres* même «
ont leurs feuilles endommagées & flétries. J'ai remarqué «
dans la forêt de Saint Germain, que les *houx*, les *genets* «
ont prodigieuſement ſouffert. »

(z) Gazette d'Agriculture, *n.° 19*.

TABLE des Obſervations.

1776.	HEURES du JOUR.		THERMO-MÈTRE.	1776.	HEURES du JOUR.		THERMO-MÈTRE.
		Heur.	Deg.			Heur.	Deg.
Janv. 20	mat.	6	— 16	Janv. 26	ſoir	10	— 13 ½
	mat.	9	— 15 ½	27	mat.	7	— 15 ½
	ſoir	9	— 12		mat.	9	— 13 ¼
21	mat.	6 ½	— 12		midi		— 11 ⅓
	mat.	9	— 12		ſoir	9	— 13 ½
	ſoir	10	— 14	28	mat.	6 ½	— 15 ¾
22	mat.	7	— 15		midi		— 12 ½
	mat.	9	— 11		ſoir	9	— 15 ½
	midi		— 6	29	mat.	6	— 18 ½
	ſoir	9	— 4		midi		— 12
23	mat.	7	— 5		ſoir	9	— 16
	midi		— 4	30	mat.	6 ½	— 17 ½
	ſoir	10	— 5		mat.	9	— 16
24	mat.	6	— 8		midi		— 16 ½
	mat.	9	— 7 ½		ſoir	9	— 15 ½
	ſoir	10	— 7	31	mat.	6 ½	— 19
25	mat.	6	— 15		mat.	9	— 16 ½
	mat.	9	— 11 ½		ſoir	9	— 16 ½
	midi		— 7 ½	Fév. 1	mat.	6	— 19 ½
	ſoir	10	— 14		mat.	9	— 17
26	mat.	7	— 16		midi		— 9 ¼
	mat.	9	— 15 ¾		ſoir	9	— 9
	midi		— 9	2	mat.	6	— 7

À DENAINVILLIERS en Gâtinois.

Le 29 Janvier, à ſept heures du matin, le thermomètre deſcendit à 14 degrés au-deſſous de la congélation; le 30 & le 31, à 13 degrés ½ *(a)*.

(a) Communiquée à l'Académie par M. du Hamel, le 7 Février 1776.

À NANCY.

À NANCY.

Dans une Lettre de Nancy, en date du 5 Février, M. Maillette, Professeur royal de Géographie en l'Université de cette ville, me manda, « Je vous envoie des observations que j'ai faites à Nancy, sur le froid excessif qui s'est « fait sentir, en cette ville, ces jours derniers; il a commencé « le 15 Janvier, & a duré jusqu'au 2 Février; je l'ai observé « à un thermomètre au mercure de M. de Reaumur, qui est « très-sensible, & que j'ai divisé: chaque degré a deux lignes « d'étendue que j'ai subdivisées en quatre parties; par-là, je « vois aisément un douzième de degré: les observations furent « faites à peu-près au lever du Soleil: depuis le 15 Janvier « jusqu'au 24, le vent fut Nord & assez calme, le ciel peu « couvert. Depuis le 24 jusqu'au 1.er Février, il régna un « grand vent de Nord-est qui étoit très-piquant. Les 27, 28 « & 29, le ciel étoit serein, sans nuages pendant tout ce temps. »

TABLE des Observations faites à NANCY.

1776.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	1776.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.
	P. L.	*Deg.*		*P. L.*	*Deg.*
Janv. 15	26. 11,0	— 4,4	Janv. 25	27. 2,4	— 8,6
16	27. 0,4	— 9,2	26	27. 1,4	— 9,6
17	27. 0,5	— 7,3	27	27. 1,0	— 15,4
18	27. 1,3	— 3,6	28	27. 2,2	— 16,3
19	27. 2,8	— 8,6	29	27. 3,3	— 17,0
20	27. 1,3	— 11,7	30	27. 4,0	— 14,6
21	27. 1,1	— 11,7	31	27. 5,9	— 13,6
22	26. 11,9	— 13,1	Février 1	27. 6,6	— 17,9
23	26. 10,7	— 9,2	2	27. 4,6	— 8,0
24	27. 1,0	— 4,1			

« A Nancy *(b)*, le 29 Janvier, au lever du Soleil, un

(b) Gazette de France, 1776, *n.° 15.*

» thermomètre au mercure, descendit à 17 degrés au-dessous de la congélation, & le 1.er Février, à 17 degrés $\frac{3}{4}$. »

À DIJON.

Extrait d'une Lettre de Dijon, du 6 Février 1776. « Nous » avons éprouvé ici, comme à Paris, des froids très-vifs. Le » jour le plus froid a été le 31 Janvier : le temps où le thermo- » mètre est descendu au plus bas, a été le matin du 1.er Février; » j'avois alors trois thermomètres en expérience; un, dans le » fond d'un jardin, suspendu à de la charmille dont l'exposi- » tion étoit Nord-est; un autre, dans un endroit au Nord, qui » étoit d'une température semblable à celle où j'observe depuis » quatorze ans, & qui est le montant d'une fenêtre qui a son » aspect sur une cour, & où le Soleil ne donne jamais; le » troisième, étoit placé aussi en dehors à une fenêtre dont » l'aspect étoit au Sud-est; dans ce dernier, le mercure n'est » descendu qu'à 14 degrés au-dessous de zéro; dans celui de » la cour, à 15 degrés; & dans celui du jardin, à 16 degrés.

» Le 11 Janvier 1767, j'observai 14 degrés au-dessous » de zéro.

Les 5 & 6 Janvier 1768, 13 degrés $\frac{1}{2}$. »

À TROYE en Champagne.

« Le 31 Janvier *(c)*, dans deux endroits différens de la ville, le thermomètre descendit à 16 degrés $\frac{1}{4}$ & à 17 $\frac{1}{2}$. »

À STRASBOURG.

Dans le Journal de Physique, Juin 1776, *page 478*, M. le Baron de Dietrich, Correspondant de l'Académie, s'exprime ainsi : « Mes thermomètres sont au mercure, avec » l'échelle de M. de Reaumur, je réunis plusieurs de mes ther- » momètres que je trouvai parfaitement d'accord; je les séparai » & les plaçai tous au Nord, mais en différens endroits; l'un,

(c) Gazette de France, 1776, *n.° 15.*

ſuſpendu hors de la croiſée d'un premier étage, dans l'intérieur d'une cour, marqua, le 29 Janvier, 15 degrés de condenſation; l'autre, expoſé dans la même cour, au ſecond étage, indiqua 15 degrés $\frac{1}{2}$; un troiſième thermomètre, placé de manière que l'activité du vent du Nord n'étoit gênée que par un ſeul côté, deſcendit à 16 degrés $\frac{1}{2}$. J'eus beau mettre mes thermomètres les uns à la place des autres, j'eus toujours les mêmes différences, relativement à l'expoſition. Les thermomètres pareils aux miens, & dont la différence de condenſation m'avoit engagé à faire l'expérience que je viens de détailler, indiquèrent, le même jour, 16 degrés $\frac{1}{2}$ & même 17 degrés de condenſation: ceux qui étoient à 16 degrés $\frac{1}{2}$ étoient à la vérité expoſés au vent du Nord; mais ce vent n'étoit pas entièrement libre, tandis que les thermomètres, dont le mercure a deſcendu juſqu'à 17 degrés, étoient expoſés ſur de grandes places où le vent a toute ſa force, & où l'air eſt agité dans les temps les plus calmes. Le 29 Janvier, les eaux de l'Ill, rivière qui traverſe notre ville, fumoient très-fort dans les endroits où elle n'étoit pas gelée; ces vapeurs étoient condenſées, au point d'être viſibles, ſous la forme de fumée: au moment du dégel, l'humidité contenue dans l'air, ayant frappé les murs des maiſons, les avoit enduits d'une ſorte de gelée blanche qui s'eſt ſoutenue près de deux jours.»

Extrait d'une Lettre de M. Spielmann, Correſpondant de l'Académie, datée de Straſbourg, le 7 Mars 1776, qui m'a été communiquée par M. Briſſon. «Je joins à la fin de celle-ci, les Obſervations météorologiques que j'ai faites ſur le grand froid de cet hiver, à Straſbourg: pluſieurs arbres ſe ſont fendus du haut en bas; le Rhin fut entièrement pris par la glace; quelques puits ſe ſont gelés: dans des rivières, la glace étoit épaiſſe de 20 pouces; les pêchers ont ſouffert ainſi que la vigne; la terre étoit bien couverte de neige.»

TABLE des Obſervations.

1776.	BAROMÈTRE.		THERMOMÈTRE.	VENTS.
	Pouc.	*Lign.*	*Deg.*	
Janv. 15	27.	3	— 8	
16	27.	5	— 7	N.
17	....		— 10	N.
18	....		— 6	
19	27.	6	— 8½	
20	....		— 12	
21	27.	5	— 10½	S. O.
22	27.	4	— 8	
23	27.	3	— 10	N.
24	27.	5	— 8	
25	27.	6	— 11	
26	....		— 11½	
27	27.	5	— 14½	
28	27.	6	— 15	
29	27.	7	— 16	
30	27.	7	— 13	
Février 1	27.	10	— 14½	
2	27.	9	— 11	
3	27.	6	+ 2	S.

À COURLON-ſur-Yonne.

M. de Champ-Milon, Officier des Gendarmes de la Garde, y obſerva le froid à un thermomètre de M. de Reaumur, au mercure; ce thermomètre étoit ſuſpendu en plein air, entre cour & jardin, à une grille expoſée au Nord. Voici la Table des obſervations.

1776.	HEURES du JOUR.	BAROMÈTRE.		THERMOMÈTRE.
	H.	Pouc.	Lign.	Deg.
Janv. 28	matin 7	27.	9	— 15
29	matin 7	28.	0	— 16
30	matin 7	28.	2	— 14
31	matin 7	28.	2	— 15
Février 1	matin 6	27.	11	— $15\frac{1}{2}$
2	matin 7	....		— 3

À LYON.

« Les froids que l'on a éprouvés à Lyon *(d)*, dans le mois de Janvier dernier, ont surpassé de beaucoup, en intensité, celui de 1709 : la gelée a duré dix-sept jours; elle commença le 16; depuis ce jour jusqu'au 27, le thermomètre de Reaumur se maintint entre 6 & 7 degrés de congélation. «

Le 29, à 7 heures du matin, il descendit à.... 9 degrés. «
Le 30, à minuit, il fut à.............. 10. «
Le 31, avant 7 heures du matin, à......... $14\frac{3}{4}$. «
Et à minuit, à.................. 15. «
Le 1.er Février, à..................... 17. «
Dans d'autres expositions, à $17\frac{1}{4}$, & même à... $17\frac{1}{2}$. «

Un vent de Sud très-froid, décida le dégel le 2 Février au matin. Le Rhône a charié beaucoup de glaçons; sa surface a été presqu'entièrement prise au-dessous de la ville près de la *Mulatière :* la Saône l'a été entièrement, excepté entre les deux Ponts, où l'on soupçonne des sources. Les gens de la campagne entendirent, dans les forêts, les arbres éclater avec bruit : le Soleil ne fit point fondre le givre attaché aux «

(d) Gazette de France, *1776, n.° 18.*

» arbres, & la terre étoit couverte d'un pied de neige. Le dégel, » avec le vent de Sud, accompagné de petites pluies chaudes, facilita le départ des glaces, ſans aucun dommage. »

Le P. Cotte, dans ſa Lettre du 21 Février, m'envoya l'obſervation faite à Lyon, le 1.er de Février : pluſieurs thermomètres deſcendirent à 15 degrés, 16 ½ & 17 ¼.

AU PONT DE BEAUVOISIN.

Du Pont de Beauvoiſin, le 21 Février (e), « Nos thermo- » mètres ſont deſcendus à 15 degrés, froid de 1709. La » terre étoit couverte de neige : les pommes de terre & les » autres racines ont été gelées juſque dans les ſerres les plus » chaudes : on compte ici huit puits, au moins, où il y eut » de la glace. Pendant le froid exceſſif de la dernière quinzaine » de Janvier, il parut dans nos champs une prodigieuſe quan- » tité d'alouettes, qui, chaſſées par la neige, cherchoient des abris juſque dans les habitations. »

À LA FERTÉ-BERNARD.

Du Mans, le 27 Février (f), « Suivant les obſervations » faites avec exactitude à la Ferté-Bernard, la dernière gelée » a duré vingt-quatre jours, à commencer du 10 Janvier : du » 11 au 15, il tomba 6 pouces de neige : dès le 26, le froid » fut plus violent qu'en 1740 : le 31, le thermomètre deſcendit » à 15 degrés ; pendant tout ce temps, le thermomètre ſe » tint aſſez bas. La rivière d'*Huine* fut gelée à 8 pouces de » profondeur ; la terre le fut à 20 pouces, & à 12 ſeulement » dans des lieux moins élevés. On trouva dans les campagnes de très-gros chênes fendus de bas en haut. »

AU HAVRE-DE-GRÂCE.

Obſervations faites au Havre (g) avec un thermomètre

(e) Gazette d'Agriculture, 1776, *n.° 19.*

(f) *Idem.*

(g) Journal de Phyſique, *Février 1776.*

construit en 1761, selon les principes de M. de Reaumur, & dont la boule étoit totalement isolée.

1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE.
	H.	*Deg.*
Janv. 27	soir 7	— 13 ½
	soir 11	— 13
28	minuit ½	— 14
	matin 4	— 14 ¾
	matin 7	— 15
	soir 7	— 13
	soir 10	— 12 ½
29	matin 6	— 13 ½
	soir 11	— 10 ½
30	matin 4	— 11 ¾
	matin 6	— 11 ½
	soir 7	— 10
	soir 10	— 11
31	matin 6	— 12
	soir 8	— 10
	soir 10 ½	— 10 ½
Février 1	matin 7	— 11 ¾
	soir 10	— 1

« L'embouchure de la Seine (rapporte l'auteur de ces Observations) que j'ai trouvée vers le Havre, de quatre mille « cinq cents toises de largeur, étoit, le 29 Janvier & jours « suivans, toute couverte de glace, ainsi que toute cette partie de « mer qui est comprise entre la *baie de Caen* & le *cap de la Héve,* « en sorte, que du *Havre,* la mer paroissoit couverte de glace « jusqu'à l'horizon; toute cette glace étoit rompue par le flux « & reflux. On ne se souvient pas d'avoir jamais vu au *Havre* « un pareil spectacle, qui donnoit à notre mer l'air de la «

» Baltique. Il a paru un grand nombre d'oiseaux étrangers, si
» excédés de fatigue, que plusieurs se sont laissé prendre à la
» main. on trouva aussi beaucoup de poissons morts sur les
rivages. »

À DOUAI en Flandre.

M. le Chevalier d'Angos, Officier au régiment de Navarre, de l'Académie de Rouen, m'écrivit de Douai, le 19 Mars, qu'il avoit observé le froid dans cette Ville, au thermomètre au mercure en spirale que je lui avois procuré, exposé directement au vent qui régnoit; il étoit isolé, ce qui fait une grande différence. « Ayant d'abord placé, dit-il, mon thermomètre à une fenêtre, & l'ayant ensuite avancé en plein
» air, je le vis descendre un demi-degré plus bas dans cette
» dernière position: l'ayant remis ensuite à la fenêtre, il remonta
» presque au même point où il étoit d'abord; j'ai répété cette
» expérience plusieurs fois, & j'ai toujours eu le même résultat.
» J'ai remarqué tous ces jours-là, que le thermomètre baissoit
» constamment jusque vers 8 heures $\frac{1}{4}$. Les observations sont faites à $8^h\ 15'$ du matin. »

TABLE des Observations de DOUAI.

1776.	THERMOM.	1776.	THERMOM.
	Deg.		Deg.
Janv. 20	— 12,5	Janv. 29	— 15,0
25	— 9,8	30	— 13,5
26	— 9,0	31	— 15,0
27	— 15,0	Fév. 1	— 13,5
28	— 16,5	2	— 3,5

À NIEUPORT.

Le Père Cotte, me mande dans sa lettre du 26 Février; « Je vous envoie des observations très-intéressantes, faites sur

sur le froid à Nieuport, par Dom Mann, qui m'ont été « envoyées par M. le Baron de Poëderlé, dans sa lettre du 20 « Février. «

Les thermomètres de Dom Mann, Prieur des Chartreux « Anglois, sont au mercure; il en a quatre de Reaumur, & « quatre de Fahrenheit, depuis 10 jusqu'à 20 pouces de lon- « gueur, dont l'exactitude est constatée. «

Le grand froid commença à Nieuport, dans la nuit du « 8 au 9 Janvier, & finit le 2 Février. Dès le 11, la neige « tomba, & ne cessa que le 16. Le 19, la gelée fut forte sans « vent, & le temps beau; à 2 heures du soir, le thermomètre « marquoit 5 degrés ½ de condensation, le baromètre 28 pouc. « 2 lignes ¼, le vent à l'Est. Le 20 même temps; à 2 heures « & demie du soir le thermomètre marquoit 5 degrés ¼ de « condensation, le baromètre 28 pouces 0 ligne ¾, & le vent « Ouest. »

TABLE des plus grands Froids.

1776.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	THERM.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*pouc. lig.*	*Deg.*		
Janv. 25	mat. 7½	28. 2,9	— 9	N. E.	très beau, très-froid, vent très-piquant.
26	mat. 8	28. 2,3	— 10	N. E.	même temps.
27	mat. 8	......	— 13½	N. E.	*idem.* le vent fort, excessif & piquant.
	soir 3½	......	— 11½		
28	mat. 7½	28. 4,3	— 14⅔	N. E.	beau, extraordinair. froid & piquant.
	mat. 9	......	— 12⅓		
29	mat. 6¾	28. 3,9	— 13⅔	N. E.	beau, vent moins piquant.
	soir 5	......	— 8		
30	mat. 7	28. 5,0	— 12⅓	E.	beau, vent encore moins piquant.
31	mat. 7¾	28. 6,0	— 11½	S. E.	*idem.* vent plus doux.
Fév. 1	mat. 7	28. 4,0	— 13⅓	S. E.	couvert, vent très-froid & piquant.
	soir 5	......	— 7		

« Il est à remarquer que la gelée devoit être moins forte au niveau de la mer; cependant dans la nuit du 27 au 28, « Dom Mann trouva quatre sortes de vins gelés, l'*eau-de-* «

» *vie & le taffia* étoient même gelés ferme, il y avoit des glaçons » dans l'esprit-de-vin rectifié de Londres; l'eau de la mer a » gelé, en ayant mis dans un vase, lorsque le thermomètre » étoit à 6 degrés de condensation; ce qui resta de cette eau » ne fut gelé que lorsque le thermometre descendit à 10 » degrés; & ce qui resta encore de cette eau dans le vase, ne » gela que lorsque le thermomètre fut à 14 degrés; le 29, le » taffia & l'eau-de-vie n'étoient plus si fortement gelés que le 28.

» Le 1.er Février, Dom Mann se rendit à la côte pour y » examiner les monceaux de glace d'eau salée (le thermo- » mètre y restoit à 7 degrés de condensation à 4 heures du » soir); il trouva de la glace de mer tout le long de la côte » depuis 6 jusqu'à 8 pieds anglois d'épaisseur, & très-salée; à » une demi-lieue de la côte, il y avoit un autre rang de glace, » & à la distance de 2, 3 & 4 lieues de la côte, flottoient » de très-grandes masses de glace. D. Mann vit nombre » d'oiseaux du cercle polaire, comme *herons* de la baie d'Hudson, » *Cygnes & Strund-jagers* ou *chasse-merde*, espèce de *mouette* qui se trouve sur les côtes du Spitzberg *(h).* » Il est à présumer que ces masses de glace étoient formées de plusieurs glaçons réunis les uns sur les autres.

AU CHÂTEAU D'HARGICOURT en Picardie.

Par une Lettre de M. le Marquis d'Hargicourt, datée de son château, le 9 Février, il me manda : « J'ai depuis » long-temps un thermomètre de Capi en observation : au » moment où le dernier froid devint très-vif, j'en mis un » second, ils étoient exposés au Nord, à l'ouverture d'une vallée » assez large & assez longue : ici, les puits ont gelé, comme » à Gratibust, à Pierre-Pont & à la Neuville, villages situés » dans la vallée du Don; celui de la Neuville, qui est le plus » élevé sur le penchant de la côte orientale de la rivière du

(h) Depuis la lecture de ce Mémoire, D. Mann a publié ses Observations. Voyez *Mémoires de l'Académie de Bruxelles, tome I, pages 305 & 551.*

Don, ne fut pas gelé en 1740 ni en 1768, comme il l'a « été cette année. «

Les obſervations de la Table ſuivante furent faites à « 7 heures du matin. »

1776.	THERM.
	Deg.
Janvier 25	— 17
26	— 14
27	— $16\frac{1}{2}$
28	— $17\frac{1}{2}$
29	— $19\frac{1}{2}$
30	— 18
31	— $19\frac{1}{2}$
Février. 1	— 20

« Au château de Files-Camp, à un quart de lieue d'Hargicourt, dans une plaine, je plaçai avantageuſement un ther- « momètre de Capi; le 31 Janvier, il deſcendit à 19 degrés, « & le 1.er Février, à 20. L'Intendant de M. Pellerin, au village « de Plainville, ſitué dans la plaine entre Saint-Juſt, Mont- « didier & Breteuil, obſerva le froid à deux thermomètres, « à 20 degrés, le 29 Janvier matin. »

Ayant fait quelques objections à M. le Marquis d'Hargicourt, ſur le froid qu'il avoit obſervé ; il m'écrivit, le 26 Février, « Je vous envoie le thermomètre qui m'a ſervi à connoître le froid de cette année, pour le ſoumettre aux « expériences que vous deſirez : la liqueur du tube rentra « entièrement dans la boule, où il y avoit même un vide « aſſez ſenſible, j'eſtimai le froid à 20 degrés. »

J'ai rendu compte, dans ce Mémoire, de ce thermomètre & des expériences qui ont été faites chez M. Baumé, le 27 Avril, en mettant ce thermomètre avec les miens, à la

glace fondante, à un froid artificiel qui donnoit le degré de cette année, observé à mon thermomètre *n.° II*, de 16 degrés $\frac{1}{4}$.

À MONTDIDIER.

Par une Lettre de Montdidier, datée du 11 Février, on me marquoit : « Il a commencé à geler ici, le 8 de » Janvier ; le froid est allé en augmentant : les 11, 12 & » 13, il tomba une grande quantité de neige, que je mesurai, » & j'en trouvai 18 pouces dans les moindres endroits. Le » froid augmenta : les 14, 15, 16 & 17, à près de 8 heures » du matin, mon thermomètre marquoit 15 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous » de zéro : le 20, il fut à 17, & ne varia que très-peu » jusqu'au 29 : le 29, à 7 heures $\frac{1}{2}$ du matin, il étoit au » 18.me degré ; le lendemain à 17, ainsi que le 1.er de » Février. Ce même jour, sur les 10 heures, le ciel se couvrit; » il tomba un peu de neige ; le vent tourna au Sud & nous » amena le dégel. Le thermomètre qui m'a servi, étoit connu » de M. l'abbé Nollet, qui l'avoit comparé aux siens ; il étoit » exposé dans une cour, en face du Nord. Un Avocat d'ici, » qui en a un, n'a observé que 17 degrés $\frac{1}{2}$; mais la boule » du thermomètre, qui est à l'esprit-de-vin, étoit couverte » d'une planche jusqu'à la hauteur de 3 pouces. Le froid étoit » si grand, que le vin du Languedoc se geloit dans les bou- » teilles, étant dans une chambre à feu ; l'eau-de-vie étant » exposée à l'air, il s'y formoit une crême de glace à la superficie. » C'est d'après cette Lettre, que j'ai rapporté, à l'article des Effets du froid, la mort du Courrier de Picardie, qu'on trouva gelé dans sa cariolle.

« A Montdidier en Picardie *(i)*, le 29, à 7 heures $\frac{1}{2}$ du » matin, plusieurs thermomètres, à l'esprit-de-vin, descendi- » rent à 17 degrés $\frac{1}{2}$ & à 18 : la terre étoit alors couverte de 18 pouces de neige. »

(i) Gazette de France, 1776, *n.° 15*.

À AMIENS.

D'Amiens, le 27 Février (k), « Suivant les Obſervations météorologiques, faites dans cette ville : le froid y a été « exactement le même qu'à Paris (16 degrés $\frac{1}{4}$.) »

À CHÉPI près d'Abbeville.

Extrait d'une Lettre de M. le Marquis de Chépi, datée de ſon château de Chépi, à deux lieues d'Abbeville, le 3 Février : « Les obſervations du froid, que j'ai faites ici ſur le thermomètre de M. de Reaumur, reviennent à peu- « près à celles qu'a faites M. Meſſier ; mon thermomètre eſt « deſcendu un peu plus bas que le ſien, le 28 Janvier matin. »

(J'ai obſervé à Paris, 16 degrés $\frac{1}{4}$.)

À FONTENAI-LE-COMTE en Poitou.

M. Briſſon, de cette Académie, m'a communiqué les obſervations de la Table ſuivante, faites à Fontenai-le-Comte en Poitou, à un thermomètre à l'eſprit-de-vin qu'il avoit conſtruit.

(k) Gazette d'Agriculture, 1776, n.° 19.

1776.	MATIN $7^h\frac{1}{2}$.	SOIR 1^h.	SOIR 10^h.	ÉTAT DU CIEL.
	Deg.	Deg.	Deg.	
Janv. 15	— 5	— 4	— 6	couvert pendant la journée, vent l'après-midi.
16	— $7\frac{1}{2}$	— 6	— 7	couvert pendant la journée, vent le matin.
17	— 8	— $6\frac{1}{2}$	— 8	neige le matin, couvert le reste du jour.
18	— $9\frac{1}{4}$	— 5	— 9	couvert la matinée, ferein le foir à 10 heur.
19	— 10	— $6\frac{1}{2}$	— $9\frac{1}{2}$	brouillard la matinée, ferein le foir à 10 heur.
20	— $9\frac{3}{4}$	— 6	— 8	brouillard toute la journée.
21	— $8\frac{1}{2}$	— 6	— 6	brouillard la matinée, couvert le foir.
22	— 5	— 3	— 4	pluie le matin, & couvert l'après-midi.
23	— $3\frac{1}{2}$	— 1	— 5	brouillard le matin, & couvert l'après-midi.
24	— 7	— $3\frac{1}{2}$	— 6	ferein; couvert vers les 10 heures du foir & du vent.
25	— 8	— 6	— 8	ferein, toute la journée, du vent.
26	— $7\frac{1}{2}$	— $6\frac{1}{2}$	— 9	nuages le matin; ferein l'après-midi.
27	— $10\frac{1}{2}$	— 7	— 9	couvert toute la journée avec du vent.
28	— $19\frac{1}{2}$	— $7\frac{1}{2}$	— $11\frac{1}{2}$	neige le matin & le foir.
29	— 11	— 8	— 11	neige le matin, & couvert l'après-midi.
30	— $12\frac{1}{2}$	— $8\frac{1}{2}$	— 9	couvert le matin, nuages l'après-midi.
31	— 12	— 6	— 9	ferein le matin; nuages à 1 heure; ferein à 10 heures du foir.

À BOULOGNE-fur-mer.

Par une Lettre de Boulogne, le 6 Février, M. Homy, Employé aux Ponts & Chauffées, me manda: « J'ai obfervé » à Boulogne, à deux thermomètres, conftruits fur les principes de M. de Reaumur, les froids fuivans: »

1776.	THERM.
	Deg.
Janvier 27	— 11
28	— 13
29	— $10\frac{3}{4}$

À MARSEILLE.

M. de Saint-Jacques y obſerva le froid du commencement de cette année 1776 : le thermomètre étoit placé à l'Obſervatoire, élevé de 24 toiſes au-deſſus du niveau de la mer. M. Piſton obſerva le froid hors l'enceinte de la ville, près les Réformés : ſon thermomètre donna 4 degrés au-deſſous de zéro.

1776.	HEURES du JOUR.		THERM.
		Heur.	*Deg.*
Janvier 13	mat.	$9\frac{1}{2}$	$-0\frac{1}{4}$
17	ſoir	$9\frac{1}{2}$	$-0\frac{1}{4}$
18	mat.	8	-1
	ſoir	10	$-1\frac{1}{2}$
25	ſoir	$9\frac{1}{2}$	$-0\frac{1}{3}$

Nota. M. de Saint-Jacques m'a dit, que ces obſervations n'avoient pas été faites au moment du plus grand froid.

À BREST.

Extrait d'une Lettre de M. Blondeau, datée de Breſt, le 6 Décembre 1776. « Un thermomètre de Reaumur, à l'eſprit-de-vin, fait par Magny, & expoſé en dehors d'une « fenêtre, au ſecond étage & au Nord-eſt, a marqué le plus « grand froid le 27 Janvier, à 7 heures du matin, 4 degrés « au-deſſous de zéro : le baromètre étoit à 27 pouces 7,6 lignes: « le vent Sud-eſt médiocre. «

Le 29, à 8 heures du matin, 4 degrés au-deſſous de « zéro : le baromètre à 7 pouces 8,7 lignes, temps calme. « Il eſt à remarquer que le vent de Sud eſt, qui, en hiver, « annonce ici toujours de la neige fondue ou en nature, y « eſt auſſi toujours le vent du froid. »

À Aix en Provence.

Extrait d'une Lettre du P. Cotte à M. Tillet, du 23 Février.

« Je viens de recevoir des Lettres de Bordeaux & d'Aix en » Provence; il paroît par ces Lettres, que la température du » mois de Janvier a été bien différente de celle que nous » avons éprouvée ici. Voici ce que M. Morin, Professeur de » Physique à Aix, me mande: Il s'en faut de beaucoup que » nous éprouvions ici le froid rigoureux qui règne à Paris; le » plus grand degré de froid n'a été que de 5 degrés au-dessous » de zéro, le 18 Janvier: il est tombé de la neige, les 16 & » 17, qui se fondoit en tombant, aussi-bien que le 29 & le » 30. Le 7 & le 23, nous eumes des pluies d'orage mêlées de grêle, & le tonnerre se fit entendre. »

À Bordeaux.

M. Guyot me mande de Bordeaux: « Ce qu'il y a de » singulier, c'est la douceur de la température dont nous » jouissons, tandis qu'on éprouve des froids rigoureux, non- » seulement dans vos cantons, mais jusque dans la Saintonge » & à l'embouchure de la Garonne, où la gelée étoit très- » forte à la fin de Janvier. Quant à nous, nous n'avons eu » le thermomètre au-dessous du terme de la congélation, que » les 16, 17, 18, 19 & 25 au matin; le plus grand degré de » condensation a été de 5 degrés le 19 Janvier; nous eumes » près de 4 pouces de neige le 17, il n'en restoit plus le 23; » alors les vents furent fort variables, le thermomètre étant » ordinairement entre midi & 3 heures du soir à 4, 6, 8 & » même jusqu'à 10 degrés au-dessus de zéro. Il paroît qu'il y » a eu comme une ligne de démarcation, formant les limites » du froid & du chaud.

» La neige tombée le 17 dans mon nétomètre, formoit une » épaisseur de 3 pouces 9 lignes; je la fis fondre sur le champ, » elle ne donna que 2 pouces 4 lignes d'eau. Je présentai » à la neige qui tomba ici le 17, un gros tube de cristal » d'Angleterre, électrisé par le frottement; les fleurons furent

constamment

constamment repoussés avant que d'atteindre la surface du « tube. »

TEMPÉRATURE *qui a succédé aux grands Froids.*

Le P. Cotte me manda : « La température que nous avons eue depuis les grands froids n'est pas moins singulière par les « vents & les pluies continuelles, que celle du mois de Janvier « l'a été par le froid ; depuis le 1.er Février jusqu'au 16 Mars, « dernier jour de pluie, j'ai mesuré soixante-une lignes d'eau ; « tandis qu'année commune il ne devroit y en avoir par mois « que 13 lignes $\frac{1}{2}$: il y a eu vingt-trois jours de pluie en « Février & neuf en Mars, le vent Sud-ouest a presque toujours « régné & avec violence pendant le mois de Février ».

Observations du Froid dans une partie de l'Europe.

À BRUXELLES.

Le P. Cotte, dans sa lettre du 12 Février, m'envoya les observations suivantes. « Voici les observations du froid, faites à Bruxelles dans la partie basse de la Ville, par M. le Baron « de Poëderlé, à un thermomètre à esprit-de-vin ; & dans la « partie haute au Nord, à un air bien libre, par un de ses « amis, avec un thermomètre à mercure. «

Dès le 9 Janvier, le froid se décida & les vents se fixèrent « au Nord-est ou Est-nord-est, il neiga beaucoup ; le 12 & « le 13, la neige fut des plus abondantes, le vent violent & « variable du Nord-est à l'Est. »

1776.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	VILLE baſſe.	VILLE haute.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	Heur.	*Pouc. Lig.*	*Deg.*	*Deg.*		
Janv. 19	mat. 8	28. 0	— 10 $\frac{1}{4}$	— 12 $\frac{1}{2}$	S. E.	ciel ſerein.
20	mat. 8	27. 9 $\frac{1}{4}$	— 11 $\frac{1}{4}$	— 12	S. S. E.	brouillard.
26	mat. 8	27. 11	— 10 $\frac{1}{4}$	— 12	N.	
27	mat. 7 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{3}{4}$	— 14 $\frac{1}{2}$	— 16	N.	
28	mat. 7 $\frac{1}{2}$	28. 0 $\frac{1}{2}$	— 16	— 17	E.	
29	mat. 7 $\frac{1}{2}$	28. 0	— 14 $\frac{1}{4}$	— 16	E.	ciel ſerein;
30 & 31	......	....	— 13	— 13	....	
Févr. 1	......	....	— 11 $\frac{1}{2}$	— 11	....	
2	......	....	......	— 0 $\frac{1}{4}$		

M. l'abbé Chevalier, Correſpondant de l'Académie, obſerva le froid, à Bruxelles, de 5 degrés au-deſſous de zéro, au thermomètre de Farhenheit, qui répond à 16 degrés $\frac{1}{3}$ du thermomètre de M. de Reaumur.

A Bruxelles (l), le 28 Janvier, « Un thermomètre à l'eſprit-de-vin, placé dans la partie baſſe de la ville, deſcendit à 16 degrés, & un autre au mercure, placé dans la partie haute, expoſé au Nord, deſcendit à 17.

À LOUVAIN, À TOURNAY & près de Tournay.

Le P. Cotte, dans ſa Lettre du 21 Février, me manda: « M. le Baron de Poëderlé m'a encore envoyé les obſerva-
» tions ſuivantes ſur le froid, faites à Louvain, à Tournay & à une lieue de cette dernière ville, à la campagne. »

(l) Gazette de France, 1776, *n.° 15.*

1776.	LOUVAIN.	TOURNAY	PRÈS de TOURNAY.
	Deg.	*Deg.*	*Deg.*
Janvier 19	— 10½	— 8½	— 10½
20	— 13	— 11¾	— 15¾
25	— 12½	— 9	— 14½
26	— 9½	— 10½	— 10½
27	— 15	— 13½	— 14½
28	— 16 *	— 15	— 15½
29	— 11½	— 13	— 12
30	— 10	— 12½	— 16

À LA HAYE.

« *De la Haye, le 26 Janvier (m).* Les Courriers retenus par les neiges & les glaces, ont enfin apporté le 23 de ce « mois, des lettres d'*Angleterre* qu'on attendoit ici depuis le 2. « Le thermomètre de Farhenheit (divisé jusqu'à l'eau bouillante « en 212 degrés, dont les 32 premiers sont comptés au-des- « sous de zéro du thermomètre de Reaumur), exposé à l'air & « observé avec soin après la gelée qui commença ici dès le 3, « marquoit les degrés de froid rapportés dans la Table qui suit. »

* Ce froid de 16 degrés, à Louvain, est rapporté au 1.er Février, *Mémoires de l'Académie de Bruxelles, vol. I, page 553.*

(m) Gazette de France, 1776, *n.os 12 & 13.*

1776.	HEURES du JOUR.	THERM. de FARHENHEIT.	THERM. de REAUMUR.
	H.	Deg.	Deg.
Janv. 17	ſoir.	28	— 1 $\frac{1}{4}$
18	matin.	20 $\frac{1}{2}$	— 5
18	ſoir.	14	— 8
19	ſoir.	7	— 11
20	matin.	3 $\frac{1}{2}$	— 12 $\frac{2}{3}$
20	ſoir.	10	— 9 $\frac{2}{3}$
21	matin.	24	— 3 $\frac{1}{2}$
23	. . . .	23 $\frac{1}{2}$	— 3 $\frac{3}{4}$
24	. . . .	24 $\frac{1}{2}$	— 3 $\frac{1}{4}$
25	matin	13 $\frac{1}{2}$	— 8 $\frac{1}{6}$
25	ſoir.	14	— 8
26	matin.	9	— 10 $\frac{1}{6}$
26	ſoir.	10	— 9 $\frac{2}{3}$
27	matin 7	— 2 $\frac{1}{2}$	— 15 $\frac{1}{4}$
27	matin 7 $\frac{1}{2}$	— 3	— 15 $\frac{1}{2}$
27	mat. 10 $\frac{1}{2}$	— 0	— 14 $\frac{1}{6}$
28	. . . .	— 2	— 15 $\frac{1}{6}$
29	. . . .	9	— 10 $\frac{1}{6}$
30	matin	10	— 9 $\frac{2}{3}$
31	matin	6	— 11 $\frac{1}{2}$

Les obſervations de cette Table ſont faites au thermomètre de Farhenheit; je les ai réduites dans la colonne voiſine, au thermomètre de M. de Reaumur.

« Les 14, 15, 16 & 21, il tomba une neige étoilée, » de grandeur & de figures différentes; ce météore annonce » ordinairement un froid rigoureux, ſuivant les obſervations » du célèbre *Muſſchenbroëck;* cette obſervation du froid prouve » qu'il n'y a point eu, dans cette partie de la Hollande, » d'exemple d'un froid auſſi rigoureux depuis qu'on fait uſage

de thermomètres exacts *(n)*. Le baromètre s'est maintenu « constamment à 28 pouces $\frac{4}{5}$. »

« *De la Haye, le 9 Février (o)* : le *Texel* a été tellement rempli de glaces, que l'*Ile* ne pouvoit plus communiquer « avec le *Helder* en *Hollande*. D'aussi loin qu'on pouvoit « observer la mer du Nord du haut des *Dunes*, elle ne pré- « sentoit à la vue qu'une surface gelée; la plupart des anses ou « bras de mer qui coupent le Pays, tels que ceux entre *Enk-* « *huysen* dans la Hollande, & *Staveren* en *Frise*, ont éprouvé « le même effet du froid; & les rivages de *Zélande* ont été « inaccessibles aux Vaisseaux; le passage du *Moërdyk*, fréquenté « comme celui de *Calais*, a été très-dangereux pendant quel- « ques jours, parce que les glaces qu'on brisoit se reprenoient « si subitement autour des bateaux, qu'ils risquoient d'y être « enfermés. »

De la Haye, le 23 Février (p) : « La glace de la Meuse, mesurée, avoit 11 pouces d'épaisseur. »

De la Haye, le 29 Mars (q) : « Il n'y a guère plus de quinze jours que le *Sund* étoit encore rempli de glaçons, « apportés de la mer Baltique dans ce détroit par les vents & « le courant. »

À AMSTERDAM.

À Amsterdam (r), « Le thermomètre de Farhenheit mar- quoit, le 27 Janvier, 2 degrés au-dessous de zéro (ou « 15 degrés $\frac{1}{6}$ de l'échelle de Reaumur) : le 28, 4 degrés, « (ou 15 degrés $\frac{5}{6}$ de Reaumur.) »

(n) Il est cependant rapporté dans les Mémoires de l'Académie, *année 1740, page 563*, que le 11 Janvier 1740, à Leyde, le thermomètre y descendit à 16 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de la congélation : la glace avoit 26 pouces d'épaisseur.

(o) Gazette de France, *1776, n.° 16.*

(p) *Ibidem, n.° 19.*

(q) *Ibidem, n.° 21.*

(r) Gazette d'Utrecht, *1776, n.° 10.*

À ROTTERDAM. (f)

« Le thermomètre de Farhenheit defcendit à 4 degrés au-
» deffous de zéro (qui répondent à 15 degrés $\frac{5}{6}$ de l'échelle de
» M. de Reaumur); & le 29 au matin, il étoit à 5 degrés
(ou 16 degrés $\frac{1}{3}$ de M. de Reaumur.) »

À NORTHAMPTON, à 18 lieues Nord-oueft de Londres. *

Par M. Fothergill, Médecin. « La grande quantité de
» neige, qui n'avoit ceffé de tomber prefque tous les jours,
» depuis trois femaines, avoit rendu, depuis cinq ou fix jours,
» les chemins impraticables : la pofte au-deffus & au-deffous
» de cette ville étoit arrêtée : la neige avoit 6 à 7 pieds de
» hauteur fur les chemins.
» Le froid devint tout-à-coup très-vif dans la matinée du
» 27 (Janvier), le vent Eft, & il tomboit de la neige : le
» baromètre fe foutenoit à 29 pouces $\frac{3}{4}$: le thermomètre
» de Farhenheit, fufpendu dans ma falle de compagnie, où il
» y avoit bon feu, ne marquoit que 33 degrés, un degré au-
» deffus de 32; à 5 heures du foir, il marquoit 16 degrés
» (ou 7 degrés de Reaumur); durant ce froid, les œufs qui
» étoient dans les corbeilles ou paniers des femmes qui tenoient
» le marché, fe fendoient & paroiffoient comme coagulés,
» & avoir la confiftance de la cire.
» Le 28, à 8 heures du matin, le baromètre à 30 pouces:
» le thermomètre à 12 degrés ou 20 au-deffous du point de
» la glace (ou 8 degrés $\frac{5}{6}$ de Reaumur) : le vent à l'Eft : ciel
» clair, ferein : le froid aigu.
» Le 29, le baromètre à 29 pouces $\frac{9}{10}$: le thermomètre à
» 11 degrés, c'eft-à-dire, 21 au-deffous de la glace (ou
» 9 degrés $\frac{1}{3}$ de Reaumur) : le vent à l'Eft, exceffivement
» froid & piquant.

(f) Gazette d'Utrecht, 1776, *n.° 10.*

* Tranfactions philofophiques, *vol. LXVI, partie II, art. XL, page. 587.*

Le 30 matin, le ciel étoit très-ſerein, & le froid ſe faiſoit « vivement ſentir : le vent étoit Sud-eſt : le baromètre à 30 « pouces $\frac{1}{10}$: le thermomètre deſcendit à 9 degrés, c'eſt-à-dire, « à 23 au-deſſous de la glace (ou 10 degrés $\frac{1}{8}$ de Reaumur.) «

Le 31 Janvier & le 1.er Février, le baromètre à 29 pouces; « le thermomètre à 16 degrés, c'eſt-à-dire, 17 au-deſſous du « point de la congélation (ou 7 degrés de Reaumur) : ciel « ſerein & agréable. «

Le 2 Février, le vent au Sud : le baromètre à 29 pouces $\frac{1}{2}$: « la matinée fut chaude avec brouillard, ſuivi d'un beau jour, « comme un jour de printemps, qui amena un dégel très-doux: « le thermomètre de Farhenheit monta du neuvième degré « au quarantième. Rhûmes épidémiques avant & après le « grand froid.»

Ces obſervations ſont accompagnées de beaucoup d'expériences faites ſur la congélation de différentes liqueurs & acides.

À White-Kinghts, 15 lieues Nord-oueſt de Londres.

Lettre de M. le Chevalier Englefield, datée de *White-Kinghts near Reading Berks, du 1.er Février,* « J'ai obſervé le froid à un thermomètre au mercure, gradué ſur l'échelle de « Farhenheit. » Voici les obſervations que j'ai réduites au thermomètre de M. de Reaumur.

1776.	HEURES du JOUR.	THERM. de FARHENHEIT.	THERM. de REAUMUR.
	H.	Deg.	Deg.
Janv. 28	matin 1	14	— 8
28	ſoir 11	9	— 10 $\frac{1}{8}$
29	matin 2	7 $\frac{1}{2}$	— 10 $\frac{3}{4}$
30	matin 1	12	— 8 $\frac{5}{6}$
31	matin 2	9	— 10 $\frac{1}{8}$

À CHATHAM, comté de KENT, 13 lieues Sud-eſt de Londres.

Le 29 Mars, je reçus de M. de Magellan, Correſpondant de l'Académie, les obſervations du froid, faites à Chatham près de Rocheſter, comté de Kent, à 13 lieues Sud-eſt de Londres, imprimées ſur une feuille volante : « les obſervations » furent faites à deux thermomètres, conſtruits par Nairne, » bons tous deux, gradués ſelon le calibre des tubes, & ſuivant » l'échelle de Farhenheit ; non-ſeulement ils étoient d'accord » entr'eux, mais encore avec d'autres de la meilleure eſpèce. » Les obſervations furent faites dans un jardin près de la Place » publique, par M. Simmons, Chirurgien : lorſque le thermo- » mètre deſcendit à 4 degrés, qui étoit le plus grand degré » de froid naturel qu'il ſe ſouvient d'avoir été obſervé en » Angleterre, il s'aſſura de deux amis curieux & intelligens pour en être témoins. »

Les deux Tables ſuivantes, contiennent les obſervations de M. Simmons, faites à Chatham.

1776.

1776.	HEURES du JOUR.	THERM. de Fahrenheit.	THERM. de Reaumur.	1776.	HEURES du JOUR.	THERM. de Fahrenheit.	THERM. de Reaumur.
	Heur.	Deg.	Deg.		Heur.	Deg.	Deg.
Janv. 20	ſoir 2	28	— 1 3/4	Janv. 30	mat. 8	10	— 9 2/3
	ſoir 4	25	— 3		mat. 10	11	— 9 1/4
	ſoir 6	17	— 6 2/3		midi	17	— 6 2/3
	ſoir 7	9	— 10 1/6		ſoir 2	19 1/2	— 5 1/2
	ſoir 8	8 1/2	— 10 1/2		ſoir 4	19	— 5 3/4
	ſoir 9	9	— 10 1/6		ſoir 6	12	— 8 5/6
	ſoir 10	11	— 9 1/4		ſoir 7	11	— 9 1/4
	ſoir 11	14	— 8		ſoir 8	7	— 11
26	ſoir 2	23	— 4		ſoir 9	4 1/2	— 12 1/6
	ſoir 4	21	— 4 5/6		ſoir 10	3 1/4	— 12 3/4
	ſoir 5	20	— 5 1/3		ſoir 11	1	— 13 2/3
	ſoir 6	20	— 5 1/3		ſoir 12	0 1/2	— 14
	ſoir 7	19	— 5 3/4	31	mat. 1	1	— 13 2/3
	ſoir 9	18	— 6 1/4		mat. 2	1	— 13 2/3
	ſoir 10	16 1/2	— 6 1/6		mat. 6	— 3 1/2	— 15 2/3
27	mat. 8	17	— 6 2/3		mat. 7	— 3 1/2	— 15 2/3
	ſoir 2	17 1/2	— 6 1/2		mat. 8	— 3 1/2	— 15 2/3
	ſoir 7	15	— 7 1/2		mat. 9	— 0	— 14 1/6
	ſoir 8	14	— 8		mat. 10	6	— 11 1/2
	ſoir 9	14	— 8		mat. 11	11	— 9 1/4
	ſoir 10	14	— 8		midi	17	— 6 2/3
28	mat. 8	14	— 8		ſoir 1	22	— 4 1/2
	mat. 9	16	— 7		ſoir 2	22 1/2	— 4 1/4
	ſoir 2	17	— 6 2/3		ſoir 3	20	— 5 1/3
	ſoir 4	15	— 7 1/2		ſoir 4	14	— 8
	ſoir 6	13	— 8 1/2		ſoir 5	10	— 9 2/3
	ſoir 7	12	— 8 5/6		ſoir 6	5	— 12
	ſoir 8	11	— 9 1/4		ſoir 7	3	— 10 2/3
	ſoir 9	10	— 9 2/3		ſoir 8	1	— 13 2/3
	ſoir 10	10 1/2	— 9 1/2		ſoir 9	— 0	— 14 1/6
	ſoir 11	11	— 9 1/4		ſoir 10	— 1	— 14 2/3
29	mat. 8	7	— 11		ſoir 11	— 1 1/4	— 14 3/4
	ſoir 2	23	— 4	Févr. 1	mat. 7	4	— 12 1/3
	ſoir 6	15	— 7 1/2		mat. 8	6	— 11 1/2
	ſoir 8	8 1/2	— 10 1/3		mat. 9	12	— 8 5/6
	ſoir 9	10	— 9 2/3		mat. 11	25	— 3
	ſoir 10	11	— 9 1/4		midi	29	— 1 1/3
	ſoir 11	9 1/2	— 10		ſoir 2	32	— 0

TABLE des Observations du Baromètre & du Vent, pendant le froid.

1776.	HEURES du JOUR.	BARO-MÈTRE.	VENTS.
	Heur.	Pouc. Déc.	
Janvier 20	soir 2	29,72	N. N. O.
26	soir 2	29,84	E.
27	soir 2	29,81	E.
28	soir 2	30,04	E.
29	soir 2	29,92	E.
30	soir 2	30,07	E.
31	soir 2	30,10	calme.
Février 1	soir 2	29,91	S.

Les observations furent faites au thermomètre de Farhenheit; je les ai réduites, comme l'on voit dans la colonne voisine, à l'échelle du thermomètre de M. de Reaumur.

Il est rapporté dans l'imprimé, outre les observations: « les 13, 14 & 15 Janvier, il tomba une grande quantité » de neige, de manière que le grand chemin entre Londres & » Douvres, fut totalement impraticable, même pour les gens à » cheval, pendant plusieurs jours. Le 28, la rivière Medway » (dont l'eau est salée) fut prise depuis Rochester-bridge, » jusqu'à Gillingham; plusieurs centaines de personnes la tra- » versèrent d'un bord à l'autre, & l'on roula par-dessus des » tonneaux d'eau qu'on nomme *butts* en Angleterre, & qui » contiennent cinq cents quarante pintes de Paris, depuis le » chantier du Roi jusqu'à des vaisseaux de guerre qui étoient » dans le Havre; l'haleine de quantité de personnes se condensa » & se gela à leurs draps près leur bouche, dans le lit, & cela » dans des chambres qui en tout autre temps pourroient passer » pour chaudes.

» Les 29, 30 & 31 Janvier, furent très-sereins; on ne » vit aucuns nuages.

Un thermomètre constamment exposé au Soleil, ne put «
dans aucun temps faire monter le mercure plus haut qu'un «
degré au-dessus de la congélation ».

À PÉTERSBOURG.

M. le comte de Strogonoff ayant reçu de Pétersbourg les Observations météorologiques du froid observé pendant l'hiver de 1775 à 1776, & les ayant communiquées à feu M. Roux, Docteur en Médecine; ce dernier voulut bien me les remettre pour en prendre communication. Elles s'étendoient depuis le 1.er Octobre 1775 jusqu'au 18 Février 1776. Je ne rapporterai ici que les observations faites pendant les mois de Décembre & de Janvier, pendant lesquels le thermomètre est descendu le plus bas. Les jours des observations rapportées dans cette Table étoient suivant le vieux style, qui diffère comme l'on sait de onze jours d'avec le nouveau. J'ai ajouté ces onze jours aux jours de la Table des observations qui m'a été remise, pour avoir les jours comme nous les comptons, afin de pouvoir comparer ces observations avec celles qui seront rapportées dans ce Mémoire.

Le thermomètre qui a servi à ces observations, étoit au mercure, avec l'échelle de M. de Reaumur, exposé au Nord; ces observations étoient accompagnées de celles du baromètre qui étoit élevé de 20 pieds au-dessus de l'horizon de la grande Newa, à environ 6000 pieds de son embouchure: l'échelle du baromètre divisée en pouces & en vingtième partie de pouce, dont douze font un pied-de-roi, mesure de France, & sur cette échelle, il étoit aisé d'estimer les centièmes parties de pouce, ce qui est employé dans les observations.

Les observations furent faites au thermomètre, le matin, entre 6 & 7 heures, à midi & le soir vers les 10 heures.

Avant le 1.er Décembre, les froids ne furent pas considérables; le plus grand abaissement du thermomètre fut le 14 Novembre matin, à 12 degrés $\frac{3}{10}$; & depuis le 6 Février jusqu'à la fin du mois, le thermomètre ne passa pas 4 degrés $\frac{8}{10}$ au-dessous de zéro.

TABLE des Observations de PÉTERSBOURG.

Jours du Mois.	DÉCEMBRE 1775.					JANVIER 1776.				
	THERMOMÈTRE.			BAROMÈT.		THERMOMÈTRE.			BAROMÈT.	
	Matin.	Midi.	Soir.	Midi.	Minuit.	Matin.	Midi.	Soir.	Midi.	Minuit.
	Deg.	Deg.	Deg.	P. Déc.	P. Déc.	Deg.	Deg.	Deg.	P. Déc.	P. Déc.
1	+ 0,5	+ 1,1	+ 1,6	28,35	28,26	— 8,5	— 8,0	— 9,6	28,67	28,74
2	+ 2,1	+ 3,2	+ 2,7	28,04	27,94	—11,7	—10,1	—11,2	28,74	28,72
3	+ 2,7	+ 3,2	+ 3,7	27,78	27,53	—11,2	—10,7	—16,5	28,56	28,60
4	+ 2,1	+ 1,1	+ 1,1	27,52	27,69	—16,5	—15,5	—15,0	28,72	28,69
5	— 2,1	— 3,2	— 3,7	28,02	28,13	—15,5	—19,7	—20,3	28,70	28,65
6	— 5,3	— 4,3	— 6,0	28,12	28,22	—22,4	—20,3	—19,2	28,73	28,75
7	— 6,0	— 3,7	— 2,1	28,16	27,80	—15,0	—11,2	—12,3	28,71	28,74
8	+ 0,5	+ 1,1	— 0,5	27,47	27,32	—12,3	— 7,0	— 8,0	28,73	28,75
9	— 1,6	— 1,1	— 2,7	27,40	27,58	—14,0	—12,8	—14,5	28,74	28,72
10	— 6,4	— 8,0	—13,3	27,81	28,06	—14,6	—10,5	—15,0	28,66	28,55
11	—15,0	—11,2	— 9,6	28,04	27,66	—17,6	—15,5	—16,0	28,26	28,06
12	— 9,7	— 7,5	— 9,6	27,90	28,20	—15,0	—14,4	—16,5	27,98	27,98
13	—10,1	— 8,0	— 8,5	28,10	27,43	—15,0	—13,3	—14,4	27,98	28,13
14	— 6,4	— 7,5	— 9,1	27,36	27,82	—16,0	—18,1	—19,7	28,09	28,03
15	— 9,6	— 8,0	— 8,5	28,21	28,45	—22,0	—14,0	— 9,6	28,04	27,95
16	— 8,5	— 9,6	—10,1	28,60	28,53	— 8,5	— 7,0	—13,3	27,82	28,00
17	— 6,4	— 3,7	— 3,2	28,29	28,42	—20,3	—21,3	—23,5	28,24	28,45
18	— 8,5	— 4,3	— 6,4	28,30	28,35	—26,7	—22,4	—20,3	28,47	28,17
19	—12,8	— 7,5	— 9,6	28,46	28,10	—15,0	—11,7	—17,1	27,97	28,20
20	— 1,1	+ 0,5	— 4,3	28,03	28,18	—23,5	—20,3	—19,7	28,31	28,24
21	—11,2	—10,1	—11,7	28,28	28,32	—12,8	— 8,3	— 4,3	28,05	27,96
22	— 3,7	— 0,5	—11,2	28,11	28,11	— 8,5	— 8,5	—10,1	27,89	27,74
23	— 4,3	— 3,2	— 3,7	28,15	28,15	—10,1	— 8,0	— 6,7	27,64	27,55
24	— 4,8	— 8,0	— 8,0	28,05	27,97	—12,8	— 9,6	—12,8	27,59	27,80
25	—10,7	— 4,3	— 3,7	27,91	27,85	—15,0	—16,0	—20,8	28,12	28,33
26	— 3,7	— 1,6	— 3,2	27,70	27,63	—22,4	—18,7	—16,0	28,42	28,42
27	— 3,2	— 3,2	— 3,7	27,67	27,70	—12,8	—14,4	—17,1	28,42	28,08
28	— 3,2	— 2,1	— 3,2	27,72	27,82	—11,7	— 9,1	—11,2	28,03	28,12
29	— 3,7	— 4,8	— 6,0	27,95	28,10	—16,0	—13,0	—11,2	28,27	28,21
30	— 4,8	— 4,8	— 5,3	28,24	28,41	— 7,5	— 5,3	— 4,3	27,96	27,78
31	— 6,4	— 6,4	— 7,5	28,53	28,60	— 3,2	— 2,7	—14,4	27,61	28,08

JOURS du MOIS.	THERMOMÈTRE.			BAROMÈTRE.	
	Matin.	Midi.	Soir.	Midi.	Minuit.
	Deg.	Deg.	Deg.	P. Déc.	P. Déc.
Févr. 1	— 18,7	— 15,5	— 19,2	28,27	28,12
2	— 15,0	— 9,6	— 14,4	27,72	27,87
3	— 15,0	— 13,3	— 16,5	27,93	27,96
4	— 19,7	— 11,2	— 9,6	27,72	27,56
5	— 15,5	— 10,1	— 6,4	27,78	27,43
6	+ 0,5	+ 1,6	+ 1,6	27,25	27,23

Le plus grand froid eſt arrivé à Péterſbourg, comme on le voit dans cette Table; le 18 Janvier matin: le thermomètre deſcendit à 26 degrés $\frac{7}{10}$ au-deſſous de la congélation.

Ce degré de froid n'eſt pas le plus grand qui ait été obſervé dans cette ville : on trouve, qu'en 1733, le thermomètre de M. de Reaumur y deſcendit à 26 degrés $\frac{1}{2}$; en 1749, à 30; en 1759, à 27 $\frac{1}{2}$; & le 6 Janvier 1760, à 31 degrés $\frac{1}{4}$.

De Péterſbourg, le 10 Avril (t), « La Newa eſt encore priſe par les glaces, comme au mois de Février dernier : « les voitures la traverſent, ſans riſque, dans tous les ſens. »

De Péterſbourg, le 28 Avril (u). « Le 25, la glace de la Newa a commencé à ſe diſſoudre, & le lendemain, le « libre paſſage des batelets a été rétabli; ce prompt écou- « lement des glaces eſt regardé ici comme une choſe « extraordinaire. »

À HAMBOURG.

De Hambourg (x). « Quoiqu'il ait gelé, ſans interruption,

(t) Gazette de France, *1776, n.° 39.*
(u) Ibidem, *n.° 44.*
(x) Ibidem, *n.os 13 & 14.*

» depuis le commencement de ce mois (Janvier) ; le froid » étoit néanmoins supportable. Le 18, la terre étoit couverte » de neige & le temps sombre, ainsi qu'il avoit presque » toujours été depuis les premiers froids : sur les 4 heures du soir, le ciel s'éclaircit par un vent d'Est. »

Voici la Table des observations du froid.

1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE.	BAROMÈTRE.	VENTS.	ÉTAT DU CIEL.
	H.	D.	P. L.		
Janv. 18	soir 4	— 10			
	minuit.	— 12	28,4		
20	....	— 14			
	tout le jour	— 12	28,6	N. E.	ciel serein.
21	....	— 15	28,1	S. E.	ciel un peu couv.
	10	— 9			
22	matin 7	— 5			
	midi	— 0	28,0	S. O.	ciel couvert.
26	soir 2	— 12			
	soir 6	— 13			
	minuit.	— 15			
27	matin 7	— 17	28,8	E.	

« Le froid étoit si vif le 21, que le feu ayant pris chez » un Distillateur, vers les cinq heures du matin, l'eau que » jetoient les pompes retomboit en glaçons; le même soir, il » parut une aurore boréale, & la veille, sur les 8 heures du soir. » En 1759, le thermomètre, à Hambourg, descendit à 18 degrés.

À VARSOVIE.

« À Varsovie *(y)* un froid extraordinaire s'y fit sentir au mois de Décembre 1775; le 16 de ce mois, avant le lever

(y) Gazette de France, 1776, *n.°* 2.

du Soleil, le thermomètre de Reaumur descendit à 10 degrés « au-dessous de zéro; le 17 à 15, & le 20 il revint à 3 degrés « au-dessous de la congélation : ce froid, dans une seule nuit « gela la Vistule. «

Varsovie, le 6 Janvier (z): Le thermomètre de Reaumur « étoit à 11 degrés ½ au-dessous de zéro, & l'on a su que dans « le Pérugin, en Italie, dès le 3, le Tibre étoit gelé, ce qui « n'étoit pas arrivé depuis long-temps. «

Varsovie, le 31 Janvier (a): Le froid est toujours ici des « plus âpres; le thermomètre, le 26 Janvier, étoit descendu à « 18 degrés au-dessous de zéro, & le 27 à 20 degrés ½. «

Un grand nombre de personnes eurent des parties de leur « corps, sur-tout le visage, gelées. »

À Leipsick.

« On assure qu'à Leipsick *(b)* le thermomètre de Reaumur a été le 20 Janvier à 21 degrés au-dessous du point de la « congélation, & que le 27 il étoit à 23 degrés. »

À Copenhague.

De Copenhague le 27 Janvier (c): « Le 23 au soir, on a vu ici des éclairs dans la partie du Sud-est; ce qui, dans « cette saison, est un phénomène pour notre climat : l'air étoit « fort doux; mais quelques instans après, le vent tourna au Nord « & la gelée prit avec une force extraordinaire: hier au matin, « 26, à l'Observatoire royal, le thermomètre étoit à 6 degrés ⅙ « au-dessous du point de la congélation : c'est le froid le plus « rigoureux que nous ayons éprouvé dans cet hiver. Dès le 22, « il étoit arrivé sur la glace, de Landscron à Elseneur, cinq « traîneaux qui étoient partis le même jour pour cette première « ville; depuis, on voyage, soit à pied, soit en traîneaux, «

(z) Gazette de France, 1776, *n.° 12.*

(a) Gazette d'Utrecht, 1776, *n.° 14.*

(b) Journal politique, *Février 1776.*

(c) Gazette de France, 1776, *n.° 18.*

» ſur la glace qui couvre le Sund, juſque près de Cronen-
» bourg. Le maître de la malle du Nord a été obligé d'aban-
donner ſa chaloupe dans les glaces. »

D'après les effets de la gelée, rapportés ci-deſſus, il y a lieu de croire que 6 degrés $\frac{1}{6}$ au-deſſous du point de la congélation, doit s'entendre au-deſſous de zéro du froid artificiel de Farhenheit, qui répondroit au thermomètre de M. de Reaumur à 17 degrés.

De Copenhague (d) : « Le dégel a rendu très-difficile la
» communication entre les différentes îles du Danemarck. Tant
» que le froid a duré, on paſſoit les bras de mer qui les ſéparent
» avec des chariots chargés, avec autant de facilité que ſur les
» grands chemins. Les traîneaux venoient de Malmoë à Hel-
» ſingor, ce qui fait un trajet de plus de ſept lieues en pleine
mer. »

À VIENNE.

« À Vienne *(e)* le 1.er Février, à ſept heures du matin,
» le thermomètre de M. de Reaumur à 14 degrés $\frac{1}{2}$; le 2 à 16;
» le 3 à 10; & à ce jour le dégel a commencé. On aſſure que
la glace du Danube a plus de ſix pieds d'épaiſſeur ».

De Francfort, le 14 Février (f) : « On a obſervé à Vienne
» & autres villes principales d'Allemagne, que le froid de cette
» année a ſurpaſſé celui de 1709. On remarque que les hivers
» de 1731, 1740, 1749, 1758 & 1767, ont été notés
» pour leur rigueur : ainſi l'année préſente feroit la ſixième
» époque d'un retour périodique de grand froid de neuf en
neuf ans ».

À STOCKHOLM.

Extrait d'une Lettre de M. Wargentin, datée de Stockholm, le 5 Mars 1776.

« Le froid a été ici, au mois de Janvier 1776, continuel,

(d) Journal politique, *Mars 1776.*

(e) Ibidem.

(f) Gazette d'Agriculture, 1776, *n.° 19.*

ſans

ſans aucun dégel, mais pas fort rigoureux pour le climat, & point du tout extraordinaire : le plus violent, les 26 & 27 Janvier, n'étoit que de 16 à 18 degrés au thermomètre de Reaumur. Par trois obſervations journalières, faites avant le lever du Soleil, à midi & vers minuit, le degré moyen du thermomètre de Reaumur a été ici,

Janvier..	1 au 5	— 4^d,3.
	6 au 10	— 5,5.
	11 au 15	— 9,0.
	16 au 20	— 7,5.
	21 au 25	— 8,4.
	26 au 31	— 7,5.
Février..	1 au 5	— 4,2.
	6 au 10	— 0,8.
	11 au 15	+ 0,3.
	16 au 20	+ 0,6.
	21 au 25	— 2,2.
	26 au 29	+ 0,4.
Mars......	1 au 4	— 2,3.

« Je ſuis donc ſurpris du violent froid qu'on a eſſuyé en Allemagne, en Angleterre, & même en France & en Italie; « nous avons eu auſſi fort peu de neige : en revanche, l'hiver « dure ici encore, & vous avez apparemment déjà un beau « printemps. »

« Il eſt tombé dans les parties ſeptentrionales du royaume de Suède, une ſi grande quantité de neige, que pluſieurs « perſonnes qui s'acheminoient vers la capitale (Stockholm) « ont eu le malheur de périr *(g)*. »

De Stockholm, le 10 Mai (h), « On écrit de Griſelhamn, que la mer y eſt dégagée des glaces depuis quelques jours; « mais la mer de Finlande eſt encore dangereuſe à parcourir, « à cauſe de l'amas des glaçons que les vents y ont réunis. »

(g) Gazette de France, 1776, *n.° 46.*

(h) Gazette d'Agriculture, 1776, *n.° 19.*

À STRALSUND.

De Stockholm, le 7 Février (i). « Les lettres de Stralſund » marquent que le froid y a été plus fort de 2 degrés qu'en 1709. »

Si l'on ſuppoſe le froid de 1709, comme à Paris de $15^{d} \frac{1}{2}$, en y ajoutant 2 degrés, cela donneroit 17 degrés $\frac{1}{2}$ pour le froid de cette année à Stralſund.

À BONN.

De Bonn, le 3 Février (k) « Le froid que l'on a éprouvé » dans ce pays-ci depuis trois ſemaines, a été des plus rigoureux. » Selon le thermomètre de Farhenheit, il étoit le 19 Janvier » à 1 degré au-deſſous de celui de 1709 : il s'eſt ſoutenu, à » peu de différence près, au même point de congélation juſ- » qu'au 30 : ce jour-là, le Rhin, couvert de glaçons, ſe prit » à Cologne dans toute ſa largeur, à 2 heures du matin : il l'étoit déjà depuis deux jours à Weſel & à Duſſeldorp. »

À GÈNES.

De Gènes, le 29 Janvier (l). « Depuis pluſieurs jours, il » tombe beaucoup de neige, & le froid exceſſif fait craindre que les orangers & les limons ne ſoient entièrement gelés. »

À PÉROUSE.

De Rome, le 3 Janvier (m). « Le Tibre a été gelé à Pérouſe » d'un bord à l'autre, ce qui arrive très-rarement. Les beſtiaux » expoſés à l'air, & particulièrement les moutons, ont beaucoup ſouffert du froid exceſſif qu'on vient d'éprouver. »

À CONSTANTINOPLE.

Conſtantinople, le 3 Février (n) : « Pendant pluſieurs jours,

(i) Gazette de France, 1776, *n.° 14.*
(k) *Ibidem.*
(l) Idem, *n.° 9.*
(m) Journal de Bouillon, *Mars 1777.*
(n) Gazettes de Leyde & d'Amſterdam, 1776, *n.° 23.*

l'on a ressenti ici un froid très-vif, & ensuite une abondance de neige; phénomène peu ordinaire en ce climat ».

Au Caire, Afrique.

Du Caire le 27 Avril (o): « Nous n'avons point ressenti, l'hiver dernier, un froid proportionné à celui dont on s'est « plaint en Europe: le thermomètre de M. de Reaumur, « exposé au grand air, n'a jamais été qu'au huitième degré au- « dessus de la glace, & les chaleurs de l'Été n'ont pas fait « monter le thermomètre au-delà du 29.e degré: ce qui est « beaucoup moindre que les grandes chaleurs observées à Lyon ».

Fleuve St-Laurent, Amérique septentrionale.

Londres le 11 Juin (p): « Par des lettres du Capitaine Douglas, commandant l'*Isis*, on a appris que ce Capitaine fit « voile de Portland le 11 Mars 1776 pour Québec, qu'il fit la « route la plus pénible: il toucha à l'île Saint-Pierre le 11 Avril, « & ne parvint qu'avec une peine infinie à faire le trajet de « cinquante ou soixante lieues, à travers d'énormes glaçons; que « le 21 du même mois, ayant dépassé ces glaces, il arriva le « lendemain à l'île d'Anticosti, dans le golfe du fleuve Saint- « Laurent. Que le 30, une neige considérable lui fit jeter l'ancre « aux îles du Pélerin, & qu'enfin après tant d'obstacles, contrarié « toujours par les brouillards, les calmes & les vents opposés, il « étoit arrivé le 3 de Mai près de l'île aux Centres ».

En 1743, le froid fut observé à Québec de 33 degrés au-dessous du zéro de la première congélation, au thermomètre de Reaumur *(q)*.

(o) Gazette de France, 1776, *n.° 52.*

(p) Idem, *n.° 51.*

(q) Mém. de l'Acad. *année 1744, p. 139; & année 1749, p. 10.*

TABLE des plus grands degrés de Froids, observés au commencement de cette année 1776.

Extrait des Tables d'Observations précédentes.

N.os des OBS.	JANV. 1776.	GRAND FROID observé.	DEG. de LATIT.	LONGIT. à compter de PARIS.		NOMS DES ENDROITS, où le plus grand FROID a été observé.
	Jours	*Deg. 12.me*	*Deg. Min.*	*Deg. Min.*		
1	6. 7	— 7,0	44. 46	4. 20	E.	Briançon, en Dauphiné. *Connoissance des Temps, 1779.*
2	8	— 8,6	45. 55	2. 55	O.	S. Jean-d'Angely. *Lettre du P. Cotte.*
3	18	— 26,9½	59. 56	28. 0	E.	Pétersbourg. *Voyez le Mémoire.*
4	18	— 7,0	44. 50	. . . . .	O.	à 1 lieue ½ de Bordeaux. *Idem.*
5	18	— 5,0	42. 32	3. 7	E.	Aix, en Provence. *Idem.*
6	18	— 4,0	43. 18	3. 2	E.	Marseille. *Idem.*
7	18	— 0,5	21. 42	0. 34	E.	Perpignan. *Conn. des Temps, 1779.*
8	19	— 6,6	44. 20	2. 0	O.	Barry, près Clairac. *Ouvrage de Van-Swinden.* *
9	19	— 5,0	44. 50	2. 55	O.	Bordeaux. *voy. le Mém.*
10	19	— 5,0	58. 13	0. 54	O.	Toulouse. *Conn. des Temps, 1777.*
11	19	— 0,5	43. 23	4. 0	O.	Saint-Jean-de-Luz. *Idem, 1779.*
12	21	— 17,8	52. 28	9. 0	E.	Bergen, près Magdebourg. *Observat. sur le froid.* *
13	26	— 17,0	55. 41	10. 15	E.	Copenhague. *voy. le Mém.*
14	26, 27	— 16 — 18	59. 20	15. 43	E.	Stockholm. *Idem.*
15	27	— 23,0	51. 19	10. 0	E.	Léipsick. *Idem*
16	27	— 20,6	52. 14	18. 41	E.	Varsovie. *Idem.*
17	27	— 19,6	52. 20	8. 45	E.	Helmstatt. *Observat. sur le froid.* *

N.os des OBS.	JANV. 1776.	GRAND FROID observé.	DEG. de LATIT.	LONGIT. à compter de PARIS.		NOMS DES ENDROITS, où le plus grand FROID a été observé.
	Jours.	Deg. 12.e	Deg. Min.	Deg. Min.		
18	27	— 17,11	52. 31	11. 0	E.	Berlin. *Observ. sur le froid.* *
19	27	— 17,6	53. 15	3. 0	E.	Franeker en Frise. *Idem.* *
20	27	— 17,0	53. 43	7. 30	E.	Hambourg. *voy. le Mém.*
21	27	— 16,7	53. 10	4. 0	E.	Eelde, en Drenthe. *Obs. sur le froid.* *
22	27	— 16,6	52. 16	3. 7	E.	Leuwarden. *Idem.* *
23	27	— 16,3½	53. 16	4. 0	E.	Groningue. *Idem.* *
24	27	— 15,6	52. 4	2. 51	E.	la Haye. *voy. le Mém.*
25	27	— 15,6	52. 2	3. 58	E.	Zutphen. *Observat. sur le froid.* *
26	27	— 15,6	52. 9	2. 6	E.	Leyde. *Idem.* *
27	27	— 15,5	52. 5	2. 49	E.	Utrecht. *Idem.* *
28	27	— 15,1	52. 0	1. 58	E.	Delft. *Idem.* *
29	27	— 15,1	51. 37	2. 26	E.	Breda. *Idem.* *
30	27	— 15,0	51. 35	2. 29	O.	Hampstead, en Angleterre. *Idem.* *
31	27	— 14,6	52. 24	2. 21	E.	Haarlem. *Idem.*
32	27	— 14,3½	52. 24	2. 29	E.	Zwanenburg, près de Haarlem. *Idem.*
33	27	— 13,9	52. 26	2. 33	E.	Sparendam, près Haarlem. *Idem.*
34	27	— 13,6	51. 45	2. 46	E.	Bois-le-Duc. *Idem.*
35	28	— 30,0	50. 45	9. 16	E.	Rudolstatt, en Swartzbourg. *
36	28	— 26,6	50. 46	10. 41	E.	Chemnictz, en Saxe. *
37	28	— 25,0	51. 12	10. 26	E.	Dresde. *
38	28	— 24,9½	51. 16	9. 35	E.	Muska, en Saxe. *
39	28	— 17,0	50. 51	2. 2	E.	Bruxelles. *Voyez le Mémoire.*
40	28	— 17,0	50. 6	6. 15	E.	Francfort, sur le Mein. *Journal de Physique.*
41	28	— 17,0	50. 4	0. 41	O.	Château de Chepy, près d'Abbeville. *voy. le Mém.*
42	28	— 16 6	50. 22	0. 45	E.	Douay. *Idem.*
43	28	— 16,6	49. 51	0. 57	E.	Saint-Quentin. *Journal de Physique.*
44	28	— 16,0	50. 44	7. 18	E.	Bonn. *voy. le Mém.*
45	28	— 15,10	52. 23	2. 39	E.	Amsterdam. *Idem.*
46	28	— 15,6	48. 58	0. 33	E.	Meaux. *Connoiss. des Temps, 1777.*

N.os des OBS.	JANV. 1776.	GRAND FROID observé.	DEG. de LATIT.	LONGIT. à compter de PARIS.		NOMS DES ENDROITS, où le plus grand FROID a été observé.
	Jours	*Deg. 12.me*	*Deg. Min.*	*Deg. Min.*		
47	28	— 15,6	. . . . .	. . . . .	E	½ lieue de Tournay. *voy. le Mém.*
48	28	— 15,6	49. 34	1. 17	E.	Laon, Picardie. *Conn. des T. 1777.*
49	28	— 15,1½	48. 59	0. 1	O.	Montmorency. *voy. le Mém.*
50	28	— 15,1	50. 50	3. 20	E.	Maſtricht. *
51	28	— 15,0	50. 36	1. 3	E.	Tournay. *voy. le Mém.*
52	28	— 15,0	49. 29	2. 14	O.	Havre-de-Grace. *Idem.*
53	28	— 14,8	51. 8	0. 25	E.	Nieuport. *Idem.*
54	28	— 14,6	49. 31	. . . . .	O.	Saint-Paul-aux-Bois, en Picardie. *Conn. des Temps, 1777.*
55	28	— 14,0	47. 54	0. 26	O.	Orléans. *Idem.*
56	28	— 14,0	. . . . .	. . . . .	O.	White-Kinghts. *voy. le Mém.*
57	28	— 14,0	50. 38	0. 44	E.	Lille. *
58	29	— 25,3½	49. 0	13. 40	E.	Telch, en Moravie. *
59	29	— 22,0	50. 10	17. 30	E.	Mirow, près de Cracovie. *
60	29	— 22,0	50. 0	17. 30	E.	Cracovie. *Lettre du P. Cotte.*
61	29	— 19,6	48. 50	9. 48	E.	Ratiſbonne. *
62	29	— 18,0	48. 12	15. 14	E.	Preſbourg, en Hongrie. *
63	29	— 18,0	49. 39	0. 14	E.	Montdidier. *voy. le Mém.*
64	29	— 17,0	48. 35	5. 26	E.	Straſbourg. *Idem.*
65	29	— 16,4	51. 55	2. 8	E.	Rotterdam. *Idem.*
66	29	— 16,3	48. 51	0. 0	. . .	Paris, Obſervat. de la Marine. *Idem.*
67	29	— 16,0	. . . . .	. . . . .	. . .	Paris, à la Monnoie. *Idem.*
68	29	— 16,0	. . . . .	. . . . .	. . .	Paris, faubourg Montmartre. *Idem.*
69	29	— 14,3	. . . . .	. . . . .	. . .	Paris, Obſervatoire royal. *Idem.*
70	29	— 16,0	48. 56	0. 1	E.	Saint-Denys, en France. *Idem.*
71	29	— 16,0	48. 20	0. 50	E.	Courlon-ſur-Yonne. *Idem.*
72	29	— 15,0	47. 28	6. 56	E.	Zurich. *
73	29	— 14,0	48. 10	0. 6	O.	Denainvilliers, Gâtinois. *voy. le Mém.*
74	27.29	— 4,0	48. 23	6. 51	O.	Breſt. *Idem.*

N.os des OBS.	JANV. 1776.	GRAND FROID observé.	DEG. de LATIT.	LONGIT. à compter de PARIS.		NOMS DES ENDROITS, où le plus grand FROID a été observé.
	Jours	Deg. 12me	Deg. Min.	Deg. Min.		
75	30	— 16,0	47. 12	2. 13	O.	Chinon, en Touraine. *Connoissance des Temps, 1779.*
76	29.30	— 14,0	46. 54	3. 12	E.	Gorgier, près Neuch. *
77	30	— 12,9	46. 12	4. 15	E.	Genève. *
78	30	— 12,6	. . . . .	. . . . .	E.	à une lieue de Genève. *
79	30	— 12,6	46. 30	3. 12	O.	Fontenay-le-Comte, en Poitou. *voy. le Mém.*
80	29.30	— 11,6	47. 5	4. 45	E.	Neuchâtel, en Suisse. *
81	30	— 11,6	49. 30	3. 50	O.	Valognes, en Normandie. *Conn. des Temps, 1779.*
82	30	— 10,1 ½	52. 12	3. 20	E.	Northampton, en Angleterre. *voy. le Mém.*
83	31	— 22,0	51. 2	8. 35	E.	Gotha. *
84	31	— 17,6	48. 18	1. 45	E.	Troye, en Champagne. *voy. le Mém.*
85	31	— 15,8	51. 20	1. 50	O.	Chatam, en Angleterre. *Idem.*
86	31	— 15,0	48. 10	1. 46	O.	la Ferté-Bernard, au Maine. *Idem.*
87	31	— 13,8	45. 47	0. 45	E.	Clermont, en Auvergne. *Lettre du P. Cotte.*
88	31	— 11,0	47. 44	5. 20	E.	Auray, en Bretagne. *Conn. des Temps, 1777.*
89	31	— 10,8	46. 35	2. . 0	O.	Poitiers. *Conn. des Temps, 1779.*
90	31	— 10,0	47. 13	3. 54	O.	Nantes. *Idem.*
91	30.31	— 9,0	46. 38	3. 7	O.	S. Maurice-le-Girard, en Poitou. *Idem.*
92	31	— 8,2 ⅓	51. 31	2. 25	O.	Londres. *
93	31	— 6,0	43. 37	1. 33	E.	Montpellier. *Conn. des Temps, 1777.*
	Février					
94	1	— 20,1	51. 43	10. 14	E.	Wirtemberg. *
95	1	— 20,0	49. 43	0. 12	E.	Château d'Hargicourt, en Picardie. *voy. le Mém.*
96	1	— 19,6	48. 53	0. 20	O.	Feuillencourt, près Saint-Germain-en-Laye. *Idem.*

N.os des OBS.	JANV. 1776.	GRAND FROID observé.	DEG. de LATIT.	LONGIT. à compter de PARIS.		NOMS DES ENDROITS, où le plus grand FROID a été observé.
	Jours	*Deg. 12.me*	*Deg. Min.*	*Deg. Min.*		
97	1	— 17,9	48. 42	3. 52	E.	Nancy. *voyez le Mémoire.*
98	1	— 17,6	45. 46	2. 30	E.	Lyon. *Idem.*
99	1	— 17,3	45. 12	3. 24	E.	Grenoble. *Conn. des Temps, 1777.*
100	1	— 17,0	49. 25	6. 8	E.	Manheim. *
101	1	— 16,0	47. 19	2. 42	E.	Dijon. *voy. le Mém.*
102	1	— 16,0	50. 53	2. 17	E.	Louvain. *Idem.*
103	1	— 15,0	46. 0	2. 23	E.	Villefranche, en Beaujolois. *Conn. des Temps, 1779.*
104	1	— 8,5	48. 22	6. 8	E.	Molsheim, en Alsace. *Idem.*
105	2	— 16,0	48. 13	14. 3	E.	Vienne, en Autriche. *voy. le Mém.*
106	2	— 10,6	45. 22	9. 36	E.	Padoue. *
107		— 17,0	54. 23	11. 12	E.	Stralsund, en Poméranie. *voy. le Mém.*
108		— 16,3	49. 54	0. 2	O.	Amiens. *Idem*
109		— 16,0	47. 14	3. 43	E.	Besançon. *Conn. des Temps, 1779.*
110		— 15,0	45. 31	3. 16	E.	Pont-de-Beauvoisin. *voy. le Mém.*
111	Point	— 5,0	46. 0	3. 40	O.	Ile d'Oléron. *Conn. des Temps, 1779.*
112	de	....	44. 25	6. 16	E.	Gènes. *voy. le Mém.*
113	date.	....	43. 6	10. 1	E.	Pérouse. *Idem.*
114		....	41. 1	26. 36	E.	Constantinople. *Idem.*
115		....	30. 3	29. 10	E.	au Caire. *Idem.*
116		....	.....	.....	...	Fleuve Saint-Laurent. *Idem.*

Depuis la lecture de mon Mémoire à l'Académie, en 1776 & 1777, M. J. H. van Swinden, Professeur de Philosophie en l'Université de Franeker en Frise, a publié un Ouvrage intéressant sur le grand froid de 1776 : en voici le titre.

Observations

Observations sur le froid rigoureux du mois de Janvier 1776, imprimé à Amsterdam en 1778, volume in-8.° *de 324 pages.*

J'ai pris de cet Ouvrage les observations des lieux qui manquoient dans ma Table : on les reconnoîtra par les astérisques que j'ai ajoutés. M. van Swinden rapporte ces observations au thermomètre de mercure de Reaumur, en ajoutant environ 8 dixièmes de degré aux observations, suivant la règle de M. de Luc.

Exemple. Le froid de Briançon, observé de 7 degrés au thermomètre à l'esprit-de-vin de Reaumur; il le rapporteroit dans son ouvrage à 7 degrés 8 dixièmes: excepté ces remarques, les autres observations sont rapportées dans ma Table, comme elles ont été faites.

Dans le même ouvrage de M. van Swinden, il y a plusieurs dates d'observations du plus grand froid, qui ne s'accordent pas avec celles de ma Table : comme Saint-Jean-de-Luz qu'il rapporte au 28; Copenhague au 24; Léipsick au 29; Tournay au 30; Louvain au 28; Rotterdam au 27; Nancy au 29; Vienne au 29; & celui d'Amiens au 31 Janvier.

Les longitudes & les latitudes des lieux des observations, rapportées dans ma Table, ont été prises dans la *Connoissance des Temps* & les *Cartes de Géographie.* Les longitudes sont comptées de Paris, & j'ai rapporté les lieux à l'Est de Paris par un *E,* & ceux placés à l'Ouest par un *O.*

ARTICLE XIII.

Recherches sur le Froid de 1709.

Le froid de 1709 n'est pas exactement connu & ne le sera jamais; le thermomètre qui avoit servi à connoître le froid de cet hiver mémorable, n'existant plus depuis plusieurs années, comme je l'ai déjà dit dans ce Mémoire. Cet instrument étoit devenu précieux, & aucun Physicien, ni Astronome, que je sache, n'avoit osé le détacher de sa planche ou de son cadre, pour le mettre à un froid artificiel avec

d'autres thermomètres, en faiſant deſcendre la liqueur au degré où elle étoit deſcendue en 1709 par le froid naturel. Si ce moyen avoit été employé, l'on connoîtroit exactement le degré de ce froid au thermomètre de M. de Reaumur *(r)*. Tout ce que l'on en peut connoître aujourd'hui, c'eſt par des obſervations correſpondantes. Le thermomètre de feu M. de la Hire étoit placé dans le même endroit où il étoit en 1709, dans la tour orientale de l'Obſervatoire royal, laquelle tour étoit découverte, de manière que le thermomètre ſe trouvoit à l'abri du vent, & que le Soleil ne donnoit jamais ſur la boule, ni ſur le tube. Dans les *Mémoires de l'Académie*, on trouve qu'en 1731, ce thermomètre exiſtoit depuis ſoixante ans. M. de Reaumur, en 1730, imagina ſon thermomètre; il en publia la deſcription dans deux Mémoires imprimés dans les volumes de l'Académie, *année 1730, page 452; & 1731, page 250.* Depuis ce temps, ce thermomètre a prévalu ſur les autres, & c'eſt celui qui eſt devenu, en France, le plus général, le plus répandu & le plus connu pour les obſervations. Il étoit de l'intérêt de M. de Reaumur de rapporter à ſon thermomètre le degré de froid qui avoit été obſervé en 1709 au thermomètre de M. de la Hire: mais il ne ſe ſervit pas du froid artificiel pour en connoître le rapport ou la correſpondance; il ſe contenta, en 1732, de mettre un de ſes thermomètres à côté de celui de M. de la Hire, dans la même tour de l'Obſervatoire, à l'abri des vents & des rayons du Soleil. En 1737, on en plaça un ſecond entre le mur de la fenêtre ſeptentrionale de la même tour, à l'air extérieur. On trouve dans

(r) Cependant, M. l'Abbé Nollet rapporte *(Art des Expériences, tome III, page 165)*. « Enfin (M. » de Reaumur) en tenant ſon thermo- » mètre dans un froid artificiel, avec » un ancien thermomètre de M. de la » Hire, où eſt marqué le froid de 1709, » il avoit trouvé qu'il falloit le rapporter » au quinzième du ſien, au-deſſous du terme de la congélation. » Il faut cependant remarquer que cette expérience, dont l'année n'eſt pas citée, n'a pu avoir lieu avant 1740, car M. de Reaumur rapporte dans les Mémoires de l'Académie de cette année, *page 548*, qu'il n'avoit oſé la faire, crainte de mettre le thermomètre de M. de la Hire en danger d'être caſſé en le détachant de ſon cadre, &c.

les Mémoires de l'Académie les obſervations correſpondantes du thermomètre de M. de la Hire, de celui de M. de Reaumur, qui fut placé à côté de l'ancien depuis 1732 juſqu'en 1754, pendant vingt-deux ans, & du ſecond placé en dehors de la même tour, depuis 1737 juſqu'en 1744. C'eſt d'après ces obſervations correſpondantes que M. de Reaumur a recherché le froid de 1709; c'eſt-à-dire le degré où il devoit répondre à ſon thermomètre. Mais ces obſervations n'étoient pas ſuffiſantes pour connoître ce rapport: depuis 1732 juſqu'en 1754, le froid naturel n'a jamais été aſſez violent pour faire deſcendre la liqueur juſqu'au degré où elle étoit deſcendue en 1709: en conſéquence, il reſtera toujours des incertitudes ſur ce ſujet. Dans le temps de la conſtruction du thermomètre de M. de la Hire, on ne connoiſſoit pas le calibre des tubes, ni la qualité de l'eſprit-de-vin, qui, comme l'on ſait, ſe dilate ou ſe condenſe plus ou moins. Le moyen de calibrer les tubes ne fut connu que lorſque feu M. de l'Iſle, de cette Académie, publia la deſcription de ſon thermomètre *(ſ)*; ſon moyen étoit de promener dans l'intérieur du tube un cylindre de mercure, & de le meſurer après l'avoir fait paſſer ſucceſſivement d'un bout du tube à l'autre: les perſonnes qui ont calibré des tubes de cette manière, qui eſt la ſeule que l'on connoiſſe aujourd'hui, ont dû reconnoître combien il eſt difficile dans un grand nombre de tubes, d'en trouver qui ſoient parfaitement cylindriques.

Je rapporterai ici les recherches que M. de Reaumur a faites pour le rapport du froid de 1709 à ſon thermomètre: elles ſont imprimées dans nos Mémoires que je citerai.

Mémoires de l'Académie, 1730, page 503: « Un des premiers uſages qu'on a cru devoir faire des thermomètres « conſtruits ſur les principes que nous avons donnés, a été de « reconnoître la température des caves de l'Obſervatoire royal; «

(ſ) Mémoires pour ſervir à l'hiſtoire & au progrès de l'Aſtronomie, &c. imprimés à Péterſbourg, *in-4.° page 270.*

» on a trouvé que le degré de chaleur de ces caves étoit à 10 degrés $\frac{1}{4}$ au-dessus du terme de la congélation. »

J'ai entre les mains un des premiers thermomètres, construit en 1730 sur les principes de M. de Reaumur, par feu M. Pitot, alors de cette Académie; l'esprit-de-vin qui le compose est coloré en rouge; ceux que j'ai vus de cette ancienne construction, n'étoient qu'à l'esprit-de-vin blanc. Cet ancien thermomètre fut construit avec soin par M. Pitot, pour feu M. Gravet de Livry son ami, Secrétaire du Roi, qui s'en servoit pour un ouvrage considérable auquel il travailloit, sur les poids & mesures du royaume. Ses manuscrits, ainsi que les poids & mesures qu'il fit construire, m'ont été donnés par Madame la marquise de Gouvernet sa sœur, le 1.er Avril 1776. J'ai trouvé dans les papiers de M. Gravet la note suivante qui constate l'origine de ce thermomètre, la voici écrite de la main de feu M. Gravet, mort en 1749.

« Un très-grand thermomètre de 5 pieds 2 pouces de longueur, sur 8 pouces de largeur, y compris le cadre de bois » doré: la boule de ce thermomètre a 3 pouces 4 lignes de » diamètre, & le tuyau est de 5 lignes de diamètre: ce thermomètre est des premiers de cette espèce qui aient été faits » sur les principes de M. de Reaumur: c'est M. Pitot, de » l'Académie royale des Sciences, qui a bien voulu prendre la peine de le faire en 1730. »

J'ai encore trouvé dans ses papiers une seconde note écrite de la main de M. Pitot: « que ce thermomètre avoit été comparé à l'Observatoire avec celui de M. de la Hire. »

Je rapporterai ici différentes expériences que j'ai faites à cet ancien thermomètre. Quatre mois après qu'il eut passé entre mes mains, je l'exposai dans mon observatoire aux rayons du Soleil; la chaleur étoit très-grande; ce fut les 3, 4 & 5 Août 1776. Je mis à côté mon thermomètre au mercure, *N.° II;* voici la Table correspondante des degrés de dilatation que donnèrent ces deux instrumens.

1776.	HEURES du JOUR.	THERMOMÈTRE. n.° II.	THERMOMÈTRE ancien.
	H.	Deg.	Deg.
Août... 3	mat. 10	+ 40 $\frac{1}{2}$	+ 40
3	mat. 11	45	46 $\frac{1}{2}$
3	midi.	45	47
3	foir 3$\frac{1}{4}$	35	34 $\frac{1}{2}$
3	foir 6$\frac{1}{2}$	31	31 $\frac{1}{2}$
3	foir 10$\frac{1}{2}$	21 $\frac{1}{3}$	23 $\frac{1}{3}$
4	mat. 4	18	18 $\frac{3}{4}$
5	mat. 4	18	18 $\frac{1}{2}$

Les trois dernières obſervations de cette Table furent faites à l'ombre. On voit que la marche des deux thermomètres étoit aſſez égale, & que depuis quarante-ſix ans, l'eſprit-de-vin n'avoit pas été ſenſiblement altéré; ce qui confirme l'expérience de M. l'abbé Nollet, que je rapporterai, & détruit ce qu'a avancé Muſſchenbroëk, que l'eſprit-de-vin, par ſucceſſion de temps, perdoit une partie de ſa dilatabilité.

Au mois de Septembre 1776, je détachai cet ancien thermomètre de ſa planche & il y arriva un accident: l'extrémité du tube ſe caſſa de manière à y laiſſer entrer de l'air, l'ouverture étoit imperceptible: pour m'aſſurer qu'il y avoit communication d'air, je pris de l'encre fort liquide que je mis à l'extrémité du tube, & je reconnus qu'elle filtroit dans l'intérieur.

Le thermomètre reſtant dans cet état: le 10 Janvier 1777, à 10 heures du matin, je le mis dans de la glace fondante avec mon thermomètre au mercure, *N.° I*, pour déterminer le zéro ou la première congélation: à midi je trouvai que le thermomètre *N.° I*, étoit à zéro, & que l'ancien en différoit de 1 degré $\frac{2}{3}$ moins que ce qu'il donnoit en 1730: je

les laissai dans la glace jusqu'au lendemain dix heures du matin, ni l'un ni l'autre n'avoient changé. Cette différence de 1 degré $\frac{2}{3}$ répondoit à 9 lignes du pied-de-roi. Je répétai encore l'expérience le même jour à 10^h $40'$ du soir, & je trouvai la même différence : je mis un fil ciré pour constater ce nouveau point de glace à cet ancien thermomètre.

L'hiver de 1777 à 1778, j'exposai l'ancien thermomètre à une des croisées de mon appartement, & je mis à côté un de mes thermomètres *n.° III,* j'observai pendant l'hiver les degrés correspondans entre ces deux instrumens ; les observations me donnèrent encore à l'ancien thermomètre une nouvelle différence de 1 degré $\frac{2}{3}$, dont l'esprit-de-vin s'étoit évaporé : cette différence ajoutée à ce que j'avois déjà trouvé au mois de Janvier 1777, donnoit une évaporation de l'esprit-de-vin de 3 degrés $\frac{1}{3}$ qui répondoient à 18 lignes du pied-de-roi. Une si grande différence & en si peu de temps, me détermina encore à remettre dans de la glace pilée cet ancien thermomètre avec mon thermomètre *n.° II;* l'expérience fut faite le 16 Février 1778 ; elle donna la même différence 3 degrés $\frac{1}{3}$: je mis encore un fil ciré à l'endroit du tube ainsi déterminé, qui se trouvoit éloigné de la partie supérieure de la boule de 11 pouces 0 lignes $\frac{1}{2}$ du pied-de-roi.

Malgré toutes ces expériences, il me restoit encore une incertitude, je craignois de m'être trompé ; pour ôter cette incertitude, je marquai sur le tube de l'ancien thermomètre, par un point rouge, le degré le plus bas de la Table précédente, 18 degrés $\frac{1}{2}$; l'instrument alors, étoit dans le même état qu'en 1730. Les 10 & 11 Mars 1778, je mis dans un bain d'eau tiède le thermomètre ancien, avec mon thermomètre au mercure *n.° II*, qui avoit servi de comparaison aux observations de la Table : ayant fait monter la liqueur beaucoup au-delà de 18 degrés $\frac{1}{2}$ (comme à 50), j'attendis le refroidissement du bain jusqu'au degré 18 du thermomètre *n.° II;* l'ancien alors ne marquoit que 15 degrés : l'expérience faite une seconde fois, donna la même différence ; d'après toutes ces expériences, il ne reste aucun doute sur l'évaporation

de l'eſprit-de-vin de cet ancien thermomètre, depuis ſon accident arrivé au mois de Septembre 1776.

Ces expériences font voir que pendant quarante-ſix ans, l'eſprit-de-vin eſt reſté dans le même état; que depuis l'accident, en trois mois de temps, l'eſprit-de-vin s'étoit évaporé d'un degré $\frac{2}{3}$; que dans treize mois enſuite, il s'étoit encore évaporé d'un degré $\frac{2}{3}$: en tout 3 degrés $\frac{1}{3}$, qui répondent à 18 lignes du pied-de-roi, ce qui eſt conſidérable; ces expériences m'ont paru curieuſes & dignes d'être rapportées, elles font voir que l'eſprit-de-vin renfermé dans un tube, ſcellé par les deux bouts, ne perd pas de ſa dilatabilité pendant un grand nombre d'années (quarante-ſix ans), & que l'eſprit-de-vin venant enſuite à avoir communication avec l'air extérieur, s'évapore avec une très-grande rapidité.

Un ſemblable thermomètre à l'eſprit-de-vin blanc, de la même année 1730, exiſte à l'hôtel de feu M. le Duc de Chaulnes, rue d'Enfer.

Un troiſième à eſprit-de-vin blanc, dans le cabinet des Machines de feu M. d'Ons-en-Bray, qui eſt à l'Académie.

Un quatrième, de la même année 1730, eſt entre les mains de M. Briſſon; cet Académicien en a un ſecond qui a appartenu à M. l'abbé Nollet, conſtruit en 1732; c'eſt celui qui a été employé par les Commiſſaires pour la recherche du froid de 1709; la température des caves de l'Obſervatoire, y eſt marquée à 10 degrés $\frac{1}{3}$. La nuit du 14 au 15 Février 1776, cet inſtrument fut remis aux caves de l'Obſervatoire, il donna pour la température de ces caves, 9 degrés $\frac{7}{12}$; le froid de 1709, y eſt rapporté à 15 degrés & 15 degrés $\frac{1}{2}$; celui de 1740, à 10 degrés $\frac{1}{2}$; & celui de 1742, à 13 degrés $\frac{1}{2}$. Il étoit écrit au bas de ce thermomètre, ſous la boule : *ce thermomètre a été fait en 1732, vérifié en 1748, par l'abbé Nollet.* Il paroît par la note ſuivante, que cette vérification ne doit s'entendre que pour le point de zéro, ou de la première congélation déterminé par la glace fondante.

Art des expériences (tome III, page 186). M. l'abbé Nollet

rapporte, d'après ce que Muſſchenbroek a dit *(Eſſai de Phyſique, tome I, page 461)*, que l'eſprit-de-vin par ſucceſſion de temps perdoit une partie de ſa dilatabilité. « Je puis répondre » (dit M. l'abbé Nollet) que cet effet n'a pas lieu au bout de » trente-cinq ans; car je garde avec ſoin un grand thermomètre » que j'ai conſtruit avec M. de Reaumur, en 1732, & que » je remets de temps en temps à l'épreuve de la glace; la » liqueur revient toujours au terme de la congélation, & le » refroidiſſement artificiel, produit par trois parties de glace » pilée, avec un peu plus d'une partie de ſel marin, la ramène auſſi à 15 degrés au-deſſous du terme précédent. »

Mémoires de l'Académie, 1733, page 430. M. de Reaumur rapporte : « nous devons avertir qu'on ne doit pas s'attendre » à trouver un certain accord entre les obſervations faites ſur » notre thermomètre, rue Saint-Thomas du Louvre, & celles » qui ſont faites à l'Obſervatoire. M. Maraldi a laiſſé le ther- » momètre, dont M. de la Hire ſe ſervoit dans l'endroit où il » l'avoit placé, & M. Maraldi a mis le nôtre auprès de l'autre: » ils ſont tous deux dans le bas & l'intérieur d'une haute tour; » quoique cette tour ne ſoit pas couverte, les changemens de » l'état de l'air n'y ſont ni ſi conſidérables, ni ſi ſubits qu'en » dehors, où eſt le thermomètre dont nous obſervons la marche, rue Saint-Thomas du Louvre. »

Mémoires de l'Académie, 1734, page 171. « Par des » obſervations comparées, faites en différens temps ſur le » thermomètre de l'Obſervatoire, le plus violent degré de froid » de cette année 1709, eût fait deſcendre la liqueur de nos thermomètres, à 14 degrés $\frac{1}{4}$ ou environ. »

Mémoires de l'Académie, 1735, page 549. « Le ther- » momètre de M. de la Hire, dans la tour découverte, ne » reçoit pas le vrai degré de froid; auſſi M. Maraldi ſe propoſe- » t-il de plus de tenir un de nos thermomètres en dehors de cette même tour. »

Mémoires de l'Académie, 1740, page 547. « Nous ne » ſavons pas aſſez préciſément quel fut le degré de froid de » 1709, ſi mémorable; le ſeul thermomètre connu, qui exiſte encore

encore, & ſur lequel le plus grand froid de 1709 ait été « obſervé, eſt à l'Obſervatoire, & a appartenu à M. de la Hire; « on le conſerve comme un inſtrument précieux, & il l'eſt « devenu principalement par rapport à l'époque dont nous par- « lons. La comparaiſon qu'on avoit faite il y a pluſieurs années « de ſa marche avec celle du thermomètre conſtruit ſur nos « principes, avoit fait eſtimer le plus grand froid qui ſe fit « ſentir à Paris, en 1709, égal à celui qui peut faire deſcendre « la liqueur de notre thermomètre, à 14 degrés $\frac{1}{4}$, ou 14 « degrés $\frac{1}{2}$ au-deſſous de la congélation; mais ayant eu depuis « occaſion de comparer la marche de cet ancien thermomètre, « & celle du nouveau dans des degrés qui étoient plus au- « deſſous de celui de la congélation, que ceux qui avoient ſervi « à faire la première comparaiſon, on a jugé que le froid de « l'année 1709, eût fait deſcendre la liqueur de notre ther- « momètre, à 15 degrés $\frac{1}{4}$, ou à 15 degrés $\frac{1}{2}$ au-deſſous de « la congélation. «

On pourroit avoir ce terme avec une toute autre préciſion « que celle que donne une eſtime toujours ſujette à quelqu'erreur: « il n'y auroit qu'à tenir les boules de l'un & de l'autre ther- « momètre dans un même vaſe rempli de glace pilée, & faire « naître dans cette glace, par les moyens que nous avons enſei- « gnés ailleurs, un froid qui fit deſcendre la liqueur du ther- « momètre de M. de la Hire, au terme où elle deſcendit en 1709; « celui où la liqueur du nôtre ſeroit deſcendue alors, ſeroit « pareillement celui où elle ſeroit deſcendue en 1709. Si cette « expérience n'a pas encore été faite, ce n'eſt pas parce qu'elle « eſt difficile à faire; mais on a craint d'expoſer à quelque riſque « le thermomètre de M. de la Hire, en l'ôtant de deſſus ſon « cadre, & en le maniant & remaniant autant de fois que « l'expérience le demanderoit; & un inſtrument qui nous donne « de ſi anciennes meſures ne ſauroit être conſervé avec trop de « ſoin: d'ailleurs, il y a apparence qu'on ne ſe trompe que de « très-peu, ſoit par excès, ſoit par défaut, lorſque par les der- « nières obſervations qui ont été faites, on a conclu que la « liqueur de notre thermomètre fût deſcendue pendant le plus «

» grand froid de 1709 à 15 degrés $\frac{1}{4}$, ou 15 degrés $\frac{1}{2}$; ce froid » fut considérablement supérieur à celui de 1740, puisque » dans cette dernière année la liqueur n'a pas été plus bas qu'à 10 degrés $\frac{1}{4}$. »

Mém. de l'Académie, 1749, page 2 : M. de l'Isle rapporte un détail du thermomètre de M. de la Hire : « L'un des » plus anciens thermomètres que l'on puisse comparer avec ceux » dont on se sert présentement, est celui que M. de la Hire fit » faire par le sieur Lubin il y a plus de soixante-dix ans; il est » rempli d'esprit-de-vin coloré & scellé hermétiquement : la » boule a environ deux pouces de diamètre, & le tuyau près » de quatre pieds de longueur, sur une ligne à peu-près de diamètre intérieur. »

J'ai extrait de même des Mémoires de l'Académie les observations qui ont été faites au-dessous du terme de la première congélation au thermomètre de M. de la Hire, depuis 1732 jusqu'en 1754, avec les observations correspondantes au thermomètre de M. de Reaumur, qui étoit placé dans la tour, à côté de l'ancien & de celui qui étoit en dehors : d'après ces observations correspondantes & comparées, je rechercherai le degré de froid au thermomètre de M. de Reaumur. J'ai extrait également de nos Mémoires tout ce qui concernoit le thermomètre de M. de la Hire, pour le terme de la glace & pour la température des caves de l'Observatoire royal, depuis 1700 jusqu'en 1745.

TABLE des OBSERVATIONS recueillies des Mémoires de l'Académie.

ANNÉES des MÉMOIRES de l'Acad.	MOIS des ANNÉES.	JOURS des MOIS.	THERM. de LA HIRE.	THERMOM. de REAUMUR.	THERMOM. de REAUMUR.	ANNÉES des MÉMOIRES de l'Acad.	TERME de la Glace.	CAVES de l'Obſerv.
Années.	*Mois.*	*Jours.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Années.*	*Deg.*	*Deg.*
1732	Janvier....	26	19,9	— 6,0				
1732	Janvier....	27	21,6	— 5,0				
1733	Janvier....	31	26,6	— 1,9				
1734	Janvier....	23	23,6	— 4,0		1700	....	38
1734	Janvier....	25	24,6	— 3,6		1701	....	48
1734	Janvier....	28	28,0	— 1,0		1702	30	
1734	Janvier....	29	24,6	— 3 0		1703	....	48
1734	Novemb..	30	22,6	— 5,6		1704	32	48
1735	Février....	5	27,0	— 1,6		1705	32	48
1735	Décembre	23	26,6	— 1,8		1706	32	48
1735	Décembre	24	28,6	— 1,3		1707	32	48
1736	Janvier....	3	25,6	— 3,3		1708	32	48
1736	Février....	24	24,0	— 3,6		1709	32	48
1737	Décembre	29	25,0	— 3,0	— 4,0	1710	....	48
1738	Janvier....	8	21,6	— 5,8	— 6,0	1711	32	48
1739	Novemb..	24	27,6	....	— 3,6	1712	32	48
1739	Novemb..	25	26,6	....	— 4,0	1713	32	48
1739	Novemb..	26	26,0	....	— 4,0	1714	32	48
1739	Novemb..	27	23,0	....	— 5,0	1715	....	48
1740	Janvier....	10	14,0	—10,0	—11,0	1716	....	48
1741	Janvier....	26	18,0	— 7,0	— 8,0	1717	32	48
1742	Janvier....	10	8,10	—12,1 ½	—14,6	1718	32	48
1743	Janvier....	7	22,0	— 4,0	— 5,6	1719	....	48
1743	Février....	4	28,0	— 0,6	— 2,0	1720	....	48
1743	Décembre	24	27,4	— 1,8	— 2,6	1721	....	48
1744	Janvier....	11	21,6	— 5,1 ½	— 7,0	1722	....	48
1744	Janvier....	14	20,0	....	— 8,0	1723	....	48
1745	Janvier....	14	11,6	—10,3		1724	....	48
1746	Février....	15	18,8	— 7,3		1727	31	48
1747	Janvier....	14	12,0	—11,9		1735	31	48
1748	Janvier....	13	12,6	—10,1 ½		1736	30	
1749	Février....	9	18,0	— 6,9		1737	30	
1750	Janvier....	6	19,9	— 5,6		1739	30	
1751	Février....	10	11,3	—10,0		1745	29 ¾	45
1752	Janvier....	16	20,0	— 5,3				
1753	Janvier....	27	11,0	— 9,3				
1754	Janvier....	8	11,6	—12,0				

Les obſervations du froid, depuis 1732 juſqu'à 1743, furent faites par M. Maraldi, excepté celle de 1738 faite par M. Caſſini. Depuis 1743 à 1754, elles le furent par M. de Fouchy.

Depuis 1700 juſqu'en 1719, les obſervations du terme de la glace & de la température des caves de l'Obſervatoire ſont rapportées dans les Mémoires par M. de la Hire; depuis 1719 juſqu'en 1739, par M. Maraldi; & l'année 1745, par M. de Fouchy, qui dit: « il eſt à obſerver que dans cet » ancien thermomètre, la température moyenne des caves de l'Obſervatoire répond à 45 degrés, & la congélation à $29^{d}\frac{3}{4}$. »

M. de la Hire, dans les Mémoires de l'Académie de 1700, *page 7*, parlant de ſon thermomètre, rapporte: « Le thermo- » mètre dont je me ſers pour les obſervations du chaud & du » froid, eſt placé dans la tour orientale de l'Obſervatoire, laquelle » eſt découverte; en ſorte qu'il eſt à l'abri du vent, & que le » Soleil ne donne jamais ſur la boule, ni ſur le tuyau. Après » l'avoir laiſſé quelques jours dans le fond de la cave de » l'Obſervatoire, j'ai trouvé que l'eſprit-de-vin y étoit demeuré à la hauteur de trente-huit parties. » Il a voulu dire, ſans doute quarante-huit.

J'ai calculé d'après ces obſervations, qui ſont les ſeules, que je ſache, qui puiſſent ſervir à déterminer & à faire connoître à peu-près le froid de l'hiver de 1709 au thermomètre de M. de Reaumur; je dis à peu-près, parce que l'on ne connoiſſoit pas le calibre du tube du thermomètre de M. de la Hire, ni la qualité de l'eſprit-de-vin dont il étoit composé. On trouve auſſi dans cette Table des obſervations correſpondantes qui varient beaucoup entr'elles: quoique les deux thermomètres fuſſent mis à côté l'un de l'autre, ils ne donnoient pas toujours également le même degré de froid; par exemple, le 10 Janvier 1742, le thermomètre de M. de la Hire, donna 8 degrés $\frac{10}{12}$; & celui de M. de Reaumur, placé à côté, 12 degrés 1 douzième $\frac{1}{2}$. En 1754, celui de M. de la Hire donna 11 degrés $\frac{1}{2}$, & celui de M. de Reaumur 12. Pour rendre plus ſenſibles les inégalités de ces obſervations, j'en rapporterai ici quelques-unes ſur les plus grands froids obſervés.

ANNÉES des MÉMOIRES de l'Académ.	MOIS des ANNÉES.	JOURS des MOIS.	THERM. de la HIRE.	THERM. de REAUMUR.
Années.	*Mois.*	*Jours.*	*Degrés.*	*Degrés.*
1740	Janvier...	10	14,0	— 10,0
1742	Janvier...	10	8,10 $\frac{1}{2}$	— 12,1 $\frac{1}{2}$
1745	Janvier...	14	11,6	— 10,3
1747	Janvier...	14	12,0	— 11,9
1748	Janvier...	13	12,6	— 10,1 $\frac{1}{2}$
1751	Février...	10	11,3	— 10,0
1753	Janvier...	27	11,0	— 9,3
1754	Janvier...	8	11,6	— 12,0

Comme la colonne de la Table qui contient le terme de la congélation ou de la glace, varie, qu'elle eſt rapportée au thermomètre de M. de la Hire de 32 & de 29 degrés $\frac{3}{4}$, j'ai ſuppoſé que ce point étoit 32, & j'ai comparé à ce degré tous les degrés de froid obſervés ſur le thermomètre de M. de la Hire, avec les obſervations correſpondantes, faites au thermomètre de M. de Reaumur, ce qui m'a donné, pour le froid de 1709, le réſultat de la colonne VII de la Table I qui eſt à la fin de ce Mémoire.

La colonne VIII, eſt le réſultat du froid de 1709, ayant ſuppoſé le terme de la congélation du thermomètre de M. de la Hire, à 29 degrés $\frac{3}{4}$.

Pour la température des caves de l'Obſervatoire, elle eſt rapportée dans la Table précédente, de 48 & de 45 degrés. J'ai ſuppoſé dans mes calculs 48 degrés, & j'ai comparé à ce degré toutes les obſervations, ce qui a donné beaucoup d'inégalité dans les réſultats, pour le degré de froid de 1709, repréſenté dans la colonne IX.

La colonne X repréſente le froid de 1709 au thermomètre de M. de Reaumur, d'après la ſuppoſition de la tem-

pérature des caves, de 45 degrés, au thermomètre de M. de la Hire: l'on voit dans cette colonne beaucoup d'inégalités, comme dans la précédente IX.

J'ai ensuite comparé chaque observation des plus grands froids observés, avec le degré de froid marqué en 1709, de 5 degrés au thermomètre de M. de la Hire. J'ai trouvé des quantités fort approchantes. Le froid du *N.° 18*, comparé aux observations, a donné, pour le froid de 1709, le résultat de la colonne XI.

Le froid du *N.° 32*, comparé de même, a donné le résultat du froid de 1709, au thermomètre de M. de Reaumur, colonne XII.

Le froid du *N.° 25*, celui de la colonne XIII.
Le froid du *N.° 24*, celui de la colonne XIV.
Le froid du *N.° 26*, celui de la colonne XV.
Le froid du *N.° 16*, celui de la colonne XVI.
Le froid du *N.° 29*, celui de la colonne XVII.
Le froid du *N.° 31*, celui de la colonne XVIII.

Le froid des *N.os 18, 25 & 32*, ayant donné, par un terme moyen, des degrés de froid presqu'égaux au thermomètre de M. de Reaumur, il en a résulté la colonne XIX pour le froid de 1709, au thermomètre de M. de Reaumur.

J'ai employé de même les froids observés des *N.os 16, 23, 26 & 29*, & il en a résulté, pour le froid de 1709, la colonne XX.

J'ai de même pris un milieu entre les deux observations des *N.os 25 & 32*, ce milieu comparé à toutes les observations du froid correspondant, a donné, pour le froid de 1709, au thermomètre de M. de Reaumur, le résultat de la colonne XXI.

Et enfin, ayant pris un milieu entre les observations des *N.os 23 & 29*, comparés à chacune des autres observations, j'ai trouvé le résultat de la colonne XXII qui exprime le froid de 1709, au thermomètre de M. de Reaumur.

RÉSULTAT de la Table I, qui détermine le Froid de 1709, au thermomètre de M. de Reaumur, placé à côté de celui de M. de la Hire; par un milieu pris, de ce que donne chaque colonne.

NUMÉROS des COLONNES.	MILIEU de chaque COLONNE.	NOMBRE des DÉTERM.	
	Degrés.		
VII.	— 13,2	25	ayant rejeté les *n.* *3, 6, 9, 10, 11, 20 & 21.*
VIII.	— 15,0	31	en rejetant le *n.° 20.*
IX.	— 8,0	32	à rejeter comme s'éloignant trop.
X.	— 8,4	32	à rejeter pour la même raison.
XI.	— 14,5	28	
XII.	— 16,6	27	
XIII.	— 16,8	25	
XIV.	— 13,8	25	
XV.	— 14,4	24	
XVI.	— 16,11	24	
XVII.	— 13,1	24	
XVIII.	— 11,9	24	
XIX.	— 15,5	25	
XX.	— 14,2	24	
XXI.	— 16,7	25	
XXII.	— 13,4	24	

En rejetant le résultat des deux colonnes IX & X, & prenant un milieu entre les autres résultats, on trouve pour le froid de 1709, au thermomètre de M. de Reaumur, 14 degrés $\frac{8}{12}$, milieu pris entre trois cents cinquante-cinq déterminations pour le froid de 1709.

Si l'on rejette encore le résultat de la colonne XVIII, qui donne 11 degrés $\frac{9}{12}$, comme trop disproportionné avec

les autres, il réſultera pour le froid de 1709 au thermomètre de M. de Reaumur, placé à côté de celui de M. de la Hire, 15^d, milieu pris entre trois cents trente-une déterminations.

J'ai enſuite recherché le degré de froid de 1709 au ſecond thermomètre de M. de Reaumur, qui étoit placé à l'air libre hors de la tour de l'Obſervatoire, depuis 1737 juſqu'en 1744, & dont les obſervations étoient correſpondantes à celles faites en même temps au thermomètre de M. de la Hire, placé dans la tour. Voici ce que j'ai trouvé, rapporté dans la Table II.

TABLE II. *Contenant les recherches du Froid de 1709, par les Obſervations correſpondantes du ſecond Thermomètre de M. de Reaumur, placé à l'air libre depuis 1737 juſqu'en 1744.*

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
NUM. des OBSERV.	ANNÉES des MÉMOIRES de l'Académie.	MOIS des ANNÉES.	JOURS des MOIS.	FROID obſervé au THERM. de la HIRE.	FROID obſervé au THERM. de REAUMUR	FROID de 1709, d'après le *N.° 9.*	FROID de 1709, d'après le *N.° 7.*	FROID de 1709, d'après le *N.° 14.*	FROID de 1709, d'après le *N.° 8.*	FROID de 1709, d'après les *N.os 8 & 14.*	FROID de 1709, d'après les *N.os 1, 4 & 5.*
	Années.	*Mois.*	*Jours.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*	*Deg.*
1	1737	Déc....	29	25,0	— 4,0	—17,0	—16,9	— 20,0	—15,5	— 17,4	
2	1738	Janv...	8	21,6	— 6,0	—17,2	—17,0	....	—15,5	— 19,2	—13,8
3	1739	Nov....	24	27,6	— 3,6	—16,10	—16,0	— 17,0	—14,2	— 15,5	
4			25	26,6	— 4,0	—16,10	—16,1	— 17,3	—14,1	— 15,6	
5			26	26,0	— 4,0	—16,11	—16,3	— 18,0	—14,6	— 16,0	
6			27	23,0	— 5,0	—17,1	—17,0	....	—15,10	— 18,6	—11,4
7	1740	Janv..	10	14,0	— 11,0	—17,2	....	....	....	....	—16,4
8	1741	Janv..	26	18,0	— 8,0	—17,3	—17,9	....	....	....	—14,8
9	1742	Janv..	10	8,10	— 14,6	....	....	....	....	....	—16,11
10	1743	Janv..	7	22,0	— 5,6	—17,2	—17,2	....	—16,1	— 19,8	—12,2
11		Févr..	4	28,0	— 2,0	—17,0	—16,9	— 19,3	....	— 17,4	
12		Déc...	24	27,4	— 2,6	—17,0	—16,9	— 19,3	—15,8	— 17,3	
13	1744	Janv...	11	21,6	— 7,0	—16,10	—15,10	— 18,0	—11,9	— 13,7	—18,5
14			14	20,0	— 8,0	—16,9	—15,6	....	....	....	—18,3
					MILIEU.......	—17,1	—16,7	— 17,5	—15,2	— 17,0	—15,3

Pour

Pour la colonne VII de cette Table, j'ai employé l'obſervation du 10 Janvier 1742, *n.° 9*, que j'ai comparée aux autres obſervations, en partant du degré de froid obſervé en 1709 au thermomètre de M. de la Hire, ce qui a donné le réſultat que contient cette colonne.

J'ai employé de même l'obſervation *n.° 7*, ce qui a donné la colonne VIII.

L'obſervation du *n.° 14* a donné la colonne IX.

L'obſervation du *n.° 8* la colonne X; ayant rejeté de cette colonne, la détermination de 11,9, comme trop différente des autres, pour pouvoir prendre un milieu.

Pour la colonne XI, je ſuis parti de deux obſervations correſpondantes qui donnèrent, dans des années différentes, 8 degrés de froid au thermomètre de M. de Reaumur: ayant pris un milieu entr'elles & entre les obſervations au thermomètre de M. de la Hire, j'ai comparé ce degré au moyen avec les autres degrés de froids obſervés, correſpondans, & il en a réſulté ce que contient cette colonne XI, pour le froid de 1709.

J'ai employé de même, pour la colonne XII, les trois obſervations des *n.os 1, 4 & 5*, qui donnoient, dans des années différentes, le même degré de froid, 4 degrés au thermomètre de M. de Reaumur.

J'ai recherché auſſi le degré de froid de 1709 au ſecond thermomètre de M. de Reaumur, d'après le terme de la glace: l'ayant ſuppoſé à l'ancien de 32 degrés, j'ai trouvé (comme je le rapporte dans la Table ci-après, ſous le *n.° 1*) 16 degrés 7 douzièmes, par treize combinaiſons; ayant rejeté le *n.° 3* des obſervations, comme trop différent.

J'ai enſuite ſuppoſé le terme de la glace de 29 degrés $\frac{3}{4}$, & j'ai trouvé, *n.° 2*, 17 degrés 6 douzièmes, par ſix combinaiſons, ayant rejeté les *n.os 1, 3, 4, 5, 11, 12, 13 & 14* des obſervations, qui étoient trop différens.

J'ai recherché enſuite le degré de froid de 1709 au thermomètre de M. de Reaumur, en ſuppoſant que l'ancien donnoit la température des caves de l'Obſervatoire royal, de

48 degrés; j'ai trouvé par quatorze combinaiſons, *n.° 3;* 9 degrés 7 douzièmes.

Ayant ſuppoſé encore à l'ancien thermomètre, 45 degrés pour la température de ces caves, il eſt réſulté des calculs quatorze combinaiſons, qui ont donné, *n.° 4,* 10 degrés.

Voici la Table de ces réſultats & ceux de la ſeconde Table, qui détermine le froid de 1709 au ſecond thermomètre de M. de Reaumur, placé en dehors de la tour de l'Obſervatoire, à l'air libre.

NUMÉROS des COLONNES.	RÉSULTAT des COLONNES.	NOMBRE des DÉTERM.
	Deg. 12.me	
VII.	— 17,1	13
VIII.	— 16,7	12
IX.	— 17,5	7
X.	— 15,2	8
XI.	— 17,0	10
XII.	— 15,3	8
1	— 16,7	13
2	— 17,6	6
3	— 9,7	14
4	— 10,0	14

En prenant un milieu entre les réſultats de cette Table, il en réſulte, pour le froid de 1709, 15 degrés 2 douzièmes; milieu de cent cinq déterminations.

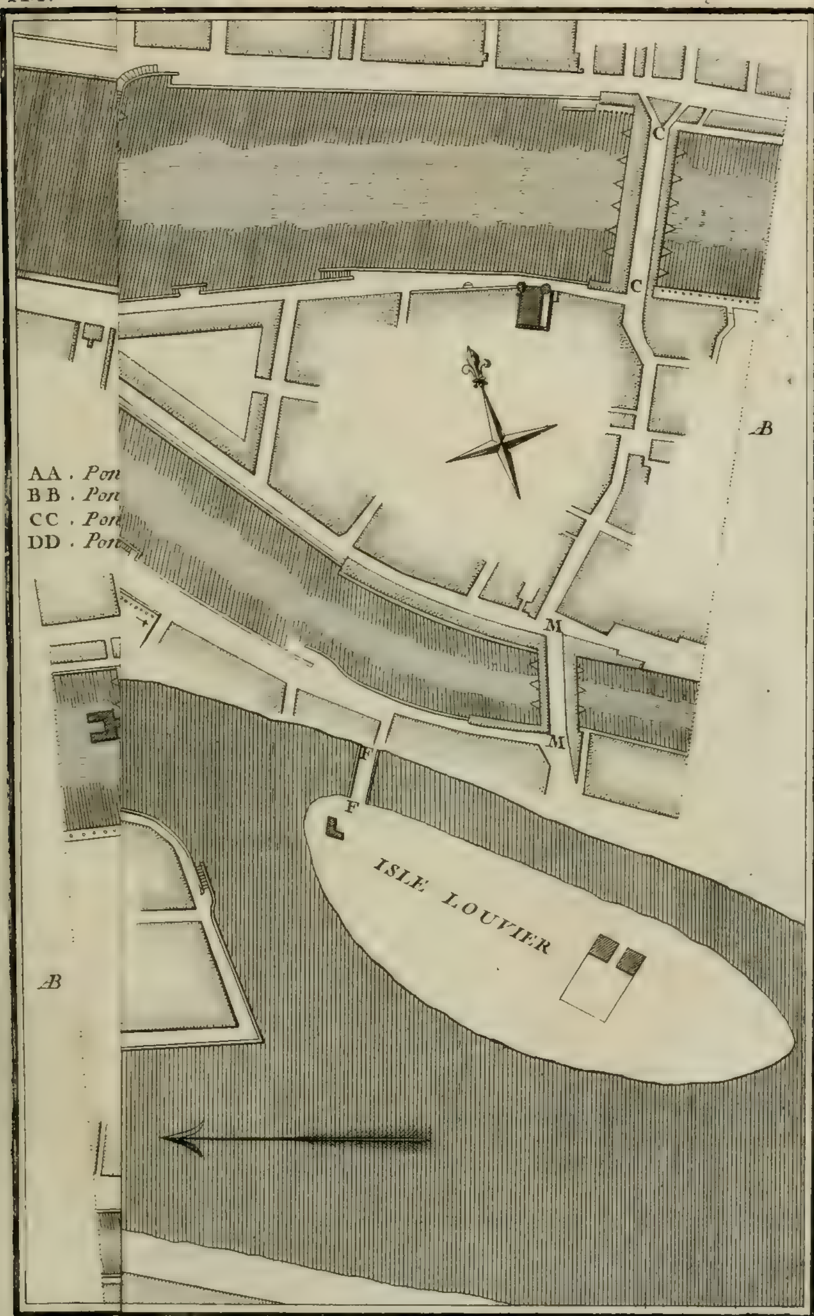
RÉCAPITULATION du Froid de 1709.

Au premier thermomètre de M. de Reaumur qui étoit placé à côté de l'ancien.

14 degrés $\frac{8}{12}$, milieu pris entre trois cents cinquante-cinq déterminations.

15 degrés $\frac{0}{12}$, milieu pris entre trois cents trente-une déterminations.

14 degrés $\frac{10}{12}$, milieu pour le froid de 1709.



Gravé par Y.

AB. AB.

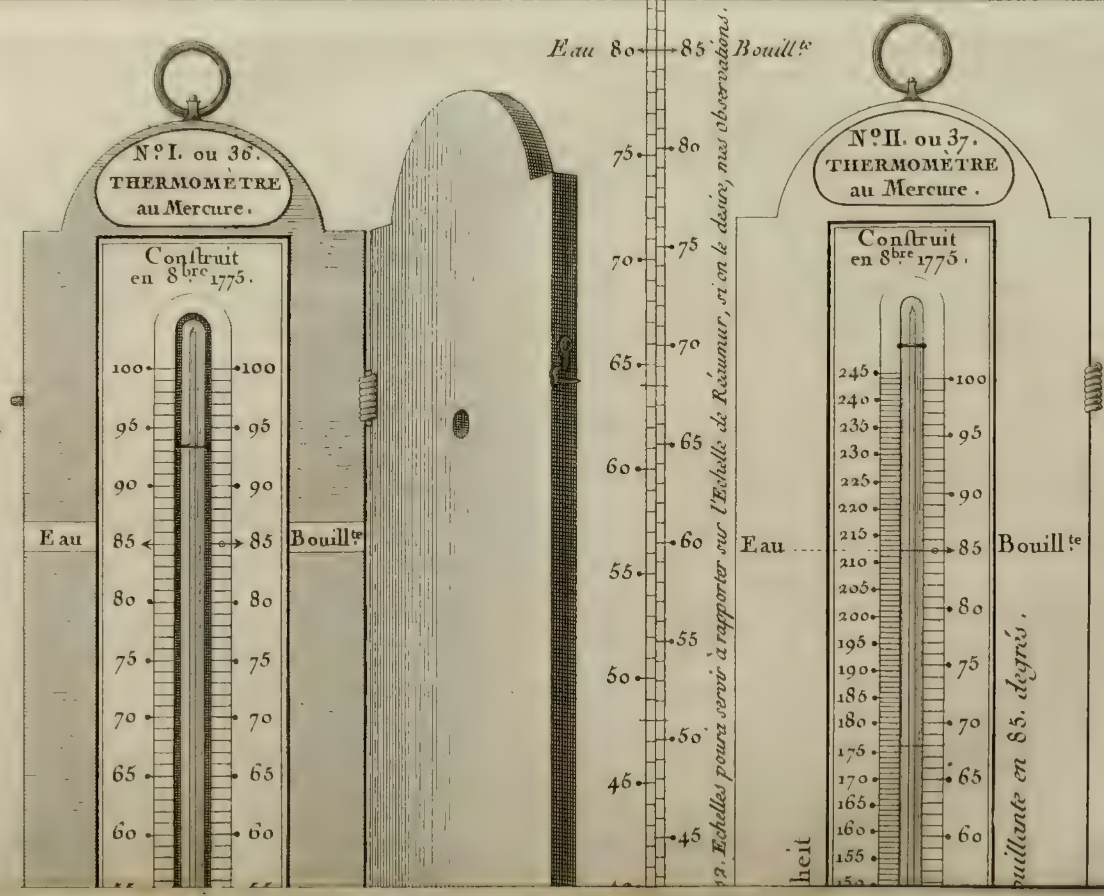
La Riviere est divisée en deux parties qui peuvent se rejoindre par les lignes en points B. B.

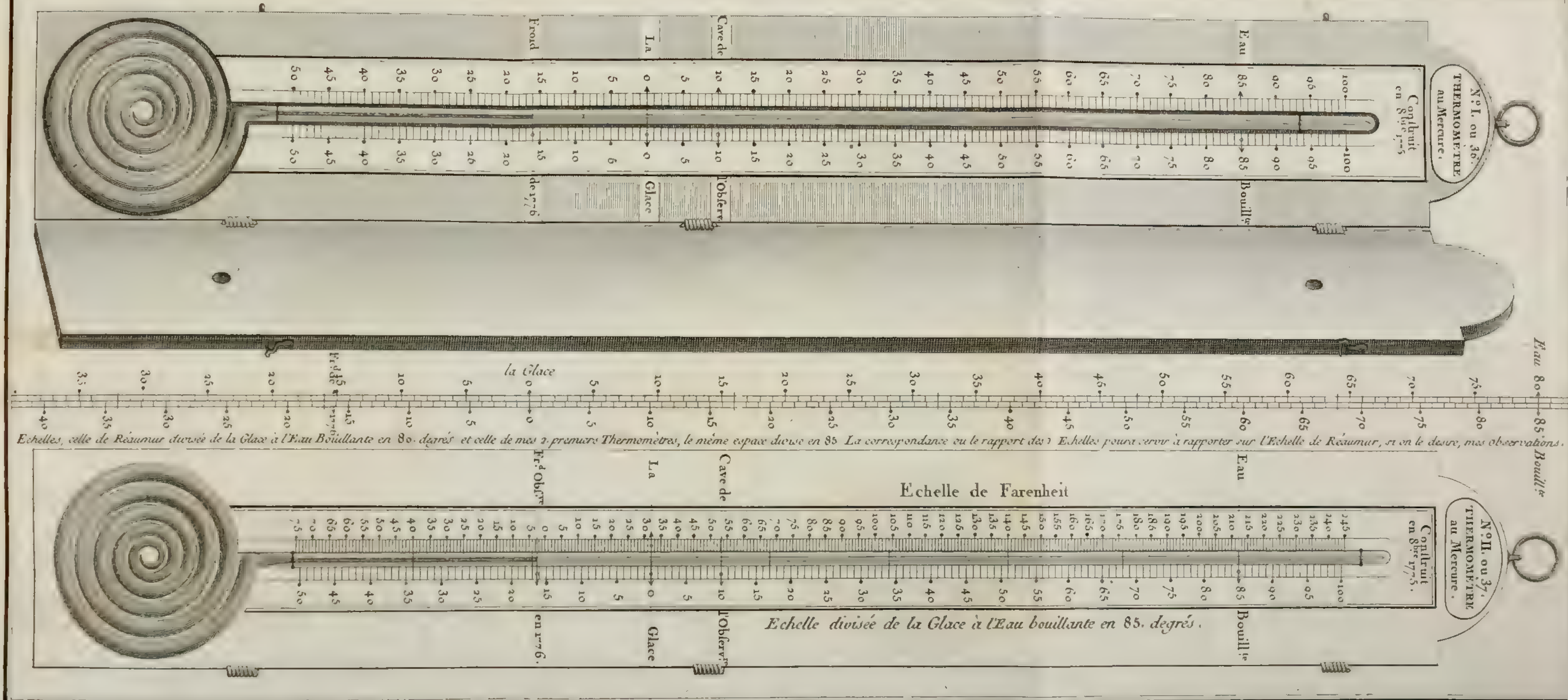
TAB… celui de *M. de la Hire*, depuis 1732 jusqu'en 1754.

I.	…VI.	XVII.	XVIII.	XIX.	XX.	XXI.	XXII.
N.os des Obs.	FROID de 1709, d'après le *N.° 16.*	FROID de 1709, d'après le *N.° 29.*	FROID de 1709, d'après le *N.° 31.*	FROID de 1709, déduit des *N.os 18, 25 & 32.*	FROID de 1709, déduit des *N.os 16, 23, 26 & 29.*	FROID de 1709, déduit des *N.os 25 & 32.*	FROID de 1709, déduit des *N.os 23 & 29.*
Numéros.	*D. Déc.*	*D. Déc.*	*D. Déc.*	*D. Déc.*	*D. Déc.*	*D. Déc.*	*D. Déc.*
1	— 16,3	— 12,11	— 11,6	— 15,9	— 14,1	— 16,9	— 13,3
2	— 16,0	— 13,1	— 11,8	— 15,8	— 14,2	— 16,7	— 13,4
3	— 15,8	— 13,5	— 12,2	— 15,8	— 14,5	— 16,5	— 13,7
4	— 15,8	— 13,1	— 11,9	— 15,7	— 14,1	— 16,4	— 13,4
5	— 15,7	— 13,1	— 11,10	— 15,6	— 14,1	— 16,3	— 13,4
6	— 15,9	— 13,4	— 12,2	— 15,7	— 14,4	— 16,4	— 13,7
7	— 16,0	— 13,4	— 12,0	— 15,8	— 14,4	— 16,6	— 13,6
8	— 14,9	— 12,6	— 11,3	— 15,1	— 13,5	— 15,11	— 12,9
9	— 15,11	— 13,5	— 12,2	— 15,8	— 14,3	— 16,5	— 13,7
10	— 15,9	— 13,5	— 12,2	— 15,9	— 14,5	— 16,6	— 13,8.
11	— 15,5	— 13,2	— 12,0	— 15,5	— 14,1	— 16,1	— 13,5
12	— 15,3	— 13,0	— 11,9	— 15,4	— 13,11	— 16,1	— 13,2
13	— 15,10	— 13,2	— 11,11	— 15,8	— 14,3	— 16,6	— 13,5
14	— 15,9	— 13,2	— 11,11	— 15,7	— 14,2	— 16,4	— 13,5
15	— 15,3	— 12,8	— 11,4	— 15,4	— 13,7	— 16,2	— 12,11
16	....	....	....	— 15,6	....	— 17,5	
17	— 16,9	— 12,9	— 11,2	— 15,11	— 14,1	— 17,1	— 13,1
18							
19	— 16,9	— 13,6	— 12,1	— 16,0	— 14,8	— 17,0	— 13,9
20	— 16,1	— 13,7	— 12,4	— 15,9	— 14,7	— 16,7	— 13,9
21	— 15,7	— 13,3	— 12,0	— 15,6	— 14,2	— 16,3	— 13,5
22	— 15,10	— 13,0	— 11,8	— 15,7	— 14,0	— 16,6	— 13,3
23							
24	— 15,4	— 12,4	— 10,10	— 15,5	— 13,4	— 16,4	— 12,8
25							
26							
27	— 17,4	— 13,0	— 11,5	— 16,1	— 14,5	— 17,4	— 13,4
28	— 17,0	— 13,4	— 11,10	— 16,1	— 14,7	— 17,2	— 13,7
29							
30	— 17,2	— 13,5	— 11,11	— 16,2	— 14,8	— 17,3	— 13,8
31							
32							
	— 16,11	— 13,1	— 11,9	— 15,8	— 14,2	— 16,7	— 13,4

TABLE I, *représentant les résultats du Froid de 1709, au 1.er Thermomètre de M. de Reaumur, qui avoit été placé à côté de celui de M. de la Hire, depuis 1732 jusqu'en 1754.*

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	XVIII.	XIX.	XX.	XXI.	XXII.
N.os des Obs.	Années des Memoires de l'Acad.	Mois des Années.	Jours des Mois.	Froid observé, Therm. la Hire.	Froid observé, Therm. Reaumur.	Froid de 1709, terme de la glace, 32d	Froid de 1709, terme de la glace 29d ½	Froid de 1709, températ. caves 48d	Froid de 1709, températ. caves 45d	Froid de 1709, d'après le N.° 18.	Froid de 1709, d'après le N.° 32.	Froid de 1709, d'après le N.° 25.	Froid de 1709, d'après le N.° 23.	Froid de 1709, d'après le N.° 26.	Froid de 1709, d'après le N.° 16.	Froid de 1709, d'après le N.° 29.	Froid de 1709, d'aprés le N.° 31.	Froid de 1709, deduit des N.os 18, 25 & 32.	Froid de 1709, deduit des N.os 16, 23, 26 & 29.	Froid de 1709, deduit des N.os 25 & 32.	Froid de 1709, deduit des N.os 23 & 29.
Numeros	Années	Mois	Jours	D. D.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. Dés.	D. D.	D. D.	D. D.	D. Dés.	D. D.	D. Dés.	D. Dés.
1	1732.	Janvier...	26	19,9	— 6,0	— 13,3	— 14,10	— 9,1	— 9,5	— 14,8	— 16,9	— 16,11	— 13,7	— 14,4	— 16,3	— 12,11	— 11,6	— 15,9	— 14,1	— 16,9	— 13,3
2	1732.	Janvier...	27	21,6	— 5,0	— 12,10	— 15,0	— 8,1	— 8,6	— 14,8	— 16,7	— 16,9	— 13,8	— 14,4	— 16,0	— 13,1	— 11,8	— 15,8	— 14,2	— 16,7	— 13,4
3	1733.	Janvier...	31	26,6	— 1,9	— 8,7	— 13,4	— 3,6	— 3,9	— 14,9	— 16,5	— 16,7	— 13,11	— 14,7	— 15,8	— 13,5	— 12,2	— 15,8	— 14,5	— 16,5	— 13,7
4	1734.	Janvier...	23	23,6	— 4,0	— 12,9	— 15,10	— 7,0	— 8,5	— 14,3	— 16,4	— 16,6	— 13,8	— 14,3	— 15,8	— 13,1	— 11,9	— 15,7	— 14,1	— 16,4	— 13,4
5	1734.	Janvier...	25	24,6	— 3,6	— 12,7	— 16,6	— 6,5	— 6,10	— 14,3	— 16,3	— 16,4	— 13,8	— 14,3	— 15,7	— 13,1	— 11,10	— 15,6	— 14,1	— 16,3	— 13,4
6	1734.	Janvier...	28	28,0	— 1,0	— 6,9	— 14,2	— 2,2	— 2,4	— 14,5	— 16,4	— 16,0	— 13,11	— 14,6	— 15,9	— 13,4	— 12,2	— 15,7	— 14,4	— 16,4	— 13,7
7	1734.	Janvier...	29	24,6	— 3,0	— 10,10	— 14,2	— 5,6	— 5,10	— 14,5	— 15,7	— 16,8	— 13,11	— 14,7	— 16,0	— 13,4	— 12,0	— 15,8	— 14,4	— 16,6	— 13,6
8	1734.	Novembre.	30	22,6	— 5,6	— 15,8	— 18,9	— 9,3	— 9,9	— 14,0	— 15,10	— 15,11	— 13,1	— 13,7	— 14,9	— 12,6	— 11,3	— 15,1	— 13,5	— 15,11	— 12,9
9	1735.	Février...	5	27,0	— 1,6	— 8,1	— 13,6	— 3,1	— 3,4	— 14,5	— 16,5	— 16,7	— 13,11	— 14,6	— 15,11	— 13,5	— 12,2	— 15,8	— 14,3	— 16,5	— 13,7
10	1735.	Décembre.	23	26,6	— 1,8	— 8,2	— 12,8	— 3,4	— 3,7	— 14,5	— 16,6	— 16,7	— 14,0	— 14,7	— 15,9	— 13,5	— 12,2	— 15,9	— 14,5	— 16,6	— 13,8.
11	1735.	Décembre.	24	28,6	— 1,3	— 9,8	— 14,9	— 2,6	— 3,1	— 14,3	— 16,1	— 16,2	— 13,8	— 14,3	— 15,5	— 13,2	— 12,0	— 15,5	— 14,1	— 16,1	— 13,5
12	1736.	Janvier....	3	25,6	— 3,3	— 11,6	— 18,11	— 6,3	— 6,8	— 14,2	— 16,1	— 16,2	— 13,6	— 14,0	— 15,3	— 13,0	— 11,9	— 15,4	— 13,11	— 16,1	— 13,2
13	1736.	Février....	24	24,0	— 3,6	— 11,10	— 15,1	— 6,3	— 6,8	— 14,4	— 16,5	— 16,7	— 13,10	— 14,5	— 15,10	— 13,2	— 11,11	— 15,8	— 14,3	— 16,6	— 13,5
14	1737.	Décembre.	29	25,0	— 3,0	— 11,7	— 15,8	— 5,7	— 6,0	— 14,4	— 16,4	— 16,6	— 13,9	— 14,4	— 15,9	— 13,2	— 11,11	— 15,7	— 14,2	— 16,4	— 13,5
15	1738.	Janvier...	8	21,6	— 5,8	— 14,7	— 17,0	— 9,2	— 9,8	— 14,1	— 16,1	— 16,3	— 13,3	— 13,10	— 15,3	— 12,8	— 11,4	— 15,4	— 13,7	— 16,2	— 12,11
16	1740.	Janvier...	10	14,0	— 10,0	— 15,0	— 15,8	— 12,8	— 12,11	— 13,9	— 17,2	— 17,10	— 13,1	....	....	....	....	— 15,6	....	— 17,5	
17	1741.	Janvier...	26	18,0	— 7,0	— 13,6	— 14,9	— 10,1	— 10,4	— 14,4	— 17,0	— 17,4	— 13,6	— 14,4	— 16,9	— 12,9	— 11,2	— 15,11	— 14,1	— 17,1	— 13,1
18	1742.	Janvier...	10	8,10½	— 12,1½	— 14,1	— 14,4	— 13,4	— 13,4												
19	1743.	Janvier...	7	22,0	— 4,0	— 10,10	— 12,9	— 6,7	— 7,0	— 14,6	— 16,11	— 17,2	— 14,1	— 14,11	— 16,9	— 13,6	— 12,1	— 16,0	— 14,8	— 17,0	— 13,9
20	1743.	Février ..	4	28,0	— 0,6	— 3,5	— 7,1	— 1,1	— 1,2	— 14,6	— 16,6	— 16,8	— 14,1	— 14,9	— 16,1	— 13,7	— 12,4	— 15,9	— 14,7	— 16,7	— 13,9
21	1743.	Décembre.	24	27,4	— 1,8	— 9,8	— 17,1	— 3,6	— 3,10	— 14,4	— 16,3	— 16,4	— 13,9	— 14,4	— 15,7	— 13,3	— 12,0	— 15,6	— 14,2	— 16,3	— 13,5
22	1744.	Janvier...	11	21,6	— 5,1½	— 13,2	— 15,4	— 9,9	— 8,8	— 14,3	— 16,6	— 16,7	— 13,7	— 14,3	— 15,10	— 13,0	— 11,8	— 15,7	— 14,0	— 16,6	— 13,3
23	1745.	Janvier...	14	11,6	— 10,3	— 13,6	— 13,11	— 12,1	— 12,3	— 14,11											
24	1746.	Fevrier...	15	18,8	— 7,3	— 14,8	— 16,2	— 9,11	— 11,0	— 14,1	— 16,4	— 16,6	— 13,0	— 13,7	— 15,4	— 12,4	— 10,10	— 15,5	— 13,4	— 16,4	— 12,8
25	1747.	Janvier...	14	12,0	— 11,9	— 15,10	— 16,5	— 14,0	— 14,3	....	— 15,3										
26	1748.	Janvier...	13	12,6	— 10,1½	— 14,1	— 14,6	— 12,3	— 12,5	— 14,3											
27	1749.	Février...	9	18,0	— 6,9	— 13,0	— 14,3	— 9,8	— 10,0	— 14,5	— 17,3	— 17,7	— 13,9	— 14,8	— 17,4	— 13,0	— 11,5	— 16,1	— 14,5	— 17,4	— 13,4
28	1750.	Janvier...	6	19,9	— 5,6	— 12,2	— 13,7	— 8,5	— 8,9	— 14,6	— 17,1	— 17,5	— 14,0	— 14,10	— 17,0	— 13,4	— 11,10	— 16,1	— 14,7	— 17,2	— 13,7
29	1751.	Février...	10	11,3	— 10,0	— 13,0	— 13,5	— 12,5	— 12,8	— 15,8	— 17,3										
30	1752.	Janvier...	16	20,0	— 5,3	— 11,10	— 13,4	— 8,1	— 8,5	— 14,6	— 17,2	— 17,5	— 14,1	— 15,0	— 17,2	— 13,5	— 11,11	— 16,2	— 14,8	— 17,3	— 13,8
31	1753.	Janvier...	27	11,0	— 9,3	— 11,11	— 12,3	— 10,9	— 10,11												
32	1754.	Janvier...	8	11,6	— 12,0	— 15,10	— 16,3	— 14,1	— 14,4												
					Milieu........	— 13,2	— 15,0	— 8,0	— 8,4	— 14,5	— 16,6	— 16,8	— 13,8	— 14,4	— 16,11	— 13,1	— 11,9	— 15,8	— 14,2	— 16,7	— 13,4


s éxactement dans leur grandeur naturelle).
N.° I. ou 36.
THERMOMÈTRE
au Mercure.
Conſtruit
en 8.bre 1775.
Eau
Bouill.te
Eau 80
85 Bouill.te
2. Echelles poura servir à rapporter sur l'Echelle de Réaumur, si on le desire, mes observations.
N.° II. ou 37.
THERMOMÈTRE
au Mercure.
Conſtruit
en 8.bre 1775.
Eau
Bouill.te
heit
uillante en 85. degrés.



Gravé par Y. le Gouaz d'après le dessin de M. Messier

Au ſecond thermomètre de M. de Reaumur, placé hors de la tour.

15 degrés $\frac{2}{12}$, milieu pris entre cent cinq déterminations.

Froid de 1709.

Au thermomètre de M. de Reaumur.

14 degrés 11 douzièmes $\frac{1}{3}$, milieu pris entre ſept cents quatre-vingt-onze déterminations.

Si on compare la première Table, qui contient le réſultat des calculs du froid de 1709, au premier thermomètre de M. de Reaumur, qui étoit placé dans la tour, à côté de celui de M. de la Hire, avec la ſeconde Table qui détermine le même froid au ſecond thermomètre, placé en dehors de la même tour à l'air libre; on trouvera un rapport plus exact des déterminations au premier thermomètre qu'au ſecond. En général, toutes ces déterminations ne ſont qu'approchantes, & proviennent des ſuppoſitions que j'ai été obligé de faire. Au ſurplus, on ne connoît point le calibre du tube du thermomètre de M. de la Hire, ni la qualité de ſon eſprit-de-vin, qui pouvoit être ſuſceſptible de plus ou moins de dilatation; ainſi, il reſtera toujours une incertitude, bien légère, à la vérité, ſur la connoiſſance vraie du degré de froid de 1709.



MÉMOIRE

Sur le choix de l'Emplacement & sur la forme qu'il faut donner au Bâtiment d'une fabrique d'Organsin, à l'usage des nouveaux Moulins que j'ai imaginés à cet effet.

Par M. DE VAUCANSON.

Lû à l'Assemblée publique du 17 Avril 1776, & relû le 12 Avril 1777.

AVANT de montrer quelle est la forme du bâtiment qui convient à une fabrique d'Organsin, il est à propos de donner une notion succincte du travail qui y est fait, afin de mieux faire connoître les avantages qui doivent résulter de sa construction.

Ce travail consiste dans quatre opérations principales. Par la première, on devide sur des bobines la soie des écheveaux faits dans le tirage, ce que l'on nomme *opération du devidage.* Par la seconde, on tord séparément chaque fil de soie devidé, en le faisant monter sur une seconde bobine, ce que l'on nomme *donner le premier tors* ou *le premier apprêt.* Par la troisième, on joint deux ou trois de ces fils tordus, qu'on redevide sur une nouvelle bobine, ce que l'on nomme *opération du doublage.* Par la quatrième, on retord ensemble les fils réunis à deux ou à trois bouts, en les faisant monter sur un guindre pour en former un nouvel écheveau, ce que l'on nomme *donner le second tors* ou *le second apprêt.* C'est après cette dernière opération que la soie reçoit le nom d'*organsin.*

Comme il eût fallu employer beaucoup de monde & beaucoup de temps à un ouvrage aussi long, on a trouvé le moyen de l'abréger par différentes machines propres à faire le travail de chaque opération : on a donné à ces machines le nom de *Moulins à soie,* parce qu'on les fait mouvoir par le secours de l'eau.

Une fabrique d'organfin eft donc compofée de quatre fortes de moulins différens, de moulins de devidage, de moulins de tors en premier apprêt, de moulins de doublage, & de moulins de tors en fecond apprêt.

Comme c'eft par le jeu de ces différens moulins que tout l'ouvrage s'opère, on conçoit aifément que c'eft de l'uniformité de leur mouvement & de la fûreté de leur effet que dépend la régularité des différens apprêts que la foie y reçoit.

Je ne parlerai point ici des avantages que doivent avoir en cela mes nouveaux moulins fur tous ceux qui font en ufage; l'expérience qui en a été faite pendant vingt ans dans une Manufacture érigée exprès à Aubenas, le haut prix auquel les fabricans de Lyon ont toujours acheté les organfins qui en font provenus, fourniffent la preuve la moins équivoque de leur bonté, de leur fupériorité. Mon objet, dans ce Mémoire, eft de faire voir combien il eft important pour le fuccès d'une fabrique femblable, de faire choix d'un local avantageux, & de donner au bâtiment qui doit contenir ces moulins la forme la plus favorable pour en obtenir le plus grand effet.

On voit déjà que l'emplacement de la fabrique doit être à portée d'un courant ou d'une chute d'eau fuffifante pour faire mouvoir tous les moulins: 30 pouces d'eau tombante fur une roue à augets, de 12 pieds de diamètre, fuffifent pour en faire tourner quarante-huit, dont vingt-quatre de tors en premier ou en fecond apprêt, & vingt-quatre de devidage ou de doublage: fi la chute d'eau avoit moins de 12 pieds, il faudroit que le volume d'eau fût proportionnellement plus grand; tout comme le volume pourroit être moindre, fi la chute fe trouvoit plus élevée : mais dans tous les cas, il fera toujours plus à propos de préférer une chute d'eau quelconque, au courant d'un ruiffeau ou d'une rivière afin de fe mettre à l'abri des crûes & des débordemens qui donneroient aux moulins des mouvemens très-variés, & qui les mettroient dans le cas de chômer fouvent, au lieu que le fol de la fabrique fe trouvant à la même hauteur que la chute, on ne craindra point d'inon-

dations ; & au moyen d'une vanne bien faite, on aura la facilité de donner à la roue une quantité d'eau toujours égale pour la faire tourner d'une vîtesse uniforme.

Le bâtiment de la fabrique doit être composé d'un rez-de-chaussée & de deux étages supérieurs; sa longueur sera de 24 toises & demie sur 24 pieds 6 pouces de largeur dans œuvre : les vingt-quatre moulins à tordre seront placés dans le rez-de-chaussée, à 6 pieds de distance les uns des autres; ces moulins ayant 18 pieds & demi de longueur sur 9 pieds de hauteur & 2 pieds environ de largeur, il reste à chacune de leurs extrémités, un passage de 3 pieds, absolument nécessaire à leur service, & on aura un intervalle de 4 pieds entre chaque moulin, pour la course du marche-pied dont l'ouvrier a continuellement besoin pour son travail : les autres vingt-quatre moulins à devider & à doubler, seront placés dans l'étage au-dessus, & arrangés de manière que chacun d'eux se trouve précisément sur un de ceux d'en bas, de qui il reçoit son mouvement, au moyen d'une verge de fer qui traverse la voûte.

Autant il faut chercher à introduire l'air dans le lieu où l'on tire la soie des cocons, autant il faut avoir soin d'en garantir ceux où elle reçoit les secondes préparations qui la convertissent en organsin ; dans chacune de ces préparations, la soie est toujours devidée ou d'un guindre sur une bobine, ou d'une bobine sur un guindre, ou d'une bobine sur une autre bobine ; elle y est donc continuellement exposée aux influences de l'air environnant : l'expérience a montré que l'air sec & brûlant, rend la soie cassante, & l'empêche de résister aux efforts des moulins, & principalement de celui du premier apprêt, où chaque fil y monte simple, du fuseau sur la bobine, avec une tension proportionnée à la rapidité de mouvement du fuseau, & à la pesanteur de sa coronnelle qui en facilite le développement.

Pour entretenir l'air de ce lieu dans une espèce de moiteur, je l'ai fait construire comme une cave, avec une voûte très-surbaissée : la porte d'entrée n'a que 3 pieds de large sur 7 pieds de haut ; elle est précédée d'une pièce pareille

ment voûtée, afin que l'air du dehors y change de température, avant de pénétrer dans la salle des moulins : il y a une semblable porte de sortie à l'autre coin du même mur, qui communique dans un magasin, voûté de même, où l'on fait le pliage des matteaux de la soie organsinée, qui y restent enfermés dans des coffres jusqu'à leur expédition.

Ce rez-de-chaussée est éclairé par vingt-quatre petites fenêtres, en forme de soupiraux, dont douze de chaque côté, & distribuées de manière que chacune réponde au milieu de l'intervalle qu'il y a entre chaque moulin : on tient ces fenêtres exactement fermées avec des chassis, dont les carreaux sont de papier huilé, afin d'avoir un jour doux & tranquille, très-favorable au travail de la soie; mais plus ces fenêtres sont petites, plus elles doivent recevoir la lumière du dehors; ainsi, ce bâtiment doit être isolé ou suffisamment éloigné de toute construction qui pourroit lui ôter le grand jour dont il a besoin.

Si la voûte est nécessaire pour procurer de la fraîcheur au rez-de-chaussée, où sont placés les moulins de premier & de second apprêt, elle devient indispensable pour former un plancher solide aux moulins de devidage & de doublage, qui sont dans l'étage au-dessus. Le mécanisme de ces moulins exige qu'ils soient établis sur un plan de niveau & invariable : or, il est impossible de construire un plancher qui ait un niveau constant, avec des poutres de 24 pieds & demi de longueur, puisqu'une poutre de moindre portée, quelque grosse qu'elle soit, plie dans son milieu par son propre poids; la moindre courbure dans le plan empêcheroit le jeu de ces moulins, parce que leur moteur principal consiste dans une verge de fer de 19 pieds de longueur, garnie de quarante cylindres qui font tourner les bobines par un simple mouvement tangentiel, & que cette verge, contenue dans une situation horizontale, par six collets distribués dans sa longueur, ne pourroit plus tourner, si son centre de rotation s'écartoit de la ligne droite, par quelque variation dans le plancher.

Ce ſecond atelier auroit exigé une température d'air à peu-près égale à celle du rez-de-chauſſée, puiſque la ſoie y eſt auſſi devidée à un ſeul bout, des écheveaux ſur les bobines; mais la crainte d'augmenter la dépenſe par une ſeconde voûte, m'a déterminé à y faire un plancher ordinaire, auquel on a donné plus d'épaiſſeur, au moyen d'un fort maſſif de torchis, recouvert d'un bon carrelage. Ce n'eſt pas que la conſtruction de la voûte eût été plus diſpendieuſe que celle du plancher; la toiſe carrée de l'une ne coûte guère plus dans ces pays-là que la toiſe carrée de l'autre; mais c'eſt parce qu'il eût fallu donner beaucoup plus d'épaiſſeur aux deux grands murs de face, pour réſiſter à la pouſſée de deux voûtes placées l'une ſur l'autre; ce qui auroit augmenté conſidérablement les frais de conſtruction.

Dans la vue d'intercepter la chaleur qui auroit pénétré par le toît dans le devidage, ſi le comble eût été immédiatement poſé ſur ce plancher, j'ai ajouté un ſecond étage de dix pieds d'élévation, ouvert de tous côtés, qui ſert de coconnière; c'eſt-à-dire d'entrepôt à ſept ou huit cents quintaux de cocons, qui doivent reſter étendus ſur des étagères juſqu'à la fin du tirage.

Si la filature ſe trouvoit éloignée du bâtiment des moulins, ce ſecond étage n'en ſeroit pas moins néceſſaire pour modérer la chaleur qui ſe communiqueroit dans le devidage. Tout Entrepreneur qui voudroit éviter cette dépenſe en ſeroit chèrement puni, par le déchet qu'il eſſuieroit au devidage de ſes ſoies.

C'eſt moyennant cette nouvelle forme de conſtruction, qui a été obſervée dans la fabrique d'Aubenas, qu'on eſt parvenu à y organſiner les ſoies les plus fines, avec beaucoup moins de déchet que dans les fabriques de Piémont, où l'on travaille des organſins de même qualité.

Ceux qui regardent toutes ces précautions comme de petits moyens minutieux dont on peut fort bien ſe paſſer dans la fabrication des organſins, ignorent, ſans doute, que dans beaucoup d'Arts, le ſuccès du travail dépend eſſentiellement

du li eu

du lieu où ſe fait l'ouvrage : qu'ils entrent dans les ateliers où l'on file le lin & le coton les plus fins, ils les trouveront placés dans des lieux bas & humides : qu'ils viſitent les endroits où l'on fabrique les Toiles un peu fines, ils y éprouveront une fraîcheur qu'ils jugeront être plutôt favorable aux matières qu'on y travaille, qu'agréable aux ouvriers qui la ſupportent : qu'ils s'informent des moyens que l'on emploie aux Indes pour la fabrication des Mouſſelines les plus fines, ils apprendront qu'on les y travaille ſur la ſurface d'un réſervoir rempli d'eau, afin de donner aux fils de la chaîne une humidité qui les rendent capables de réſiſter à l'effort du métier, & de remédier par-là à la ſéchereſſe de l'air, qui, ſans cette précaution, les feroit rompre à chaque inſtant.

Qu'ils aillent chez les différens ouvriers de Lyon, où l'on emploie les organſins les plus fins à la fabrication des Satins & des Taffetas; ils verront les ouvriers arroſer fréquemment le deſſous de leur métier, y placer des vaſes remplis d'eau, mouiller même leur chaîne dans les temps de hâle & de ſécchereſſe, pour venir à bout de travailler leur étoffe. Lorſqu'ils ſeront inſtruits de ces divers procédés, ils ne regarderont plus les précautions que j'ai priſes de procurer un air légèrement humide dans les ateliers où l'on doit fabriquer des organſins ſuperfins, comme des moyens frivoles & indifférens au ſuccès du travail.

Il ne faut pas conſidérer le déchet que ſouffre la ſoie dans ces différentes préparations, comme une ſimple perte de matière, uniquement préjudiciable à l'Entrepreneur, mais comme une imperfection dans l'ouvrage qui en diminue le prix. Le déchet ne provient que de la fréquente rupture des fils de ſoie : à chaque rupture il faut renouer les deux bouts, & plus il y a de nœuds, moins l'organſin a de valeur, parce qu'avec un organſin rempli de nœuds on ne ſauroit jamais faire une belle étoffe.

Les obſervations que j'ai faites pendant les dix premières années d'exploitation de la fabrique d'Aubenas, m'ont fait connoître qu'il y avoit pluſieurs choſes à ſimplifier dans mes

moulins, & quelques-unes à y corriger. Il eſt difficile d'atteindre à la perfection dans un premier eſſai; ceux que je viens de faire exécuter aux frais du Gouvernement, pour une Fabrique ſemblable, contiennent tous les changemens que j'ai crûs néceſſaires pour en approcher.

Je n'ai preſque rien changé à la forme intérieure du bâtiment; j'ai ſeulement donné une poſition différente aux ſeconds mobiles qui communiquent le mouvement de la roue à eau juſqu'aux moulins; la manière dont j'avois diſpoſé ceux d'Aubenas étoit défectueuſe, par l'inconvénient qui en réſultoit, lorſqu'on lâchoit l'eau ſur la roue.

Comme les augets ſupérieurs ſe rempliſſent les premiers, juſqu'à ce qu'une portion de la circonférence de la roue ſoit aſſez chargée, pour vaincre la réſiſtance des moulins; il arrive que cette charge, qui, dans le premier inſtant, ne fait effort que vers le milieu du rayon, devient beaucoup trop forte, lorſque par la deſcente des augets, elle ſe trouve portée juſqu'à l'extrémité de ce rayon; la roue prend alors un mouvement accéléré qui feroit rompre les chaînes, dont les maillons engrènent avec le pignon de chaque fuſeau; parce qu'elles ne peuvent pas avoir aſſez de force pour donner ſubitement une vîteſſe précipitée à deux cents fuſeaux à la fois.

On évite à Aubenas cet accident, au moyen d'un levier qu'on paſſe au travers de l'arbre vertical: avant qu'on lâche l'eau ſur la roue, deux hommes appliqués a chaque bras de ce levier, font un effort oppoſé au mouvement de la roue, & la contiennent juſqu'à ce qu'elle ait pris une vîteſſe uniforme; mais comme ce levier ne peut agir que dans l'eſpace qui ſe trouve entre deux moulins, & qu'il faut le retirer pendant que l'arbre vertical eſt en mouvement; il en réſulte des accidens fâcheux, quand on n'a pas l'adreſſe de le ſortir avec aſſez de promptitude, dans le moment qu'il ſe trouve préciſément dans le milieu des deux moulins.

J'ai remédié à cet inconvénient dans ma ſeconde conſtruction, en plaçant l'arbre vertical en dehors du bâtiment, & dans un eſpace ſuffiſant pour y avoir un plus grand levier

qui y reſte ſixé à demeure. Par cette nouvelle diſpoſition, on metra les moulins en mouvement, ſans courir aucun danger, & on aura de plus la facilité de les faire tourner à bras, lorſqu'il y a des réparations à faire, ſoit à la roue à eau, ſoit aux conduites. Il eſt important à un Entrepreneur de ne pas laiſſer chômer long-temps ſes moulins, & de n'être pas obligé de payer pendant pluſieurs jours une trentaine d'Ouvriers ſans rien faire.

Je n'entrerai pas dans un plus long détail ſur la conſtruction du bâtiment de cette Fabrique; les différens plans qu'on trouvera à la fin de ce Mémoire, avec une explication raiſonnée des changemens que j'y ai faits, la feront mieux connoître qu'une deſcription plus étendue qui paſſeroit les bornes preſcrites à ce Mémoire. Je me contenterai d'en faire voir l'utilité & la néceſſité, en répondant aux principales objections que l'on fait contre ce nouvel établiſſement.

Chaque objection eſt ordinairement relative à l'intérêt particulier de celui qui la fait. Les Propriétaires de fabriques, à l'uſage des anciens moulins, prétendent que les organſins d'Aubenas ſont, à la vérité, plus parfaits, & d'un plus haut prix que ceux qui ſortent de leur fabrique; mais que cet avantage tourne en perte pour l'Entrepreneur, par la longueur des opérations; «avec ſeize de nos moulins, diſent-ils, nous faiſons chaque année, ſix milliers d'organſins, tandis « qu'avec vingt-quatre des nouveaux, on n'en peut faire que « quatre milliers, qui ne ſont certainement pas vendus à un « prix double des nôtres; voilà donc une dépenſe employée à « un plus grand nombre de moulins, à plus d'ouvriers, & à « des bâtimens par conſéquent plus étendus, pour ne faire que « moitié de l'ouvrage que produiſent nos moulins. Ce moyen « ſeroit ruineux pour nous, & deviendroit à charge à l'État, « ſi on le déterminoit à les encourager.»

Je conçois qu'un raiſonnement auſſi ſpécieux a pu ſéduire beaucoup de monde : j'ai même vu des perſonnes en place chez qui il avoit fait une forte impreſſion ; mais il eſt aiſé

de faire voir combien ce raiſonnement eſt vicieux, en montrant la fauſſeté des allégations.

Premièrement, la grandeur d'un moulin ne ſe meſure pas par ſon étendue, mais par le nombre de ſes fuſeaux: les vingt-quatre moulins à tordre, qui ſont dans la fabrique d'Aubenas, n'en contiennent pas un plus grand nombre qu'il n'y en a dans ſeize moulins ordinaires: j'ai fait ces moulins plus petits, pour la facilité du travail, & j'en ai augmenté le nombre, afin que lorſqu'on eſt obligé d'en arrêter un pour le dégarnir de ſa ſoie, le ſuperflu de la force motrice ſe trouvant réparti ſur un plus grand nombre de ceux qui reſtent en mouvement, leur vîteſſe en fût moins accélérée: le produit de ces vingt-quatre moulins ne doit donc pas être eſtimé plus fort que celui de ſeize moulins ordinaires.

Secondement, le travail d'un moulin eſt toujours relatif à la qualité de l'organſin qui y eſt fait; cette qualité eſt déſignée par le poids d'une portée de chaîne, compoſée de quatre-vingts fils d'organſin à deux bouts, de cent vingt aunes de longueur chacun, qui ſont enſemble neuf mille ſix cents aunes; lorſque la portée pèſe une once, le titre de l'organſin eſt de 24 deniers, parce que l'once eſt diviſée en vingt-quatre parties; ſi la portée ne pèſe que trois quarts d'once, l'organſin eſt de 18 deniers; ſi elle pèſe une once & un quart, l'organſin eſt de 30 deniers; il y en a de 40, de 60, de 80 deniers, parce que la portée ou neuf mille ſix cents aunes de cet organſin pèſent juſqu'à trois onces & demi.

L'organſin le plus fin ſe fait avec une ſoie filée à trois brins de cocon; ſon poids n'eſt alors que de 16 à 18 deniers: la ſoie filée à quatre cocons, donne un organſin de 22 à 24 deniers; celle qui eſt filée de quatre à cinq cocons, produit un organſin de 25 à 27 deniers; ſi elle eſt filée de 5 à 6, l'organſin eſt de 28 à 30 deniers, & proportionnellement en augmentant le nombre des cocons, juſqu'à l'organſin de 80 deniers, qui eſt fait avec une ſoie filée de dix à douze cocons.

Le peu d'organſin qui ſe fabrique dans le royaume, eſt

presque tout de grosse qualité. Il y a quelques fabriques où l'on en travaille de qualité moyenne, dont les plus fins sont faits avec une soie filée de six à sept cocons, tandis que les organsins fabriqués à Aubenas, sont tous de première qualité : on y en a fait avec une soie filée à trois cocons, le plus communément avec une soie de quatre à cinq cocons, & les plus forts avec une soie filée de cinq à six.

Si l'on compare le produit d'un moulin ancien, qui a été garni d'une soie de dix à douze cocons, avec le produit d'un moulin nouveau, de même grandeur & garni d'une soie de cinq à six cocons, le produit de l'ancien sera certainement double de celui du nouveau, c'est-à-dire, qu'il aura organsiné vingt livres de soie, pendant le temps que l'autre n'en n'aura organsiné que dix livres. Mais la quantité d'ouvrage ne se mesure pas ici par la différence du poids, c'est par le différent degré de finesse que les fils de soie ont entr'eux. Le fil d'une livre de soie filée à six cocons, a le double de longueur de celui qui est filé à douze cocons ; il faut par conséquent une fois plus de temps pour devider l'un, que pour devider l'autre : c'est donc contre toute vérité, qu'on avance que les moulins d'Aubenas font la moitié moins d'ouvrage que n'en font les moulins ordinaires.

On n'est pas moins inconséquent lorsque l'on dit : « nous avons monté sur nos moulins des soies de cinq à six cocons, « & par conséquent aussi fines que celles d'Aubenas : le produit « y a toujours été d'un tiers en sus de celui de cette fabrique ; « donc les nouveaux moulins ont un tiers de vîtesse de moins « que les anciens, puisqu'ils font un tiers moins d'ouvrage. » Il falloit ajouter : mais comme nous avons essuyé sur ces soies fines un déchet de huit à dix pour cent avec nos moulins, c'est pour éviter une perte aussi considérable que nous n'y travaillons plus que des organsins de basse qualité.

Si les moulins anciens produisent, avec la même soie, un tiers d'ouvrage de plus que les nouveaux, ce n'est pas qu'ils aient un tiers plus de vîtesse ; elle n'est, & ne peut être, que d'un sixième au plus, mais on y gagne un sixième du temps,

parce que le travail y eſt moindre d'un ſixième. Suivant le mécaniſme de ces moulins, les bobines qui tirent la ſoie de deſſus les fuſeaux, ſont des révolutions conſtantes, pendant que les fuſeaux en ſont un nombre déterminé : ſi la bobine, qui a 2 pouces de diamètre, fait un tour pendant que ſon fuſeau en fait ſoixante, elle tire dans chacune de ſes premières révolutions, une longueur de ſoie d'environ 6 pouces qui contient ſoixante hélices, ou qui eſt tordue ſur elle-même ſoixante fois. Mais comme la circonférence de cette bobine augmente à meſure qu'elle ſe charge de ſoie, il arrive que dans ſes dernières révolutions, elle tire une longueur de ſoie de 9 pouces, ſur laquelle il n'y a pas un plus grand nombre d'hélices que ſur les premières longueurs de 6 pouces, & qui par conſéquent eſt d'un tiers moins tordue : ce qui fait au total un ſixième de moins d'apprêt dans les organſins fabriqués avec les anciens moulins, qu'avec ceux d'Aubenas, où les bobines qui tirent la ſoie des fuſeaux diminuent leur vîteſſe à proportion qu'elles ſe rempliſſent.

L'ouvrage ſur les anciens moulins n'y eſt donc plus tôt fait que parce qu'il y eſt moins travaillé, c'eſt-à-dire que l'organſin n'y reçoit qu'un apprêt inégal, & moindre d'un ſixième de celui qu'il devroit avoir; & c'eſt cette imperfection inévitable dans les moulins anciens que l'on préſente comme un avantage ſur les nouveaux.

Il eſt vrai que la vîteſſe dans ces derniers, y eſt diminuée d'environ un ſixième ; mais au lieu d'occaſionner un déchet de ſix, huit & dix pour cent, dans la matière, ils n'en ſont pas un qui aille à plus de deux pour cent; ſur cent livres d'organſin, du poids de 30 deniers, ſabriquées avec les moulins ordinaires, la plus petite différence de quatre pour cent, forme une perte de cent ſoixante livres, ſi le prix de cet organſin eſt de quarante francs; tandis que dans les nouveaux, la perte qu'on eſſuye ſur la façon, par un ſixième moins de vîteſſe, n'eſt que de vingt-une livres pour ces mêmes cent livres d'organſin.

Ainſi les moulins d'Aubenas, à qui l'on reproche de faire

un tiers moins d'ouvrage, à cauſe de leur trop de lenteur, donnent cependant ſur cent livres d'organſin, fait avec la même ſoie, un bénéfice de cent trente-neuf livres par le déchet qu'ils font de moins, & un de trois cents livres par la perfection qu'ils ont de plus, puiſqu'ils ſont toujours vendus un écu par livre plus que les organſins de même qualité, ſoit de France, ſoit de Piémont: leur produit eſt donc réellement d'environ dix pour cent plus conſidérable, que celui des moulins ordinaires; quoique ces derniers paroiſſent faire un tiers plus d'ouvrage, dans le même eſpace de temps.

Le nombre d'Ouvriers qu'on ſuppoſe devoir être plus grand, pour le travail de vingt-quatre moulins nouveaux, que pour celui de ſeize moulins ordinaires, eſt au contraire plus petit d'un cinquième; un Ouvrier eſt très-occupé au ſervice d'un ſeul moulin ancien, tandis qu'il en entretient deux nouveaux fort à ſon aiſe.

C'eſt encore mal-à-propos, qu'on fait craindre la dépenſe d'un bâtiment plus étendu; un eſpace de 24 toiſes & demie de longueur, & de 24 pieds & demi de largeur, ſuffit aux vingt-quatre moulins nouveaux, tandis qu'il faut un eſpace de 53 toiſes de longueur, ſur 24 pieds de largeur, pour contenir ſeize moulins de forme ronde ordinaire.

La réponſe à chacune de ces objections, fait voir au contraire que tous les avantages ſe réuniſſent en faveur des nouveaux moulins, & qu'avec les anciens, jamais on ne parviendra à faire des organſins d'une certaine fineſſe, ſans y éprouver des déchets qui rebuteront toujours les Entrepreneurs, & ſans y laiſſer des imperfections qui en rendront la vente défavorable.

La grande conſommation qui ſe fait à Lyon des organſins de première qualité, que nous tirons tous les ans de l'Étranger, pour une ſomme de dix-huit à vingt millions, exigeroit cependant que ces moulins fuſſent conſidérablement multipliés.

La fabrique d'Aubenas a montré, par une expérience de vingt années conſécutives, qu'avec les nouveaux tours & les

nouveaux moulins, nos ſoies nationales pouvoient être converties en des organſins d'une qualité encore ſupérieure à ceux du Piémont; mais ils n'ont opéré un ſi grand effet, que parce qu'ils ont été placés dans un lieu avantageux, dans des bâtimens favorablement diſpoſés, & qu'ils ont été confiés à un Entrepreneur parfaitement inſtruit de ſon métier.

Si ceux que je viens de faire exécuter & que j'ai beaucoup perfectionnés, ſont établis dans des endroits totalement différens, leur effet ſera certainement manqué; ſi comme on le propoſe, ils ſont placés à Romans en Dauphiné, dans un lieu trop reſſerré, & par conſéquent obſcur, où l'on ſoit obligé de travailler la moitié du temps, à la lueur d'une lampe, l'ouvrage en deviendra beaucoup plus long, il coûtera plus cher, & n'en ſortira que très-imparfait.

Si la filature eſt établie ſous des anciens hangards, mal conçus & mal diſpoſés, jamais on ne réuſſira à y faire de la ſoie comme celle d'Aubenas.*

Si avec ces vices dans le local & dans les conſtructions, on confie encore ces moulins à des gens qui ne ſoient pas du métier; l'entrepriſe, loin de leur être avantageuſe, ne fera qu'accélérer leur ruine, parce que les moulins ſeront infailliblement mal conduits, mal entretenus & mal réparés. Il eſt bien difficile de diriger des Ouvriers dans la pratique d'un art que l'on n'a jamais exercé ſoi-même, & qui conſiſte dans des opérations manuelles, auxquelles il faut néceſſairement avoir été formé de bonne heure.

Ceux qui, contre mon ſentiment & malgré mes repréſentations les plus fortes, auront voulu que ces moulins ſoient placés dans des lieux ſi peu convenables, & remis dans des mains auſſi peu exercées, ne manqueront pas, lorſque l'évènement les aura convaincus de leur erreur, d'en rejeter la faute ſur les moulins, & de dire que je les ai gâtés en voulant les perfectionner; c'eſt pourquoi je ne ſaurois trop inſiſter, tandis qu'il eſt encore temps, ſur la néceſſité de

* Voyez mon troiſième Mémoire ſur la filature des Soies. *Mémoires de l'Académie, année 1773.*

prendre

prendre toutes les mesures & toutes les précautions qui peuvent concourir à assurer le succès d'un établissement qui doit servir d'exemple & de modèle à toutes les Fabriques d'Organsins du Royaume.

Lorsqu'on verra l'entreprise échouée, personne ne voudra avoir tort; personne ne se donnera la peine d'en démêler la vraie cause, les Moulins tomberont dans le discrédit; & les esprits une fois prévenus reviendront difficilement.

Le Gouvernement veut bien favoriser ces établissemens, en donnant tous les encouragemens qui sont nécessaires pour indemniser les Entrepreneurs des frais qu'ils doivent faire pour l'acquisition d'un local convenable, & pour la construction des bâtimens conformes à ceux d'Aubenas, d'après mes dernières corrections: Mais si ceux qui ont obtenu ces encouragemens sous cette condition, viennent à bout par des protections, ou par d'autres moyens quelconques, d'être dispensés de remplir leurs engagemens à cet égard; je déclare de la manière la plus formelle & la plus authentique, que mes moulins n'auront aucun succès, & qu'on perdra le fruit de vingt années d'études & de recherches que j'ai employées à les perfectionner. On regrettera d'avoir dépensé beaucoup d'argent inutilement, & on aura le désagrément de rester encore long-temps dans la dure nécessité de tirer de l'Étranger à grands frais les matières les plus essentielles à l'entretien de nos belles fabriques de Lyon.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Figure 1.re représente le plan géométral de la Fabrique.

AA, les deux pavillons, dont l'un sert de logement aux Ouvriers, & l'autre de logement au Maître.

BB, la salle du rez-de-chaussée, de 25 toises de longueur sur 24 pieds 6 pouces de largeur, dans laquelle sont placés vingt-quatre moulins; savoir, quinze de premier apprêt, & neuf de second apprêt, parallèlement les uns aux autres, & à 6 pieds de distance du milieu d'un moulin à celui d'un autre.

Cette ſalle doit être voûtée en brique, ou en pierre légère, & pavée en dalles de pierre dure, de 3 à 4 pouces d'épaiſſeur, poſées bien de niveau ſur un terrein ſolide, ou ſur un maſſif de maçonnerie de 12 à 15 pouces d'épaiſſeur: du pavé au milieu de la voûte, il ne doit y avoir que 12 pieds d'élévation.

Cette ſalle doit recevoir le jour des deux côtés par vingt-cinq fenêtres ou ſoupiraux, dont treize d'un côté & douze de l'autre, de manière que chaque fenêtre ſe trouve entre deux moulins: elles ne doivent avoir que 2 pieds & demi de largeur, ſur 3 pieds & demi de hauteur, & l'appui doit être à 6 pieds du ſol.

L'épaiſſeur des murs de cette pièce, doit être ſuffiſante pour réſiſter à la pouſſée de la voûte: c'eſt la nature des matériaux qu'on y emploîra qui doit régler cette épaiſſeur.

CC, eſt une excavation dans laquelle eſt la roue à augets, ſur laquelle le courſier *D* verſe l'eau.

E, eſt un mur de ſéparation traverſé par l'arbre de la roue à eau, dont l'extrémité porte le rouet placé ſous le plancher *F*, lequel rouet engrène avec la lanterne de l'arbre vertical, qu'on verra dans la *Planche II.*

g, eſt le levier qui traverſe cet arbre vertical, & dont on ſe ſert pour contretenir l'effort de la roue à eau lorſqu'on met les moulins en mouvement.

h, eſt l'arbre horizontal qui eſt mené par la roue ſupérieure de l'arbre vertical, & qui communique avec la roue *I* des menârs *mm*, qui fait tourner tous les moulins.

Au pavillon à droite, *M* eſt l'entrée d'un corridor qui communique dans la pièce *G*, qui ſert de cuiſine aux Ouvriers; dans celle *H*, où l'on donne la brève aux ſoies après le premier apprêt; dans la pièce *K*, où l'on décave les guindres & où l'on plie la ſoie en matteaux: cette pièce doit être voûtée, ainſi que la pièce *L*, qui ſert de magaſin aux ſoies grèſes & aux ſoies ouvrées; cette dernière pièce doit être au nord.

N, eſt l'eſcalier dont les marches doivent avoir 4 pieds & demi de longueur, pour que les Ouvrières chargées de paniers, puiſſent monter & deſcendre ſans ſe nuire.

Le ſecond pavillon à gauche, ſert de logement au Maître & aux Garçons mouliniers; les Femmes ou Filles ouvrières couchent dans le pavillon à droite.

Figure 2, eſt la façade extérieure de tout le bâtiment, où l'on voit une coupe de l'excavation & de l'appentis extérieur qui contient les premiers mobiles: ce bâtiment doit être conſtruit ſans ornement, & dans la plus grande ſimplicité; il n'y a de néceſſaire que la ſolidité.

PLANCHE II.

Figure 3, eſt la coupe de la ſalle des moulins au rez-de-chauſſée; on y voit la forme du ceintre de la voûte, la face d'un moulin de premier apprêt, & la tige de fer *x x* qui traverſe la voûte pour communiquer le mouvement à chaque moulin du dévidage.

Au premier étage, on voit la face longitudinale d'un moulin de dévidage.

Au ſecond étage, on voit la forme d'un bâtis portant des étagères, ſur leſquelles on étend les cocons fournoyés pendant le temps du tirage, & les deux tirans *r r* qui ſoutiennent les poutres du plancher, crainte qu'elles ne plient.

Figure 4, eſt la coupe de l'excavation & de l'appentis adoſſé au mur de face, où l'on voit la roue à eau, ſon arbre traverſant le mur *e e*, le rouet *o* qui engrène avec la lanterne de l'arbre vertical, qui porte à ſon extrémité ſupérieure une roue à chevilles, laquelle mène l'arbre horizontal *h* qui communique le mouvement à tous les moulins: cet arbre eſt briſé dans ſon milieu, où il a un tourillon porté par des collets fixés ſur la ſurface intérieure du mur, afin d'éviter le paſſage de l'air extérieur dans la ſalle.

p, eſt un petit eſcalier par où on deſcend de la ſalle ſur le plancher *f*, pour faire agir le levier *g* lorſqu'on lâche l'eau ſur la roue; *q q*, eſt un autre eſcalier par où l'on deſcend du palier dans le ſouterrain où eſt le rouet & la lanterne de l'arbre vertical.

Figure 5, repréſente les mêmes choſes que la *figure 4*, mais elles y ſont plus à découvert; & on y voit de plus la potence *S*, placée en dedans de la ſalle, pour ſoutenir l'extrémité de l'arbre horizontal *h*.

Figure 6, eſt la face intérieure du mur à droite de l'excavation, où l'on voit l'eſcalier par où on deſcend du plancher *f* ſur le palier *t*, pour venir graiſſer le pivot de la roue à eau; *y*, eſt un aqueduc par où s'échappe l'eau de la roue à augets.

On voit qu'une ſeule roue à eau a été employée ici pour faire tourner vingt-quatre moulins à tordre au rez-de-chauſſée, & vingt-quatre moulins à dévider au premier étage; mais ce ne doit être que dans le cas où le volume d'eau dont on pourroit diſpoſer, ſuffiroit ſeulement à vaincre la réſiſtance des moulins & celle des frottemens des premiers mobiles, ou bien dans le cas où l'on auroit une moindre quantité de moulins à faire mouvoir: ſi au contraire, on a un volume d'eau plus abondant, il faudra diviſer la puiſſance motrice & employer deux roues au lieu d'une; les premiers rouages en ſeront moins fatigués, & dureront plus long-temps: on ſuivra pour lors le plan de la *Planche III.*

PLANCHE III.

Figure 7; ce plan eſt exactement ſemblable à celui de la *Planche I.re* relativement à la ſalle des moulins ; la ſeule différence eſt dans les pavillons, dans chacun deſquels il y a une roue à eau avec les premiers mobiles, dont chacune communique le mouvement à douze moulins ; lorſqu'il y a quelque réparation à faire à l'un ou l'autre des premiers mobiles, on recule le verrou *x*, placé dans le milieu des menars, & les douze moulins reſtans continuent de tourner par le manége qui eſt en bon état : ainſi le travail ne ceſſe jamais en totalité.

PLANCHE IV.

Figure 8; cette Planche eſt une coupe longitudinale de tout le bâtiment en élévation, où l'on voit le profil des moulins du rez-de-chauſſée ; la tringle de fer qui part du haut de chacun de ces moulins pour communiquer le mouvement à ceux du dévidage au-deſſus, en traverſant la voûte, & les étagères de la coconnière au ſecond étage.

On voit aux pavillons de chaque côté l'intérieur des excavations, qui montre ſuffiſamment la ſituation des premiers mobiles & leur communication avec les moulins, pour qu'il ne ſoit pas beſoin d'une nouvelle explication.

PLANCHE V.

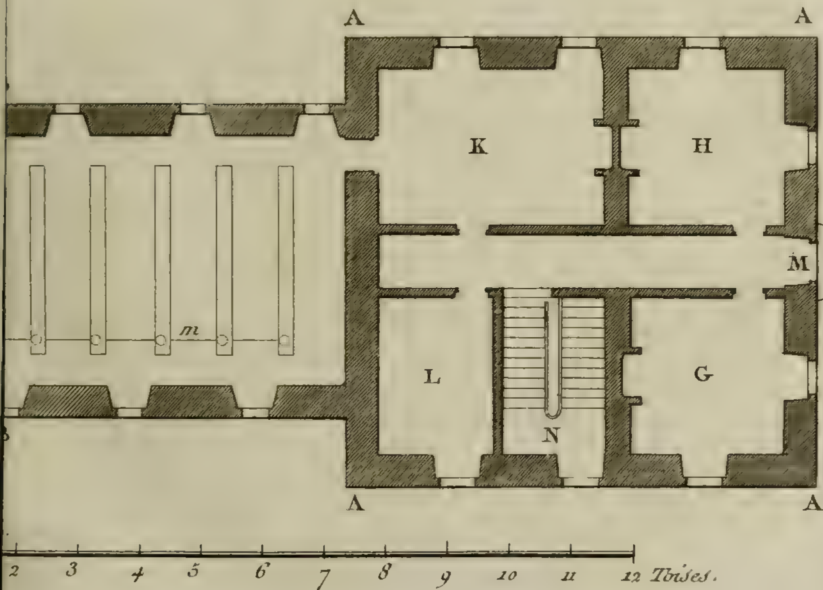
Les Figures de cette Planche ne ſont que le développement de la précédente.

Figure 9, eſt le plan des ſouterrains du pavillon à gauche, où l'on voit la poſition de la roue à eau, dont un des pivots porte ſur le contre-fort du mur de refend en *a*, & l'autre ſur la traverſe *b;* la traverſe ſupérieure *c* porte le pivot de l'arbre vertical ; *ee* eſt le mur de ſéparation entre la roue à eau & le rouet *o;* ce qui forme deux ſouterrains, où l'on arrive par la continuation du grand eſcalier.

g, eſt un palier de niveau au corridor du rez-de-chauſſée, d'où l'on deſcend par les marches *ff* juſqu'au repos *p;* le long du mur de ce repos ſont des lieux d'aiſance, ſous leſquels paſſe le canal qui ſert de décharge à l'eau de la roue, & qui s'écoule hors du pavillon en *q*.

Du repos *p*, on deſcend par les marches *h* ſur un ſecond repos *i*, où eſt une porte en *a* par où l'on va graiſſer le pivot de la roue à eau ; du repos *i*, on deſcend par les marches ſuivantes *k* dans le ſouterrain *l*, qui communique dans les caves *q* & *r*, ainſi que dans le caveau du rouet *o*, où l'on entre par la porte *m* en deſcendant deux marches, & duquel caveau on deſcend dans l'excavation de la roue à eau par les marches *n*.





Y. le G. S.



Fig. 2^e

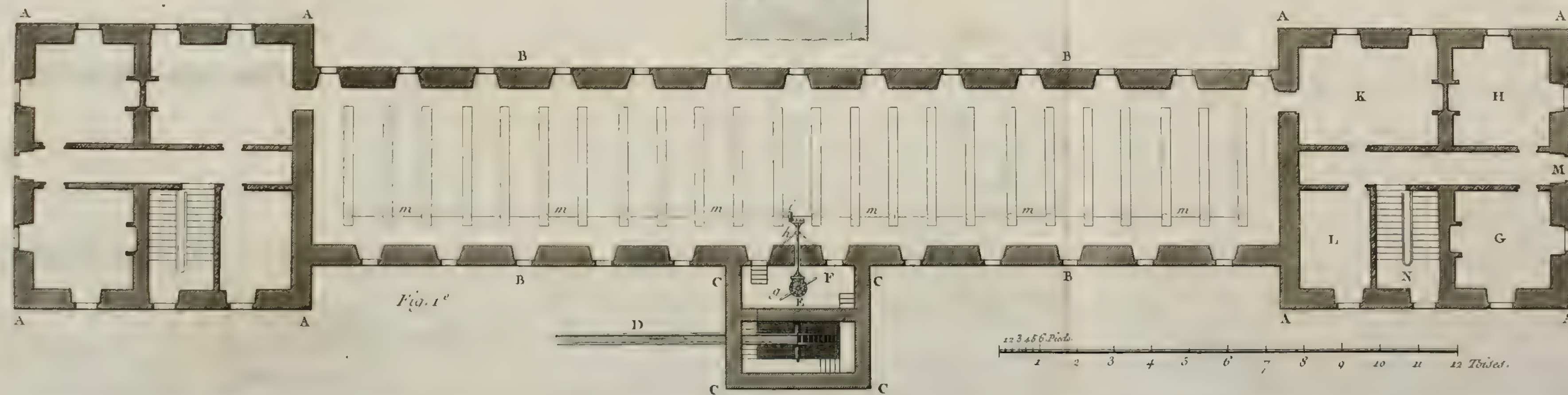
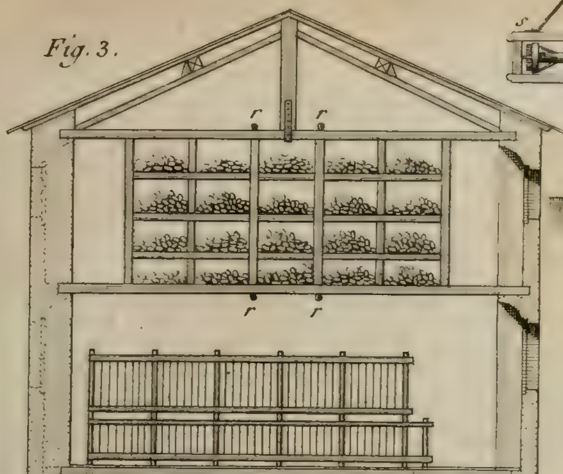
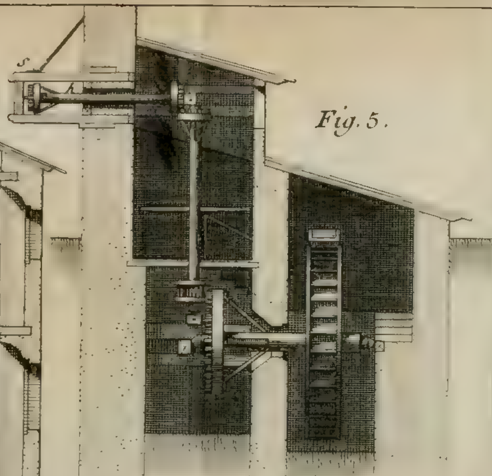
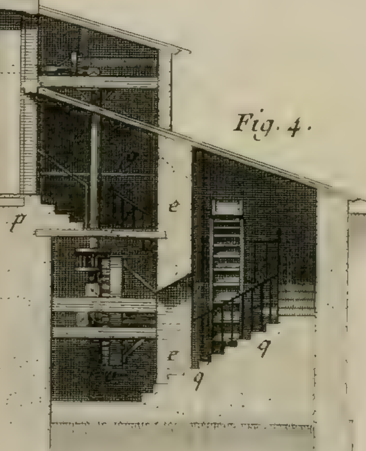

A
A
A
A
B
B
K
H
M
m
m
m
m
m
m
L
G
N
B
C
F
C
B
A
A
A
A
D
C
C
1 2 3 4 5 6 Pieds
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12 Toises.

Fig. 1^e









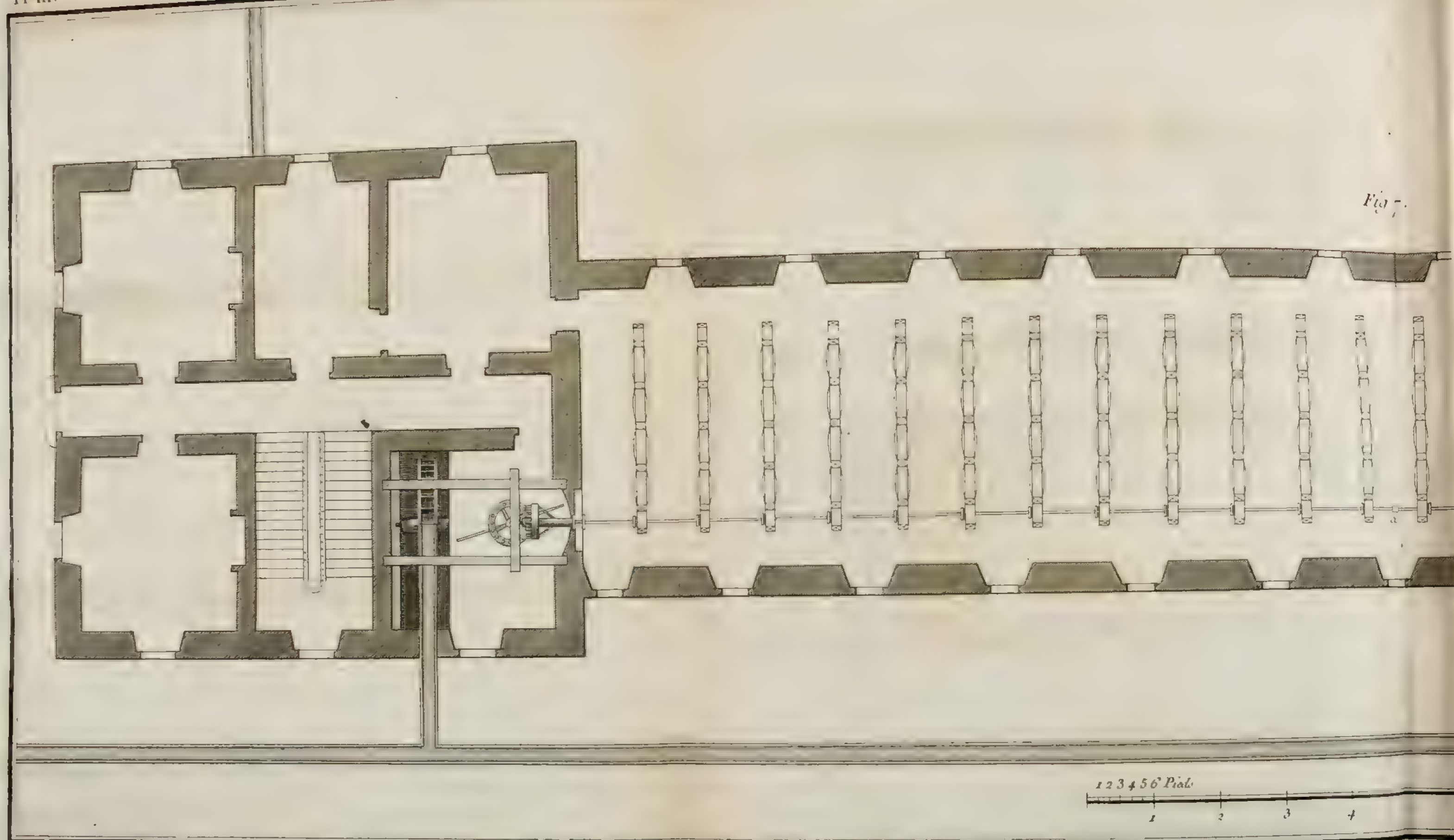
Pieds Echelle de 4. Toises.

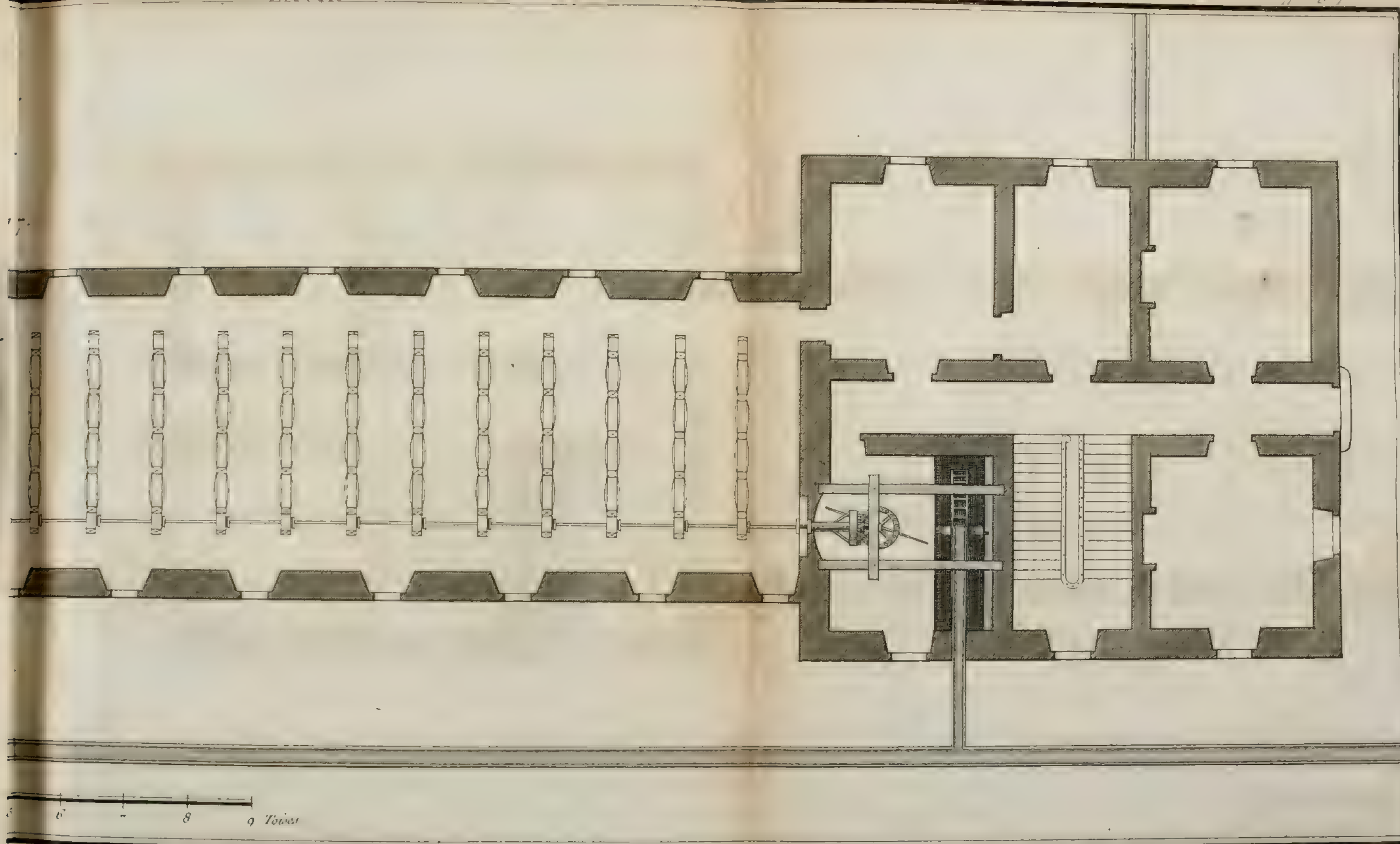
1 2 3 4 toises.

Foßier del.


NATURAL HISTORY

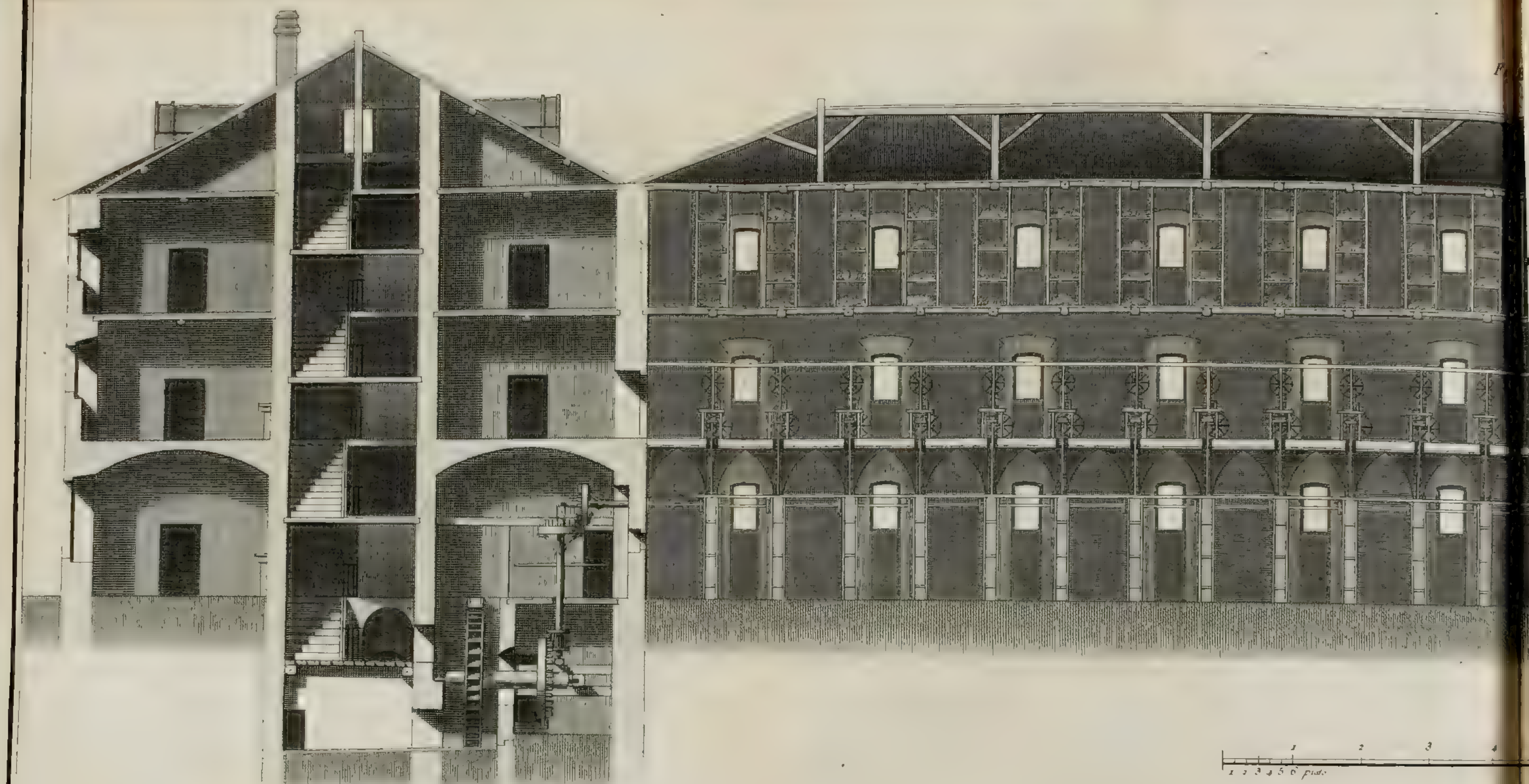
Pl. III.





Y à G Sc

Pl. IV.

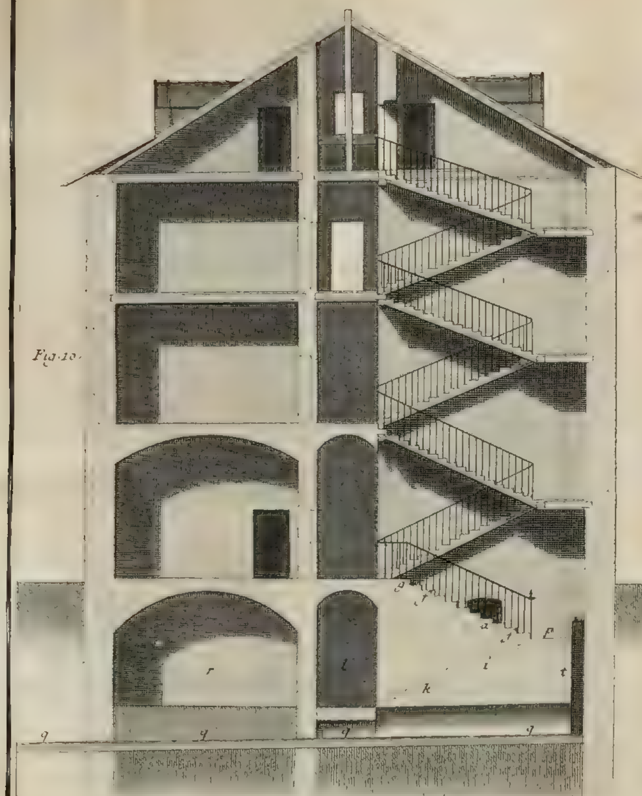


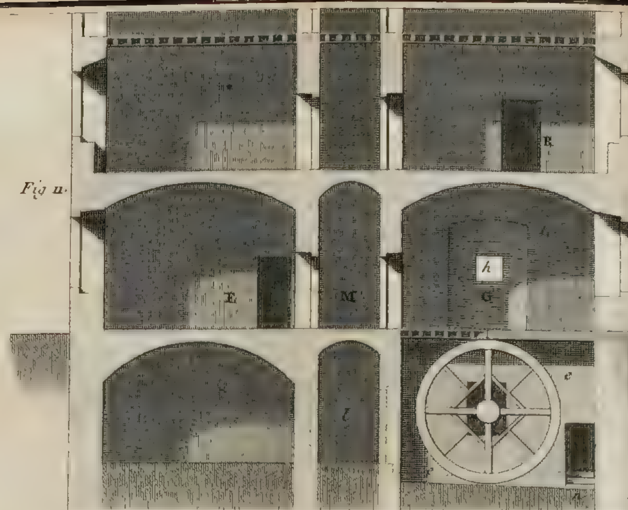
Vaßier del

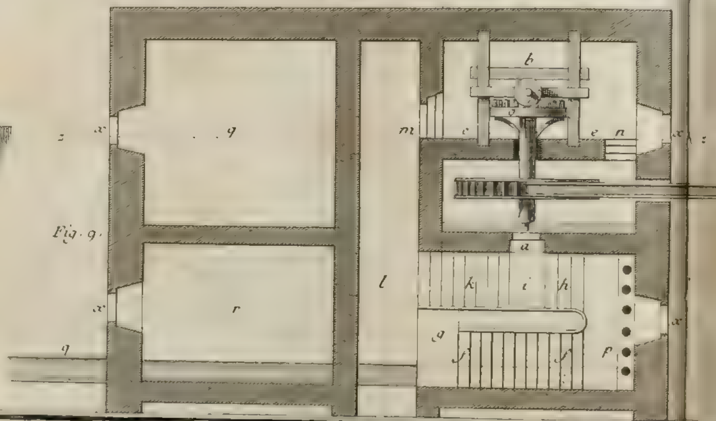


Y le G.

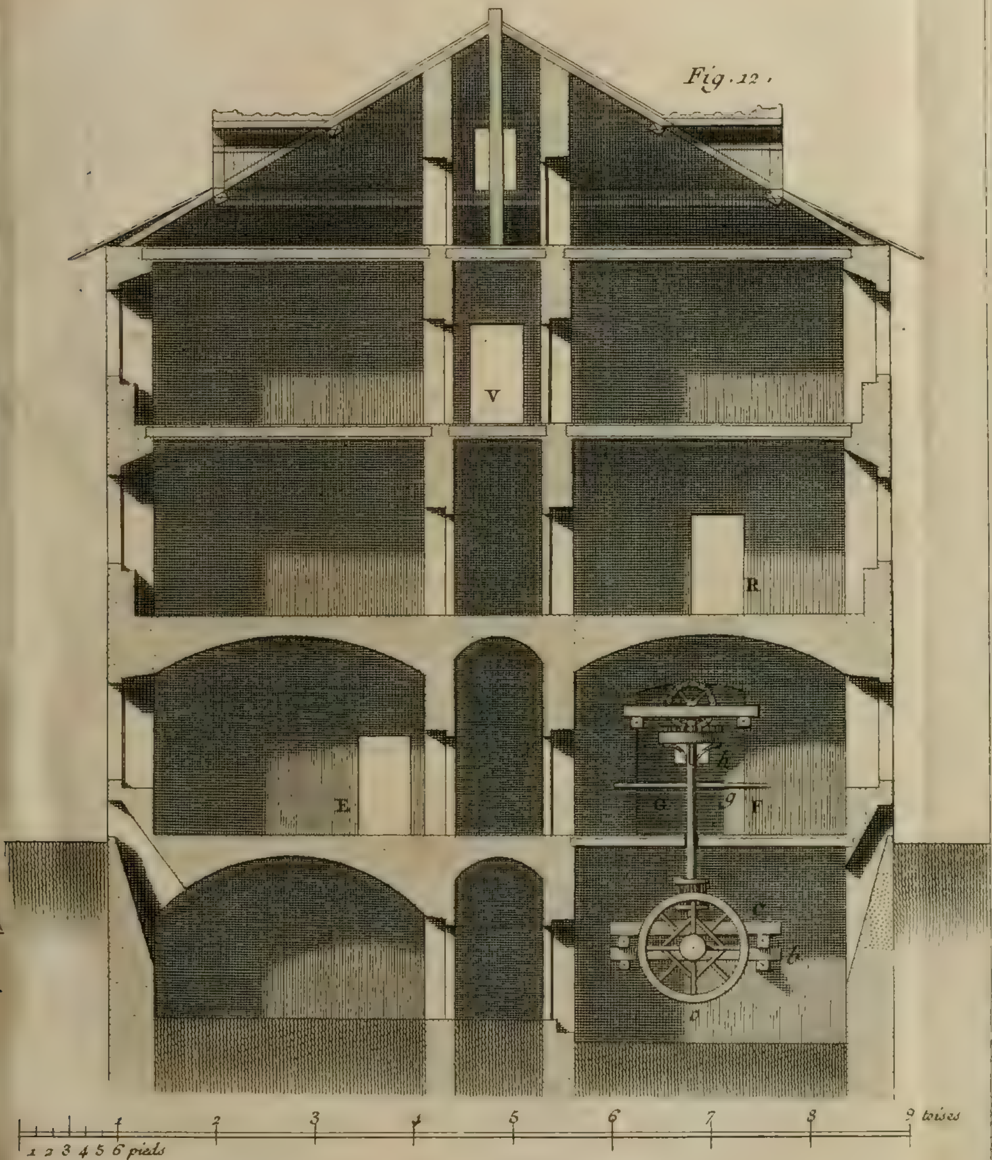
Pl. V







Fyffer del.



Y. le G. sc.



xx, sont les soupiraux nécessaires pour donner du jour à ces souterrains, & principalement à celui du rouet, dans lequel il faut que l'air circule continuellement, crainte que les bois ne se pourrissent.

Figure 10, est la coupe latérale du même pavillon sur la ligne de l'escalier qui est vu de profil.

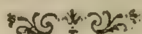
g, est le palier de niveau au corridor par où l'on descend par les marches *ff* sur le repos *p*, où sont les lieux d'aisance, & leur tuyau *t* qui tombe dans l'eau du canal *qqq*; du repos *p*, on descend sur le second repos *i*, où est la porte *a* par où l'on va graisser le pivot de la roue, & d'où l'on continue de descendre par les marches *k* dans les caves souterraines.

Figure 11, est l'élévation du plan de la *figure 9*, où l'on voit en face, la roue à eau sur laquelle le coursier *D* verse l'eau; *ee* le mur de séparation; *n* la porte de ce mur, & les marches par où l'on descend dans l'excavation de la roue; *l* le corridor souterrain; la cave *q*; *M* le corridor du rez-de-chaussée; *E* la porte par où on entre dans la salle des moulins; *G* l'échancrure faite dans le mur pour le jeu du levier qui traverse l'arbre vertical; *h* la petite fenêtre vitrée, pour que ceux qui font agir le levier puissent voir le mouvement des moulins; *R* la porte par où l'on entre dans la salle du dévidage.

Figure 12, est une coupe totale du pavillon prise sur la ligne *zz* du plan *figure 9*, où l'on voit l'intérieur du caveau où est le rouet *o*, la traverse *b* qui porte le pivot de l'arbre de la roue à eau, & la traverse *c* qui porte celui de l'arbre vertical; le plancher *F*, sur lequel marchent ceux qui tournent le levier *g*, une traverse supérieure au-devant de laquelle appuie le tourillon de l'arbre vertical, & en dessus, celui de l'arbre horizontal qui traverse le mur pour se joindre aux menars des moulins.

On voit aussi en *G* l'échancrure du mur pour le jeu du cabestan; la petite fenêtre vitrée *h* qui donne dans la salle des moulins; la porte *E* qui est dans la pièce voûtée où l'on plie les matteaux de soie, & par où l'on entre dans la salle des moulins; la porte *R* qui donne dans la salle du dévidage au premier étage; & la porte *V* par où on entre du corridor dans la coconnière au second étage: les autres pièces servent de logement aux Ouvrières.

Notre intention n'a point été de faire connoître ici le mécanisme des moulins, ni des machines qui les font mouvoir: nous n'avons montré leur position, que pour faire voir plus sensiblement quelle doit être la forme du bâtiment qui est destiné à leur usage.



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE TOTALE DE LUNE, FAITE À L'OBSERVATOIRE DE S.^{TE} GENEVIÈVE, Le 30 Juillet 1776.

Par M. PINGRÉ.

31 Juillet 1776. LA Pendule a été réglée ſur des hauteurs correſpondantes du Soleil; les temps marqués ci-après ſont tous vrais ou apparens.

Dès $9^h 46'$, une pénombre légère paroiſſoit ternir l'éclat du bord oriental de la Lune.

À $10^h 17' 26''$, je ſoupçonne que l'éclipſe commence.
10. 18. 1, je me crois plus aſſuré du commencement.
10. 18. 21, je ne crois plus pouvoir en douter.
10. 19. 36, l'ombre à *Riccioli.*
10. 20. 54, l'ombre au 1.er bord de *Grimaldi.*
10. 21. 31, l'ombre au 2.d bord de la même tache.
10. 22. 24, Galilée entre dans l'ombre.
10. 28. 26, Ariſtarque de même.
10. 30. 26, l'ombre au milieu de Képler.
10. 30. 41, l'ombre touche *Gaſſendi* & la mer des Humeurs.
10. 37. 56, 1.er bord de Copernic dans l'ombre.
10. 38. 34, Ératoſthène entre.
10. 39. 16, Bouillaud dans l'ombre.
10. 40. 11, l'ombre au mont Hélicon.
10. 46. 56, l'ombre au milieu de Platon.
10. 48. 11, 1.er bord de *Tycho.*
10. 49. 36, 2.d bord.
10. 51. 34, l'ombre raſe la mer de Sérénité.
10. 52. 51, *Manilius* diſparoît.
10. 56. 4, *Menelaüs* pareillement.

A 10h 57′ 13″, *Dionyſius* entre dans l'ombre.
10. 59. 4, je ceſſe de voir Pline.
11. 8. 5, *Proclus* ne paroît plus.
11. 9. 29, l'ombre touche *Mare criſium.*
11. 11. 52, *Snellius* entre dans l'ombre.
11. 13. 25, *Mare criſium* en entier, & *Furnerius* dans l'ombre.
11. 13. 55, l'ombre au bord oriental de *Langrenus.*
11. 16. 50, immerſion totale.

Je me diſpoſois enſuite à obſerver l'occultation d'une petite étoile de la tête du Capricorne; je ſuivis cette Étoile juſqu'à une minute environ de diſtance du diſque de la Lune; mais un nuage déroba la Lune & l'Étoile à ma vue. D'autres nuages couvrirent pareillement la Lune durant le temps de l'obſcurité totale : ils diſparurent avant l'émerſion, & le ciel redevint auſſi ſerein qu'il l'avoit été juſqu'au moment de l'immerſion.

À 12h 52′ 20″, commencement de l'émerſion.
12. 55. 17, *Riccioli* ſort de l'ombre.
12. 55. 57, *Grimaldi* commence à ſortir.
12. 57. 2, il eſt entièrement dehors.
13. 1. 26, Galilée ſort.
13. 6. 47, émerſion d'Ariſtarque.
13. 7. 34, émerſion de Képler.
13. 17. 18, tout Copernic hors de l'ombre.
13. 19. 58, l'ombre à l'Hélicon.
13. 25. 22, au milieu de Platon.
13. 09. 36, au 1.er bord de *Tycho.*
13. 11. 8, tout *Tycho* paroît.
13. 31. 12, l'ombre à *Manilius.*
13. 33. 56, *Menelaüs* ſort.
13. 37. 32; Émerſion de Pline.
13. 47. 32, *Mare criſium* commence à ſortir.
13. 50. 30, j'eſtime la fin de l'Éclipſe.
13. 51. 22, elle eſt certainement finie.

Pour toutes ces obſervations, je me ſuis ſervi d'une

lunette achromatique de 5 pieds, à deux verres objectifs ſeulement, faite par M. de l'Étang.

M. de Viallon, mon Confrère, a obſervé les principales phaſes de cette Éclipſe, avec une lunette ordinaire de 2 pieds ſeulement; il a déterminé

Le commencement de l'éclipſe à	10h 19′ 30″.
L'immerſion à	11. 16. 45.
L'émerſion à	12. 52. 30.
La fin à	13. 50. 43.
Fin de la forte pénombre à	13. 52. 40.



SUITE

SUITE DES RECHERCHES SUR PLUSIEURS POINTS DU SYSTÈME DU MONDE.

Par M. DE LA PLACE.

LES Recherches qui ſont l'objet de ce Mémoire, étant une ſuite de celles que j'ai données dans le Volume précédent *(pages 75 & ſuiv.)* & que leur longueur ne m'avoit pas permis d'y inſérer en entier, je conſerverai ici l'ordre des articles & les dénominations de mon premier Mémoire; & comme il eſt néceſſaire pour l'intelligence de ce qui ſuit, d'en rappeler les principaux réſultats, je ſaiſirai cette occaſion pour les préſenter d'une manière plus ſimple à quelques égards, que celle dont j'ai fait uſage, & pour les développer avec plus d'étendue. Remis le 7 Octobre 1778.

XXII.

CONSIDÉRONS une molécule fluide M, placée à la ſurface de la mer, & dont à l'origine du mouvement, θ ſoit le complément de la latitude, ϖ la longitude par rapport à un premier Méridien fixe, ou qui ne participe point au mouvement de rotation de la Terre; ſuppoſons qu'après le temps t, θ ſe change en $\theta + \alpha u$, ϖ en $\varpi + nt + \alpha v$, nt repréſentant le mouvement de rotation de la Terre, & α étant un coëfficient extrêmement petit; ſoit αy l'élévation de la molécule au-deſſus de la ſurface de la mer conſidérée dans l'état d'équilibre auquel elle ſeroit parvenue depuis long-temps, ſans l'action du Soleil & de la Lune. Repréſentons par $\alpha\delta.B$, & $\alpha\delta.C$ l'attraction d'un ſphéroïde aqueux dont le rayon eſt $1 + \alpha y$, ſur la molécule M, & décompoſée perpendiculairement au rayon du ſphéroïde, dans le plan du Méridien & dans celui du parallèle, δ exprimant

la denſité des eaux de la mer. Soit encore S la maſſe de l'aſtre attirant; ν, le complément de ſa déclinaiſon ; φ, ſa longitude comptée ſur l'équateur depuis le premier Méridien; h, ſa diſtance au centre de la Terre, que nous ſuppoſons très-conſidérable relativement au rayon du ſphéroïde terreſtre dont nous prenons le demi-petit axe pour unité : que l'on faſſe $\frac{3S}{2h^3} = \alpha K$, & que l'on déſigne par g la peſanteur, & par $l\gamma$, la profondeur de la mer, l étant très-petit, & γ étant une fonction quelconque de θ; cela poſé, nous ſommes parvenus *(article VI)* aux trois équations ſuivantes dont dépend la détermination des oſcillations de la mer,

$$y = -\frac{l}{\text{ſin.}\,\theta}\cdot\left[\frac{\partial.(u\gamma.\text{ſin.}\,\theta)}{\partial\theta}\right] - l\gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right); \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right) + \delta B + \left(\frac{\partial R}{\partial\theta}\right); \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right).\text{ſin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y}{\partial\varpi}\right) + \delta C.\text{ſin.}\,\theta + \left(\frac{\partial R}{\partial\varpi}\right); \quad (9)$$

R étant égal à $K.[\text{coſ.}\,\theta.\text{coſ.}\,\nu + \text{ſin}\,\theta.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,(\varphi - nt - \varpi)]^2$.

Nous obſerverons d'abord ſur ces équations, qu'elles ſuppoſent immobile le centre de gravité du ſphéroïde recouvert par le fluide, & cette ſuppoſition eſt légitime, comme nous l'avons prouvé dans l'*article V*, toutes les fois que le fluide eſt dérangé de l'état d'équilibre, par l'attraction d'un aſtre quelconque éloigné ; mais le fluide peut à l'origine du mouvement, avoir reçu un ébranlement tel que ce centre ne reſte pas immobile, & qu'il faſſe des oſcillations autour du centre de gravité du ſyſtème entier du ſphéroïde & du fluide, que l'on peut toujours regarder comme immobile : pour être en droit de conſidérer alors le centre de gravité du ſphéroïde comme étant en repos, il faut tranſporter continuellement en ſens contraire aux molécules fluides, les forces qui l'agitent. Maintenant, il eſt clair que ce centre ne peut faire que des oſcillations de l'ordre αy; d'où il ſuit que la force qui

l'anime à chaque instant ne peut être que de l'ordre $\alpha\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right)$; en transportant en sens contraire, cette force à la molécule *M*, il en résultera dans les équations précédentes, des termes de l'ordre $\alpha\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right)$, que l'on peut rejeter comme étant de l'ordre $\alpha l\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right)$. Ces équations expriment donc généralement les oscillations d'un fluide qui recouvre un sphéroïde dont le centre est supposé immobile, quelqu'ait été d'ailleurs la nature de l'ébranlement primitif, pourvu qu'on le suppose de l'ordre α.

Nous observerons ensuite que l'on a par l'*article I*, en y changeant μ en y, & en y supposant $a = 1$,

$$B = 2\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right) + \tfrac{4}{3}\alpha\pi.\left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right);$$

$$C.\text{fin.}\theta = 2\left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right) + \tfrac{4}{3}\alpha\pi.\left(\frac{\partial y}{\partial\varpi}\right);$$

π exprimant le rapport de la demi-circonférence au rayon; donc

$$B\partial\theta + C\partial\varpi.\text{fin.}\theta = 2.\left[\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right).\partial\theta + \left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right).\partial\varpi\right] + \tfrac{4}{3}\alpha\pi.\left[\left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right)\partial\theta + \left(\frac{\partial y}{\partial\varpi}\right).\partial\varpi\right].$$

Soit $\alpha D = 2A - \tfrac{8}{3}\pi + \tfrac{4}{3}\alpha\pi.y$,

& l'on aura

$$\delta B = \delta.\left(\frac{\partial D}{\partial\theta}\right);\ \delta C.\text{fin.}\theta = \delta.\left(\frac{\partial D}{\partial\varpi}\right).$$

La valeur de D est facile à déterminer, lorsqu'on connoît le rayon $1 + \alpha y$ du sphéroïde, car on a par l'*article I*,

$$A = \int\!\!\int\partial p\,\partial q.\left[2\,\text{fin.}p^3.\,\text{fin.}q^2(1+\alpha y) + \alpha(y^{\text{I}} - y).\text{fin.}p\right]$$
$$= \tfrac{4}{3}\pi - \tfrac{2}{3}\alpha\pi y + \alpha\int\!\!\int\partial p.\partial q.\text{fin.}p.y^{\text{I}},$$

ce qui donne $D = 2\int\!\!\int\partial p\,\partial q.y^{\text{I}}.\text{fin.}p$.

XXIII.

Si l'on ſuppoſe $n = 0$ & $\gamma = 1$, les équations (6), (7) & (9) de l'*article précédent*, deviendront

$$y \cdot \text{ſin.}\,\theta = -l\left(\frac{\partial \cdot (u\,\text{ſin.}\,\theta)}{\partial \theta}\right) - l\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta,$$

$$\left(\frac{\partial \partial u}{\partial t^2}\right) = -g \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta \cdot \left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right),$$

$$\left(\frac{\partial \partial v}{\partial t^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta^2 = -g \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) + \delta \cdot \left(\frac{\partial D}{\partial \varpi}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right).$$

La ſeconde de ces équations donne

$$-l \cdot \left(\frac{\partial^3 \cdot (u\,\text{ſin.}\,\theta)}{\partial t^2 \cdot \partial \theta}\right) = lg \cdot \left(\frac{\partial \partial y}{\partial \theta^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta + lg \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) \cdot \text{coſ.}\,\theta$$
$$- \delta l \cdot \left(\frac{\partial \partial D}{\partial \theta^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta - \delta l \cdot \left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right) \cdot \text{coſ.}\,\theta$$
$$- l \cdot \left(\frac{\partial \partial R}{\partial \theta^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta - l \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right) \cdot \text{coſ.}\,\theta.$$

La troiſième donne

$$-l \cdot \left(\frac{\partial^3 v}{\partial t^2 \cdot \partial \varpi}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta = lg \cdot \frac{\left(\frac{\partial^2 y}{\partial \varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta} - \delta l \cdot \frac{\left(\frac{\partial^2 D}{\partial \varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta} - l \cdot \frac{\left(\frac{\partial^2 R}{\partial \varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta},$$

en ajoutant ces deux équations membre à membre, & obſervant que l'équation

$$y\,\text{ſin.}\,\theta = -l \cdot \left[\frac{\partial\,(u\,\text{ſin.}\,\theta)}{\partial \theta}\right] - l \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta,$$

donne

$$\left(\frac{\partial \partial y}{\partial t^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta = -l \cdot \left[\frac{\partial^3 \cdot (u \cdot \text{ſin.}\,\theta)}{\partial t^2 \cdot \partial \theta}\right] - l \cdot \left(\frac{\partial^3 v}{\partial \varpi \cdot \partial t^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta,$$

on aura

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = {} & lg \cdot \left(\frac{\partial \partial y}{\partial \theta^2}\right) + lg \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) \cdot \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta} + \frac{lg \cdot \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta^2} \\ & - \delta l \cdot \left(\frac{\partial \partial D}{\partial \theta^2}\right) - \delta l \cdot \left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right) \cdot \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta} - \frac{\delta l \cdot \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta^2} \\ & - l \cdot \left(\frac{\partial \partial R}{\partial \theta^2}\right) - l \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right) \cdot \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta} - \frac{l \cdot \left(\frac{\partial^2 R}{\partial \varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta^2} \end{aligned}\right\} ; (S)$$

C'eſt à l'intégration de cette équation aux différences partielles, que ſe réduit alors la détermination des oſcillations du fluide.

Il paroît extrêmement difficile de l'intégrer généralement en y ſuppoſant $\delta = 0$, & à plus forte raiſon en ſuppoſant δ quelconque; car quoiqu'il ſoit facile de conclure la valeur de D de celle de y, cependant la première ne dépend pas, à proprement parler, de la ſeconde, ſuivant un rapport analytique; tout ce que l'on peut faire dans l'état actuel de l'analyſe, eſt donc de ſatisfaire à cette équation dans les cas particuliers dont aucun ne mérite plus d'attention, que celui dans lequel on conſidère le fluide, comme ayant été primitivement en équilibre.

Pour déterminer dans ce cas, les oſcillations du fluide, nous obſerverons que l'on a par des réductions fort ſimples,

$$\left(\frac{\partial\partial R}{\partial\theta^2}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial\theta}\right) \cdot \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta} + \frac{\left(\frac{\partial\partial R}{\partial\varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta^2}$$

$$\begin{aligned} = & - K.(1 + 3\,\text{coſ.}\,2\,\theta).(\text{coſ.}\,\nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\,\nu^2) \\ & - 6K.\text{ſin.}\,2\,\theta.\,\text{ſin.}\,\nu.\,\text{coſ.}\,\nu.\,\text{coſ.}(\varphi - nt - \varpi) \\ & - 3K.\text{ſin.}\,\theta^2.\,\text{ſin.}\,\nu^2.\,\text{coſ.}(2\,\varphi - 2\,nt - 2\,\varpi); \end{aligned}$$

l'équation (S) deviendra donc, en y ſuppoſant d'abord $\delta = 0$,

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = & \ lg.\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\theta^2}\right) + lg.\left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right).\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta} + \frac{lg.\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta^2} \\ & + lK.(1 + 3\,\text{coſ.}\,2\,\theta).(\text{coſ.}\,\nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\,\nu^2) \\ & + 6lK.\text{ſin.}\,2\,\theta.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{coſ.}(\varphi - nt - \varpi) \\ & + 3lK.\text{ſin.}\,\theta^2.\,\text{ſin.}\,\nu^2.\,\text{coſ.}(2\,\varphi - 2\,nt - 2\,\varpi) \end{aligned}\right\}; (S')$$

Il eſt aſſez naturel de penſer que la forme $x.(1 + 3\,\text{coſ.}\,2\,\theta) + x'.\,\text{ſin.}\,2\,\theta + x''.\,\text{ſin.}\,\theta^2$, peut ſatisfaire pour y à cette équation, x étant fonction de t ſeul, & x' & x'' étant fonctions de t & de ϖ; en effet, ſi l'on ſuppoſe $\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial\varpi^2}\right) = -x'$,

& $\left(\frac{\partial\partial x''}{\partial \varpi^2}\right) = - 4x''$, on parviendra facilement aux trois équations suivantes,

$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + 6lgx = lK.(\text{cos}.\nu^2 - \tfrac{1}{2}\text{sin}.\nu^2),$$

$$\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t^2}\right) + 6lgx' = 6lK.\text{sin}.\nu.\text{cos}.\nu.\text{cos}.(\varphi - nt - \varpi),$$

$$\left(\frac{\partial\partial x''}{\partial t^2}\right) + 6lgx'' = 3lK.\text{sin}.\nu^2.\text{cos}.(2\varphi - 2nt - 2\varpi).$$

Ces trois équations sont faciles à intégrer par les méthodes connues, & l'on déterminera les constantes arbitraires de leurs intégrales, par ces conditions que x, $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)$, x', $\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right)$, x'', $\left(\frac{\partial x''}{\partial t}\right)$, doivent être zéro, lorsque $t = 0$; il résulte de ces mêmes conditions, que les suppositions de $\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial \varpi^2}\right) = -x'$, & de $\left(\frac{\partial\partial x''}{\partial \varpi^2}\right) = - 4x''$, sont légitimes; car en différentiant l'équation en x' deux fois de suite par rapport à ϖ, & faisant $\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial \varpi^2}\right) = - s'$, on aura

$$\left(\frac{\partial\partial s'}{\partial t^2}\right) + 6lgs' = 6lK.\text{sin}.\nu.\text{cos}.\nu.\text{cos}.(\varphi - nt - \varpi).$$

Or cette équation est la même que l'équation en x'; de plus, les deux constantes arbitraires de son intégrale sont les mêmes; car puisqu'à l'origine du mouvement on a $x' = 0$, & $\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right) = 0$, il est clair que l'on a à cette origine, $\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial \varpi^2}\right) = 0$, & $\left(\frac{\partial^3 x'}{\partial \varpi^2 \partial t}\right) = 0$; partant $s' = 0$, & $\left(\frac{\partial s'}{\partial t}\right) = 0$; donc $s' = x'$, ou $\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial \varpi^2}\right) = - x'$. Si l'on différentie pareillement l'équation en x'' deux fois de suite par rapport à ϖ, & que l'on fasse $\left(\frac{\partial^2 x''}{\partial \varpi^2}\right) = -4s''$, on aura

$$\left(\frac{\partial\partial s''}{\partial t^2}\right) + 6lgs'' = 3lK.\text{fin.}\nu^2.\text{cof.}(2\varphi - 2nt - 2\varpi),$$

équation qui eſt la même que celle en x''; & comme on a à l'origine du mouvement, $s'' = 0$, & $\left(\frac{\partial s''}{\partial t}\right) = 0$, on aura $x'' = s''$, partant $\left(\frac{\partial^2 x''}{\partial \varpi^2}\right) = -4x''$.

Lorſqu'on aura déterminé par ce qui précède, la valeur de y, on aura celles de u & de v, en intégrant les équations

$$\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) = -g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right).\text{fin.}\,\theta^2 = -g\left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right),$$

& en déterminant les conſtantes arbitraires, de manière que l'on ait à l'origine du mouvement, $u = 0$, $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = 0$, $v = 0$, $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = 0$.

Suppoſons maintenant δ quelconque, & voyons ſi la forme précédente de y peut ſubſiſter, & ſi l'on peut toujours faire

$$y = x.(1 + 3\,\text{cof.}\,2\theta) + x'.\text{fin.}\,2\theta + x''.\text{fin.}\,\theta^2,$$

ou

$$y = 2x.(3\,\text{cof.}\theta^2 - 1) + 2x'.\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta + x''.\text{fin.}\theta^2;$$

x' & x'' étant des fonctions de ϖ & de t, telles que $\left(\frac{\partial^2 x'}{\partial \varpi^2}\right) = -x'$, & $\left(\frac{\partial^2 x''}{\partial \varpi^2}\right) = -4x''$; en intégrant ces deux équations, on aura

$$x' = a.\text{fin.}\,(\varphi - \varpi) + b.\text{cof.}\,(\varphi - \varpi),$$
$$x'' = a'.\text{fin.}\,2(\varphi - \varpi) + b'.\text{cof.}\,2(\varphi - \varpi);$$

donc

$$y = 2x.(3\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1)$$
$$+ 2\,\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta.[a.\text{fin.}\,(\varphi - \varpi) + b.\text{cof.}\,(\varphi - \varpi)]$$
$$+ \text{fin.}\,\theta^2.[a'.\text{fin.}\,(2\varphi - 2\varpi) + b'.\text{cof.}\,(2\varphi - 2\varpi)].$$

Suppoſons pour plus de généralité,

$$y = h + h^{(1)}.\cos.\theta + h^{(2)}.\cos.\theta^2 \ldots\ldots + h^{(s)}.\cos.\theta^s$$
$$+ \left\{ \begin{array}{l} a.\sin.(\varphi - \varpi) \\ + b.\cos.(\varphi - \varpi) \end{array} \right\}.\sin.\theta.\cos.\theta.\left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)}.\sin.\theta^2 \ldots\ldots \\ \quad + f^{(r)}.\sin.\theta^{2r} \end{array} \right\}$$
$$+ \left\{ \begin{array}{l} a^{\text{I}}.\sin.(2\varphi - 2\varpi) \\ + b^{\text{I}}.\cos.(2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\}.\sin.\theta^2.\left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)}.\sin.\theta^2 \ldots\ldots \\ \quad + p^{(r)}.\sin.\theta^{2r} \end{array} \right\}$$

l'équation $\delta.\left(\frac{\partial D}{\partial \varpi}\right) = \delta C.\sin.\theta$, donnera $\delta D = \delta \int C \partial \varpi.\sin.\theta$; on aura donc par l'*art. IX*,

$$\delta D = G$$
$$+ \left\{ \begin{array}{l} a.\sin.(\varphi - \varpi) \\ + b.\cos.(\varphi - \varpi) \end{array} \right\}.\sin.\theta.\cos.\theta.\left\{ \begin{array}{l} \lambda + \lambda^{(1)}.\sin.\theta^2 \ldots\ldots \\ \quad + \lambda^{(r)}.\sin.\theta^{2r} \end{array} \right\}$$
$$+ \tfrac{1}{2}.\left\{ \begin{array}{l} a^{\text{I}}.\sin.(2\varphi - 2\varpi) \\ + b^{\text{I}}.\cos.(2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\}.\sin.\theta^2.\left\{ \begin{array}{l} \ell + \ell^{(1)}.\sin.\theta^2 \ldots\ldots \\ \quad + \ell^{(r)}.\sin.\theta^{2r} \end{array} \right\}$$

λ, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, &c. ℓ, $\ell^{(1)}$, $\ell^{(2)}$, &c. étant des coëfficiens faciles à déterminer par l'article cité ; $\lambda^{(r)}$ étant égal à $\frac{4\delta\pi.}{4r+5}.f^{(r)}$, & $\ell^{(r)}$ égal à $\frac{8\delta\pi.}{4r+5}p^{(r)}$: G est une constante arbitraire qui peut être fonction quelconque de θ ; or, il est clair que cette fonction n'est autre chose que la valeur de δD, lorsqu'on suppose

$$y = h + h^{(1)}.\cos.\theta \ldots\ldots + h^{(s)}.\cos.\theta^s;$$

& comme on a $\delta D = 2\delta\int \partial p \partial q.\sin.p.y'$, on aura par l'*art. I.er* pour G, une expression de cette forme

$$G = \sigma + \sigma^{(1)}.\cos.\theta + \sigma^{(2)}.\cos.\theta^2 \ldots\ldots + \sigma^{(s)}.\cos.\theta^s;$$

σ, $\sigma^{(1)}$, &c. étant faciles à déterminer, & $\sigma^{(s)}$ étant égal à $\frac{4\pi\delta}{2s+1}.h^{(s)}$;

partant

partant

$$\delta D = \sigma + \sigma^{(1)}.\cos.\theta + \sigma^{(2)}.\cos.\theta^2 \ldots\ldots + \sigma^{(s)}.\cos.\theta^s$$
$$+ \left\{ \begin{array}{l} a.\sin.(\varphi - \varpi) \\ + b.\cos.(\varphi - \varpi) \end{array} \right\}.\sin.\theta.\cos.\theta.\left\{ \begin{array}{l} \lambda + \lambda^{(1)}.\sin.\theta^2 \ldots\ldots \\ \qquad + \lambda^{(r)}.\sin.\theta^{2r} \end{array} \right\}$$
$$+ \tfrac{1}{2}\left\{ \begin{array}{l} a'.\sin.(\varphi - \varpi) \\ + b'.\cos.(\varphi - \varpi) \end{array} \right\}.\sin.\theta^2.\left\{ \begin{array}{l} \lambda + \lambda^{(1)}.\sin.\theta^2 \ldots\ldots \\ \qquad + \lambda^{(r)}.\sin.\theta^{2r} \end{array} \right\}$$

Dans le cas présent, $s = 2$, $h^{(2)} = 6x$, $h^{(1)} = 0$, $r = 0$, $f = 2$, $p = 1$; d'où il est aisé de conclure,

$$\sigma^{(2)} = \frac{24}{5}\pi\delta x,\ \sigma^{(1)} = 0,\ \lambda = \frac{8}{5}\pi\delta,\ \lambda = \frac{8}{5}\pi\delta;$$

partant

$$\delta D = \frac{8}{5}\pi\delta x.(3\cos.\theta^2 - 1) + \frac{8}{5}\pi\delta x'.\sin.\theta.\cos.\theta$$
$$+ \frac{4}{5}\pi\delta x''.\sin.\theta^2 + \sigma + \frac{8}{5}\pi\delta x$$
$$= \frac{4}{5}\pi\delta y + \sigma + \frac{8}{5}\pi\delta x;$$

l'équation (S) se changera ainsi dans la suivante,

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = l.\left(g - \frac{4}{5}\pi\delta\right).\left[\left(\frac{\partial^2 y}{\partial\theta^2}\right) + \left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right).\frac{\cos.\theta}{\sin.\theta} + \frac{\left(\frac{\partial^2 y}{\partial\varpi^2}\right)}{\sin.\theta^2}\right]$$
$$- l\left(\frac{\partial\partial R}{\partial\theta^2}\right) - l\left(\frac{\partial R}{\partial\theta}\right).\frac{\cos.\theta}{\sin.\theta} - l.\frac{\left(\frac{\partial^2 R}{\partial\varpi^2}\right)}{\sin.\theta^2},$$

qui ne diffère de l'équation (S'), qu'en ce que g se change en $g - \frac{4}{5}\pi\delta$; d'où l'on voit qu'à ce changement près, le cas de δ quelconque, rentre dans celui de $\delta = 0$, ce qui s'accorde avec ce que nous avons trouvé dans l'*art. IX.*

XXIV.

Considérons maintenant le cas de la Nature, dans lequel n n'est pas nul; au lieu de chercher à ramener, comme dans le cas précédent, la détermination des oscillations du fluide

à une ſeule équation différentielle, il eſt plus ſimple de conſidérer les équations (6), (7) & (9) de l'*art. XXII*, dont elles dépendent, ſous cette forme

$$y\,\text{ſin.}\,\theta = -l\left(\frac{\partial u'}{\partial \theta}\right) - lz.\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial u'}{\partial t^2}\right) - 2n.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)z.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta = -gz.\left(\frac{\partial y'}{\partial \theta}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right).\text{ſin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right).\frac{\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta}{z} = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}\right);$$

y' étant égal à $y - \frac{\delta}{g}D - \frac{1}{g}R$, z étant égal à $\gamma.\text{ſin.}\,\theta$, & u' étant égal à uz.

Pour ſatisfaire à ces équations, ſuppoſons

$$y = a.\text{coſ.}(it + s\varpi + A),$$
$$y' = a'.\text{coſ.}(it + s\varpi + A),$$
$$u' = b.\text{coſ.}(it + s\varpi + A),$$
$$v = c.\text{ſin.}(it + s\varpi + A),$$

i & s étant des coëfficiens conſtans quelconques, & a, a', b, c étant des fonctions de θ ſeul; les trois équations précédentes donneront, cela poſé, les ſuivantes

$$\left.\begin{aligned} a.\text{ſin.}\,\theta &= -l\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) - lscz \\ i^2 b + 2nicz.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta &= gz\left(\frac{\partial a'}{\partial \theta}\right) \\ i^2 c.\text{ſin.}\,\theta^2 + \frac{2nib.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta}{z} &= -gsa' \end{aligned}\right\}; (Z)$$

on tirera des deux dernières,

$$b = \frac{gz.\left[i\,\text{ſin.}\,\theta.\left(\frac{\partial a'}{\partial \theta}\right) + 2nsa'.\text{coſ.}\,\theta\right]}{i\,\text{ſin.}\,\theta.(i^2 - 4n^2\,\text{coſ.}\,\theta^2)},$$

$$c = -\frac{g.\left[isa' + 2n\,\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta.\left(\frac{\partial a'}{\partial \theta}\right)\right]}{i\,\text{ſin.}\,\theta^2.(i^2 - 4n^2\,\text{coſ.}\,\theta^2)};$$

en ſorte que l'on connoîtra b & c, & par conſéquent les vîteſſes horizontales $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, & $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta$, du fluide

lorſqu'on aura déterminé a'. Si l'on ſubſtitue préſentement ces valeurs de b & de c, dans l'équation $a\,\text{ſin.}\,\theta = -l\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) - lscz$, & que l'on faſſe $\text{ſin.}\,\theta = x$, & ∂x conſtant, on aura

$$\left.\begin{aligned} & ix^3 a.(i^2 - 4n^2 + 4n^2x^2)^2 \\ = & -lgzix^2.(1 - xx).(i^2 - 4n^2 + 4n^2x^2).\left(\frac{\partial\partial a'}{\partial x^2}\right) \\ & + lgz.ix^3.\left(\frac{\partial a'}{\partial x}\right).(i^2 + 4n^2 - 4n^2x^2) \\ & + lgsza'.\{(is + 2n).(i^2 - 4n^2 + 4n^2x^2) + 16n^3x^2(1 - xx)\} \\ & - lg\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)x.(1 - xx).(i^2 - 4n^2 + 4n^2x^2).\left(ix\left(\frac{\partial a'}{\partial x}\right) + 2nsa'\right) \end{aligned}\right\}; (T)$$

Cette équation renferme toute la théorie des oſcillations de la mer; il n'eſt même pas néceſſaire de l'intégrer, il ſuffit d'y ſatisfaire, car nous n'avons beſoin que de connoître la partie des oſcillations du fluide, qui dépend de l'action du Soleil & de la Lune, & nullement celle qui eſt relative à l'état primitif du fluide, puiſqu'il eſt évident qu'elle doit s'anéantir à la longue, en vertu des frottemens, & généralement des réſiſtances que le fluide éprouve, & qui depuis long-temps l'auroient fait parvenir à l'état d'équilibre, ſans les attractions du Soleil & de la Lune qui l'en dérangent ſans ceſſe. Pour ſatisfaire à l'équation *(T)*, il eſt néceſſaire de connoître i & s; il faut de plus, connoître a' en a; or, ſi l'on ſuppoſe que le coëfficient de $\text{coſ.}\,(it + s\varpi + A)$, dans R, ſoit N, & que celui du même coſinus dans δD, ſoit e, on aura, $a' = a - \frac{e}{g} - \frac{1}{g}N$; on déterminera e par l'*article XXIII*, lorſqu'on connoîtra la forme de a, & pour y parvenir, on cherchera d'abord la valeur de a dans la ſuppoſition de $\delta = 0$; on ſuppoſera enſuite à l'expreſſion de a, la même forme dans le cas de δ quelconque, avec des coëfficiens indéterminés, & l'on en tirera la valeur de e, & partant celle de a'; en ſubſtituant enſuite ces valeurs de a, & de a' dans l'équation *(T)*, on déterminera les

coëfficiens indéterminés de l'expression de a. Cette méthode suppose à la vérité, que la valeur de a est de la même forme dans les deux cas de $\delta = 0$, & de δ quelconque ; mais il est facile de s'assurer par les *articles IX* & *XXIII*, que cette supposition est légitime, toutes les fois que la valeur de a peut être exprimée par une fonction rationnelle & entière de fin. θ, & de cof. θ.

Considérons, cela posé, les différens termes de l'expression de R ; on a par l'*article XXII*,

$$\begin{aligned} R &= K.[\text{cof.}\theta.\text{cof.}\nu + \text{fin.}\theta.\text{fin.}\nu.\text{cof.}(\varphi - nt - \varpi)]^2 \\ &= K.\text{cof.}\nu^2 + \tfrac{1}{2}K.\text{fin.}\theta^2.[\text{fin.}\nu^2 - 2\,\text{cof.}\nu^2] \\ &\quad + 2K.\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu.\text{cof.}(nt + \varpi - \varphi) \\ &\quad + \tfrac{1}{2}K.\text{fin.}\theta^2.\text{fin.}\nu^2.\text{cof.}(2nt + 2\varpi - 2\varphi). \end{aligned}$$

K, ν & φ sont donnés par la loi du mouvement de l'astre en fonctions du temps t; & si l'on développe par la méthode de l'*article XXI*, la valeur précédente de R, on aura, 1.° au lieu de $K.\text{cof.}\nu^2 + \frac{1}{2}K.\text{fin.}\theta^2.[\text{fin.}\nu^2 - 2\,\text{cof.}\nu^2]$, une suite de termes de la forme $(K + K''.\text{fin.}\theta^2).\text{cof.}(it + A)$; 2.° au lieu de $2K.\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu.\text{cof.}(nt + \varpi - \varphi)$, une suite de termes de la forme $K'.\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta.\text{cof.}(it + \varpi + A)$; 3.° au lieu de $\frac{1}{2}K.\text{fin.}\theta^2.\text{fin.}\nu^2.\text{cof.}(2nt + 2\varpi - 2\varphi)$, une suite de termes de la forme $K'.\text{fin.}\theta^2.\text{cof.}(it + 2\varpi + A)$; K', K'' & A étant des coëfficiens constans quelconques. La valeur de i sera peu considérable par rapport à n, dans les termes de la première forme ; car on auroit $i = 0$, si l'astre attirant n'avoit aucun mouvement dans son orbite, auquel cas, K, ν & φ seroient constans ; donc les mouvemens du Soleil & de la Lune dans leurs orbites, étant beaucoup moindres que le mouvement de rotation de la Terre, i est très-petit par rapport à n, & il résulte de l'*article XXI*, que si l'on considère l'orbite de l'astre, comme circulaire, i est égal à zéro, ou à $2m$, mt exprimant son moyen mouvement. Dans les termes de la seconde forme, i diffère très-peu de n, & cette différence est par l'*article*

XXI, zéro, ou $2m$, dans le cas de la circularité de l'orbite; enfin, dans les termes de la troisième forme, i est peu différent de $2n$, & cette différence est encore zéro, ou $2m$, dans le cas où l'orbite de l'astre est circulaire. Nous pouvons donc ranger dans trois classes différentes, les termes de l'expression de R, & par conséquent ceux de y; la première comprend les termes de la forme $(K^{I} + K^{II}.\text{sin.}\theta^2).\text{cos.}(it + A)$; ces termes sont indépendans de ϖ, & la longueur de leur période est proportionnelle au temps de la révolution de l'astre dans son orbite; la seconde classe comprend les termes de la forme $K^{I}.\text{sin.}\theta.\text{cos.}\theta.\text{cos.}(it + \varpi + A)$, dont la période est d'un jour à peu-près; la troisième comprend les termes de la forme $K^{I}.\text{sin.}\theta^2.\text{cos.}(it + 2\varpi + A)$, dont la période est d'environ un demi-jour. Nous allons discuter séparément ces termes & leur influence sur le flux & le reflux de la mer.

XXV.

Examen des termes de la première Classe.

Les termes de cette classe que renferme l'expression de R, & qui, comme nous venons de le voir, résultent du développement de $K.\text{cos.}\theta^2.\text{cos.}\nu^2 + \frac{1}{2}K.\text{sin.}\theta^2\,\text{sin.}\nu^2$, ou $K.\text{cos.}\nu^2 + \frac{1}{2}K.\text{sin.}\theta^2.[\text{sin.}\nu^2 - 2\,\text{cos.}\nu^2]$, sont visiblement de la forme $(K^{I} + K^{II}\,\text{sin.}\theta^2).\text{cos.}(it + A)$; en représentant donc comme ci-dessus, par a, a^{I} & e, les coëfficiens de $\text{cos.}(it + A)$ dans y, y^{I} & δD, on aura par l'*article précédent*,

$$a^{I} = a - \frac{e}{g} - \frac{1}{g}.[K^{I} + K^{II}x^2].$$

De plus, il faudra supposer $s = 0$ dans l'équation *(T)*, & comme i est très-petit par rapport à n, on pourra y négliger i^2 eu égard à n^2. Si l'on considère ensuite le sphéroïde terrestre comme un ellipsoïde de révolution, la profondeur de la mer sera $l + q\,\text{sin.}\,\theta^2$, en sorte que l'on aura $\gamma = 1 + \frac{q}{l}\,\text{sin.}\,\theta^2$, ce qui donne $z = x + \frac{q}{l}x^3$,

q étant un coëfficient constant quelconque très-petit & du même ordre que l; l'équation (T) deviendra ainsi

$$\frac{4\pi^2}{lg}\cdot ax\cdot[1-xx]=x\cdot\left(\frac{\partial\partial a'}{\partial x^2}\right)\cdot\left[1+\left(\frac{q}{l}-1\right)x^2-\frac{q}{l}x^4\right]$$
$$+\left(\frac{\partial a'}{\partial x}\right)\cdot\left[1+\frac{3q}{l}x^2-\frac{2q}{l}x^4\right];(T')$$

pour y satisfaire, supposons

$$a=h+h^{(1)}.x^2+h^{(2)}.x^4+h^{(3)}.x^6+\&c.$$

Nous aurons par l'*article XXIII*,

$$\frac{e}{g}=\frac{1}{g}\left[\sigma+\sigma^{(1)}.x^2+\sigma^{(2)}.x^4+\sigma^{(3)}.x^6+\&c.\right]$$

partant

$$a'=h-\frac{\sigma}{g}-\frac{1}{g}K'+\left[h^{(1)}-\frac{\sigma^{(1)}}{g}-\frac{1}{g}K''\right].x^2$$
$$+\left[h^{(2)}-\frac{\sigma^{(2)}}{g}\right]x^4+\&c;$$

en substituant ces valeurs de a & de a' dans l'équation (T'), & comparant les coëfficiens des différentes puissances de x, nous aurons une suite d'équations dont la $(r+3)^{ième}$ sera

$$\frac{4\pi^2}{lg}\cdot\left[h^{(r+2)}-h^{(r+1)}\right]=(2r+6)^2\cdot\left[h^{(r+3)}-\frac{\sigma^{(r+3)}}{g}\right]$$
$$+(2r+4)\cdot\left[\frac{q}{l}\cdot(2r+6)-(2r+3)\right]\cdot\left[h^{(r+2)}-\frac{\sigma^{(r+2)}}{g}\right]$$
$$-(2r+2).(2r+3).\frac{q}{l}\cdot\left[h^{(r+1)}-\frac{\sigma^{(r+1)}}{g}\right].$$

Si l'on suppose que la suite $h+h^{(1)}.x^2+h^{(2)}.x^4+\&c.$ se termine après le terme $h^{(r+1)}.x^{2r+2}$, on aura non-seulement $h^{(r+2)}=0$, $h^{(r+3)}=0$, mais encore $\sigma^{(r+2)}=0$, $\sigma^{(r+3)}=0$, &c. de plus, on a par l'*article XXIII*,

$$\frac{\sigma^{(r+1)}}{g}=\frac{4\delta\pi.h^{(r+1)}}{(4r+5)\cdot g}$$

l'équation précédente donnera ainsi

$$\frac{4n^2}{lg} = (2r+2) \cdot (2r+3) \cdot \frac{q}{l} \cdot \left[1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5) \cdot g}\right]:$$

or si l'on nomme $\delta^{(1)}$ la densité moyenne du sphéroïde terrestre, on a à très-peu-près $g = \frac{4}{3}\pi\delta^{(1)}$; on aura donc

$$q = \frac{2n^2}{g\left(1 - \frac{3\delta}{(4r+5) \cdot \delta^{(1)}}\right) \cdot (2r^2+5r+3)}.$$

On déterminera ensuite h, $h^{(1)}$, $h^{(2)}$, $h^{(r+1)}$, au moyen des $r+2$ équations que donne la comparaison des coëfficiens des puissances de x.

Si l'on prend un grand nombre de termes dans la suite $h + h^{(1)} \cdot x^2 + h^{(2)} \cdot x^4 + \ldots$&c. ou, ce qui revient au même, si l'on suppose r considérable, on aura à très-peu près $q = 0$, en sorte que la valeur de a, que l'on déterminera par la méthode précédente, sera la même à très-peu près que si la profondeur de la mer étoit constante; cette méthode peut donc servir à trouver des valeurs approchées de a, dans cette hypothèse de profondeur, qui, comme nous le verrons dans l'*article suivant*, est à peu-près celle de la Nature : il n'est pas même nécessaire de prendre pour r un très-grand nombre, car en faisant par exemple, $r = 10$, on a

$$q = \frac{2n^2}{253 \cdot g\left[1 - \frac{\delta}{15\delta^{(1)}}\right]};$$

or cette valeur de q étant du même ordre que $\left(\frac{n^2}{g}\right)^2$, peut sans erreur sensible, être supposée égale à zéro.

Il est essentiel de prévenir ici une difficulté fondée sur ce que la masse entière du fluide doit rester constamment la même, ce qui exige, ainsi que nous l'avons remarqué dans l'*article XII*, que la double intégrale $\int\int y\,\partial\theta \cdot \partial\varpi \cdot \sin.\theta$ soit nulle, en la prenant depuis $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = 180^d$,

& depuis $\varpi = 0$ jusqu'à $\varpi = 360^d$; or il eſt néceſſaire pour cela que l'on ait dans les mêmes limites,

$$0 = \int a\partial\theta \,.\, \partial\varpi \,.\, \text{ſin.}\,\theta \,.\, \text{coſ.}\,(it + A),$$

& par conſéquent

$$0 = \int a\partial\theta \,.\, \text{ſin.}\,\theta;$$

en ſubſtituant au lieu de a ſa valeur que nous venons de trouver, il ſemble qu'il doit en réſulter une nouvelle équation entre les coëfficiens h, $h^{(1)}$, $h^{(2)}$, &c. & comme on a déjà entre ces mêmes coëfficiens, un nombre d'équations ſuffiſant pour les déterminer; en ſubſtituant dans la nouvelle équation leurs valeurs connues, on aura une équation de condition entre les quantités n, l, δ & $\delta^{(1)}$, en ſorte que la ſolution précédente ne paroît pas s'étendre au cas général où ces quantités ſont quelconques.

Cette difficulté ceſſera d'en être une, ſi nous faiſons voir que lorſqu'on aura déterminé a par la méthode précédente, la quantité $\int a\partial\theta \,.\, \text{ſin.}\,\theta$ s'évanouira d'elle-même; pour cela, reprenons la première des équations (Z) de l'*article précédent*, & obſervons que dans le cas préſent, elle devient

$$a \,.\, \text{ſin.}\,\theta = -l \,.\, \left(\frac{\partial b}{\partial\theta}\right).$$

Partant,

$$\int a\partial\theta \,.\, \text{ſin.}\,\theta = -l\,.\,b + H = -\frac{lgz \,.\, \left(\frac{\partial a'}{\partial\theta}\right)}{i^2 - 4n^2\,\text{coſ.}\,\theta^2} + H,$$

H étant une conſtante arbitraire qui doit être telle que $\int a\partial\theta \,.\, \text{ſin.}\,\theta$ ſoit nulle lorſque $\theta = 0$, & comme on a dans ce cas $-lgz \,.\, \left(\frac{\partial a'}{\partial\theta}\right) = 0$, on aura $H = 0$; de plus l'intégrale $\int a\partial\theta \,.\, \text{ſin.}\,\theta$ devant ſe terminer lorſque $\theta = 180^d$, on a encore dans ce cas, $-lgz \,.\, \left(\frac{\partial a'}{\partial\theta}\right) = 0$: partant, on aura $\int a\partial\theta \,.\, \text{ſin.}\,\theta = 0$, pourvu que la valeur de a ſoit telle qu'elle ſatisfaſſe à l'équation (T'); d'où il ſuit

ſuit que la condition d'une quantité de fluide toujours conſtante, eſt remplie par la nature même des équations qui nous ſervent à déterminer les coëfficiens h, h^{1}, h^{2}... &c.

L'analyſe précédente ſuppoſe que dans coſ. $(it + A)$, i n'eſt pas exactement nul; mais il eſt facile de s'aſſurer que l'expreſſion de R renferme des termes de la forme

$$(K^{1} + K^{11} x^2) \cdot \text{coſ.}\ A;$$

pour déterminer la partie de l'expreſſion de y, qui répond à ces termes, il faut recourir aux équations (Z) de l'*article précédent*, & y ſuppoſer $i = 0$ & $s = 0$; elles ſe réduiſent alors, quel que ſoit z, aux deux ſuivantes,

$$a \cdot \text{ſin.}\ \theta = -l \cdot \left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right), \;\&\; 0 = g\left(\frac{\partial a'}{\partial \theta}\right);$$

d'où l'on tirera facilement comme dans l'*article XII*,

$$a = \frac{-K^{11}}{6g \cdot \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot (1 + 3\ \text{coſ.}\ 2\theta);$$

en ſorte que la partie de l'expreſſion de y, qui répond aux termes de la forme $(K^{1} + K^{11} x^2) \cdot \text{coſ.}\ A$ dans R, eſt

$$y = \frac{-K^{11}\ \text{coſ.}\ A}{6g \cdot \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot [1 + 3\ \text{coſ.}\ 2\theta].$$

On voit par-là que les ſuppoſitions de $i = 0$ & de i très-petit, donnent pour a des réſultats entièrement différens, & que ces réſultats ſont ſenſiblement les mêmes pour toutes les valeurs de i, quelle que ſoit leur petiteſſe, pourvu qu'elles ne ſoient pas nulles; mais il eſt très-eſſentiel d'obſerver ici que les oſcillations du fluide qui dépendent des termes de la forme coſ. $(it + A)$, étant extrêmement lentes, les réſiſtances en tout genre que le fluide éprouve, doivent les dénaturer d'autant plus que leurs périodes ſont plus longues, de manière que l'on peut ſuppoſer à i une ſi petite valeur que ſans être exactement nulle, elle donne cependant pour

a la même quantité que la ſuppoſition de $i = 0$. Nous ſommes déjà parvenus à ce réſultat dans l'*article XXI,* en ſuppoſant que le fluide éprouve une légère réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe; on peut s'en aſſûrer encore *à priori* de la manière ſuivante.

La partie de l'expreſſion de y qui répond aux termes $K \text{ coſ. } \theta^2 \cdot \text{coſ. } \nu^2 + \frac{1}{2} K \cdot \text{ſin. } \theta^2 \text{ ſin. } \nu^2$ de l'expreſſion de R, repréſente les oſcillations de la mer dans le cas où elle ſeroit attirée par quatre Aſtres dont les maſſes ſeroient chacune le quart de la maſſe de l'aſtre S, & qui placés aux mêmes diſtances que lui de l'Équateur & du centre de la Terre, auroient des mouvemens entièrement ſemblables, le premier ſe confondant avec l'aſtre S même, le ſecond en étant conſtamment à 90^d^ de diſtance en longitude, le troiſième à 180^d^, & le quatrième à 270^d^; en effet, ſi dans l'expreſſion $K \cdot [\text{coſ. } \theta \cdot \text{coſ.} \nu + \text{ſin. } \theta \cdot \text{ſin.} \nu \cdot \text{coſ.} (\varphi - nt - \varpi)]^2$ de R, on change S en $\frac{1}{4} \cdot S$, ou, ce qui revient au même, K en $\frac{1}{4} \cdot K$; que l'on y faſſe ſucceſſivement φ égal à φ, $\varphi + 90^d$, $\varphi + 180^d$, $\varphi + 270^d$, & que l'on ajoute les quatre valeurs de R qui en réſultent, il eſt viſible que leur ſomme ſera $K \text{ coſ. } \theta^2 \cdot \text{coſ. } \nu^2 + \frac{1}{2} K \cdot \text{ſin. } \theta^2 \cdot \text{ſin. } \nu^2$. Il ſuit de-là que ſi les quatre Aſtres dont il s'agit ne changeoient ni de parallèle, ni de diſtance au centre de la Terre, quel que fût d'ailleurs leur mouvement, le fluide ſoumis à leur attraction finiroit à la longue par prendre l'état d'équilibre, & comme alors K & ν ſeroient conſtans, on auroit par ce qui précède,

$$y = \frac{K \cdot [\text{coſ. } \nu^2 - \frac{1}{2} \text{ſin. } \nu^2]}{6g \cdot \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot (1 + 3 \text{ coſ. } 2\theta).$$

Suppoſons maintenant que T ſoit le temps néceſſaire au fluide pour ſe mettre en équilibre, en vertu des réſiſtances qu'il éprouve & en partant d'un état donné, & que dans cet intervalle, K & ν changent extrêmement peu; il eſt clair que lorſqu'après un temps conſidérable, K & ν auront

éprouvé un changement ſenſible & ſeront devenus $'K$ & $'v$, le fluide prendra l'état d'équilibre qui convient aux nouvelles quantités $'K$ & $'v$, & qu'ainſi l'on aura

$$y = \frac{'K \,.\, [\,\text{coſ.}\, 'v^2 - \frac{1}{2}\,\text{ſin.}\, 'v^2\,]}{6\,g\,\left(1 - \frac{3\,\delta}{5\,\delta^{(1)}}\right)} \,.\, (1 + 3\,\text{coſ.}\,2\,\theta);$$

on peut donc employer alors généralement l'expreſſion

$$y = \frac{K \,.\, [\,\text{coſ.}\, v^2 - \frac{1}{2}\,\text{ſin.}\, v^2\,]}{6\,g \,.\, \left(1 - \frac{3\,\delta}{5\,\delta^{(1)}}\right)} \,.\, (1 + 3\,\text{coſ.}\,2\,\theta),$$

K & v étant conſidérés comme des fonctions du temps t, qui varient très-peu durant le temps T: l'exactitude du réſultat précédent dépend de la petiteſſe de ces variations & de l'intenſité de la réſiſtance; le moyen le plus ſimple de juger de cette exactitude dans un cas donné, eſt d'imaginer d'abord les quatre aſtres précédens mûs dans le plan de l'Équateur, & le fluide en équilibre; de tranſporter enſuite par la penſée ces aſtres ſur le parallèle le plus éloigné de l'Équateur auquel ils puiſſent parvenir, & de les faire mouvoir ſur ce parallèle juſqu'à ce que le fluide ait pris l'état d'équilibre qui convient à ces nouvelles poſitions; ſi le temps néceſſaire au fluide pour prendre ce nouvel état d'équilibre, eſt beaucoup moindre que celui que les aſtres emploient à parvenir de l'Équateur à leur plus grande déclinaiſon, on pourra ſans erreur ſenſible, faire uſage de la valeur précédente de y.

Quoique nous ignorions la loi des réſiſtances que la mer éprouve, il eſt cependant très-vraiſemblable que ce temps ſeroit conſidérablement plus petit que trois mois, & qu'il n'excéderoit peut-être pas douze ou quinze jours: on peut donc ſuppoſer relativement au Soleil, que la partie de l'expreſſion de y, qui répond aux termes $K \,.\, \text{coſ.}\,\theta^2 \,.\, \text{coſ.}\,v^2 + \frac{1}{2}\,K \,.\, \text{ſin.}\,\theta^2 \,.\, \text{ſin.}\,v^2$, eſt

$$\frac{K\,[\text{coſ.}\,v^2 - \frac{1}{2}\,\text{ſin.}\,v^2]}{6g \,.\, \left(1 - \frac{3\,\delta}{5\,\delta^{(1)}}\right)} \,.\, [1 + 3 \,.\, \text{coſ.}\,2\,\theta].$$

Cette ſuppoſition eſt moins exacte pour la Lune à cauſe de la rapidité de ſon mouvement, mais vu l'ignorance où nous ſommes ſur la nature & la loi de réſiſtance qu'éprouvent les eaux de la mer, il paroît impoſſible de fixer par la théorie la valeur de y correſpondante à ces termes; nous nous en tiendrons conſéquemment à la précédente, l'erreur qui en réſulte étant de peu d'importance dans la théorie du flux & du reflux, puiſqu'elle ne peut influer ſenſiblement que ſur les hauteurs abſolues des eaux, relativement aux différentes déclinaiſons de la Lune, & nullement ſur les différences de la haute à la baſſe mer.

X X V I.

Examen des termes de la ſeconde claſſe.

Les termes de la ſeconde claſſe que renferme l'expreſſion de R, & qui, comme nous l'avons vu, réſultent du développement de $2K.\text{ſin.}v.\text{coſ.}v.\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta.\text{coſ.}(nt + \varpi - \varphi)$, ſont de la forme $K'.\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta.\text{coſ.}(it + \varpi + A)$; il faut donc ſuppoſer $s = 1$, dans l'équation (T) de l'*article XXIV*, que l'on pourra mettre ainſi ſous cette forme,

$$ix^3.a.(i^2 - 4n^2 + 4n^2x^2)^2$$
$$= - lgz.i^3x^2\sqrt{(1 - xx)}.\frac{\partial.[(\frac{\partial a'}{\partial x})\sqrt{(1 - xx)}]}{\partial x}$$
$$+ 4n^2 lgz.ix^2.(1 - xx)^2.(\frac{\partial\partial a'}{\partial x^2}) + 4n^2 lgz.ix^3.(1 - xx).(\frac{\partial a'}{\partial x})$$
$$+ lgza'.[(i + 2n).(i^2 - 4n^2 + 4n^2x^2) + 16n^3.x^2.(1 - xx)]$$
$$- lgx.(\frac{\partial z}{\partial x}).(1 - xx).(i^2 - 4n^2 + 4n^2x^2).[ix.(\frac{\partial a'}{\partial x}) + 2na'];$$

or ſi l'on y ſuppoſe, comme dans l'*article précédent*, $z = x + \frac{q}{l}x^3$, & que l'on faſſe

$$a = \text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta.[f + f^{(1)}.\text{ſin.}\theta^2 + f^{(2)}.\text{ſin.}\theta^4 \ldots\ldots + f^{(r)}.\text{ſin.}\theta^{2r}].$$

il eſt aiſé de s'aſſurer par un calcul analogue à celui de l'*article*

précédent, & par quelques considérations fort simples sur la formation de l'équation *(T)*, qu'elle sera satisfaite, pourvu que l'on ait

$$q = \frac{2n^2}{g\,(1 - \frac{3\delta}{(4r+5)\,\delta^{(1)}})\cdot(2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i})},$$

ce qui s'accorde avec ce que nous avons trouvé par une autre méthode, dans l'*article XVI;* quant à la condition d'une quantité de fluide toujours constante, ou, ce qui revient au même, à l'équation $0 = \int\int y\,\partial\varpi\,.\,\partial\theta\,.\,\text{fin.}\,\theta$, elle est évidemment satisfaite, parce que l'on a

$$\int \partial\varpi\,.\,\text{cof.}\,(it + \varpi + A) = 0;$$

mais pour ne pas nous embarrasser ici dans des calculs inutiles, nous supposerons, conformément à ce qui a lieu dans la Nature, que i est à peu-près égal à n, en sorte qu'en cherchant à satisfaire à l'équation *(T)*, nous négligerons la différence $i - n$; cette équation deviendra ainsi,

$$\begin{aligned} & n^2 x^3 . a . (3 - 4xx)^2 \\ = & \; lg z . x^2 . (1 - xx) . (3 - 4x^2) . (\tfrac{\partial\partial a'}{\partial x^2}) \\ & + lg z . x^3 . (\tfrac{-\partial a'}{\partial x}) . (5 - 4x^2) \\ & + lg z a' . [16x^2 . (1 - xx) - 3(3 - 4x^2)] \\ & + lg . (\tfrac{\partial z}{\partial x}) . (1 - xx) . (3 - 4x^2) . [x^2 (\tfrac{\partial a'}{\partial x}) + 2xa']; \end{aligned}$$

or on peut y satisfaire en supposant

$$a = f.\,\text{fin.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,\theta = fx\sqrt{(1 - xx)};$$

car alors, on a par l'*article XXIII,*

$$\frac{e}{g} = -\frac{4.\delta\pi}{5g}\,.fx.\sqrt{(1 - xx)} = \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\,.fx\sqrt{(1 - xx)};$$

l'équation $a' = a - \frac{e}{g} - \frac{K'}{g}\,.\,\text{fin.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,\theta$, donnera donc,

$$a' = [f.(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{K'}{g}]\,.x\sqrt{(1 - xx)}.$$

En ſuppoſant donc dans l'éqnation différentielle précédente, $z = x + \frac{q}{l} x^3$, & en y ſubſtituant ces valeurs de a & de a', on trouvera facilement qu'elles y ſatisfont, pourvu que l'on ait

$$f = \frac{2K'q}{2qg \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - n^2}.$$

Il ſuit de-là que la partie de l'expreſſion de y qui répond au terme K'. ſin. θ . coſ. θ . coſ. $(it + \varpi + A)$ de l'expreſſion de R, eſt à très-peu près,

$$\frac{2q}{2qg \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - n^2} \cdot K' \text{ſin.}\theta \cdot \text{coſ.}\theta \cdot \text{coſ.}(it + \varpi + A),$$

& ce réſultat eſt d'autant plus exact que i diffère moins de n.

Si l'on déſigne par $\Sigma . K'$ ſin. θ . coſ. θ . coſ. $(it + \varpi + A)$, la ſomme de tous les termes de la forme

$$K' \text{ ſin. } \theta \cdot \text{coſ. } \theta \cdot \text{ coſ. } (it + \varpi + A),$$

que donne le développement de R, & par Y, la partie de l'expreſſion de y, correſpondante à cette ſomme, on aura

$$Y = \frac{2q}{2qg \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - n^2} \cdot \Sigma . K' \cdot \text{ſin.}\theta \cdot \text{coſ.}\theta \cdot \text{coſ.}(it + \varpi + A);$$

or tous les termes de la forme

$$K' \cdot \text{ſin.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,(it + \varpi + A)$$

dans R, venant du développement de

$$2K \cdot \text{ſin.}\,\nu \cdot \text{coſ.}\,\nu \cdot \text{ſin.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,(nt + \varpi - \varphi),$$

on a

$$\Sigma \,.\, K' \,.\, \text{ſin. } \theta \,.\, \text{coſ. } \theta \,.\, \text{coſ. } (it + \varpi + A)$$
$$= 2K \cdot \text{ſin.}\,\nu \cdot \text{coſ.}\,\nu \cdot \text{ſin.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,(nt + \varpi - \varphi);$$

donc

$$Y = \frac{4Kq \cdot \text{fin.}\, \nu \cdot \text{cof.}\, \nu \cdot \text{fin.}\, \theta \cdot \text{cof.}\, \theta}{2qg \cdot \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - n^2} \cdot \text{cof.}\, (nt + \varpi - \varphi),$$

équation à laquelle on feroit directement arrivé, en n'ayant point égard aux variations de K, ν & φ, & qui par cette raifon, eft d'autant plus exacte que ces variations font moindres dans un temps donné.

La valeur de Y eft la plus grande poffible, lorfque $nt + \varpi - \varphi$ eft égal à zéro, ou à 180^d, & par conféquent lorfque l'aftre attirant paffe au Méridien de l'endroit où l'on obferve, & fi la plus grande valeur pofitive de Y a lieu lors du paffage de l'aftre dans la partie fupérieure du Méridien, fa plus grande valeur négative aura lieu lors du paffage de l'aftre dans la partie inférieure du Méridien, & réciproquement. La différence de la plus grande valeur pofitive de Y, à fa plus grande valeur négative, ou, ce qui revient au même, le double de la plus grande valeur pofitive, donne conféquemment la différence des deux marées d'un même jour, qui fera d'autant plus grande que le coëfficient $\frac{4Kq \cdot \text{fin.}\, \nu \cdot \text{cof.}\, \nu \cdot \text{fin.}\, \theta \cdot \text{cof.}\, \theta}{2qg\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - n^2}$, fera plus confidérable; or les obfervations ayant fait voir que cette différence eft extrêmement petite, on doit en conclure que ce coëfficient eft très-petit lui-même, ce qui fuppofe à q une valeur nulle ou prefque nulle, & comme la profondeur de la mer eft égale à $l + q \cdot \text{fin.}\, \theta^2$, il en réfulte que pour fatisfaire aux phénomènes du flux & du reflux, cette profondeur doit être à très-peu-près conftante, ce qui s'accorde avec ce que nous avons trouvé dans l'*art. XIX*.

Il réfulte des obfervations faites dans nos Ports, que dans les fyzygies, la marée de deffus eft un peu plus grande en Été, & un peu moindre en Hiver, que celle de deffous, ce

qui demande que $\frac{q}{2qg\left(1-\frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)-n^2}$ ſoit une quantité poſitive; or le dénominateur $2qg\left(1-\frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)-n^2$, étant néceſſairement négatif à cauſe de la petiteſſe de q, le numérateur doit être pareillement négatif, ce qui ſemble indiquer, comme nous l'avons déjà obſervé dans l'*art. XIX*, que la mer eſt un peu plus profonde aux Pôles qu'à l'Équateur; mais la différence des deux marées d'un même jour n'étant tout au plus que $\frac{1}{16}$ de leur hauteur abſolue, eſt du même ordre que la différence $i - n$, que nous avons négligée dans l'équation *(Γ)*; il pourroit donc arriver qu'elle fut le réſultat de la petite correction qu'exige la ſuppoſition de $i = n$, dans le cas où la profondeur de la mer eſt conſtante. Un moyen très-ſimple de s'en aſſurer, eſt de calculer les différens termes de la valeur de Y, en ſuppoſant dans l'équation *(Γ)*, i quelconque par rapport à n, & $z = x + \frac{q}{l}x^3$; car nous avons vu que l'on pouvoit toujours avoir une expreſſion finie de ces termes, dans le cas où

$$q = \frac{2n^2}{g\left(1-\frac{3\delta}{(4r+5)\delta^{(1)}}\right)\cdot\left(2r^2+5r+3+\frac{n}{i}\right)};$$

or pour peu que r ſoit conſidérable, cette valeur de q ſe réduit à très-peu-près à zéro, & l'on a le cas d'une profondeur conſtante; mais il ſeroit inutile d'entreprendre ce calcul qui n'a d'autre difficulté que ſa longueur, parce que les petites corrections qui en réſulteroient, ſont du même ordre que celles qui ſont dûes au frottement & à la ténacité du fluide, auxquels il n'eſt pas poſſible d'avoir égard, vu l'impoſſibilité de connoître la loi de ces réſiſtances. Nous pourrons donc conſidérer dans la ſuite, ſans craindre aucune erreur ſenſible, la profondeur de la mer comme conſtante & égale à l; dans ce cas, on aura à très-peu-près $Y = 0$, &

$a' =$

$a' = -\frac{2K}{g}$. fin. ν. cof. ν. fin. θ. cof. θ; d'où l'on conclura par l'*art.* XXIV,

$$b = \frac{2K}{n^2} . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \text{fin.}\, \theta,$$

$$c = -\frac{2K}{n^2} . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \frac{\text{cof.}\, \theta}{\text{fin.}\, \theta};$$

il ſuit de-là que ſi l'on nomme u & U, les parties de u & de v, qui correſpondent aux termes de la ſeconde claſſe de l'expreſſion de R, on aura

$$u = \frac{2K}{n^2} . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \text{cof.}\, (nt + \varpi - \varphi),$$

$$U = -\frac{2K}{n^2} . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \frac{\text{cof.}\, \theta}{\text{fin.}\, \theta} . \text{fin.}\, (nt + \varpi - \varphi).$$

En conſidérant avec attention ces expreſſions de u & de U, il eſt aiſé de voir qu'en n'ayant égard qu'au terme $2K$. fin. ν. cof. ν. fin. θ. cof. θ. cof. $(nt + \varpi - \varphi)$ de l'expreſſion de R, & à la force que ce terme repréſente, les molécules fluides ſe mouvent à très-peu-près comme ſi elles étoient iſolées, en ſorte qu'elles n'ont aucune réaction ſenſible les unes ſur les autres. Imaginons en effet, une tranche de fluide compriſe entre deux Méridiens & deux parallèles infiniment proches; il eſt clair que la valeur de u étant la même pour toutes les molécules ſituées ſous le même Méridien, la largeur de la tranche dans ce ſens reſtera toujours la même; mais à meſure que le fluide coule vers l'Équateur, l'eſpace compris entre les deux Méridiens augmente, d'où il ſuit que la largeur de la tranche augmentant dans le ſens du parallèle, le fluide devroit s'abaiſſer, ſi en vertu de la vîteſſe des molécules de cette tranche dans le ſens du parallèle, les deux Méridiens qui la renferment ne tendoient pas à ſe rapprocher, & à diminuer ſa largeur dans le ſens de la longitude; or il eſt facile de s'aſſurer que la diminution que reçoit cette largeur par la valeur de U, eſt égale à l'augmentation qu'elle reçoit par le mouvement de la tranche vers l'Équateur; d'où il ſuit qu'elle eſt toujours conſtante

dans le ſens du parallèle, & qu'ainſi la hauteur de la tranche n'eſt point ſenſiblement altérée par le mouvement du fluide; c'eſt la raiſon pour laquelle, dans le cas où la profondeur de la mer eſt conſtante, la différence des deux marées d'un même jour eſt preſque inſenſible. Je me ſuis un peu étendu ſur ce phénomène, parce qu'il eſt très-important dans la théorie des marées, & que d'ailleurs il eſt entièrement contraire à la théorie connue du flux & du reflux de la mer; pour le faire ſentir d'une manière frappante, déterminons d'après cette théorie, pour la latitude de Breſt, qui eſt de $48^d\,22'\,55''$, la différence des deux marées d'un même jour, lorſque le Soleil & la Lune ont 20 degrés de déclinaiſon méridionale, & ſont en oppoſition ou en conjonction.

Si l'on prend pour unité la différence de la marée de deſſus à la baſſe mer, on aura par l'*article XIX*, ſuivant la théorie ordinaire, $1 + \frac{\text{ſin. } 40^d . \text{ ſin. } 83^d\,14'\,10''}{(\text{coſ. } 68^d\,22'\,55'')^2}$, pour la différence de la marée de deſſous à la baſſe mer: or, cette quantité étant égale à 5,703, il en réſulte que la différence de la marée de deſſous à la baſſe mer, eſt près de ſix fois plus grande que celle de la marée de deſſus à la baſſe mer, & cette différence ſeroit plus conſidérable encore, ſi le Soleil & la Lune avoient une plus grande déclinaiſon méridionale: cependant, une ſuite d'obſervations faites avec ſoin pendant pluſieurs années, donnent ces différences preſque égales pour les deux marées *(Voyez les Mémoires de l'Académie pour l'année 1714)*. M. Daniel Bernoulli, dans l'*article XI* de ſon excellente Pièce ſur le Flux & le Reflux de la Mer, cherche à rendre raiſon de cette égalité des deux marées d'un même jour, par le mouvement de rotation de la Terre, qui, ſuivant ce grand Géomètre, eſt trop rapide pour que les marées puiſſent s'accommoder aux réſultats de la théorie. Mais il ſuit de ce que nous avons dit dans l'*article XIX*, 1.° que malgré la rapidité du mouvement de rotation de la Terre, les deux marées d'un même jour pourroient

être fort inégales, si la mer n'avoit point par-tout la même profondeur; 2.° que dans le cas où elle a une profondeur constante, ces marées pourroient être encore très-inégales, si l'on supposoit la Terre immobile, en transportant en sens contraire, au Soleil & à la Lune, son mouvement angulaire de rotation; on pourroit cependant dire alors avec M. Bernoulli, que la rapidité du mouvement de ces deux astres empêche les marées de s'accommoder aux conclusions de la théorie: il me paroît résulter de ces considérations, qu'il n'y avoit qu'une explication fondée sur un calcul rigoureux tel que celui que nous avons donné dans l'*article XIX* & dans celui-ci, qui pût mettre à l'abri de toute objection à cet égard, le principe de la gravitation universelle.

XXVII.

Examen des termes de la troisième classe, & conjectures sur la profondeur moyenne de la mer.

LES termes de cette classe que renferme l'expression de R, & qui, comme nous l'avons vu, résultent du développement de $\frac{1}{2}K.\sin.\theta^2.\sin.\nu^2.\cos.(2nt + 2\varpi - 2\varphi)$, sont de la forme $K'.\sin.\theta^2.\cos.(it + 2\varpi + A)$; il faut donc supposer $s = 2$ dans l'équation *(T)* de l'*article XXIV*; or, si l'on y suppose comme dans les *articles précédens*,

$z = x + \frac{q}{l}x^3$, & que l'on fasse

$a = \sin.\theta^2.[p + p^{(1)}.\sin.\theta^2 + p^{(2)}.\sin.\theta^4 ... + p^{(r)}.\sin.\theta^{2r}]$;

il est aisé de s'assurer par un calcul analogue à celui de l'*article XXV*, qu'elle sera satisfaite, pourvu que l'on ait

$$q = \frac{2n^2}{g\left(1 - \frac{3\delta}{(4r+5)\delta^{(1)}}\right).\left[2r^2 + 5r + 3 + \frac{2n}{i}\right]},$$

ce qui s'accorde avec ce que nous avons trouvé d'une autre manière dans l'*article XVI*, & comme on a

$$\int \partial\varpi.\cos.(it + 2\varpi + A) = 0;$$

la condition d'une quantité de fluide toujours la même, est néceſſairement remplie.

En ſuppoſant r un nombre un peu conſidérable, on aura à très-peu-près, le cas d'une profondeur conſtante; ce dernier cas étant celui de la Nature, on peut donc déterminer d'une manière très-approchée, par la méthode précédente, les oſcillations de la mer dépendantes des termes de cette troiſième claſſe, quelles que ſoient la denſité δ & la profondeur l.

i différant très-peu de $2\,n$, on peut, comme nous l'avons fait dans l'*article précédent*, relativement aux termes de la ſeconde claſſe, n'avoir aucun égard aux variations de K, ν & φ dans le terme $\frac{1}{2}K.\text{ſin.}\,\theta^2.\text{ſin.}\,\nu^2.\text{coſ.}\,(2nt + 2\varpi - 2\varphi)$; on n'aura ainſi qu'une ſeule valeur de a à calculer, & l'expreſſion de y, correſpondante à ce terme, ſera $a.\text{coſ.}\,(2nt + 2\varpi - 2\varphi)$; elle ſera à ſon *maximum* lorſque $2\,nt + 2\varpi - 2\varphi$ ſera égal à zéro, ou à 180^d; d'où il ſuit que ſi la plus grande valeur poſitive a lieu lors du paſſage de l'aſtre par le Méridien, ſa plus grande valeur négative aura lieu environ ſix heures après: le double $2\,a$ de la plus grande valeur poſitive de cette expreſſion, donnera donc la différence de la haute à la baſſe mer. Or, ſi la profondeur l influoit d'une manière ſenſible ſur la valeur de a, on pourroit par des obſervations exactes ſur les marées, faites dans les mers libres & loin des continens, déterminer avec aſſez de préciſion, la profondeur moyenne de la mer ſur laquelle on n'a formé juſqu'ici que des conjectures vagues & incertaines: cette conſidération mérite d'autant plus d'attention, que nous n'avons peut-être que ce ſeul moyen pour connoître un élément auſſi important de la théorie de la Terre; c'eſt ce qui me détermine à donner ici le calcul des hauteurs des marées pour différentes profondeurs; je ferai, pour plus de ſimplicité, abſtraction de la denſité de la mer, parce qu'elle n'eſt pas bien connue, & que d'ailleurs, d'après les obſervations faites ſur les attractions des montagnes, elle paroît être beaucoup moindre que la denſité moyenne de la Terre, en ſorte qu'en la regardant

comme nulle, nos résultats s'éloigneront moins de la vérité, que les observations auxquelles on pourra les comparer, & qui dans les mers les plus libres, sont modifiées par un grand nombre de circonstances étrangères. Pour déterminer présentement le terme $a. \text{cos.} (2nt + 2\varpi - 2\varphi)$ de l'expression de y, qui correspond au terme

$$\frac{K}{2} . \text{sin.} \nu^2 . \text{sin.} \theta^2 \text{cos.} . (2nt + 2\varpi - 2\varphi)$$

de l'expression de R, on pourra faire usage de la méthode que nous avons indiquée ci-dessus; mais on peut le trouver plus simplement de la manière suivante. Pour cela, nous observerons que la supposition de $\delta = 0$, donne par l'*article XXIV*, $a^{\prime} = a - \frac{K}{2g} . \text{sin.} \nu^2 . \text{sin.} \theta^2$; de plus, l'hypothèse d'une profondeur constante revient à faire $z = x$ dans l'équation (T) du même *article;* si l'on y suppose ensuite $s = 2$ & $i = 2n$, & que pour abréger l'on fasse

$$\frac{2n^2}{g} = \mu, \ \& \ \frac{K . \text{sin.} \nu^2}{g} = \beta,$$

elle deviendra

$$0 = x^2 . (1 - x^2) . \left(\frac{\partial\partial a}{\partial x^2}\right) - x \left(\frac{\partial a}{\partial x}\right)$$
$$- 2a . (4 - x^2 - \mu x^4) + 4\beta x^2; \ (R)$$

pour satisfaire à cette équation, supposons

$$a = A + A^{(1)} . x^2 + A^{(2)} . x^4 + A^{(3)} . x^6 + \&c.$$

nous aurons généralement entre les coëfficiens

$$A^{(r+1)}, A^{(r)} \ \& \ A^{(r-1)},$$

l'équation

$$0 = A^{(r+1)} . (2r^2 + 2r - 4) - A^{(r)} . (2r^2 - r - 1) + \mu A^{(r-1)}.$$

Cette équation est aux différences finies du second ordre, & l'on déterminera les deux constantes arbitraires de son intégrale, au moyen des valeurs de A & de $A^{(1)}$; or, la

ſubſtitution de l'expreſſion de a dans l'équation (R), donne $A = 0$, & $A^{(1)} = \frac{1}{2}\,\mathcal{C}$; il reſte préſentement à intégrer l'équation précédente, ce qui paroît très-difficile; nous nous bornerons ainſi à déterminer ſucceſſivement, au moyen de cette équation, les valeurs de $A^{(2)}$, $A^{(3)}$, &c.

En y faiſant $r = 1$, $A = 0$ & $A^{(1)} = \frac{1}{2}\,\mathcal{C}$, on trouve l'équation identique $0 = 0$; en y faiſant $r = 2$, on a $0 = 8\,A^{(3)} - 5\,A^{(2)} + \mu\,A^{(1)}$, équation au moyen de laquelle on détermineroit $A^{(3)}$, ſi l'on connoiſſoit $A^{(2)}$; ſi l'on fait $r = 3$, on aura $0 = 20\,A^{(4)} - 14\,A^{(3)} + \mu A^{(2)}$, équation au moyen de laquelle on détermineroit $A^{(4)}$, ſi l'on connoiſſoit $A^{(3)}$; on verra de la même manière que la connoiſſance de $A^{(5)}$ dépend de celle de $A^{(4)}$, & ainſi de ſuite à l'infini, d'où il ſemble impoſſible d'avoir la valeur de A; voici comme on peut réſoudre ce cas ſingulier qui peut ſe préſenter dans d'autres circonſtances.

Suppoſons que la ſuite $A + A^{(1)}.x^2 + A^{(2)}\,x^4 + A^{(3)}.x^6 +$ &c. ſe termine après le terme $A^{(r+1)}.x^{2r+2}$, ou ce qui revient au même, ſuppoſons $A^{(r+2)} = 0$, $A^{(r+3)} = 0$, $A^{(r+4)} = 0$, &c. nous aurons les équations

$$\left.\begin{array}{l}
0 = 8\,A^{(3)} - 5\,A^{(2)} + \mu\,A^{(1)}, \\
0 = 20\,A^{(4)} - 14\,A^{(3)} + \mu\,A^{(2)}, \\
0 = 36\,A^{(5)} - 27\,A^{(4)} + \mu\,A^{(3)}, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
0 = A^{(r+1)}.[2.(r-1)^2 + 6.(r-1)] \\
\qquad - A^{(r)}.[2.(r-1)^2 + 3.(r-1)] + \mu A^{(r-1)} \\
0 = -A^{(r+1)}.[2r^2 + 3r] + \mu.A^{(r)}, \\
0 = \mu\,A^{(r+1)};
\end{array}\right\}\;(f)$$

en faiſant abſtraction de la dernière de ces équations, on aura un nombre r d'équations au moyen deſquelles on pourra déterminer les r quantités $A^{(2)}$, $A^{(3)}$, $A^{(4)} \ldots A^{(r+1)}$, & ſi l'on ſuppoſe

$$\mu^{(r)} = 2r^2 + 3r,$$

$$\mu^{(r-1)} = 2.(r-1)^2 + 3.(r-1) - 2\mu.\frac{[(r-1)^2 + 3(r-1)]}{\mu^{(r)}},$$

$$\mu^{(r-2)} = 2.(r-2)^2 + 3.(r-2) - 2\mu.\frac{[(r-2)^2 + 3(r-2)]}{\mu^{(r-1)}},$$

$$\mu^{(r-3)} = 2.(r-3)^2 + 3.(r-3) - 2\mu.\frac{[(r-3)^2 + 3(r-3)]}{\mu^{(r-2)}},$$

&c.

on aura $A^{(r+1)} = \frac{\mu}{\mu^{(r)}}.A^{(r)}$; $A^{(r)} = \frac{\mu}{\mu^{(r-1)}}.A^{(r-1)}$;

$A^{(r-1)} = \frac{\mu}{\mu^{(r-2)}}.A^{(r-2)}; \ldots A^{(2)} = \frac{\mu}{\mu^{(1)}}.A^{(1)} = \frac{\mu \mathfrak{C}}{2\mu^{(1)}}$;

on aura donc,

$$A^{(3)} = \frac{\mu^2.\mathfrak{C}}{2\mu^{(1)}.\mu^{(2)}};\ A^{(4)} = \frac{\mu^3.\mathfrak{C}}{2\mu^{(1)}.\mu^{(2)}.\mu^{(3)}};$$

$$A^{(5)} = \frac{\mu^4.\mathfrak{C}}{2\mu^{(1)}.\mu^{(2)}.\mu^{(3)}.\mu^{(4)}};\ \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$A^{(r+1)} = \frac{\mu^r.\mathfrak{C}}{2.\mu^{(1)}.\mu^{(2)}.\mu^{(3)}\ldots\ldots\mu^{(r)}}.$$ Ces valeurs de $A^{(2)}$, $A^{(3)}$, $A^{(4)}$, &c. ſatisfont aux équations *(f)*, ſi l'on excepte la dernière de ces équations; mais ſi l'on ajoutoit au ſecond membre de l'équation *(R)* le terme $\frac{-\mu^{r+1}.\mathfrak{C}.x^{2r+6}}{\mu^{(1)}.\mu^{(2)}\ldots\mu^{(r)}}$, il eſt viſible que cette dernière équation ſe changeroit dans la ſuivante,

$$o = \frac{-\mu^{r+1}.\mathfrak{C}}{2\mu^{(1)}.\mu^{(2)}\ldots\ldots\mu^{(r)}} + \mu A^{(r+1)},$$

ce qui donneroit pour $A^{(r+1)}$ la même valeur que précédemment; d'où il ſuit que l'équation finie

$$u = \tfrac{1}{2}\mathfrak{C}x^2 + A^{(2)}.x^4 + A^{(3)}.x^6 \ldots\ldots + A^{(r+1)}.x^{2r+2},$$

ſatisfait exactement à l'équation différentielle

$$0 = x^2(1 - xx).\left(\frac{\partial\partial a}{\partial x^2}\right) - x\left(\frac{\partial a}{\partial x}\right)$$

$$- 2a.[4 - x^2 - \mu x^4] + 4\mathcal{C}.x^2 - \frac{\mu^{r+1}.\mathcal{C}.x^{2r+6}}{\mu^{(1)}.\mu^{(2)}\ldots\mu^{(r)}}.$$

Si le terme $\frac{\mu^{r+1}.\mathcal{C}.x^{2r+6}}{\mu^{(1)}.\mu^{(2)}\ldots\ldots\mu^{(r)}}$ étoit extrêmement petit, on pourroit ſans erreur ſenſible, employer l'équation précédente au lieu de l'équation *(R)*, & l'erreur ſeroit d'autant moindre que ce terme ſeroit plus petit; or, quel que ſoit μ, il eſt facile de s'aſſurer que l'on peut toujours ſuppoſer à r une telle valeur que ce terme ſoit moindre qu'aucune grandeur donnée, en ſorte que $\frac{\mu^{r+1}}{\mu^{(1)}.\mu^{(2)}\ldots\ldots\mu^{(r)}}$ devient infiniment petit, lorſque r eſt infini.

Pour appliquer la théorie précédente à des profondeurs déterminées, nous choiſirons celles qui répondent à $\mu = 20$, $\mu = 10$, $\mu = 5$, & $\mu = \frac{5}{2}$; μ étant égal à $\frac{2n^2}{lg}$, la profondeur l de la mer ſera dans ces quatre hypothèſes, $\frac{n^2}{10g}$, $\frac{n^2}{5g}$, $\frac{2n^2}{5g}$, $\frac{4n^2}{5g}$; or on a, comme l'on ſait, $\frac{n^2}{g} = \frac{1}{289}$, & le rayon de la Terre que nous avons pris juſqu'ici pour unité, eſt de 1445 lieues, à raiſon de 13573 pieds, ou d'environ 2262 toiſes par lieue; d'où il ſuit que la profondeur de la mer relative aux quatre valeurs précédentes de μ, eſt de $\frac{1}{2}$ lieue, de 1 lieue, de 2 lieues & de 4 lieues; conſidérons d'abord le cas de $\mu = 20$, ou d'une demi-lieue de profondeur.

Si l'on ſuppoſe $r = 12$, ou ce qui revient au même, ſi l'on conſidère treize termes de la ſuite

$$A^{(1)}.x^2 + A^{(2)}.x^4 + A^{(3)}.x^6 + \&c.$$

on

on trouvera

$A^{(1)} = 0,5 . \beta$; $A^{(2)} = 10,0931 . \beta$;
$A^{(3)} = 5,0582 . \beta$; $A^{(4)} = - 6,5523 . \beta$;
$A^{(5)} = - 7,7244 . \beta$; $A^{(6)} = - 3,7290 . \beta$;
$A^{(7)} = - 1,0987 . \beta$; $A^{(8)} = - 0,2251 . \beta$;
$A^{(9)} = - 0,03434 . \beta$; $A^{(10)} = - 0,004078 . \beta$;
$A^{(11)} = - 0,0003889 . \beta$; $A^{(12)} = - 0,00003039 . \beta$
$A^{(13)} = - 0,000001876 . \beta$.

Le terme $\frac{-\mu^{r+1} . \beta . x^{2r+6}}{\mu^{(1)} . \mu^{(2)} \ldots . \mu^{(r)}}$, qu'il ſaudroit ajouter à l'équation différentielle *(R)*, pour que l'équation

$$a = A^{(1)} . x^2 + A^{(2)} . x^4 + A^{(3)} . x^6 \ldots . + A^{(13)} . x^{26},$$

y ſatisfît exactement, étant égal à $- 2 \mu A^{(r+1)} . x^{2r+6}$, eſt conſéquemment égal à $- 0,00007504 \beta . x^{30}$; or, ce terme étant exceſſivement petit par rapport à $4 \beta . x^2$, peut ſans erreur ſenſible, être ajouté à l'équation *(R)*, en ſorte que l'on doit regarder comme très-approchée, la valeur ſuivante de *a*,

$$a = \beta . \text{ſin.}\, \theta^2 . \left\{ \begin{array}{l} 0,5 + 10,0931 . \text{ſin.}\, \theta^2 + 5,0582 . \text{ſin.}\, \theta^4 \\ \quad - 6,5523 . \text{ſin.}\, \theta^6 - 7,7244 . \text{ſin.}\, \theta^8 \\ \quad - 3,7290 . \text{ſin.}\, \theta^{10} - 1,0987 . \text{ſin.}\, \theta^{12} \\ \quad - 0,2251 . \text{ſin.}\, \theta^{14} - 0,03434 . \text{ſin.}\, \theta^{16} \\ \quad - 0,004078 . \text{ſin.}\, \theta^{18} - 0,0003889 . \text{ſin.}\, \theta^{20} \\ - 0,00003039 . \text{ſin.}\, \theta^{22} - 0,000001876 . \text{ſin.}\, \theta^{24} \end{array} \right\}$$

On peut même négliger dans les coëfficiens numériques des dernières puiſſances de ſin. θ, les chiffres qui occupent après la virgule, la cinquième place & les ſuivantes, parce que dans le calcul des coëfficiens des premières puiſſances de ſin. θ, nous n'avons porté l'exactitude, que juſqu'aux dix millièmes incluſivement, ce qui eſt plus que ſuffiſant dans ces recherches.

Si l'on se rappelle maintenant ce que nous avons dit dans les *articles XXV & XXVI*, il est aisé d'en conclure, que l'on a généralement dans la supposition de $\delta = 0$,

$$\alpha y = \frac{\alpha K}{g} \cdot (\text{cos. } v^2 - \tfrac{1}{2} \text{sin. } v^2) \cdot \frac{(1 + 3 \text{ cos. } 2\theta)}{6}$$
$$+ \alpha a \cdot \text{cos. } (2nt + 2\varpi - 2\varphi);$$

or, en supposant que les quantités K, v & φ sont relatives au Soleil, & que h exprime sa moyenne distance à la Terre, & mt son moyen mouvement, on a par la théorie des forces centrifuges, $\frac{S}{h^3} = m^2$; partant

$$\frac{3S}{2h^3 \cdot g} = \frac{3n^2}{2g} \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{3}{2 \cdot 289 \cdot (365,3)^2} = 0,0000000388g.$$

Cette quantité est une fraction du rayon de la Terre que nous avons pris pour unité; pour la réduire en pieds, il faut donc la multiplier par le nombre de pieds que renferme ce rayon, c'est-à-dire, par 1445×13573 pieds; on aura ainsi $\frac{3S}{2h^3 \cdot g} = \frac{\alpha K}{g} = 0^p,7629$; & il faudra faire varier cette quantité réciproquement comme le cube de la distance actuelle du Soleil à la Terre, au cube de sa moyenne distance.

Si l'on nomme ensuite e, le rapport de la masse de la Lune divisée par le cube de sa moyenne distance à la Terre, à la masse du Soleil divisée par le cube de sa moyenne distance, on aura pour la Lune $\frac{\alpha K}{g} = e \cdot 0^p,7629$, quantité qu'il faudra faire varier encore réciproquement comme le cube de la distance actuelle de la Lune, au cube de sa moyenne distance; il suit de-là, que si l'on désigne par v' & φ' pour la Lune, les quantités que nous avons nommées v & φ pour le Soleil, on aura en vertu des actions réunies de ces deux astres, dans le cas où la mer n'a qu'une demi-lieue de profondeur, & où par conséquent $\mu = 20$.

$$\alpha y = 0^p,7629 \cdot \left(\frac{1 + 3 \cdot \text{cof.}\, 2\theta}{6}\right) \cdot \left[\text{cof.}\, \nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{fin.}\, \nu^2 + e \cdot \left(\text{cof.}\, \nu'^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{fin.}\, \nu'^2\right)\right]$$

$$+ 0^p,7629 \cdot \text{fin.}\, \theta^2 \cdot \left\{\begin{array}{l} 0,5 + 10,0931 \cdot \text{fin.}\, \theta^2 \\ \quad + 5,0582 \cdot \text{fin.}\, \theta^4 \\ \quad - 6,5523 \cdot \text{fin.}\, \theta^6 \\ \quad - 7,7244 \cdot \text{fin.}\, \theta^8 \\ \quad - 3,7290 \cdot \text{fin.}\, \theta^{10} \\ \quad - 1,0987 \cdot \text{fin.}\, \theta^{12} \\ \quad - 0,2251 \cdot \text{fin.}\, \theta^{14} \\ \quad - 0,0343 \cdot \text{fin.}\, \theta^{16} \\ \quad - 0,00408 \cdot \text{fin.}\, \theta^{18} \\ \quad - 0,00039 \cdot \text{fin.}\, \theta^{20} \\ \quad - 0,00003 \cdot \text{fin.}\, \theta^{22} \end{array}\right\} \cdot \left\{\begin{array}{c} e \cdot \text{fin.}\, \nu'^2 \\ \cdot\, \text{cof.}\, (2nt + 2\varpi - 2\varphi') \\ + \text{fin.}\, \nu^2 \\ \cdot\, \text{cof.}\, (2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{array}\right\}$$

Si l'on ſuppoſe le Soleil & la Lune dans leurs moyennes diſtances à la Terre, & en oppoſition, ou en conjonction dans le plan de l'Équateur; ſi de plus, on fait avec M. Daniel Bernoulli, $e = \frac{5}{2}$, on trouve $19^p,85$, pour la différence de la haute à la baſſe mer à l'Équateur; mais une ſingularité très-remarquable, eſt que la baſſe mer a lieu lorſque les deux aſtres ſont dans le Méridien, & la haute mer lorſqu'ils ſont à l'horizon, en ſorte que l'Océan s'abaiſſe à l'Équateur, ſous l'aſtre qui l'attire: en avançant de l'Équateur vers les Pôles, on trouve que vers le ſeizième degré de latitude tant boréale qu'auſtrale, la différence de la haute à la baſſe mer eſt nulle; d'où il ſuit que dans toute la zone compriſe entre les deux parallèles de 16 degrés, la baſſe mer a lieu lors du paſſage des aſtres par le Méridien, & qu'au-delà de ces parallèles, la haute mer a lieu à ce même inſtant.

En comparant ces réſultats aux obſervations, on voit qu'il eſt impoſſible de les admettre; car d'un côté, la différence entre la haute & la baſſe mer dans les ſyzygies, eſt moindre que $19^p,85$, dans les mers libres ſituées ſous l'Équateur;

& d'un autre côté, le moment de la haute mer approche beaucoup plus de l'inſtant du midi, que de celui où le Soleil eſt à l'horizon. Nous pouvons donc aſſurer que la profondeur moyenne de la mer, n'eſt pas d'une demi-lieue.

Dans le cas de $\mu = 10$, & par conſéquent d'une lieue de profondeur, on trouvera par un calcul analogue au précédent,

$$\alpha y = 0^p,7629 \cdot \left(\frac{1 + 3 \cdot \cos. 2\theta}{6}\right) \cdot \left[\cos. v^2 - \tfrac{1}{2}\sin. v^2 + e \cdot \left(\cos. v'^2 - \tfrac{1}{2}\sin. v'^2\right)\right]$$

$$+ 0^p,7629 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \left\{\begin{matrix} 0,5 - 0,1245 \cdot \sin. \theta^2 \\ - 0,7028 \cdot \sin. \theta^4 \\ - 0,4297 \cdot \sin. \theta^6 \\ - 0,1270 \cdot \sin. \theta^8 \\ - 0,0231 \cdot \sin. \theta^{10} \\ - 0,00288 \cdot \sin. \theta^{12} \\ - 0,00026 \cdot \sin. \theta^{14} \\ - 0,00002 \cdot \sin. \theta^{16} \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} e \cdot \sin. v'^2 \\ \cdot \cos. (2nt + 2\varpi - 2\varphi') \\ + \sin. v^2 \\ \cdot \cos. (2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{matrix}\right\}$$

En ſuppoſant le Soleil & la Lune dans leurs moyennes diſtances, & en oppoſition ou en conjonction dans le plan de l'Équateur, & faiſant comme ci-deſſus, $e = \frac{5}{2}$, on trouve $4^p,86$, pour la différence de la haute à la baſſe mer à l'Équateur. L'inſtant de la baſſe mer, eſt celui du midi, depuis l'Équateur juſqu'au trente-ſeptième degré de latitude, tant boréale qu'auſtrale où la différence de la haute à la baſſe mer eſt nulle, & au-delà duquel l'inſtant de la haute mer arrive à midi; or ces réſultats étant contraires aux obſervations, on peut en conclure que la profondeur moyenne de la mer, n'eſt pas d'une lieue.

Dans le cas de $\mu = 5$, ou d'une profondeur de deux lieues, on trouvera

$$\alpha y = 0^p,7629 \cdot \left(\frac{1+3.\text{cos}.2\theta}{6}\right) \cdot \left[\text{cos}.v^2 - \tfrac{1}{2}\text{sin}.v^2 + e \cdot \left(\text{cos}.v'^2 - \tfrac{1}{2}\text{sin}.v'^2\right)\right]$$

$$\pm 0^p,7629 \cdot \text{sin}.\theta^2 \cdot \left\{\begin{matrix} 0,5 + 3,0980 \cdot \text{sin}.\theta^2 \\ + 1,6237 \cdot \text{sin}.\theta^4 \\ + 0,3619 \cdot \text{sin}.\theta^6 \\ + 0,04596 \cdot \text{sin}.\theta^8 \\ + 0,00379 \cdot \text{sin}.\theta^{10} \\ + 0,000211 \cdot \text{sin}.\theta^{12} \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} e \cdot \text{sin}.v'^2 \\ \cdot \text{cos}.(2nt + 2\varpi - 2\varphi') \\ + \text{sin}.v^2 \\ \cdot \text{cos}.(2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{matrix}\right\}$$

Et l'on aura dans les mêmes ſuppoſitions que ci-deſſus, $30^p,09$, pour la différence de la haute à la baſſe mer à l'Équateur; mais ici l'inſtant de la haute mer, eſt pour tous les climats celui du paſſage des aſtres par le Méridien. La différence $30^p,09$, étant beaucoup plus grande que ſuivant les obſervations, on ne peut ſuppoſer à la mer une profondeur moyenne de deux lieues.

Enfin dans le cas de $\mu = \frac{5}{2}$, ou d'une profondeur de quatre lieues, on trouvera

$$\alpha y = 0^p,7629 \cdot \left(\frac{1+3.\text{cos}.2\theta}{6}\right) \cdot \left[\text{cos}.v^2 - \tfrac{1}{2}\text{sin}.v^2 + e \cdot \left(\text{cos}.v'^2 - \tfrac{1}{2}\text{sin}.v'^2\right)\right]$$

$$\pm 0^p,7629 \cdot \text{sin}.\theta^2 \cdot \left\{\begin{matrix} 0,5 + 0,3752 \cdot \text{sin}.\theta^2 \\ + 0,0783 \cdot \text{sin}.\theta^4 \\ + 0,00787 \cdot \text{sin}.\theta^6 \\ + 0,00047 \cdot \text{sin}.\theta^8 \\ + 0,00002 \cdot \text{sin}.\theta^{10} \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} e \cdot \text{sin}.v'^2 \\ \cdot \text{cos}.(2nt + 2\varpi - 2\varphi') \\ + \text{sin}.v^2 \\ \cdot \text{cos}.(2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{matrix}\right\}$$

L'inſtant de la haute mer eſt ici comme dans le cas précédent, celui du paſſage des aſtres par le Méridien, & l'on trouve dans les mêmes ſuppoſitions que ci-deſſus, $5^p,137$, pour la différence de la haute à la baſſe mer à l'Équateur. Ces réſultats étant aſſez conformes à ce que l'on obſerve, nous n'avons aucune raiſon de rejeter une profondeur moyenne de quatre lieues; mais ſi la différence $5^p,137$, paroiſſoit trop conſidérable, il faudroit admettre alors une

profondeur plus grande que quatre lieues; car en augmentant la profondeur de la mer, ou ce qui revient au même, en diminuant la valeur de μ, on a de plus petites marées. Pour le faire voir, considérons la loi des valeurs de $\mu^{(r)}$, $\mu^{(r-1)}$, $\mu^{(r-2)}$, &c; il est facile d'en conclure que si dans le cas de $\mu = i$, toutes ces valeurs sont positives, jusqu'à $\mu^{(r-i)}$ inclusivement; dans le cas de $\mu = i - f$, elles seront encore positives & plus grandes que dans le premier cas, si l'on excepte cependant la valeur de $\mu^{(r)}$, qui dans ces deux cas est égale à $2r^2 + 3r$; car $\mu^{(r-1)}$, par exemple, étant égal à $2(r-1)^2 + 3.(r-1) - 2\mu. \frac{[(r-1)^2 + 3.(r-1)]}{\mu^{(r)}}$,

augmente lorsque μ diminue, puisque la partie négative $- 2\mu \frac{[(r-1)^2 - 3.(r-1)]}{\mu^{(r)}}$, est d'autant moindre que μ est plus petit; il suit de-là que les valeurs de $\mu^{(r)}$, $\mu^{(r-1)}$, $\mu^{(r-2)}$, &c. ayant été trouvées positives dans le cas de $\mu = 5$; lorsque μ sera moindre que 5, ces valeurs seront encore positives, & deviendront d'autant plus considérables que μ sera plus petit, & comme on a $A^{(1)} = \frac{1}{2}6$; $A^{(2)} = \frac{\mu}{2\mu^{(1)}} .6$;

$A^{(3)} = \frac{\mu^2}{2\mu^{(1)}.\mu^{(2)}} .6$, &c. & $a = A^{(1)}.x^2 + A^{(2)}.x^4 + A^{(3)}.x^6 +$ &c. il est clair que tant que μ sera égal, ou au-dessous de 5, ou ce qui est la même chose, tant que la profondeur moyenne de la mer sera égale ou au-dessus de deux lieues, la valeur de a, dont dépend la différence de la hauteur des marées, sera positive, & deviendra plus petite lorsque cette profondeur sera plus grande; mais cette diminution de la valeur de a, a des limites; car dans le cas de μ infiniment petit, on auroit $a = \frac{1}{2}6 . x^2$, ce qui donneroit à l'Équateur dans les pleines & nouvelles Lunes des équinoxes, 2P,67, pour la différence de la haute à la basse mer : or cette différence

eſt *(art. XIX)* celle que donne la théorie ordinaire.

Il réſulte des calculs précédens, que la profondeur de la mer influe d'une manière très-ſenſible ſur la hauteur des marées, & qu'elles ſont ſuſceptibles à l'Équateur de toutes les variétés poſſibles, par la ſeule variation de cette profondeur; nous allons déterminer ici ces variétés pour toutes les valeurs de μ compriſes entre $\mu = 20$, & $\mu = 0$, ou ce qui revient au même, pour toutes les profondeurs de la mer, égales ou plus grandes qu'une demi-lieue.

Pour cela, nous obſerverons d'abord que ſi l'on nomme B & $B^{(1)}$, les valeurs de a & de $\left(\frac{\partial a}{\partial x}\right)$ à l'Équateur, ou lorſque $x = 1$, l'équation *(R)* donnera en faiſant $x = 1$,

$$-B^{(1)} - 2B.(3 - \mu) + 4\mathfrak{G} = 0; \quad (i)$$

Nous obſerverons enſuite que dans le cas où $\mu = 20$, toutes les valeurs de $\mu^{(r)}$ ſont poſitives, excepté celles de $\mu^{(3)}$, & c'eſt pour cela que les valeurs de $A^{(r)}$ ſont toutes négatives lorſque r eſt plus grand que 3; donc ſi $\mu = 20 - f$, toutes les valeurs de $\mu^{(r)}$, au-deſſus de $\mu^{(3)}$, ſeront poſitives & plus grandes que lorſque $\mu = 20$; or on a

$$\mu^{(3)} = 27 - \frac{36.(20-f)}{\mu^{(4)}},$$

$$\mu^{(2)} = 14 - \frac{20.(20-f)}{\mu^{(3)}},$$

$$\mu^{(1)} = 5 - \frac{8\,(20-f)}{\mu^{(2)}} = 5 - \frac{8}{\frac{14}{20-f} - \frac{20}{\mu^{(3)}}};$$

cela poſé, ſi lorſque $\mu = 20 - f$, $\mu^{(3)}$ eſt négatif, il ſera moindre que dans le cas de $\mu = 20$, car $\mu^{(4)}$ étant poſitif & plus grand dans le premier de ces deux cas que dans le ſecond, la partie négative $- 36.\frac{(20-f)}{\mu^{(4)}}$ ſera moindre dans le premier cas. La valeur de $\mu^{(2)}$ ſera alors évidemment poſitive dans les deux cas; celle de $\mu^{(1)}$ ſera pareillement

poſitive, ca rla quantité négative $\frac{-8}{\frac{14}{20-f} - \frac{20}{\mu^{(3)}}}$, eſt viſiblement moindre dans le cas de $\mu = 20 - f$, que dans le cas de $\mu = 20$; donc la valeur de $\mu^{(1)}$ étant poſitive dans ce dernier cas, elle le ſera à plus forte raiſon dans le premier.

Si lorſque $\mu = 20 - f$, $\mu^{(3)}$ eſt poſitif, & $\mu^{(2)}$ négatif, il eſt clair que $\mu^{(1)}$ ſera poſitif; d'où il ſuit généralement que μ étant égal ou au-deſſous de 20, il ne peut y avoir qu'une ſeule des valeurs de $\mu^{(r)}$ négative, & cette valeur ne peut être que $\mu^{(1)}$, $\mu^{(2)}$, ou $\mu^{(3)}$; l'expreſſion de a ne peut donc être alors que de l'une des quatre formes ſuivantes,

$$a = \tfrac{1}{2} \mathcal{C}.x^2 + f.x^4 + f^{(1)}.x^6 - f^{(2)}.x^8 - f^{(3)}.x^{10} - \&c.$$
$$a = \tfrac{1}{2} \mathcal{C}.x^2 + f.x^4 - f^{(1)}.x^6 - f^{(2)}.x^8 - f^{(3)}.x^{10} - \&c.$$
$$a = \tfrac{1}{2} \mathcal{C}.x^2 - f.x^4 - f^{(1)}.x^6 - f^{(2)}.x^8 - f^{(3)}.x^{10} - \&c.$$
$$a = \tfrac{1}{2} \mathcal{C}.x^2 + f.x^4 + f^{(1)}.x^6 + f^{(2)}.x^8 + f^{(3)}.x^{10} + \&c.$$

f, $f^{(1)}$, $f^{(2)}$, &c. étant des quantités poſitives.

Dans tout l'intervalle compris entre $\mu = 20$ & $\mu = 10$, les trois premières formes peuvent avoir lieu; lorſque $\mu = 10$, toutes les valeurs de $\mu^{(r)}$ ſont poſitives, excepté $\mu^{(1)}$, & par cette raiſon l'expreſſion de a eſt dans ce cas de la troiſième forme; les expreſſions de a correſpondantes aux valeurs de μ compriſes entre 10 & 5, ne peuvent donc être que de la troiſième ou de la quatrième forme, & comme dans le cas de $\mu = 5$, toutes les valeurs de $\mu^{(r)}$ ſont poſitives, elles le ſeront encore dans tout l'intervalle compris entre $\mu = 5$ & $\mu = 0$, & l'expreſſion de a ſera de la quatrième forme.

Préſentement, il eſt viſible que ſi l'on ſuppoſe $B^{(1)} = 6B - 2D$, D ſera néceſſairement négatif dans le cas des deux premières formes; en ſubſtituant cett valeur de $B^{(1)}$, dans l'équation (i), on aura $B = \frac{2\mathcal{C} + D}{6 - \mu}$; d'où il ſuit

que

que lorſque dans l'intervalle compris entre $\mu = 20$ & $\mu = 6$, la valeur de a eſt ſuſceptible de l'une des deux premières formes, B eſt négatif; mais dans ce cas l'Océan s'abaiſſe à l'Équateur ſous l'aſtre qui l'attire, en ſorte que l'inſtant de la baſſe mer eſt celui du paſſage de l'aſtre au Méridien; on doit donc exclure toutes les valeurs de μ compriſes entre 20 & 6, qui donneroient pour a une valeur de la première ou de la ſeconde forme.

Si l'on ſuppoſe $B^{(i)} = 2B - 2D$, D ſera néceſſairement négatif dans le cas de la troiſième forme; en ſubſtituant cette valeur de $B^{(i)}$ dans l'équation (i), on aura $B = \frac{2\,6 + D}{4 - \mu}$; d'où il ſuit que dans tous les cas où μ étant compris entre 20 & 4, a eſt de la troiſième forme, B eſt négatif, & qu'ainſi on doit exclure tous ces cas; μ étant plus grand que 5, ſi la valeur de a eſt de la quatrième forme, elle ſera, par ce qui précède, plus grande que dans le cas de $\mu = 5$, qui, comme nous l'avons vu, donne des marées beaucoup trop fortes; on doit donc généralement exclure toutes les valeurs de μ compriſes entre 20 & 5, & par conſéquent rejeter toutes les profondeurs intermédiaires entre une demi-lieue & deux lieues; au-deſſus de deux lieues, toutes les valeurs de a ſont poſitives, & les hauteurs des marées vont en diminuant à meſure que l'on fait croître la profondeur; en ſorte que dans la ſuppoſition de quatre lieues de profondeur moyenne, on n'a plus qu'environ cinq pieds de différence à l'Équateur entre la haute & la baſſe mer. Je n'ai point examiné le cas où μ eſt plus grand que 20, & où par conſéquent, l'Océan a moins d'une demi-lieue de profondeur, parce qu'il me paroît vraiſemblable que la mer ayant recouvert autrefois des montagnes fort élevées au-deſſus deſquelles elle a laiſſé des marques inconteſtables de ſon ſéjour, on ne peut lui ſuppoſer moins d'une demi-lieue de profondeur moyenne.

Suivant les obſervations faites dans les mers libres & loin des continens aux environs de l'Équateur, la hauteur des

marées n'excède pas cinq pieds; il y a même tout lieu de croire que ſans la réaction des continens, la pente des riv ges & mille autres cauſes dont l'effet eſt très-ſenſible ſur nos côtes, cette hauteur ſeroit moindre. On peut donc regarder au moins comme très-probable, que la profondeur moyenne de la mer n'eſt pas au-deſſous de quatre lieues; nous pourrions prononcer avec plus de certitude ſur cet objet important, ſi nous connoiſſions exactement le rapport de la denſité de la mer à la denſité moyenne de la Terre, & ſi nous avions un plus grand nombre d'obſervations faites avec ſoin dans la mer du Sud, & le plus loin qu'il eſt poſſible des continens; indépendamment de l'utilité dont elles nous ſeroient dans la diſcuſſion préſente, elles ſerviroient encore à nous éclairer ſur un phénomène des marées, dont la théorie ne peut rendre raiſon, & qui me paroît être l'effet des obſtacles que la mer éprouve dans ſes oſcillations. Il réſulte des formules précédentes, que dans les nouvelles & pleines Lunes, la haute mer doit arriver à midi, & que le temps des ſyzygies eſt celui où la différence de la haute à la baſſe mer eſt à ſon *maximum;* or on obſerve aſſez généralement que la haute mer n'arrive dans les ſyzygies qu'une heure ou deux après midi, & que les plus hautes marées n'ont lieu qu'un jour ou deux après les ſyzygies; on pourroit cependant juſtifier la théorie, en conſidérant que nos formules ne repréſentent que la partie des oſcillations de la mer qui eſt dûe à l'action du Soleil & de la Lune, & qu'il ſeroit poſſible en ayant égard aux oſcillations qui dépendent de l'état primitif de la mer, d'expliquer les retards que l'on obſerve dans les marées; mais en réfléchiſſant de nouveau ſur les raiſons qui m'ont déterminé à négliger ces oſcillations, il me paroît de plus en plus indubitable, que ſans l'action continue du Soleil & de la Lune, les eaux de la mer ſeroient depuis long-temps parvenues à l'etat d'équilibre, en vertu des frottemens & des réſiſtances en tout genre qu'elles éprouvent: il eſt donc extrêmement probable que ces retards ſont l'effet des obſtacles que les continens & les îles oppoſent aux oſcillations de la

mer, puiſque ſur nos côtes où l'influence de ces obſtacles eſt plus ſenſible, les retards des marées ſont très-variables d'un Port à l'autre, & qu'en général la théorie ſe rapproche d'autant plus des obſervations, qu'elles ont été faites dans des mers plus libres; d'ailleurs, les intervalles obſervés des marées ont à très-peu près avec les mouvemens du Soleil & de la Lune, le rapport que donne la théorie, ce qui ſeroit impoſſible, ſi la cauſe de ces retards étoit indépendante des mouvemens de ces Aſtres, & ſi elle n'étoit pas une modification de leur action ſur la mer.

XXVIII.

De l'équilibre ferme des Planètes.

Je terminerai ces recherches ſur le flux & le reflux de la mer, par quelques réflexions qu'elles m'ont donné lieu de faire ſur l'état d'équilibre que les Géomètres ont nommé *ferme*, dans la Théorie de la Figure de la Terre. Un ſyſtème de corps étant ſuppoſé en équilibre, ſi on le dérange infiniment peu de cet état d'une manière quelconque, l'état d'équilibre ſera ferme, toutes les fois que les différens corps du ſyſtème ne feront que des oſcillations infiniment petites autour de leurs points d'équilibre; d'où il ſuit que ſi l'on repréſente par x, y, z, x', y', z', &c. les coordonnées qui repréſentent la poſition de ces corps par rapport à ces points, leurs expreſſions doivent être dans le cas d'un équilibre ferme, des fonctions périodiques du temps t, ou au moins des fonctions de ce temps, telles qu'elles n'aillent pas en croiſſant à l'infini, & ſi l'une d'elles, par exemple z, renfermoit un terme proportionnel au temps, l'équilibre ne ſeroit ferme que par rapport aux autres variables. En partant de cette définition, déterminons quelles ſont les conditions qui rendent ferme, l'équilibre d'un fluide qui recouvre un ſphéroïde de révolution tournant ſur ſon axe.

Pour conſidérer cet objet avec toute la généralité dont il eſt ſuſceptible, il ſeroit néceſſaire de reprendre les équations

(6), (7) & (9) de l'*article XXII*, & de les intégrer généralement en y ſuppoſant $R = 0$, & en déterminant les fonctions arbitraires de leurs intégrales, de manière qu'elles ſatisfaſſent aux conditions de l'ébranlement primitif du fluide: mais l'intégration générale de ces équations étant impoſſible, au moins dans l'état actuel de l'analyſe; nous nous bornerons ici à examiner quelques cas particuliers fort étendus.

En faiſant $R = 0$, dans les équations (6), (7) & (9), elles deviendront

$$y \cdot \text{ſin.}\,\theta = -l \cdot \left(\frac{\partial \cdot (u\gamma \cdot \text{ſin.}\,\theta)}{\partial \theta}\right) - l\gamma \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta,$$

$$\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta \cdot \left(\frac{\partial D}{\partial \varpi}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) + \delta \cdot \left(\frac{\partial D}{\partial \varpi}\right);$$

pour les ſimplifier, nous ſuppoſerons l'ébranlement primitif tel que le fluide conſerve toujours la figure d'un ſolide de révolution, ce qui donne $\left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) = 0$; $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) = 0$, & $\left(\frac{\partial D}{\partial \varpi}\right) = 0$; nous ſuppoſerons enſuite que le ſolide recouvert par la mer eſt un ellipſoïde de révolution; la profondeur $l\gamma$ du fluide eſt alors égale à $l + q \cdot \text{ſin.}\,\theta^2$, q pouvant être poſitif ou négatif, mais devant être dans ce dernier cas, moindre que $-l$, autrement le fluide ne recouvriroit pas le ſphéroïde à l'Équateur; les trois équations précédentes ſe changeront ainſi dans les ſuivantes,

$$y \cdot \text{ſin.}\,\theta = -l \cdot \left(\frac{\partial \cdot (1 + \frac{q}{l} \cdot \text{ſin.}\,\theta^2)\, u \cdot \text{ſin.}\,\theta}{\partial \theta}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta\left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) \cdot \text{ſin.}\,\theta \cdot \text{coſ.}\,\theta = 0.$$

Il eſt aiſé de s'aſſurer par l'*article III*, que ces équations ſubſiſteroient encore dans le cas où v renfermeroit un terme

proportionnel au temps t, & par conséquent où $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$ renfermeroit un terme indépendant de t, mais que pour leur exactitude, il est nécessaire que $\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)$ & $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$ ne renferment aucun terme semblable. Pour satisfaire présentement à ces équations, supposons

$$y = a \,.\, e^{it} + a'; \quad D = fe^{it} + f';$$
$$u = b \,.\, e^{it} + b';$$
$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = c \,.\, e^{it} + c';$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité, & a, a', f, f', b, b', c, c' étant des fonctions de θ seul; on formera les cinq équations

$$a' \,.\, \text{sin.}\, \theta = -l \,.\, \frac{\partial \,.\, [b' \,\text{sin.}\, \theta\, (1 + \frac{q}{l} \,.\, \text{sin.}\, \theta^2)]}{\partial \theta},$$

$$-2nc' \,.\, \text{sin.}\, \theta \,.\, \text{cos.}\, \theta = -g \,.\, \left(\frac{\partial a'}{\partial \theta}\right) + \delta \,.\, \left(\frac{\partial f'}{\partial \theta}\right),$$

$$a \,.\, \text{sin.}\, \theta = -l \,.\, \frac{\partial \,.\, [b \,\text{sin.}\, \theta\, (1 + \frac{q}{l} \,.\, \text{sin.}\, \theta^2)]}{\partial \theta},$$

$$i^2 b - 2nc \,.\, \text{sin.}\, \theta \,.\, \text{cos.}\, \theta = -g \,.\, \left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + \delta \,.\, \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right),$$

$$c \,.\, \text{sin.}\, \theta^2 + 2nb \,.\, \text{sin.}\, \theta \,.\, \text{cos.}\, \theta = 0.$$

Au moyen des deux premières équations, on déterminera deux des trois quantités a', b' & c', lorsqu'on connoîtra la troisième; la cinquième équation donne $c = -2nb \,.\, \frac{\text{cos.}\, \theta}{\text{sin.}\, \theta}$; la troisième & la quatrième deviendront ainsi,

$$a \,.\, \text{sin.}\, \theta = -l \,.\, \frac{\partial\, [b \,.\, \text{sin.}\, \theta \,.\, (1 + \frac{q}{l}\, \text{sin.}\, \theta^2)]}{\partial \theta},$$

$$(i^2 + 4n^2 \,.\, \text{cos.}\, \theta^2) \,.\, b = -g \,.\, \left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + \delta \,.\, \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right).$$

Supposons que l'on ait déterminé a & b de manière à satisfaire à ces équations, on aura pour un temps quelconque t, les valeurs de y, u & $(\frac{\partial v}{\partial t})$, dans le cas où l'ébranlement primitif a été tel qu'à l'origine du mouvement, on ait eu, $y = a + a'$, $(\frac{\partial y}{\partial t}) = ia$, $u = b + b'$, $(\frac{\partial u}{\partial t}) = ib$,

$$(\frac{\partial v}{\partial t}) = c + c'.$$

Les équations précédentes ne renfermant que le carré de i, il est clair que l'on peut prendre i en $+$, ou en $-$, en sorte que l'on peut supposer

$$y = a\,.\,(e^{it} + \mathit{6}e^{-it}) + a',$$
$$u = b\,.\,(e^{it} + \mathit{6}e^{-it}) + b',$$
$$(\frac{\partial v}{\partial t}) = c\,.\,(e^{it} + \mathit{6}e^{-it}) + c';$$

$\mathit{6}$ étant un coëfficient quelconque indépendant de θ & de t; ce sont les valeurs de y, u, $(\frac{\partial v}{\partial t})$, qui conviennent au fluide dans le cas où l'on a à l'origine du mouvement, $y = a\,.\,(1 + \mathit{6}) + a'$, $(\frac{\partial y}{\partial t}) = ia\,.\,(1 - \mathit{6})$, $u = b\,.\,(1 + \mathit{6}) + b'$, $(\frac{\partial u}{\partial t}) = ib\,.\,(1 - \mathit{6})$, $(\frac{\partial v}{\partial t}) = c.(1 + \mathit{6}) + c'$; si l'on vouloit qu'à cette origine, $(\frac{\partial y}{\partial t})$, $(\frac{\partial u}{\partial t})$ & $(\frac{\partial v}{\partial t})$ fussent zéro, il faudroit supposer $\mathit{6} = 1$, & $c' = -2c$.

La stabilité de l'équilibre exige en général que i^2 soit une quantité négative; car il est aisé de s'assurer par la théorie connue des exponentielles, que les valeurs précédentes de y, u & $(\frac{\partial v}{\partial t})$ ne renfermeront alors que des sinus & des cosinus

du temps t, & feront par conféquent des fonctions périodiques de ce temps, au lieu que i^2 étant pofitif, ces valeurs renfermeront des quantités exponentielles qui peuvent croître à l'infini, & les ofcillations du fluide cefferont d'être infiniment petites; il faut cependant excepter le cas où i^2 étant pofitif, on fuppoferoit i négatif, & $\zeta = 0$; car alors la quantité exponentielle e^{it} iroit toujours en diminuant, & le fluide approcheroit fans ceffe de l'état d'équilibre.

Lorfque i^2 eft négatif, les valeurs précédentes de y & de u font à la vérité périodiques, & l'équilibre eft fermé relativement à ces valeurs, mais il ne l'eft par rapport à v, que dans le cas où $c' = 0$, ce qui fuppofe à l'origine du mouvement, $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = c \cdot (1 + \zeta)$, en forte que la ftabilité de l'équilibre par rapport à v, exige une certaine vîteffe initiale aux molécules fluides, dans le fens de la longitude. Au refte, on peut dans la recherche de la figure des Planètes, fe contenter d'un équilibre ferme relativement à y, u & $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$, parce que la ftabilité de l'équilibre par rapport à la figure, ne dépend que de y. Appliquons maintenant l'analyfe précédente à quelques cas particuliers.

Le plus fimple de tous eft celui dans lequel on fuppofe $a = h \cdot \text{cof.}\, \theta$; on trouvera facilement dans ce cas par l'*art. XXIII*, $\delta f = \frac{4}{3} \pi \delta \cdot h \cdot \text{cof.}\, \theta = g \cdot \frac{\delta}{\delta^{(1)}} \cdot h \cdot \text{cof.}\, \theta$, g étant, comme on l'a vu précédemment, égal à $\frac{4}{3} \pi \cdot \delta^{(1)}$; l'équation $(i^2 + 4n^2 \cdot \text{cof.}\, \theta^2) \cdot b = -g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + \delta\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)$, donnera donc, $b = \frac{g\left(1 - \frac{\delta}{\delta^{(1)}}\right) \cdot h \cdot \text{fin.}\, \theta}{i^2 + 4n^2 - 4n^2 \cdot \text{fin.}\, \theta^2}$, & l'équation $a \cdot \text{fin.}\, \theta = - l \cdot \frac{\partial \cdot \left[b \cdot \text{fin.}\, \theta \cdot \left(1 + \frac{q}{l} \cdot \text{fin.}\, \theta^2\right)\right]}{\partial \theta}$;

donnera

$$\text{fin.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,\theta = \frac{-lg.(1-\frac{\delta}{\delta^{(1)}})}{i^2+4n^2}\,.\,\frac{\partial\left[\frac{\text{fin.}\,\theta^2.\,(1+\frac{q}{l}\,.\,\text{fin.}\,\theta^2)}{1-\frac{4n^2}{i^2+4n^2}\,.\,\text{fin.}\,\theta^2}\right]}{\partial\theta}$$

Cette équation ne peut visiblement avoir lieu que dans le cas où $\frac{q}{l} = -\frac{4n^2}{i^2+4n^2}$, & alors elle donnera

$$1 = -\frac{2lg.(1-\frac{\delta}{\delta^{(1)}})}{i^2+4n^2}, \text{ d'où l'on tire } q = \frac{2n^2}{g(1-\frac{\delta}{\delta^{(1)}})},$$

& ce n'est que dans le cas où q a cette valeur, que l'expression de a est susceptible de la forme $h\,.\,\text{cof.}\,\theta$; si l'on veut que l'équilibre soit ferme relativement à v, on sera $c' = 0$, partant $a' = 0$, & $b' = 0$; on aura ainsi

$$y = h\,.\,\text{cof.}\,\theta\,.\,(e^{it}+\mathcal{C}e^{-it}),$$

$$u = \frac{g\,.\,(1-\frac{\delta}{\delta^{(1)}})\,.\,h\,.\,\text{fin.}\,\theta}{(i^2+4n^2)\,.\,(1+\frac{q}{l}\,.\,\text{fin.}\,\theta^2)}\,.\,(e^{it}+\mathcal{C}e^{-it}),$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = -\frac{2ng\,.\,(1-\frac{\delta}{\delta^{(1)}})\,.\,h\,.\,\text{cof.}\,\theta}{(i^2+4n^2)\,.\,(1+\frac{q}{l}\,.\,\text{fin.}\,\theta^2)}\,.\,(e^{it}+\mathcal{C}e^{-it}).$$

La supposition de i^2 négatif entraîne nécessairement celle de δ moindre que $\delta^{(1)}$; car alors l'équation $q = \frac{-4n^2 l}{i^2+4n^2}$, ne peut avoir lieu qu'en supposant $-i^2$ plus grand que $4n^2$, autrement on auroit $-q$ plus grand que l, ce qui est impossible;

impossible; soit donc $i^2 = -4n^2 - i'^2$, i'^2 étant nécessairement positif, l'équation $1 = -\frac{2\,lg.\left(1 - \frac{\delta}{\delta^{(1)}}\right)}{i^2 + 4n^2}$, donnera $1 = \frac{2\,lg.\left(1 - \frac{\delta}{\delta^{(1)}}\right)}{i'^2}$; or cette équation ne peut subsister que lorsque l'on a $\delta < \delta^{(1)}$; dans ce cas, i^2 est négatif, & l'équilibre du fluide est ferme; mais si δ est plus grand que $\delta^{(1)}$, i^2 sera positif, & l'équilibre ne sera ferme qu'en supposant i négatif & $\mathcal{C} = 0$ dans les formules précédentes.

Dans le cas que nous venons de discuter, le fluide conserve toujours la même figure elliptique & le même axe de révolution que lorsqu'il est en équilibre, avec cette seule différence que le centre du sphéroïde fluide, au lieu de coïncider comme dans l'état d'équilibre, avec celui du sphéroïde qu'il recouvre, en est éloigné de la quantité $\alpha\, h.(e^{it} + \mathcal{C}\, e^{-it})$; d'où il suit que dans la supposition de i^2 négatif, ou ce qui revient au même, de δ moindre que $\delta^{(1)}$, le centre du sphéroïde fluide fait des oscillations continuelles autour du centre du sphéroïde recouvert par le fluide, & qu'il s'en approche sans cesse, lorsque l'on a $\delta > \delta^{(1)}$, pourvu que l'on suppose alors i négatif, & $\mathcal{C} = 0$.

Considérons présentement le cas général où l'on a
$a = h.\text{cos}.\theta^r + h^{(1)}.\text{cos}.\theta^{r-1} + h^{(2)}.\text{cos}.\theta^{r-2} +$ &c. & pour avoir un équilibre ferme par rapport à v, supposons $a' = 0$, $b' = 0$, & $c' = 0$; nous aurons par l'*article XXIII* pour δf, une expression de cette forme,

$$\delta f = \sigma.\text{cof}.\theta^r + \sigma^{(1)}.\text{cof}.\theta^{r-1} + \&c.$$

σ étant égal à $\frac{4\pi\delta.h}{2r+1}$; l'équation

$$(i^2 + 4n^2.\text{cof}.\theta^2).b = -g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + \delta\left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right),$$

donnera donc

$$b = \text{ſin.}\,\theta\,.\,\frac{[(gh - \sigma) r.\text{coſ.}\theta^{r-1} + (gh^{(1)} - \sigma^{(1)}).(r-1).\text{coſ.}\theta^{r-2} + (gh^{(2)} - \sigma^{(2)}).(r-2).\text{coſ.}\theta^{r-3} + \&c.]}{i^2 + 4n^2 - 4n^2.\,\text{ſin.}\,\theta^2};$$

ſuppoſons, comme précédemment, $\frac{q}{l} = -\frac{4n^2}{i^2 + 4n^2}$,

l'équation $a\,\text{ſin.}\,\theta = -l\partial\,.\,\frac{[b.\,\text{ſin.}\,\theta.\,(1 + \frac{q}{l}\,\text{ſin.}\,\theta^2)]}{\partial\theta}$

donnera

$$h.\,\text{ſin.}\,\theta.\,\text{coſ.}\,\theta^r + h^{(1)}.\,\text{ſin.}\,\theta.\,\text{coſ.}\,\theta^{r-1} + \&c.$$

$$= -\frac{l.\,\text{ſin.}\,\theta}{i^2 + 4n^2}\,.\left\{\begin{array}{l} r.(r+1).(gh - \sigma).\text{coſ.}\,\theta^r \\ + r.(r-1).[gh^{(1)} - gh - \sigma^{(1)} + \sigma].\text{coſ.}\,\theta^{r-1} + \&c. \end{array}\right\};$$

en comparant les différentes puiſſances de coſ. θ, on aura d'abord

$$h = -\frac{l.r.(r+1).(gh - \sigma)}{i^2 + 4n^2} = -\frac{lg.r.(r+1)}{i^2 + 4n^2}\,.\left[1 - \frac{3\delta}{(2r+1).\delta^{(1)}}\right].h;$$

ce qui donne $q = \frac{4n^2}{r.(r+1).g\left[1 - \frac{3\delta}{(2r+1)\delta^{(1)}}\right]}$; on déterminera enſuite le rapport des coëfficiens $h^{(1)}$, $h^{(2)}$, &c. au coëfficient h, au moyen des autres équations que donne la comparaiſon des puiſſances de coſ. θ, & h reſtera arbitraire.

On prouvera facilement comme ci-deſſus, que la ſuppoſition de i^2 négatif, entraîne celle de 3δ moindre que $(2r+1)\delta^{(1)}$, & dans ce cas l'équilibre ſera ferme; mais ſi l'on a $3\delta > (2r+1)\delta^{(1)}$, i^2 ſera poſitif, & l'équilibre ne ſera ferme qu'en faiſant i négatif & $\mathfrak{C} = 0$.

Si l'on ſuppoſe $r = 1$, on aura le cas que nous avons diſcuté précédemment; en ſuppoſant $r = 2$, on aura celui dans lequel la figure du ſphéroïde reſte elliptique durant l'oſcillation, & s'aplatit plus ou moins que dans l'état d'équilibre qui ne ſera ferme alors que dans la ſuppoſition de 3δ moindre que $5\delta^{(1)}$, à moins que dans la ſuppoſition contraire, on ne faſſe i négatif & $\mathfrak{C} = 0$.

Examinons d'après ces calculs, les conditions que quelques Géomètres ont exigées dans la recherche de la figure des Planètes, & les raisons sur lesquelles ils se sont fondés.

Si l'on conçoit que le fluide supposé en équilibre sur un sphéroïde elliptique, prend instantanément une figure de révolution infiniment peu différente de la première, de manière que le rayon du sphéroïde fluide soit augmenté de la quantité αy; il est aisé de voir par les *articles V & XXII*, qu'il en résultera dans le sens du Méridien, une force tangentielle égale à $-g\,.\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta\,.\left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right)$; cette force tend à éloigner le fluide du pôle si elle est positive, ou à l'en rapprocher si elle est négative. Imaginons maintenant que la figure du fluide reste elliptique, & que son centre coïncide toujours avec celui du sphéroïde; l'expression de y sera de cette forme $p + p^{(1)}\,.\,\text{sin.}\,\theta^2$, & cette figure sera plus ou moins aplatie que dans le cas de l'équilibre, suivant que $p^{(1)}$ sera positif ou négatif; or on a par l'*article XXIII*, $\delta D = \sigma + \sigma^{(1)}\,.\,\text{sin.}\,\theta^2$, $\sigma^{(1)}$ étant égal à $\frac{4}{5}\pi\,\delta\,.p^{(1)}$, ce qui donne

$$-g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta\,.\left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right) = -2g\,.\left(1 - \frac{3\,\delta}{5\,\delta^{(1)}}\right).\,p^{(1)}\,.\,\text{sin.}\,\theta\,.\,\text{cos.}\,\theta;$$

cela posé, on a exigé pour la stabilité de l'équilibre, que la force $-2g\,.\left(1 - \frac{3\,\delta}{5\,\delta^{(1)}}\right).p^{(1)}\,.\,\text{sin.}\,\theta\,.\,\text{cos.}\,\theta$ soit dirigée vers les pôles ou vers l'Équateur, suivant que la figure du fluide est plus ou moins aplatie que dans le cas de l'équilibre, afin d'alonger cette figure dans le premier cas, & de l'aplatir dans le second; or cette condition suppose visiblement que $-2g\,.\left(1 - \frac{3\,\delta}{5\,\delta^{(1)}}\right).p^{(1)}$ est d'un signe différent de $p^{(1)}$, & par conséquent que $1 - \frac{3\,\delta}{5\,\delta^{(1)}}$ est une quantité positive, ou, ce qui revient au même, que l'on a $\delta < \frac{5}{3}\,\delta^{(1)}$.

Il eſt aiſé de voir que ce raiſonnement ne s'étend qu'au cas particulier où l'ébranlement primitif a conſervé au fluide la figure d'un ellipſoïde de révolution dont le centre coïncide avec celui de la Planète, & que dans ce cas même, il ſuppoſe que durant les oſcillations du fluide, cette figure reſte conſtamment elliptique, ce qui n'a lieu, par ce qui précède, que dans la ſuppoſition où la profondeur du fluide eſt telle que

$$q = \frac{2n^2}{3g \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}})};$$ on ne peut donc en conclure

généralement que l'équilibre ſera ferme toutes les fois que l'on aura $3\delta < 5\delta^{(1)}$, & qu'il ne ſera ferme que dans cette hypothèſe de denſité. Ce n'eſt qu'en ayant égard au mouvement du fluide, & non point à la nature de la force tangentielle qui l'anime à l'origine du mouvement, que l'on peut prononcer ſur la ſtabilité de l'équilibre. Un état d'équilibre ferme abſolu eſt celui dans lequel le fluide ne pourroit faire que des oſcillations infiniment petites, en le ſuppoſant infiniment peu dérangé de cet état d'une manière quelconque; cela poſé, la condition de $3\delta < 5\delta^{(1)}$ eſt bien éloignée de donner un équilibre ferme; car il réſulte de ce que nous avons fait voir ci-deſſus, que dans la ſuppoſition de $\delta > \delta^{(1)}$, il y a une infinité de manières d'ébranler le fluide, dans leſquelles il ceſſera de faire des oſcillations infiniment petites, quoique la condition de $3\delta < 5\delta^{(1)}$ puiſſe être remplie. Au lieu de la condition de $3\delta < 5\delta^{(1)}$, on pourroit choiſir celle de $\delta < \delta^{(1)}$, & alors la condition générale de $3\delta < (2r + 1)\delta^{(1)}$ que nous avons trouvée précédemment, ſeroit ſatisfaite; mais comme cette condition elle-même ne s'étend qu'à une eſpèce particulière d'ébranlemens primitifs, il ne ſuit pas de ce qu'elle eſt remplie, que l'équilibre eſt ferme dans tous les cas poſſibles. Il paroît même extrêmement vraiſemblable que quelques hypothèſes que l'on faſſe ſur la profondeur & ſur la denſité du fluide, il y a toujours une infinité de manières de l'ébranler infiniment peu, dans leſquelles il ceſſera de faire des oſcillations

infiniment petites; de-là on peut, ce me semble, conclure que la condition de $3\delta < 5\delta^{(\prime)}$ est illusoire dans la recherche de la figure des Planètes; on peut même dire généralement que dans cette recherche, la considération de la stabilité de l'équilibre est inutile, puisqu'il n'y a point vraisemblablement d'équilibre ferme absolu, & que la stabilité est toujours relative à la nature de l'ébranlement primitif.

XXIX.

De la précession des Équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre, qui résultent de l'action du Soleil & de la Lune sur le sphéroïde terrestre & sur les eaux qui le recouvrent.

J'ai déjà remarqué *(article II)* qu'il ne suffisoit pas dans les recherches sur la précession des équinoxes, d'avoir égard à l'action du Soleil & de la Lune sur la partie solide de la Terre, & que les eaux qui la recouvrent, agitées par les attractions de ces deux Astres, pouvoient influer très-sensiblement sur ce phénomène: je me propose ici de soumettre cette influence à un calcul rigoureux, & de donner ainsi à la théorie de la précession des équinoxes, un nouveau degré d'exactitude d'autant plus nécessaire, que tous ceux qui jusqu'à présent se sont occupés de cet objet, ont pensé que la réaction des eaux ne peut occasionner aucun changement dans la position de l'axe terrestre. En supposant que la Terre est un solide quelconque de révolution recouvert par la mer, & divisé en deux parties égales & semblables par l'équateur; je fais voir que les loix de la précession & de la nutation sont constamment les mêmes, quelques hypothèses que l'on fasse d'ailleurs sur la figure & la densité des couches du sphéroïde terrestre, & sur la profondeur & la densité de la mer, en sorte que ces différentes hypothèses ne peuvent que changer les quantités absolues de la précession & de la nutation. En considérant ensuite l'hypothèse adoptée jusqu'ici

ſur la figure de la Terre, & ſuivant laquelle cette Planète eſt un ellipſoïde de révolution, je parviens à repréſenter la préceſſion des équinoxes & la nutation de l'axe terreſtre, par deux formules très-ſimples, qui en y faiſant évanouir certaines quantités, rentrent dans les formules connues, mais qui lorſque ces mêmes quantités ne ſont pas nulles, en peuvent tellement différer, qu'elles ne donnent ni préceſſion ni nutation, dans une infinité de cas où l'une & l'autre ſeroient très-conſidérables ſi l'on n'avoit aucun égard à la réaction de la mer. J'obſerve enſuite que dans la ſuppoſition où la mer a par-tout la même profondeur, ſuppoſition qui comme nous l'avons vu précédemment, a lieu à très-peu près dans la Nature, la réaction de ſes eaux n'a aucune influence ſur le phénomène de la préceſſion; mais je fais voir en même temps que cette réaction ſeroit très-ſenſible dans la théorie ordinaire du flux & du reflux, en ſorte que ſi la denſité de la mer étoit égale à la denſité du ſphéroïde terreſtre ſuppoſé homogène, il n'y auroit alors ni préceſſion ni nutation; d'où je tire cette conſéquence ſingulière, ſavoir que ſi Newton eût adopté dans ſa Solution du Problème de la préceſſion des Équinoxes, les réſultats de ſa Théorie du Flux & du Reflux de la mer & de la Figure de la Terre, ce grand Géomètre auroit trouvé la préceſſion nulle en réſolvant exactement ce Problème. Enfin je démontre qu'il eſt impoſſible de concilier les obſervations de la préceſſion des équinoxes & de la nutation de l'axe terreſtre, avec l'hypothèſe où le ſphéroïde recouvert par les eaux eſt un ellipſoïde de révolution. M. d'Alembert a déjà fait une remarque ſemblable pour le cas où la Terre eſt entièrement ſolide *(voyez le chapitre IX de ſes excellentes Recherches ſur la préceſſion des équinoxes)*; il croit cependant que l'on peut concilier ces deux choſes, en ſuppoſant le ſphéroïde terreſtre recouvert d'un fluide de profondeur variable, & cela ſeroit poſſible, ſi comme le prétend cet illuſtre auteur, dans la détermination des mouvemens de l'axe de la Terre, il ne falloit point avoir égard à la réaction de la partie fluide; mais en la faiſant

entrer, comme cela eſt indiſpenſable, dans le calcul de la préceſſion des équinoxes, il arrive que l'équation qui montre l'impoſſibilité de concilier les obſervations de ce phénomène avec les meſures des degrés terreſtres, eſt préciſément la même lorſque la Terre eſt entièrement ſolide ou lorſqu'elle eſt recouverte d'un fluide. Si l'on joint à cette impoſſibilité, celle où l'on eſt d'aſſujettir à une même figure elliptique les degrés du Méridien meſurés à différentes latitudes; ſi de plus on conſidère que ſuivant les obſervations faites nouvellement dans les montagnes d'Écoſſe, les eaux de l'Océan dont la plus grande partie de la ſurface du globe eſt recouverte, ſont d'une denſité moindre que ſa denſité moyenne, & que certaines parties des continens ſont fort élevées au-deſſus du niveau de la mer; il eſt impoſſible de ſe refuſer à croire que ſi la Terre a été primitivement elliptique, comme il eſt naturel de le ſuppoſer, elle a dû éprouver de grandes révolutions qui ont très-ſenſiblement altéré ſa figure, ce qui d'ailleurs eſt indiqué par un grand nombre d'obſervations d'hiſtoire naturelle: mais à travers de toutes les irrégularités que ces révolutions ont occaſionnées à ſa ſurface, on démêle encore, ſi je puis m'exprimer ainſi, les traits d'une figure régulière & conforme à la théorie; car les points équinoxiaux ont un mouvement rétrograde tel que l'exige l'aplatiſſement du ſphéroïde terreſtre, & les degrés du Méridien vont en augmentant, ainſi que la peſanteur, de l'équateur aux pôles.

Soit C le centre de la Terre; CA un de ſes principaux axes de rotation autour duquel elle tourne à très-peu près, & que nous regarderons comme l'axe commun à tous les Méridiens; CF la projection de cet axe ſur un plan fixe que nous ſuppoſerons être celui de l'écliptique; A le pôle boréal; TCZ la ligne des équinoxes ou l'interſection du plan de l'équateur terreſtre avec celui de l'écliptique; Z l'équinoxe du printemps, & T celui d'automne; CO une droite invariable priſe ſur le plan de l'écliptique; que l'on nomme ε l'angle ACF qui eſt viſiblement le complément de l'obliquité de l'écliptique; φ' l'angle OCZ & ρ la Fig. 1.

Fig. 1. diſtance à l'équinoxe du printemps, d'un Méridien pris à volonté, & que nous regarderons comme premier Méridien, cette diſtance étant comptée ſur l'équateur ſuivant l'ordre des ſignes; que l'on nomme enſuite ψ, ψ', ψ'', &c. les différentes forces dont le ſphéroïde terreſtre eſt animé, & $\partial\lambda$, $\partial\lambda'$, $\partial\lambda''$, &c. les petits eſpaces que les différens points auxquels elles ſont appliquées parcourent dans les directions de ces forces, en vertu des variations de ε, φ' & ρ; que l'on déſigne enfin par R la denſité de la couche du ſphéroïde terreſtre dont le demi-petit axe, ou ce qui revient au même, le demi-axe perpendiculaire au plan de l'équateur eſt r, R étant une fonction quelconque de r; & par H l'intégrale $\frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \int R r^4 \partial r$, π exprimant toujours le rapport de la demi-circonférence au rayon, & l'intégrale $\int R r^4 \partial r$ étant priſe depuis $r = 0$ juſqu'à $r = 1$, le demi-petit axe du ſphéroïde terreſtre étant ſuppoſé égal à l'unité. Cela poſé, ſi dans les équations générales du mouvement d'un corps de figure quelconque, auxquelles M. de la Grange eſt parvenu dans ſon excellente pièce ſur la libration de la Lune, on ſuppoſe, comme cela a lieu pour la Terre, que ce corps eſt très-peu différent d'une ſphère, on en tirera facilement les trois ſuivantes,

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \psi \cdot \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\rho}\right) + \psi' \cdot \left(\frac{\partial\lambda'}{\partial\rho}\right) + \psi'' \cdot \left(\frac{\partial\lambda''}{\partial\rho}\right) + \text{\&c.} \\
&\quad - H \cdot \frac{\partial \cdot (\partial\rho + \text{fin.}\, \varepsilon \cdot \partial\varphi')}{\partial t^2}, \\
0 &= \psi \cdot \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varphi'}\right) + \psi' \cdot \left(\frac{\partial\lambda'}{\partial\varphi'}\right) + \psi'' \cdot \left(\frac{\partial\lambda''}{\partial\varphi'}\right) + \text{\&c.} \\
&\quad - H \cdot \frac{\partial \cdot (\partial\varphi' + \text{fin.}\, \varepsilon \cdot \partial\rho)}{\partial t^2}, \\
0 &= \psi \cdot \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}\right) + \psi' \cdot \left(\frac{\partial\lambda'}{\partial\varepsilon}\right) + \psi'' \cdot \left(\frac{\partial\lambda''}{\partial\varepsilon}\right) + \text{\&c.} \\
&\quad + H \cdot \left(\text{cof.}\, \varepsilon \cdot \frac{\partial\varphi' \cdot \partial\rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}\right),
\end{aligned}\right\} ; (V)$$

l'élément ∂t du temps étant ſuppoſé conſtant. La recherche des

des mouvemens du ſphéroïde terreſtre autour de ſon centre d'inertie, ſe réduit donc à déterminer exactement & ſans rien omettre, les forces ψ, ψ', ψ'', &c. & à intégrer enſuite les trois équations précédentes.

XXX.

Toutes les forces dont la partie ſolide de la Terre eſt animée, peuvent ſe réduire aux attractions du Soleil & de la Lune, & à la réaction du fluide qui la recouvre; or le fluide qui recouvre un ſphéroïde, ne peut en déranger la poſition, que par l'attraction de ſes molécules, & par ſa preſſion ſur ſa ſurface; c'eſt dans la détermination de ces deux forces que conſiſte la principale difficulté du Problème; mais elle peut être extrêmement ſimplifiée par la conſidération ſuivante.

L'objet que nous nous propoſons ici, eſt de connoître les mouvemens du ſphéroïde autour de ſon centre d'inertie; nous ne devons donc conſidérer que les forces dont la direction ne paſſe pas par ce centre, en ſorte que dans le calcul de l'attraction & de la preſſion du fluide, il ſuffit d'avoir égard au petit changement que produit dans ſa figure, l'action de l'aſtre qui l'attire, puiſque ſans cette action, le fluide auroit été en équilibre ſur le ſphéroïde, & n'auroit dans cet état occaſionné aucun mouvement dans ſon axe. Il ſuit de-là que cette attraction & cette preſſion ſont à très-peu-près les mêmes que celles d'un ſphéroïde fluide dont le rayon eſt $1 + \alpha y$, moins celles d'une ſphère de même denſité, & dont le rayon eſt 1, ce qui réduit la queſtion à déterminer l'attraction & la preſſion d'un ſphéroïde dont le rayon eſt $1 + \alpha y$, en ne conſervant dans le réſultat que les termes multipliés par α; il n'eſt pas même néceſſaire de conſidérer ici tous les termes de l'expreſſion de y; il n'y a d'utile que la partie Y de cette expreſſion qui dépend des termes de la ſeconde claſſe, que nous avons diſcutée dans l'*art. XXVI*, & que nous ſommes parvenus à déterminer dans le cas où la Terre eſt un ellipſoïde de révolution. Pour le faire voir, reprenons les équations (6), (7) & (9) de

l'*art.* XXII, & nommons Y, u, U, B' & C', les parties des expressions de y, u, v, B & C, qui répondent au terme $2K . \sin. \nu . \cos. \nu . \sin. \theta . \cos. \theta . \cos. (nt + \varpi - \varphi)$, de l'expression de R, & Y' u', U', B'' & C'', les parties des expressions de ces mêmes quantités qui répondent aux termes $K . \cos. \theta^2 . \cos. \nu^2 + \frac{1}{2} K . \sin. \theta^2 . \sin. \nu^2 + \frac{1}{2} K . \sin. \theta^2 . \sin. \nu^2 . \cos. (2nt + 2\varpi - 2\varphi)$, de l'expression de R; nous aurons les deux Systèmes suivans d'équations.

PREMIER SYSTÈME.

$$Y = -\frac{l}{\sin. \theta} . \frac{\partial . u\gamma . \sin. \theta)}{\partial \theta} - l\gamma . \left(\frac{\partial U}{\partial \varpi}\right),$$

$$\left(\frac{\partial \partial u}{\partial t^2}\right) - 2n . \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right) . \sin. \theta . \cos. \theta$$

$$= -g\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) + \delta B' + 2K . \cos. 2\theta . \sin. \nu . \cos. \nu . \cos. (nt + \varpi - \varphi),$$

$$\left(\frac{\partial \partial U}{\partial t^2}\right) . \sin. \theta^2 + 2n . \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) . \sin. \theta . \cos. \theta$$

$$= -g\left(\frac{\partial Y}{\partial \varpi}\right) + \delta C' . \sin. \theta + K . \sin. 2\theta . \sin. \nu . \cos. \nu . \sin. (\varphi - nt - \varpi).$$

SECOND SYSTÈME.

$$Y' = -\frac{l}{\sin. \theta} . \left(\frac{\partial (u' . \gamma . \sin. \theta)}{\partial \theta}\right) - l\gamma . \left(\frac{\partial U'}{\partial \varpi}\right),$$

$$\left(\frac{\partial \partial u'}{\partial t^2}\right) - 2n . \left(\frac{\partial U'}{\partial t}\right) . \sin. \theta . \cos. \theta$$

$$= -g\left(\frac{\partial Y'}{\partial \theta}\right) + \delta B'' + K . \sin. 2\theta . \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \sin. \nu^2 - \cos. \nu^2 \\ + \frac{1}{2} \sin. \nu^2 . \cos. (2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{\partial \partial U'}{\partial t^2}\right) . \sin. \theta^2 + 2n . \left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right) . \sin. \theta . \cos. \theta$$

$$= -g\left(\frac{\partial Y'}{\partial \varpi}\right) + \delta C'' . \sin. \theta + K . \sin. \nu^2 . \sin. \theta^2 . \sin. (2\varphi - 2nt - 2\varpi).$$

L'attraction & la pression d'un sphéroïde dont le rayon est $1 + \alpha y$, sont en ne conservant que les termes multipliés par α, les mêmes que celles de deux sphéroïdes de

même denſité, dont les rayons ſont $1 + \alpha Y$ & $1 + \alpha Y'$. Cela poſé, imaginons deux aſtres dont les maſſes ſoient chacune la moitié de celle de l'aſtre S, & qui ſe meuvent de la même manière que cet aſtre, des deux côtés oppoſés de l'axe de la Terre, aux mêmes diſtances que lui du centre de cette Planète & du plan de l'Équateur, mais dont le premier ſoit conſtamment à 180 degrés de diſtance en longitude du ſecond; il eſt clair que l'on aura pour déterminer les oſcillations du fluide qui réſultent de l'action de ces deux aſtres, le ſecond Syſtème d'équations; parce que le terme $K.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta.\text{coſ.}\,(nt + \varpi - \varphi)$ de l'expreſſion de R, que produit l'attraction de l'un de ces aſtres, étant détruit par un terme ſemblable, mais affecté d'un ſigne contraire que l'attraction de l'autre produit, le premier Syſtème d'équations devient inutile; or ces deux aſtres étant ſemblablement placés des deux côtés oppoſés de l'axe terreſtre, agiront de la même manière ſur l'Océan, & lui donneront une figure telle que la réſultante de ſon attraction & de ſa preſſion paſſera par le centre de la Terre, & ne cauſera aucun dérangement dans la poſition de ſon axe. Il ſuit de-là que nous pouvons négliger ici la preſſion & l'attraction du ſphéroïde dont le rayon eſt $1 + \alpha Y'$, & ne conſidérer que celles du ſphéroïde dont le rayon eſt $1 + \alpha Y$.

Il réſulte de l'*art. XXVI*, que dans le cas de la Nature, où le mouvement de l'aſtre dans ſon orbite eſt très-lent relativement au mouvement de rotation de la Terre, la valeur de Y eſt de cette forme

$$Y = K.\mu.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{coſ.}\,(nt + \varpi - \varphi).$$

Si l'on ſuppoſe, comme nous le ferons dans la ſuite, que le ſphéroïde terreſtre eſt partagé en deux parties égales & ſemblables par le plan de l'Equateur, μ ſera fonction de $\text{coſ.}\,\theta^2$, c'eſt-à-dire une fonction telle qu'elle reſte la même, quels que ſoient les ſignes de $\text{ſin.}\,\theta$ & de $\text{coſ.}\,\theta$; car il eſt clair que la valeur de Y relative à une molécule ſituée ſembla-

blement que la molécule M de l'autre côté de l'équateur, eſt égale à ce que devient cette même valeur pour la molécule M, lorſque la déclinaiſon de l'Aſtre change de ſigne, & de boréale, par exemple, devient auſtrale; d'où il ſuit que l'expreſſion de Y doit reſter la même, ſoit que l'on y change ν en $180 - \nu$, ou θ en $180 - \theta$; le premier de ces deux changemens ſe réduit à conſerver le ſigne de ſin. ν & à changer celui de coſ. ν; le ſecond ſe réduit à conſerver le ſigne de ſin. θ & à changer celui de coſ. θ; ſoit μ' ce que devient μ par ce dernier changement, on aura donc

$$-K\mu . \text{ſin.}\, \nu . \text{coſ.}\, \nu . \text{ſin.}\, \theta . \text{coſ.}\, \theta . \text{coſ.}\, (nt + \varpi - \varphi)$$
$$= - K\mu' . \text{ſin.}\, \nu . \text{coſ.}\, \nu . \text{ſin.}\, \theta . \text{coſ.}\, \theta . \text{coſ.}\, (nt + \varpi - \varphi),$$

ce qui donne $\mu = \mu'$, en ſorte que μ ne change point en y changeant le ſigne de coſ. θ; pareillement, la valeur de Y relative à une molécule ſituée ſur le même parallèle que la molécule M, mais diſtante de celle-ci de 180 degrés en longitude, eſt égale à ce que devient cette même valeur pour la molécule M lorſque la longitude de l'Aſtre eſt augmentée de 180 degrés; d'où il ſuit que l'expreſſion de Y doit reſter la même, ſoit que l'on y change φ en $180 + \varphi$, ou θ en $-\theta$; le premier de ces deux changemens ſe réduit à changer le ſigne de coſ. $(nt + \varpi - \varphi)$, le ſecond ſe réduit à conſerver le ſigne de coſ. θ, & à changer celui de ſin. θ; ſoit μ_{1} ce que devient μ par ce changement, on aura

$$-K\mu . \text{ſin.}\, \nu . \text{coſ.}\, \nu . \text{ſin.}\, \theta . \text{coſ.}\, \theta . \text{coſ.}\, (nt + \varpi - \varphi)$$
$$= - K\mu_{1} . \text{ſin.}\, \nu . \text{coſ.}\, \nu . \text{ſin.}\, \theta . \text{coſ.}\, \theta . \text{coſ.}\, (nt + \varpi - \varphi),$$

ce qui donne $\mu = \mu_{1}$, en ſorte que μ ne change point en y changeant le ſigne de ſin. θ; cette fonction reſte donc conſtamment la même, quels que ſoient les ſignes de ſin. θ & de coſ. θ.

Il s'agit préſentement de déterminer l'attraction & la preſſion d'un ſphéroïde fluide dont la denſité eſt δ, & le rayon $1 + \alpha K\mu . \text{ſin.}\, \theta . \text{coſ.}\, \theta . \text{ſin.}\, \nu . \text{coſ.}\, \nu . \text{coſ.}\, (nt + \varpi - \varphi)$, en ne conſervant que les termes multipliés par α. La preſſion

eſt facile à conclure de ce que nous avons démontré dans l'*article XX;* car ſi l'on nomme $\alpha p'$ cette preſſion, il réſulte de l'*article cité*, que

$$\alpha p' = \alpha \delta g . K\mu . \text{ſin.}\, \theta . \text{coſ.}\, \theta . \text{ſin.}\, \nu . \text{coſ.}\, \nu . \text{coſ.}\, (nt + \varpi - \varphi).$$

Pour déterminer enſuite l'attraction du même ſphéroïde, regardons pour un moment comme premier Méridien celui dans lequel l'Aſtre ſe trouve; il eſt clair que dans ce cas, l'angle $nt + \varpi - \varphi$ exprimera la longitude de la molécule fluide M; ſoit ALB le plan de ce Méridien qui partage évidemment le ſphéroïde en deux parties égales & ſemblables; ſoit encore ACB l'axe du ſphéroïde, & C ſon centre d'inertie; le rayon mené de ce centre à un point quelconque R de la ſurface, dont la longitude eſt ϖ', & pour lequel l'angle $RCA = \theta'$, ſera $1 + \alpha K\mu' . \text{ſin.}\, \theta' . \text{coſ.}\, \theta' . \text{ſin.}\, \nu . \text{coſ.}\, \nu . \text{coſ.}\, \varpi'$, μ' étant pareille fonction de θ', que μ l'eſt de θ; cherchons maintenant l'attraction du ſphéroïde ſur un point quelconque N pris dans ſon intérieur, dont la longitude eſt ϖ, & pour lequel l'angle $NCA = \theta$, & le rayon $CN = s$. Fig. 2.

Soit tirée la droite CL perpendiculairement à CA dans le méridien de l'Aſtre, & par le point N ſoit mené le plan aNb parallèle au plan ALB; du point C ſoit élevée la perpendiculaire Cc à ces deux plans, & par les points c & N ſoient menées la droite cNI, la droite ca parallèle à CA, & les deux droites cl, & vNK, parallèles à CL; ſoit encore Z la projection du point R ſur le plan aNb, & ayant élevé NQ perpendiculairement à ce plan, ſoit nommé p l'angle RNQ, q l'angle ZNK, r la droite NR, & r' le prolongement de cette droite juſqu'à ſon autre point R' de ſortie du ſphéroïde. Cela poſé, conſidérons les deux pyramides infiniment petites oppoſées, qui ont leurs ſommets au point N, & dont les baſes ſituées aux points R & R' de la ſurface du ſphéroïde, ſont formées par les variations infiniment petites de p & de q; il eſt aiſé de voir par l'*article I*, que les ſections de ces pyramides faites en R & R' perpendiculairement aux droites r & r', ſont $r^2 . \partial p . \partial q . \text{ſin.}\, p$, & $r'^2 \partial p . \partial q . \text{ſin.}\, p$; & comme ces pyramides agiſſent

Fig. 2. en ſens contraire, il en réſulte *(article I)* une ſeule action de N vers R, égale à $(r - r^{\prime})\partial p\partial q \cdot \text{ſin.} p$. Si l'on décompoſe cette action en trois autres, la première ſuivant NK ou parallèlement à CL, la ſeconde ſuivant Nc, & la troiſième ſuivant NQ ou perpendiculairement au plan ALB; on aura pour la première, $(r - r^{\prime}) \cdot \partial p \partial q \cdot \text{ſin.} p^2 \cdot \frac{\text{ſin. } ZNI}{\text{ſin. } KNI}$; or on a ſin. $ZNI = \text{ſin. } (KNI - q)$; partant $\frac{\text{ſin. } ZNI}{\text{ſin. } KNI}$ $= \text{coſ.} q - \text{ſin.} q \cdot \frac{\text{coſ. } KNI}{\text{ſin. } KNI} = \text{coſ.} q - \text{ſin.} q \cdot \frac{Nv}{cv}$; mais on a $cv = s \cdot \text{coſ.} \theta$, $Nv = s \cdot \text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} \varpi$; donc $\frac{Nv}{cv} = \frac{\text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} \varpi}{\text{coſ.} \theta}$, & $\frac{\text{ſin.} ZNI}{\text{ſin.} KNI} = \frac{\text{coſ.} \theta \cdot \text{coſ.} q - \text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} \varpi \cdot \text{ſin.} q}{\text{coſ.} \theta}$; on aura ainſi pour la force, ſuivant NK,

$$(r - r^{\prime})\partial p \partial q \cdot \text{ſin.} p^2 \cdot \frac{[\text{coſ.} \theta \cdot \text{coſ.} q - \text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} \varpi \cdot \text{ſin.} q]}{\text{coſ.} \theta};$$

quant aux deux autres forces, il eſt inutile d'y avoir égard, car 1.° l'action du ſphéroïde entier ſur le point N ſuivant NQ, eſt détruite par l'action du même ſphéroïde ſur un point $N^{\prime}$ ſemblablement placé que le point N de l'autre côté du plan ALB; 2.° la réſultante des deux actions réunies du ſphéroïde ſur les points N & $N^{\prime}$ parallèlement à Nc, c'eſt-à-dire parallèlement à la projection de NC ſur le plan ALB, paſſe par le centre C, & n'influe par conſéquent en aucune manière ſur les mouvemens du ſphéroïde autour de ſon centre d'inertie.

L'action entière du ſphéroïde ſur le point N parallèlement à CL, eſt

$$\int\int (r - r^{\prime}) \partial p \partial q \cdot \text{ſin.} p^2 \cdot \frac{[\text{coſ.} \theta \cdot \text{coſ.} q - \text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} \varpi \cdot \text{ſin.} q]}{\text{coſ.} \theta},$$

la double intégrale étant priſe depuis p & q égaux à zéro, juſqu'à p & q égaux à 180 degrés. Pour exécuter cette double intégration, il faut connoître r & $r^{\prime}$ en fonctions de p & de q; nous obſerverons pour cela que la diſtance RZ du point R au plan aNb, eſt $r \cdot \text{coſ.} p$, & que la diſtance du plan aNb, ou, ce qui revient au même, du point N, au plan ALB,

eſt $s . \text{ſin.}\,\theta . \text{ſin.}\,\varpi$; partant, la diſtance RZ' du point R au plan ALB, eſt $s . \text{ſin.}\,\theta . \text{ſin.}\,\varpi + r . \text{coſ.}\,p$; la diſtance du point Z à la droite ca eſt $r . \text{ſin.}\,p . \text{coſ.}\,q + s . \text{ſin.}\,\theta . \text{coſ.}\,\varpi$; & ſa diſtance à la droite cl eſt $s . \text{coſ.}\,\theta + r\,\text{ſin.}\,p . \text{ſin.}\,q$; ce ſont auſſi les diſtances du point Z' aux droites CA & CL; on aura ainſi

$$CR^2 = (s . \text{ſin.}\,\theta . \text{ſin.}\,\varpi + r . \text{coſ.}\,p)^2 + (s . \text{ſin.}\,\theta . \text{coſ.}\,\varpi + r . \text{ſin.}\,p . \text{coſ.}\,q)^2 + (s . \text{coſ.}\,\theta + r . \text{ſin.}\,p . \text{ſin.}\,q)^2$$
$$= r^2 + s^2 + 2sr . \left\{ \begin{array}{l} \text{ſin.}\,\theta . \text{ſin.}\,\varpi . \text{coſ.}\,p + \text{ſin.}\,\theta . \text{coſ.}\,\varpi \\ . \text{ſin.}\,p . \text{coſ.}\,q + \text{coſ.}\,\theta . \text{ſin.}\,p . \text{ſin.}\,q. \end{array} \right.$$

Or on a, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$CR^2 = 1 + 2\alpha K\mu' . \text{ſin.}\,\nu . \text{coſ.}\,\nu . \text{ſin.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\varpi';$$

en comparant donc ces deux valeurs de CR^2, & faiſant pour abréger,

$$M = \text{ſin.}\,\theta . \text{ſin.}\,\varpi . \text{coſ.}\,p + \text{ſin.}\,\theta . \text{coſ.}\,\varpi . \text{ſin.}\,p . \text{coſ.}\,q + \text{coſ.}\,\theta . \text{ſin.}\,p . \text{ſin.}\,q,$$

on aura

$$r = -sM \pm \sqrt{(1 - s^2 + s^2M^2 + 2\alpha K\mu' . \text{ſin.}\,\nu . \text{coſ.}\,\nu . \text{ſin.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\varpi')},$$

partant

$$r = -sM \pm \sqrt{(1 - s^2 + s^2M^2)} \pm \frac{\alpha K\mu' . \text{ſin.}\,\nu . \text{coſ.}\,\nu . \text{ſin.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\varpi'}{\sqrt{(1 - s^2 + s^2M^2)}};$$

$\text{coſ.}\,\theta'$ eſt, en négligeant les quantités de l'ordre α, égal à la diſtance du point Z' à la droite CL, & $\text{ſin.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\varpi'$ eſt égal à la diſtance de ce même point à l'axe CA, ce qui donne

$$\text{coſ.}\,\theta' = s . \text{coſ.}\,\theta + r . \text{ſin.}\,p . \text{ſin.}\,q = s . \text{coſ.}\,\theta - sM . \text{ſin.}\,p . \text{ſin.}\,q \pm \text{ſin.}\,p . \text{ſin.}\,q . \sqrt{(1 - s^2 + s^2M^2)},$$

$$\text{ſin.}\,\theta' . \text{coſ.}\,\varpi' = s . \text{ſin.}\,\theta . \text{coſ.}\,\varpi + r . \text{ſin.}\,p . \text{coſ.}\,q = s . \text{ſin.}\,\theta . \text{coſ.}\,\varpi - sM . \text{ſin.}\,p . \text{coſ.}\,q \pm \text{ſin.}\,p . \text{coſ.}\,q . \sqrt{(1 - s^2 + s^2M^2)}.$$

En ſubſtituant ces valeurs dans les quantités multipliées par α de l'expreſſion précédente de r, on obſervera que ſi l'on prend le radical avec le ſigne $+$, on aura la valeur de r,

& que ſi on le prend avec le ſigne —, on aura la valeur de — r^{I}; d'où l'on tirera facilement

$$r - r^{I} = -2sM + \alpha K.({}^{I}\mu + {}^{II}\mu).\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\left\{\begin{array}{l} s.\text{coſ.}\,\theta.\text{ſin.}\,p.\text{coſ.}\,q \\ + s.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\varpi.\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q \\ - 2sM.\text{ſin.}\,p^2.\text{ſin.}\,q.\text{coſ.}\,q \end{array}\right\}$$

$$+ \frac{\alpha K({}^{I}\mu - {}^{II}\mu).\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu}{\sqrt{(1 - s^2 + s^2.M^2)}}.\left\{\begin{array}{l} s^2.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta.\text{coſ.}\,\varpi - s^2M.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\varpi \\ .\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q - s^2M.\text{coſ.}\,\theta.\text{ſin.}\,p.\text{coſ.}\,q \\ + \text{ſin.}\,p^2.\text{ſin.}\,q.\text{coſ.}\,q.(1 - s^2 + 2s^2M^2) \end{array}\right\}$$

${}^{I}\mu$ étant ce que devient μ^{I} lorſqu'on y ſubſtitue

$s.\text{coſ.}\,\theta - sM.\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q + \text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q\sqrt{(1 - s^2 + s^2M^2)}$,

au lieu de coſ. θ^{I}, & ${}^{II}\mu$ étant ce que devient cette même quantité, lorſqu'on y ſubſtitue

$s.\text{coſ.}\,\theta - sM.\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q - \text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q.\sqrt{(1 - s^2 + s^2M^2)}$,

au lieu de coſ. θ^{I}.

On peut extrêmement ſimplifier le calcul de la double intégration de la différentielle

$$(r - r^{I}).\partial p.\partial q.\text{ſin.}\,p^2.\frac{(\text{coſ.}\,\theta.\text{coſ.}\,q - \text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\varpi.\text{ſin.}\,q)}{\text{coſ.}\,\theta}$$

par les conſidérations ſuivantes :

1.° On peut rejeter les termes de la forme $P^{I}\,\partial p.\partial q.\text{coſ.}\,p$, P^{I} étant fonction de ſin. q, coſ. q, ſin. p & coſ. p^2; parce que ces termes étant les mêmes avec des ſignes contraires lorſque p ſe change en $180^d - p$, il eſt clair que l'intégrale entière $\int P^{I}.\partial p.\text{coſ.}\,p$ doit être nulle, en la prenant depuis $p = 0$ juſqu'à $p = 180^d$; par la même raiſon, on peut rejeter les termes de la forme $Q\partial p.\partial q.\text{coſ.}\,q$, Q étant fonction de ſin. p, coſ. p, ſin. q & coſ. q^2.

2.° L'attraction du ſphéroïde ſur le point N^{I} ſemblablement placé que le point N, de l'autre côté du plan ALB, décompoſée

décomposée parallèlement à CL, est la même que sur le point N; en sorte que si l'on abaisse NV perpendiculairement sur CA, la résultante de ces deux actions peut être censée appliquée au point V; cette résultante est le double de la force dont le point N est animé parallèlement à CL; mais si, comme nous le ferons dans la suite, au lieu de la force parallèle à CL, on considère cette résultante, ce qui revient à doubler l'intégrale précédente, il faudra ne faire varier θ & ϖ, que depuis zéro jusqu'à 180 degrés, dans le calcul de l'attraction du sphéroïde sur la couche entière qui passe par le point N.

Il suit de-là que dans la double intégrale,

$$\int\int (r - r^{\text{I}})\, \partial p\, \partial q \,.\, \text{fin.} p^2 \,.\, \frac{(\text{cof.}\theta \,.\, \text{cof.} q - \text{fin.}\theta \,.\, \text{cof.}\varpi \,.\, \text{fin.} q)}{\text{cof.}\theta},$$

on peut rejeter les termes de la forme $P'' \,.\, \text{cof.}\varpi$, P'' étant fonction de $\text{fin.}\theta$, $\text{cof.}\theta$, $\text{fin.}\varpi$, $\text{cof.}\varpi^2$; car les forces que ces termes représentent, sont les mêmes avec des signes contraires, pour les deux points de la couche qui passe par le point N, pour lesquels s & θ sont les mêmes, & dont les longitudes sont ϖ & $180^d - \varpi$. On peut encore rejeter les termes de la forme Q'', Q'' étant fonction de $\text{fin.}\varpi$, $\text{cof.}\varpi$, $\text{fin.}\theta$, $\text{cof.}\theta^2$, parce que les forces représentées par ces termes, étant les mêmes pour les deux points pour lesquels s & ϖ sont les mêmes, & les angles θ, sont θ pour l'un, & $180^d - \theta$ pour l'autre; il est clair que leur résultante projetée sur le plan du Méridien de l'astre passe par le centre C du sphéroïde; on aura donc en ne conservant que les termes multipliés par α,

$$2\int\int (r - r^{\text{I}})\, \partial p\, \partial q \,.\, \text{fin.} p^2 \,.\, \frac{(\text{cof.}\theta \,.\, \text{cof.} q - \text{fin.}\theta \,.\, \text{cof.}\varpi \,.\, \text{fin.} q)}{\text{cof.}\theta} = \frac{\alpha KP \,.\, \text{fin.} v \,.\, \text{cof.} v}{\text{cof.}\theta};$$

P étant une fonction de s, $\text{fin.}\theta$, $\text{cof.}\theta^2$, $\text{fin.}\varpi$ & $\text{cof.}\varpi^2$; c'est-à-dire, une fonction telle qu'elle reste la même, quels que soient les signes de $\text{cof.}\theta$ & de $\text{cof.}\varpi$. La quantité précédente multipliée par la densité δ du fluide, exprimera la résultante de l'attraction du sphéroïde parallèlement à CL,

ſur les deux points N & N' de la couche qui paſſe par le point N.

Si l'on conſidère pareillement la réſultante de l'action de l'aſtre S, ſur les deux points N & N', parallèlement à la droite CL, en tranſportant en ſens contraire à ces points, ſon action ſur le centre C, & en décompoſant ces actions parallèlement aux droites cNI, CL, & perpendiculairement au plan ALB; on trouvera facilement en rejetant tout ce qu'il eſt permis de rejeter d'après les conſidérations précédentes,

$$\frac{4\alpha Ks \cdot \text{ſin.}\, v \cdot \text{coſ.}\, v}{\text{coſ.}\, \theta} \cdot (\text{coſ.}\, \theta^2 - \text{ſin.}\, \theta^2 \cdot \text{coſ.}\, \varpi^2),$$

pour cette réſultante que l'on pourra concevoir encore appliquée au point V; en l'ajoutant à la force précédente, on aura

$$\frac{\alpha K \cdot \text{ſin.}\, v \cdot \text{coſ.}\, v}{\text{coſ.}\, \theta} \cdot (\delta P + 4s \cdot \text{coſ.}\, \theta^2 - 4s \cdot \text{ſin.}\, \theta^2 \cdot \text{coſ.}\, \varpi^2),$$

pour la force entière dont le point V eſt animé parallèlement à CL, en vertu des attractions de l'aſtre & du fluide ſur les deux points N & N'.

Suppoſons, par exemple, μ conſtant, c'eſt-à-dire, indépendant de θ, on aura $\mu = {}'\mu = {}''\mu$; partant

$$2\int\int (r - r') \partial p \, \partial q \cdot \text{ſin.}\, p^2 \cdot \frac{(\text{coſ.}\, \theta \cdot \text{coſ.}\, q - \text{ſin.}\, \theta \cdot \text{coſ.}\, \varpi \cdot \text{ſin.}\, q)}{\text{coſ.}\, \theta}$$

$$= 4\alpha K\mu \cdot \frac{\text{ſin.}\, v \cdot \text{coſ.}\, v}{\text{coſ.}\, \theta} \cdot \int\int \partial p \cdot \partial q \cdot \text{ſin.}\, p^2 \cdot (\text{coſ.}\, \theta \cdot \text{coſ.}\, q - \text{ſin.}\, \theta \cdot \text{coſ.}\, \varpi \cdot \text{ſin.}\, q)$$

$$\cdot \left\{ \begin{array}{l} s \cdot \text{coſ.}\, \theta \cdot \text{ſin.}\, p \cdot \text{coſ.}\, q - 2sM \cdot \text{ſin.}\, p^2 \cdot \text{ſin.}\, q \cdot \text{coſ.}\, q \\ \quad + s \cdot \text{ſin.}\, \theta \cdot \text{coſ.}\, \varpi \cdot \text{ſin.}\, p \cdot \text{ſin.}\, q; \end{array} \right.$$

d'où l'on tirera aiſément

$$P = \tfrac{8}{5} s \cdot \mu \cdot \pi \cdot (\text{coſ.}\, \theta^2 - \text{ſin.}\, \theta^2 \, \text{coſ.}\, \varpi^2),$$

en ſorte que dans ce cas, la force entière appliquée en V, en vertu des attractions de l'aſtre & du fluide ſur les points N & N', eſt

$$\frac{4\alpha Ks \cdot \text{ſin.}\, v \cdot \text{coſ.}\, v}{\text{coſ.}\, \theta} \cdot (\tfrac{2}{5}\pi\delta\mu + 1) \cdot (\text{coſ.}\, \theta^2 - \text{ſin.}\, \theta^2 \cdot \text{coſ.}\, \varpi^2).$$

Reprenons maintenant les équations *(V)* de l'*article XXIX;* nous pourrons y ſuppoſer

$$\psi = \frac{\alpha K . \text{ſin.} v . \text{coſ.} v}{\text{coſ.} \theta} . (\delta P + 4 s . \text{coſ.} \theta^2 - 4 s . \text{ſin.} \theta^2 . \text{coſ.} \varpi^2).$$

Il nous reſte préſentement à déterminer les petits eſpaces $(\frac{\partial \lambda}{\partial \rho}) . \partial \rho$, $(\frac{\partial \lambda}{\partial \varphi'}) . \partial \varphi'$, $(\frac{\partial \lambda}{\partial \varepsilon}) . \partial \varepsilon$, que le point *V* auquel Fig. 1. la force ψ eſt appliquée, parcoure dans la direction de cette force, en vertu des variations de ρ, φ' & ε. D'abord il eſt viſible qu'en vertu de la variation de ρ, ce point reſte immobile, puiſque par hypothèſe le ſphéroïde tourne autour de l'axe *CA*, en vertu de la variation de ρ; on aura donc $(\frac{\partial \lambda}{\partial \rho}) = 0$; ſi l'on nomme enſuite *U* la diſtance du méridien de l'Aſtre à l'Équinoxe d'automne, cette diſtance étant comptée ſur l'Équateur ſuivant l'ordre des ſignes, on aura $90 - U$, pour l'angle que forme ce Méridien avec celui qui eſt perpendiculaire au plan de l'écliptique; cela poſé, ſi l'on ſuppoſe à la projection de l'axe *AC* ſur l'écliptique, un mouvement angulaire autour du centre *C*, & égal à $\partial \varphi'$, le mouvement du point *V* ſera viſiblement égal à $s . \text{coſ.} \theta . \text{coſ.} \varepsilon . \partial \varphi'$, & ce mouvement décompoſé ſuivant la direction de la force ψ, ſera $s . \text{coſ.} \theta . \text{coſ.} \varepsilon . \partial \varphi' \text{coſ.} U$; on aura donc $(\frac{\partial \lambda}{\partial \varphi'}) = s . \text{coſ.} \theta . \text{coſ.} \varepsilon . \text{coſ.} U$; pareillement, ſi l'on ſuppoſe l'axe *AC* décrire autour du centre *C*, dans le plan du Méridien perpendiculaire à l'écliptique, l'angle différentiel $\partial \varepsilon$; le mouvement du point *V* ſera $s . \text{coſ.} \theta . \partial \varepsilon$, & ce mouvement décompoſé dans la direction de la puiſſance ψ, ſera $s . \text{coſ.} \theta . \partial \varepsilon . \text{ſin.} U$; on aura ainſi $(\frac{\partial \lambda}{\partial \varepsilon}) = s . \text{coſ.} \theta . \text{ſin.} U$; partant

$$\psi (\frac{\partial \lambda}{\partial \rho}) = 0,$$

$$\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varphi'}\right) = \alpha Ks . \text{fin.}\nu . \text{cof.}\nu . \text{cof.}U . \text{cof.}\varepsilon . (\delta P + 4s . \text{cof.}\theta^2 - 4s . \text{fin.}\theta^2 . \text{cof.}\varpi^2),$$

$$\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}\right) = \alpha Ks . \text{fin.}\nu . \text{cof.}\nu . \text{fin.}U . (\delta P + 4s . \text{cof.}\theta^2 - 4s . \text{fin.}\theta^2 . \text{cof.}\varpi^2).$$

Suppoſons maintenant que le rayon s de la couche du ſphéroïde terreſtre qui paſſe par le point N, ſoit $r + \gamma'$, r étant le demi-axe de cette couche perpendiculaire au plan de l'Équateur, & γ' étant une très-petite fonction de r & de $\text{cof.}\,\theta$; ſoit encore, comme dans l'*article XXIX*, R la denſité de cette couche, R étant fonction de r; on multipliera les valeurs précédentes de $\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varphi'}\right)$ & de $\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}\right)$, par la quantité $R . (r + \gamma')^2 . \partial\theta . \partial\varpi . \text{fin}\,\theta . \partial r\left[1 + \left(\frac{\partial\gamma'}{\partial r}\right)\right]$ qui repréſente la maſſe de la particule du ſphéroïde ſituée au point N, & après avoir ſubſtitué dans ces valeurs $r + \gamma'$ au lieu de s, on intégrera ſucceſſivement ces produits par rapport à θ, ϖ & r; ſoit donc

$$F = \int\!\!\int\!\!\int R . (r + \gamma')^3 . \partial r . \partial\theta . \partial\varpi . \text{fin.}\theta . \left[1 + \left(\frac{\partial\gamma'}{\partial r}\right)\right] . (\delta P + 4s . \text{cof}\,\theta^2 - 4s . \text{fin.}\theta^2 . \text{cof.}\varpi^2);$$

la triple intégrale étant priſe depuis θ & ϖ égaux à zéro, juſqu'à θ & ϖ égaux à 180^d, & depuis $r = 0$, juſqu'à $r = 1$; on aura pour la ſomme des termes $\psi . \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varphi'}\right)$, $\psi' . \left(\frac{\partial\lambda'}{\partial\varphi'}\right)$, &c, qui réſultent des attractions de l'Aſtre & du fluide,

$$\alpha KF . \text{fin.}\nu . \text{cof.}\nu . \text{cof.}\varepsilon . \text{cof.}U,$$

& pour la ſomme des termes $\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}\right)$, $\psi'\left(\frac{\partial\lambda'}{\partial\varepsilon}\right)$, &c, qui réſultent de ces mêmes attractions, on aura

$$\alpha KF . \text{fin.}\nu . \text{cof.}\nu . \text{fin.}U.$$

On peut ſimplifier le calcul de F, en obſervant que ſi le ſphéroïde étoit une ſphère, ou ce qui revient au même, ſi l'on avoit $\gamma' = 0$, on auroit $F = 0$, puiſque la réſultante des attractions du fluide & de l'Aſtre, paſſeroit alors

par le centre C du ſphéroïde; on peut donc rejeter tous les termes qui ne ſont point multipliés par γ' ou par ſa différence; de plus, cette quantité étant extrêmement petite, on peut négliger les termes de l'ordre γ'^2.

Il faut préſentement ajouter aux quantités précédentes, celles qui réſultent de la preſſion de la mer ſur la ſurface du ſphéroïde qu'elle recouvre; nous avons vu ci-deſſus que cette preſſion eſt égale à

$\alpha \delta g \mu . K . \text{ſin.}\theta . \text{coſ.}\theta . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{coſ.}(nt + \varpi - \varphi)$; Fig. 3.

ſoit donc $1 + \gamma''$ le rayon CM du ſphéroïde terreſtre, γ'' étant une très-petite fonction de θ; la preſſion en M étant perpendiculaire à la ſurface de ce ſphéroïde, ſa direction va rencontrer l'axe CA dans un point V' tel que ſi l'on néglige les quantités de l'ordre γ''^2, on aura $CV' = -\frac{\partial\gamma''}{\partial\theta . \text{ſin.}\theta}$; en concevant donc cette preſſion immédiatement appliquée au point V', on la décompoſera en trois autres, la première perpendiculaire au plan ALB du méridien de l'Aſtre, & à laquelle il eſt inutile d'avoir égard, parce qu'elle eſt détruite par une force ſemblable qui réſulte de la preſſion du ſphéroïde ſur un point M' ſemblablement placé que le point M, de l'autre côté du plan ALB; la ſeconde ſuivant l'axe CA, & que l'on peut négliger, parce qu'elle paſſe par le centre C du ſphéroïde; la troiſième enfin, parallèlement à CL, & qui eſt à très-peu-près égale à

$-\alpha \delta g K \mu . \text{ſin.}\theta^2 . \text{coſ.}\theta . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{coſ.}(nt + \varpi - \varphi)^2$;

nous lui donnons le ſigne $-$, parce qu'elle eſt dirigée vers l'axe CA du ſphéroïde; en repréſentant donc cette force par ψ, on trouvera fort aiſément par ce qui précède,

$$\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\rho}\right) = 0,$$

$$\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varphi'}\right) = \alpha\delta g \mu K . \text{ſin.}\theta . \text{coſ.}\theta . \left(\frac{\partial\gamma''}{\partial\theta}\right) . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{coſ.}\varepsilon . \text{coſ.}U . \text{coſ.}(nt + \varpi - \varphi)^2$$

$$\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}\right) = \alpha\delta g \mu K . \text{ſin.}\theta . \text{coſ.}\theta . \left(\frac{\partial\gamma''}{\partial\theta}\right) . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{ſin.}U . \text{coſ.}(nt + \varpi - \varphi)^2;$$

pour étendre ces valeurs à toute la ſurface du ſphéroïde, on les multipliera par $\partial\varpi . \partial\theta . \text{ſin.}\theta$, & on en prendra l'intégrale, depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^d$, & depuis $\theta = 0$ juſqu'à $\theta = 180^d$; ſoit donc

$$F' = \pi . \delta g . \int \mu \partial\theta . \text{ſin.}\theta^2 . \text{coſ.}\theta . \left(\frac{\partial\gamma''}{\partial\theta}\right),$$

& l'on aura pour la ſomme des termes $\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varphi'}\right)$, $\psi'\left(\frac{\partial\lambda'}{\partial\varphi'}\right)$, &c, qui réſultent de la preſſion du fluide ſur la ſurface du ſphéroïde terreſtre,

$$\alpha KF' . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{coſ.}\varepsilon . \text{coſ.}U;$$

& pour la ſomme des termes $\psi\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}\right)$, $\psi'\left(\frac{\partial\lambda'}{\partial\varepsilon}\right)$, &c, qui réſultent de cette même preſſion, on aura

$$\alpha KF . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{ſin.}U;$$

ſoit $\frac{F + F'}{H} = E$, les équations (V) de l'*art.* XXIX, donneront

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \partial . (\partial\rho + \text{ſin.}\varepsilon . \partial\varphi'), \\ 0 &= -\alpha KE . \partial t^2 . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{coſ.}\varepsilon . \text{coſ.}U + \partial . (\partial\varphi' + \text{ſin.}\varepsilon . \partial\rho), \\ 0 &= \alpha KE . \partial t^2 . \text{ſin.}\nu . \text{coſ.}\nu . \text{ſin.}U + \text{coſ.}\varepsilon . \partial\varphi' . \partial\rho - \partial^2\varepsilon, \end{aligned}\right\} ; \ (V')$$

XXXI.

LA première des équations (V'), donne en l'intégrant,

$$\partial\rho = a\partial t - \partial\varphi' . \text{ſin.}\varepsilon; \quad (31)$$

a étant une conſtante arbitraire; cette équation ſervira à déterminer ρ, lorſqu'on connoîtra φ' & ε, en fonctions du temps t; pour cela nous obſerverons que $\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)$ ne diffère de n, que de quantités de l'ordre α, puiſque nous ſuppoſons ici que la Terre tourne à très-peu-près uniformément autour de l'axe AC; de plus $\frac{\partial\varphi'}{\partial t}$ & $\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}$, ſont de l'ordre α; la

troisième des équations (V') devient donc en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$o = \alpha KE.\partial t^2.\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{sin.}\, U + n\partial t.\partial\varphi'.\text{cos.}\, \varepsilon - \partial^2\varepsilon;$$

d'où l'on tire en intégrant

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = n\varphi'.\text{cos.}\, \varepsilon + \int \alpha KE\partial t.\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{sin.}\, U, \quad (32)$$

équation au moyen de laquelle on aura ε, lorsqu'on aura déterminé φ'.

La seconde des équations (V'), donne

$$o = -\alpha KE.\partial t^2.\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{cos.}\, \varepsilon.\text{cos.}\, U + \partial\partial\varphi' + n\partial t\partial\varepsilon.\text{cos.}\, \varepsilon + \text{sin.}\, \varepsilon.\partial\partial p;$$

& la première donne

$$-\partial\partial\varphi'.\text{sin.}\, \varepsilon^2 = \partial\partial p.\text{sin.}\, \varepsilon;$$

partant

$$o = -\alpha KE.\partial t^2.\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{cos.}\, \varepsilon.\text{cos.}\, U + \partial\partial\varphi'.\text{cos.}\, \varepsilon^2 + n\partial\varepsilon.\partial t.\text{cos.}\, \varepsilon;$$

en substituant dans cette équation, au lieu de $\partial\varepsilon$, sa valeur que donne l'équation (32), on aura

$$o = \frac{\partial^2\varphi'}{\partial t^2} + n^2.\varphi' + \alpha nE.\int\frac{K\partial t}{\text{cos.}\, \varepsilon}.\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{sin.}\, U - \frac{\alpha KE}{\text{cos.}\, \varepsilon}.\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{cos.}\, U;$$

cette équation donnera en l'intégrant, la valeur de φ'; l'équation (32) donnera ensuite celle de ε; & l'équation (31) donnera celle de p. Il est aisé de voir que les intégrales de ces équations renfermeront en tout six constantes arbitraires que l'on déterminera par les conditions primitives du mouvement du sphéroïde. Pour intégrer ces équations, il faut connoître K, $\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{sin.}\, U$, & $\text{sin.}\, \nu.\text{cos.}\, \nu.\text{cos.}\, U$, en fonctions du temps t; or on a $\alpha K = \frac{3S}{2h^3}$, & h est connu en fonction de t, par la loi du mouvement de l'astre; de plus, il est visible que $180^d + U$ exprime son ascension droite, & $90^d - \nu$, sa déclinaison; soit donc z sa

longitude & q^{I} sa latitude rapportées à l'écliptique, on tirera facilement des formules connues de la Trigonométrie pour réduire l'ascension droite & la déclinaison d'un astre, en longitude & latitude rapportées à l'écliptique,

$$\text{cos.}\,\nu = \text{sin.}\,\varepsilon\,.\,\text{sin.}\,q^{\text{I}} + \text{cos.}\,\varepsilon\,.\,\text{cos.}\,q^{\text{I}}\,.\,\text{sin.}\,z,$$

$$\text{sin.}\,\nu\,.\,\text{cos.}\,U = -\,\text{cos.}\,q^{\text{I}}\,.\,\text{cos.}\,z,$$

$$\text{sin.}\,\nu\,.\,\text{sin.}\,U = \text{cos.}\,\varepsilon\,.\,\text{sin.}\,q^{\text{I}} - \text{sin.}\,\varepsilon\,.\,\text{cos.}\,q^{\text{I}}\,.\,\text{sin.}\,z;$$

partant

$$\text{sin.}\,\nu\,.\,\text{cos.}\,\nu\,.\,\text{cos.}\,U = -\,\text{cos.}\,q^{\text{I}}\,.\,\text{cos.}\,z\,.\,(\text{sin.}\,\varepsilon\,.\,\text{sin.}\,q^{\text{I}} + \text{cos.}\,\varepsilon\,.\,\text{cos.}\,q^{\text{I}}\,.\,\text{sin.}\,z),$$

$$\text{sin.}\,\nu\,.\,\text{cos.}\,\nu\,.\,\text{sin.}\,U = (\text{cos.}\,\varepsilon\,.\,\text{sin.}\,q^{\text{I}} - \text{sin.}\,\varepsilon\,.\,\text{cos.}\,q^{\text{I}}\,.\,\text{sin.}\,z)\,.\left\{\begin{matrix}\text{sin.}\,\varepsilon\,.\,\text{sin.}\,q^{\text{I}}\\ +\,\text{cos.}\,\varepsilon\,.\,\text{cos.}\,q^{\text{I}}\,.\,\text{sin.}\,z\end{matrix}\right\}$$

Nous supposerons ici, pour plus de simplicité, que l'orbite de l'astre projetée sur le plan de l'écliptique est circulaire, & que son inclinaison est très-petite, en sorte que parmi les termes multipliés par la tangente de cette inclinaison, nous ne conserverons que ceux qui peuvent devenir fort grands par les intégrations; il sera facile d'avoir égard si l'on veut, aux différentes inégalités du mouvement de l'astre. Supposons conséquemment $z = mt + A$, & $\text{tang.}\,q^{\text{I}} = c\,.\,\text{sin.}\,(m^{\text{I}}t + A^{\text{I}})$, c représentant la tangente de l'inclinaison moyenne de l'orbite; $(m - m^{\text{I}})\,.\,t + A - A^{\text{I}}$ exprimera la distance moyenne du nœud ascendant de l'orbite lunaire a l'équinoxe du Printemps; & comme le moyen mouvement du nœud est très-lent relativement à celui de la Lune, $m - m^{\text{I}}$ est très-peu considérable par rapport à m; on a ensuite à très-peu-près, $\text{sin.}\,q^{\text{I}} = \text{tang.}\,q^{\text{I}}$, & $\text{cos.}\,q^{\text{I}} = 1$; cela posé, si l'on néglige les quantités de l'ordre c^2, & que parmi les termes de l'ordre c, on ne conserve que les sinus & les cosinus de l'angle $(m - m^{\text{I}})\,.t + A - A^{\text{I}}$, parce qu'ils deviennent

très-

très-considérables par les intégrations, on aura

$$\alpha KE.\sin.\nu.\cos.\nu.\cos.U = \frac{\alpha KE}{2}.\left\{\begin{array}{l} c.\sin.\varepsilon.\sin.[(m - m')t + A - A'] \\ - \cos.\varepsilon.\sin.(2mt + 2A) \end{array}\right\}$$

$$\alpha KE.\sin.\nu.\cos.\nu.\sin.U = \frac{\alpha KE}{2}.\left\{\begin{array}{l} \sin.\varepsilon.\cos.\varepsilon.[\cos.(2mt + 2A) - 1] \\ + c.(1 - 2\sin.\varepsilon^2) \\ .\cos.[(m - m')t + A - A'] \end{array}\right\}$$

on aura ainsi

$$0 = \frac{\partial^2\varphi'}{\partial t^2} + n^2\varphi'$$

$$+ \frac{\alpha K.E}{2}.\left\{\begin{array}{l} (\frac{n}{2m}.\sin.\varepsilon + 1).\sin.(2mt + 2A) + H' - nt.\sin.\varepsilon \\ + \frac{\frac{nc}{m - m'}.(1 - 2\sin.\varepsilon^2) - c.\sin.\varepsilon}{\cos.\varepsilon}.\sin.[(m - m').t + A - A'] \end{array}\right\}$$

H' étant une constante arbitraire qui résulte de l'intégrale $\int K.\partial t.\sin.\nu.\cos.\nu.\sin.U$; on aura donc en intégrant & observant que m étant très-petit par rapport à n, on peut négliger m^2 vis-à-vis de n^2,

$$\varphi' = N.\sin.nt + N'.\cos.nt$$

$$- \frac{\alpha K.E}{2n^2}.\left\{\begin{array}{l} H' - nt.\sin.\varepsilon + [\frac{n}{2m}.\sin.\varepsilon + 1].\sin.(2mt + 2A) \\ + \frac{\frac{nc}{m - m'}.(1 - 2\sin.\varepsilon^2) - c.\sin.\varepsilon}{\cos.\varepsilon}.\sin.[(m - m').t + A - A'] \end{array}\right\}$$

ou à très-peu près,

$$\varphi' = N.\sin.nt + N'.\cos.nt$$

$$- \frac{\alpha K.E}{2n^2}.\left\{\begin{array}{l} H' - nt.\sin.\varepsilon + \frac{n}{2m}.\sin.\varepsilon.\sin.(2mt + 2A) \\ + \frac{nc}{m - m'}.\frac{\cos.2\varepsilon}{\cos.\varepsilon}.\sin.[(m - m').t + A - A'] \end{array}\right\}$$

N & N' étant deux constantes arbitraires; l'équation (32) donnera ensuite

$$\varepsilon = H'' - N.\text{cof.}\,\varepsilon.\text{cof.}\,nt + N'.\text{cof.}\,\varepsilon.\text{fin.}\,nt$$

$$+ \frac{\alpha K.E}{2n^2} . \left\{ \begin{array}{l} \frac{n}{2m}.\text{cof.}\,\varepsilon.\text{cof.}\,(2mt + 2A) \\ - \frac{nc}{m - m'}.\text{fin.}\,\varepsilon.\text{cof.}\,[(m - m').t + A - A'] \end{array} \right\}$$

H'' étant une nouvelle conſtante arbitraire; en ſubſtituant ces valeurs dans l'équation (31), on en tirera facilement la valeur de ρ en fonction du temps t.

Suppoſons que les valeurs précédentes de φ', ε & ρ ſoient celles qui réſultent de l'action de la Lune; on aura celles qui réſultent de l'action du Soleil, en y ſuppoſant $c = 0$, & en y changeant les quantités relatives à la Lune, dans celles qui ſont relatives au Soleil; ſoit K' ce qu'eſt pour le Soleil, la quantité K relative à la Lune; la préceſſion moyenne des Équinoxes ſera en vertu des actions réunies du Soleil & de la Lune,

$$\frac{\alpha.E}{2n^2}.\text{fin.}\,\varepsilon.(K + K').nt,$$

l'équation la plus ſenſible de la préceſſion, ſera

$$- \frac{\alpha K.E}{2n^2} . \frac{nc.\text{cof.}\,2\varepsilon}{(m - m').\text{cof.}\,\varepsilon} . \text{fin.}\,[(m - m').t + A - A']$$

& l'équation la plus ſenſible de la nutation de l'axe de la Terre, ſera

$$- \frac{\alpha K.E}{2n^2} . \frac{nc}{m - m'} . \text{fin.}\,\varepsilon.\text{cof.}\,[(m - m').t + A - A'].$$

XXXII.

En comparant les réſultats précédens aux obſervations, il nous ſeroit aiſé de faire voir leur accord avec les phénomènes de la préceſſion & de la nutation; mais cette comparaiſon ayant été faite avec ſoin dans pluſieurs excellens Ouvrages, & principalement dans les belles Recherches de M. d'Alembert ſur cette matière; nous nous bornerons ici à faire ſur nos réſultats quelques remarques nouvelles, & qui auront principalement pour objet leur différence de ceux qui ſont déjà connus.

Nous obſerverons d'abord que la préceſſion moyenne des équinoxes, réſultante de l'action du Soleil & de la Lune, n'eſt pas la même dans les différens ſiècles, puiſqu'elle eſt proportionnelle au coſinus de l'obliquité de l'Écliptique, qui comme l'on ſait, n'eſt pas conſtante; ſuppoſons par exemple, que dans ce ſiècle cette préceſſion ſoit de $50'' \frac{1}{3}$ par année, & qu'au temps d'Hipparque, l'obliquité de l'Écliptique ait été de r minutes plus grande qu'aujourd'hui, on trouvera facilement qu'en vertu de l'action du Soleil & de la Lune, la préceſſion moyenne des équinoxes étoit alors égale à $50'' \frac{1}{3} - r . 0'',006355$; la longueur de l'année tropique étoit donc, par cette ſeule conſidération, plus grande au temps d'Hipparque que de nos jours, d'environ $r . 0'',155$; en ſorte que ſi l'on ſuppoſe, conformément aux anciennes obſervations, $r = 23$, on aura $3'' \frac{1}{2}$ à peu-près pour la différence qui en réſulte entre l'année tropique moderne & celle du temps d'Hipparque: or cette différence n'eſt point à négliger dans une détermination exacte de la durée de l'année tropique.

Nous obſerverons enſuite que quelle que ſoit la loi de la profondeur de la mer, pourvu que le ſphéroïde qu'elle recouvre ſoit un ſolide de révolution diviſé en deux parties égales & ſemblables par l'Équateur, les loix de la préceſſion des équinoxes ſeront les mêmes; c'eſt-à-dire que la préceſſion des équinoxes ſera toujours repréſentée par un terme qui croît uniformément, & par un autre terme proportionnel au ſinus de la diſtance du nœud de la Lune à l'équinoxe, & que la nutation ſera toujours repréſentée par un terme proportionnel au coſinus de cette même diſtance. Tous ces termes augmenteront ou diminueront proportionnellement dans les différentes ſuppoſitions ſur la loi de la profondeur de la mer, & ſur celle de la denſité des couches du ſphéroïde qu'elle recouvre; elles ne peuvent donc influer que ſur la valeur abſolue des coëfficiens de ces termes; nous allons déterminer ces coëfficiens dans le cas où le ſphéroïde que la mer recouvre eſt un ellipſoïde de révolution.

Dans ce cas, la loi de la profondeur de la mer peut être repréſentée par $l + q \cdot \text{ſin.}\,\theta^2$, & l'on a par l'*art. XXVI,*

$$Y = \frac{4Kq.\text{ſin.}\,v.\text{coſ.}\,v.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta}{2qg.(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - n^2} . \text{coſ.}\,(nt + \varpi - \varphi),$$

en ſorte que la quantité que nous avons nommée μ dans l'*art. XXX,* eſt ici conſtante & égale à $\frac{4q}{2qg.(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - n^2}$;

on aura donc par le même *article XXX,* & en obſervant que $g = \frac{4}{3}\pi.\delta^{(1)}$,

$$P = \frac{\frac{24}{5}.s.q}{[2q.(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{n^2}{g}]\delta^{(1)}} . . [\text{coſ.}\,\theta^2 - \text{ſin.}\,\theta^2.\text{coſ.}\,\varpi^2];$$

partant, ſi l'on ſuppoſe $\gamma' = r\zeta.\text{ſin.}\,\theta^2$, ζ étant une fonction quelconque très-petite de r, qui repréſente l'ellipticité de la couche du ſphéroïde dont le demi-petit axe eſt r, on aura

$$F = -\frac{16}{15}.\pi.\frac{2q - \frac{n^2}{g}}{2q(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{n^2}{g}}.\int R.\partial.(r^5\zeta).$$

Si l'on nomme enſuite q' la valeur de ζ lorſque $r = 1$, ou ce qui revient au même, l'ellipticité du ſphéroïde que la mer recouvre, on aura $\gamma'' = q'.\text{ſin.}\,\theta^2$; partant

$$F' = \frac{\frac{32\pi}{15}.\delta q q'}{2q.(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{n^2}{g}};$$

on aura donc

$$E = \frac{F + F'}{H} = \frac{4\delta \cdot qq' - (4q - \frac{2n^2}{g}) \cdot \int R \cdot \partial(\zeta r^5)}{[2q(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{n^2}{g}] \cdot \int R \cdot \partial \cdot r^5}.$$

Si l'on ſuppoſe $q = 0$, on aura le cas dans lequel la réaction de la mer n'a aucune influence ſur le phénomène de la préceſſion des équinoxes; dans ce cas, $E = -\frac{2\int R \cdot \partial(\zeta r^5)}{\int R \cdot \partial \cdot r^5}$; d'où il ſuit que la préceſſion moyenne des équinoxes & la nutation de l'axe de la Terre, lorſqu'on a égard à la réaction des eaux de la mer, ſont à cette préceſſion & à cette nutation lorſqu'on n'y a aucun égard, dans le rapport de

$$(2q - \frac{n^2}{g}) \cdot \int R \cdot \partial \cdot (\zeta r^5) - 2\delta \cdot qq'$$

à $$[2q \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{n^2}{g}] \cdot \int R \cdot \partial(\zeta \cdot r^5);$$

on voit par-là que ſi q & δ ont un rapport ſenſible à l'ellipticité & à la denſité du ſphéroïde terreſtre, la préceſſion des équinoxes ſera très-ſenſiblement différente dans ces deux cas; mais pour mettre cette différence dans un plus grand jour, nous allons conſidérer ici quelques exemples particuliers.

Soit $q = \frac{n^2}{2g} = \frac{1}{578}$, on aura $F = 0$, quelle que ſoit la denſité δ de la mer; & comme cette quantité exprime l'effet des attractions de l'Océan, du Soleil & de la Lune ſur le ſphéroïde terreſtre, il en réſulte que ces attractions n'ont alors aucune influence ſur la préceſſion des équinoxes, & que ce phénomène eſt uniquement dû à la preſſion de la mer ſur la ſurface du ſphéroïde qu'elle recouvre; il eſt vrai que dans ce cas, l'effet de cette preſſion eſt indépendant de la denſité δ de la mer, car on a

$F' = -\frac{16\pi}{9} \cdot \delta^{(1)} q'$, & $E = -\frac{10\,\delta^{(1)} \cdot q'}{3\int R\,\partial \cdot r^5}$.

Dans cet exemple, la précession & la nutation sont à ce qu'elles seroient si l'on n'avoit aucun égard à la réaction de la mer, comme $5\,\delta^{(1)} \cdot q'$ est à $3\int R \cdot \partial \cdot (6 r^5)$, & par conséquent comme 5 est à 3 si le sphéroïde terrestre est homogène, parce qu'alors $\int R \cdot \partial \cdot (6 r^5) = \delta^{(1)} \cdot q'$.

En général, dans la supposition de l'homogénéité du sphéroïde terrestre, on a quel que soit q,

$$E = -\frac{2q' \cdot \left[\frac{n^2}{2g} - q\left(1 - \frac{\delta}{\delta^{(1)}}\right)\right]}{\frac{n^2}{2g} - q \cdot \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)}.$$

Si $q = \frac{n^2}{2g} \cdot \frac{\delta^{(1)}}{\delta^{(1)} - \delta}$, on a $E = 0$; d'où il suit que dans ce cas, il n'y a ni précession ni nutation dans l'axe de la Terre, quoique l'une & l'autre puissent être très-sensibles lorsqu'on néglige la réaction de la mer.

Ces deux exemples suffisent pour faire voir combien il seroit nécessaire d'avoir égard à cette réaction dans la théorie de la précession des Équinoxes, si la valeur de q étoit un peu considérable ; mais nous avons observé dans l'*article XXVI*, que pour satisfaire aux observations sur le peu de différence qui existe entre les deux marées d'un même jour, il falloit supposer q extrêmement petit eu égard à l'ellipticité du sphéroïde terrestre; en sorte que dans la Nature, la réaction des eaux de la mer sur le sphéroïde terrestre, n'a qu'une très-petite influence sur la précession des Équinoxes & sur la nutation de l'axe de la Terre. Il n'en est pas ainsi dans la théorie ordinaire dans laquelle on suppose d'après Newton, que les eaux de la mer prennent instantanément l'état où elles seroient en équilibre, si l'astre qui les attire

étoit immobile, & si la Terre n'avoit point de mouvement de rotation ; dans ce cas, on a par l'*article XIX*,

$$Y = \frac{2K}{g \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}})} \cdot \text{sin.}\, v \cdot \text{cos.}\, v \cdot \text{sin.}\, \theta \cdot \text{cos.}\, \theta \cdot \text{cos.}\, (nt + \varpi - \phi),$$

en sorte que $\mu = \frac{2}{g \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}})}$, ce qui revient à faire $n = 0$ dans l'expression précédente de μ, & par conséquent aussi dans celle de E; on aura donc dans cette hypothèse,

$$E = \frac{2\delta q^2 - 2\int R \cdot \partial(\zeta r^5)}{(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) \cdot \int R \cdot \partial \cdot r^5}.$$

Si l'on supposoit le sphéroïde terrestre homogène, on auroit

$$E = - \frac{10 q^2 \cdot (\delta^{(1)} - \delta)}{5\delta^{(1)} - 3\delta}.$$

Partant, si la densité δ de la mer étoit égale à la densité $\delta^{(1)}$ du sphéroïde, on auroit $E = 0$; il n'y auroit conséquemment ni précession ni nutation, quelle que fût d'ailleurs l'ellipticité du sphéroïde terrestre.

Ces suppositions de $\delta = \delta^{(1)}$ & de l'homogénéité du sphéroïde terrestre, sont précisément celles dont Newton a fait usage dans sa Théorie du flux & du reflux de la mer, & dans celle de la Figure de la Terre ; d'où il suit que si ce grand Géomètre eût adopté les résultats de ces théories dans sa Solution du problème de la Précession des équinoxes, il auroit trouvé la précession nulle en résolvant exactement ce Problème.

XXXIII.

SUIVANT les observations, la précession moyenne des équinoxes est contre l'ordre des signes égale à $50'' \frac{1}{3}$, & la

nutation de l'axe de la Terre eſt de 18″; en repréſentant donc par T une année, & par $n't$ le moyen mouvement du Soleil, on aura

$$nT = \frac{n}{n'} \cdot n'T = \frac{n}{n'} \cdot 360^d;$$

partant on aura

$$\frac{\alpha E \cdot \text{ſin.}\,\varepsilon}{2n^2} \cdot (K + K') \cdot \frac{n}{n'} \cdot 360^d = -50''\tfrac{1}{3}:$$

or $\frac{n}{n'} = 365{,}3$ à peu-près, & $\text{ſin.}\,\varepsilon = \text{coſ.}\,23^d\,28'\,16''$; d'où l'on tirera

$$-\alpha \cdot \frac{(K + K')}{2n^2} \cdot E = 0{,}0000001159;$$

on aura enſuite,

$$-\frac{\alpha KE}{2n^2} \cdot \frac{nc}{m' - m} \cdot \text{ſin.}\,\varepsilon = \pi \cdot \frac{9''}{180^d};$$

or on a Log. $\pi = 0{,}4971499$, & les obſervations donnent $\frac{n}{m} = \frac{27^j\,7^h\,43^m}{1^j}$; $c = \text{tang.}\,5^d\,9'$, & $\frac{m' - m}{m} = 0{,}0040189$; de-là on tirera

$$-\frac{\alpha KE}{2n^2} = 0{,}00000007764;$$

partant $\frac{K + K'}{K} = 1{,}4929$; donc $\frac{K'}{K} = 0{,}4929 = \frac{1}{2}$ à peu-près, en ſorte que l'effet de la Lune ſur la préceſſion des équinoxes & ſur le flux & le reflux de la mer, eſt double de celui du Soleil.

Si l'on déſigne par S la maſſe du Soleil, & par h' ſa moyenne diſtance à la Terre, on aura par la théorie des forces centrifuges, $\frac{S}{h'^2} = n'^2 h'$; or $\alpha K' = \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{h'^3}$; on aura donc $\frac{\alpha K'}{2n^2} = \frac{3n'^2}{4n^2} = \frac{3}{4 \cdot (365{,}3)^2}$; partant

$\frac{\alpha K}{2n^2} = \frac{3}{4 \cdot 0{,}4929 \cdot (365{,}3)^2}$, ce qui donne $E = -0{,}00681$ $= -\frac{1}{147}$, à peu-près; or on a par l'*art. précédent*,

$$E = \frac{4\delta q q^{\text{I}} - (4q - \frac{2n^2}{g}) \cdot \int R \cdot \partial \cdot (\zeta r^5)}{[2q(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{n^2}{g}] \cdot \int R \cdot \partial r^5}$$

donc

$$\frac{(2q - \frac{n^2}{g}) \cdot \int R \cdot \partial (\zeta r^5) - 2\delta q q^{\text{I}}}{2q \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{n^2}{g}} = 0{,}003405 \cdot \int R \cdot \partial r^5; \quad (35)$$

Il faut présentement combiner cette équation avec celle de l'équilibre du fluide. En supposant, comme nous l'avons fait jusqu'ici, la profondeur de la mer très-petite relativement au rayon du sphéroïde terrestre, on tirera facilement l'équation suivante des formules que donne M. Clairaut dans sa théorie de la Figure de la Terre (Voyez l'*art. XXIX de la seconde Partie de cet excellent Ouvrage).*

$$\left.\begin{aligned}(q + q^{\text{I}}) \cdot (10 \int R \cdot \partial r^3 - 6\delta) = 6 \int R \cdot \partial (r^5 \zeta) - 6\delta q^{\text{I}} \\ + \frac{5n^2}{g} \cdot \int R \cdot \partial r^3\end{aligned}\right\}; \quad (36)$$

Nous observerons ici que $\int R \cdot \partial r^3$, est égal à $\delta^{(1)}$; soit donc $q + q^{\text{I}} = q^{\text{II}}$, q^{II} représentant l'ellipticité de la Terre qui résulte de la mesure des degrés du Méridien; les équations (35) & (36) donneront en éliminant $\int R \cdot \partial (\zeta r^5)$,

$$q^{\text{II}} = \frac{n^2}{2g} + 0{,}002043 \cdot \frac{\int R \partial \cdot r^5}{\int R \partial \cdot r^3};$$

$$\text{or } \frac{n^2}{2g} = \frac{1}{578} = 0{,}001730;$$

partant

$$q^{\text{II}} = 0{,}001730 + 0{,}002043 \cdot \frac{\int R \cdot \partial r^5}{\int R \cdot \partial r^3}; \quad (37)$$

Il est très-remarquable que rien de ce qui a rapport au

fluide n'entre dans cette équation, en ſorte que les conſéquences auxquelles elle va donner lieu, ſont les mêmes dans l'hypothèſe où la Terre eſt entièrement ſolide, & dans celle où elle eſt recouverte d'un fluide d'une profondeur variable & d'une denſité quelconque.

Suppoſons que la denſité des couches du ſphéroïde terreſtre aille en diminuant du centre à la ſurface, $\int R\,.\partial r^5$ ſera moindre que $\int R\,\partial\,.\,r^3$; car on a généralement

$$\int R\,.\partial\,r^5 - \int R\,.\partial\,r^3 = \int(1 - r^2)\,.\,r^3\partial\,R;$$

or r étant moindre que 1, & ∂R étant par hypothèſe une quantité négative, $\int(1 - r^2)\,.\partial\,R$ eſt négatif; d'où il ſuit que l'on a $\int R\,.\partial\,r^5 < \int R\,.\partial\,r^3$. Lorſque $\int R\,.\partial r^5 = \int R\,.\partial\,r^3$, l'équation (37) donne $q'' = \frac{1}{265}$; partant on a $q'' < \frac{1}{265}$, lorſque les denſités vont en diminuant du centre à la ſurface; ſi elles vont en augmentant, on a $\int R\,.\partial\,r^5 > \int R\,\partial\,.r^3$, parce que dans ce cas ∂R étant une quantité poſitive, $\int(1 - r^2)r^3.\partial R$ eſt poſitif; mais $\frac{\int R\,.\,\partial\,r^5}{\int R\,.\,\partial\,r^3}$ eſt moindre que $\frac{5}{3}$, car on a $\frac{\int R.\partial\,r^5}{\int R.\partial\,r^3} = \frac{5}{3}\,.\,\frac{\int R\,r^4.\,\partial r}{\int R r^2.\,\partial r}$; or $R\,r^4$ étant moindre que $R\,r^3$ tant que r eſt moindre que l'unité, il eſt clair que $\frac{\int R\,r^4.\,\partial r}{\int R\,r^2\,.\partial\,r}$ eſt moindre que 1; il eſt facile de s'aſſurer par un raiſonnement analogue, que ſi l'on ſuppoſe les denſités croître & diminuer alternativement du centre à la ſurface, on aura toujours $\frac{\int.\,R\,.\,\partial\,r^5}{\int.\,R\,.\,\partial\,r^3} < \frac{5}{3}$. Dans le cas où cette quantité eſt égale à $\frac{5}{3}$, on trouve $q'' = \frac{1}{195}$; cette fraction doit donc être regardée comme la plus grande valeur dont q'' ſoit ſuſceptible, & il eſt à remarquer que cette valeur ſeroit encore moindre, ſi l'on ſuppoſoit le rapport de l'effet de la Lune à celui du Soleil plus grand que 2 & égal à $\frac{5}{2}$, comme

M. Daniel Bernoulli l'a conclu de la comparaiſon des obſervations ſur les marées; ſi l'on conſidère d'ailleurs que les hypothèſes les plus naturelles que l'on puiſſe admettre ſur la loi des denſités des différentes couches du ſphéroïde terreſtre, ſont celle de l'homogénéité, ou celles des denſités croiſſantes de la ſurface au centre, & qu'elles ſont néceſſaires ſi la Terre a été primitivement fluide; on peut en conclure que phyſiquement parlant, les obſervations de la préceſſion des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre, ne permettent pas de ſuppoſer $q^{\prime\prime}$ plus grand que $\frac{1}{265}$; cette valeur de $q^{\prime\prime}$ eſt bien différente de celle qui réſulte de la meſure des degrés de France & du Nord, & qui, comme l'on ſait, eſt égale à $\frac{1}{178}$; il paroît donc impoſſible de concilier ces meſures avec les obſervations du phénomène de la préceſſion des équinoxes, dans l'hypothèſe où la Terre eſt un ellipſoïde de révolution recouvert par un fluide d'une profondeur variable ou conſtante.

XXXIV.

Nous avons vu *(art. XXVI)* que dans le cas où l'on ſuppoſe une figure elliptique au ſphéroïde que la mer recouvre, on a

$$Y = \frac{4Kq.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta}{2qg\left(1-\frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)-n^2}\,.\,\text{coſ.}\,(nt+\varpi-\varphi);$$

cette valeur de Y eſt d'autant plus exacte que l'aſtre ſe meut avec plus de lenteur; nous en avons déduit les loix de la préceſſion des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre, & comme nos réſultats ſont indépendans de la rapidité du mouvement de l'aſtre dans ſon orbite, & qu'il n'y entre que les ſeuls mouvemens du nœud & de la rotation de la Terre; il ſemble que l'on peut en conclure que ces loix ſubſiſteroient encore dans le cas où le mouvement de

la Lune feroit comparable à celui de la rotation de la Terre, pourvu que le mouvement de fes nœuds fût extrêmement lent; on s'en affurera d'ailleurs de la manière fuivante.

Pour cela, nous obferverons que parmi les termes de la feconde claffe qui *(article XXVI)* forment l'expreffion de Y, il n'y a que ceux de la forme $H . \text{cof.} (it + \varpi + A)$, dans lefquels i eft égal à n, ou en diffère extrêmement peu, qui puiffent influer fenfiblement fur la préceffion des équinoxes & fur la nutation de l'axe de la Terre, parce que dans les calculs auxquels conduit la détermination de ce phénomène, ces termes deviennent d'autant plus grands que $i - n$ eft plus petit; on peut donc négliger dans l'expreffion de Y, les termes de la forme précédente, dans lefquels $(i - n) . t$ eft égal, par exemple, au double du moyen mouvement de la Lune dans fon orbite, & ne conferver que ceux dans lefquels $(i - n) . t$ eft égal au moyen mouvement du nœud de l'orbite Lunaire; il fuit de-là que dans le développement de $2 K . \text{fin.} \nu . \text{cof.} \nu . \text{cof.} (nt + \varpi - \varphi)$, il fuffit de conferver les termes de la forme $K^1 . \text{cof.} (nt + \varpi + A)$, & de celle-ci $K^1 . \text{cof.} (nt \pm mt + \varpi + A)$, mt repréfentant le moyen mouvement du nœud, & l'on aura par l'*article XXVI*, pour Y, une fuite de termes de la forme $\frac{2 K^1 q . \text{fin.} \theta . \text{cof.} \theta . \text{cof.} (nt + \varpi + A)}{2 qg . (1 - \frac{3 \delta}{5 \delta^{(1)}}) - n^2}$, & de celle-ci,

$$\frac{2 K^1 q . \text{fin.} \theta . \text{cof.} \theta}{2 qg . (1 - \frac{3 \delta}{5 \delta^{(1)}}) - n^2} . \text{cof.} (nt \pm mt + \varpi + A),$$

& cette valeur de Y fera d'autant plus exacte que m fera plus petit par rapport à n; or il eft clair que l'on trouvera la même fuite en développant l'expreffion

$$\frac{4 K q . \text{fin.} \nu . \text{cof.} \nu . \text{fin.} \theta . \text{cof.} \theta}{2 qg . (1 - \frac{3 \delta}{5 \delta^{(1)}}) - n^2} . \text{cof.} (nt + \varpi - \varphi)$$

de Y, dont nous avons ſait uſage, pourvu que dans ce développement on ne conſerve que les termes de la ſorme $H.\text{coſ.}(nt + \varpi + A)$, & $H.\text{coſ.}(nt \pm mt + \varpi + A)$; donc, quelle que ſoit la rapidité du moyen mouvement de la Lune dans ſon orbite, les réſultats relatiſs à la préceſſion des équinoxes & à la nutation de l'axe de la Terre, que nous avons tirés précédemment de l'équation

$$Y = \frac{4Kq\,.\,\text{ſin.}\,\nu\,.\,\text{coſ.}\,\nu\,.\,\text{ſin.}\,\theta\,.\,\text{coſ.}\,\theta}{2qg.\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - n^2}\,.\,\text{coſ.}\,(nt + \varpi - \varphi),$$

ſeront toujours vrais, ſi le moyen mouvement du nœud de l'orbite eſt très-lent par rapport au mouvement de rotation de la Terre, & comme il n'en eſt que $\frac{1}{6570}$, on peut regarder ces réſultats comme très-approchés, quand bien même la rapidité du mouvement de la Lune dans ſon orbite produiroit une erreur ſenſible ſur la valeur précédente de Y.

ADDITION à l'Article I.er

LORSQU'ON cherche *à priori* la figure d'un ſphéroïde homogène de révolution infiniment peu différent de la ſphère, dans le cas de l'équilibre; on eſt conduit à une équation différentielle d'un degré infini qui indique conſéquemment que le probleme eſt ſuſceptible d'une infinité de ſolutions, *(Voyez Mém. Acad. ann. 1772, II. Partie, page 536 & ſuiv.)*; & quoique je ſois parvenu à exclure un grand nombre de figures, il me paroît cependant extrêmement vraiſemblable qu'il y en a une infinité d'autres que la ſphère, qui ſatisfont à l'équilibre. Si l'on en connoiſſoit une ſeule, on pourroit en conclure une infinité qui ne ſeroient pas même de révolution, & cela par la conſidération ſuivante qui, plus approfondie, pourra ſervir peut-être à déterminer ces figures. Que l'on prenne à volonté ſur le ſphéroïde un point que l'on regardera comme *pôle*, & auquel on fixera l'origine de l'angle θ, θ étant ainſi le complément de la latitude des

différens points du sphéroïde dont nous désignerons par ϖ la longitude ; supposons ensuite que $1 + \alpha y$ soit le rayon d'un sphéroïde homogène en équilibre, α étant infiniment petit, & y étant fonction de θ & de ϖ; en nommant αB l'attraction tangentielle des sphéroïdes homogènes infiniment peu différens de la sphère, B étant fonction quelconque de θ & de ϖ, on aura dans le cas de l'équilibre, $\alpha B = 0$. Cette équation ayant lieu, quels que soient θ & ϖ, il est clair qu'elle subsisteroit encore, en changeant θ en $\theta + a$, & ϖ en $\varpi + b$, a, b étant des constantes quelconques; soit y' ce que devient y, en vertu de ces changemens, le rayon $1 + \alpha y'$ satisfera donc à l'équilibre, & par conséquent aussi le rayon $1 + \alpha y + \alpha n y'$, n étant une constante quelconque; or a & b étant arbitraires, il est clair que l'on aura ainsi une infinité de figures qui satisferont à l'équilibre. Mais un rapport singulier qui existe entre l'attraction des sphéroïdes homogènes, suivant la tangente, & leur attraction verticale ou perpendiculaire à la tangente, détermine la loi de la pesanteur à la surface de ceux qui sont en équilibre, & la rend unique, malgré la multiplicité infinie de figures dont ils paroissent susceptibles. Ce rapport consiste en ce que l'attraction d'un sphéroïde homogène quelconque infiniment peu différent d'une sphère, parallèlement à la tangente, & multipliée par le petit côté du sphéroïde, est le double de la différence des attractions verticales du sphéroïde, aux deux extrémités de ce côté. J'ai démontré ce théorème dans l'*art. I*, mais il peut l'être plus simplement par la méthode suivante, qui de plus a l'avantage de s'étendre au cas où l'attraction est comme une puissance quelconque n de la distance.

Fig. 4. Imaginons un point R placé sur une sphère MRB dont le rayon est 1, & C le centre; nommons R, la masse de ce point; f, sa distance au point M; f', sa distance au point quelconque m pris sur la surface de la sphère, infiniment près de M; en abaissant du point R, la perpendiculaire RH sur MC, & du point m, la perpendiculaire mh sur RM, & décomposant l'attraction $R.f^n$ du point R sur le

point M, en trois autres ; dont la première que nous nommerons ν, ſoit dirigée ſuivant le rayon MC ; dont la ſeconde que nous nommerons b, ſoit dirigée ſuivant le côté Mm ; & dont la troiſième ſoit perpendiculaire au plan MCm ; on aura $b = R \cdot f^n \cdot \frac{Mh}{Mm}$, partant $b \cdot Mm = R \cdot f^n \cdot Mh$; on aura enſuite $\nu = R \cdot f^n \cdot \frac{MH}{RM}$; or RM étant par la propriété connue du cercle, moyenne proportionnelle entre MH & le diamètre entier MB, on a $\frac{MH}{RM} = \frac{f}{2}$; donc $\nu = \frac{R}{2} \cdot f^{n+1}$; ſoit ν', l'attraction du point R ſur le point m, ſuivant le rayon mC, on aura $\nu' = \frac{R}{2} \cdot f'^{n+1}$; donc

Fig. 4.

$$\nu' - \nu = \frac{R}{2} \cdot (f'^{n+1} - f^{n+1}) = - \frac{(n+1)}{2} \cdot R \cdot f^n \cdot Mh ;$$

ce qui donne

$$\nu' - \nu = - \left(\frac{n+1}{2}\right) \cdot b \cdot Mm.$$

Il ſuit de-là, que ſi l'on ſuppoſe une infinité de points diſtribués d'une manière quelconque ſur la ſurface de la ſphère, & que l'on nomme V & V' la ſomme de leurs attractions ſur les points M & m, dirigées vers le centre C, & B la ſomme de leurs attractions ſur le point M parallèlement à Mm, on aura

$$V' - V = - \left(\frac{n+1}{2}\right) \cdot B \cdot Mm.$$

Conſidérons maintenant un ſphéroïde quelconque AMB dont le rayon mené du centre C d'inertie, à ſa ſurface, ſoit $1 + \alpha y$, α étant infiniment petit, & y étant une fonction quelconque continue ou diſcontinue de θ & de ϖ ; ſi l'on imagine une ſphère dont le rayon ſoit 1, & qui ſoit tangente intérieurement à la ſurface du ſphéroïde au point M, il eſt clair que le centre de cette ſphère ſera infiniment peu

Fig. 5.

Fig. 5. diſtant du point C, & que le rayon mené de ſon centre à la ſurface du ſphéroïde, ne différera de l'unité que d'une quantité de l'ordre α; cela poſé, l'attraction du ſphéroïde eſt égale à l'attraction de la ſphère, plus à l'attraction de l'excès du ſphéroïde ſur la ſphère; or, on peut concevoir cet excès comme composé d'une infinité de petites maſſes placées aux extrémités des rayons de la ſphère, ces maſſes devant être ſuppoſées négatives, par-tout où le rayon de la ſphère excède celui du ſphéroïde; d'où il ſuit que ſi l'on nomme S l'attraction de la ſphère ſur le point M, αV & $\alpha V^{\prime}$, les attractions verticales de l'excès du ſphéroïde ſur la ſphère ſur les points M & m, & αB ſon attraction horizontale, on aura par ce qui précède,

$$V^{\prime} - V = -\left(\frac{n+1}{2}\right).B.Mm.$$

Si l'on nomme A l'attraction verticale du ſphéroïde ſur le point M, & $A^{\prime}$ ſon attraction verticale ſur le point m, on aura $A = S + \alpha V$, & $A^{\prime} = S + \alpha V^{\prime}$; donc

$$A^{\prime} - A = -\left(\frac{n+1}{2}\right).\alpha B.Mm.$$

L'attraction du ſphéroïde ſur le point M, décompoſée ſuivant le rayon MC, ou ſuivant toute autre direction qui ne fait avec MC qu'un angle de l'ordre α, ne diffère de A, que d'une quantité de l'ordre α^2, ce qui ſuit évidemment de ce que l'attraction entière du ſphéroïde ſur le point M, eſt dirigée ſuivant une droite MK qui ne fait avec MC qu'un angle de l'ordre α; A peut donc également repréſenter, & la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde, & cette peſanteur décompoſée ſuivant le rayon MC.

De-là réſulte cette conſéquence ſingulière, ſavoir, que ſi l'attraction ſuivoit la raiſon réciproque de la ſimple diſtance, la peſanteur ſeroit conſtante à la ſurface de tout ſphéroïde homogène infiniment peu différent d'une ſphère, puiſque l'on auroit alors $-\left(\frac{n+1}{2}\right).B.Mm = 0$, partant $A = A^{\prime}$.

Conſidérons

Considérons AB comme l'axe commun à tous les méridiens du sphéroïde, & nommons θ l'angle MCA; en supposant le point m placé sur le méridien AMB, nous aurons aux quantités près de l'ordre α, $Mm = \partial\theta$; partant en négligeant les quantités de l'ordre α^2, nous aurons Fig. 5.

$$A' - A = -\left(\frac{n+1}{2}\right)\alpha B.\partial\theta,$$

ou $$\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right) = -\left(\frac{n+1}{2}\right).\alpha B.$$

Nommons ensuite ϖ, l'angle que forme le méridien AMB, avec un premier méridien : si l'on prend sur la surface du sphéroïde un point m' infiniment voisin de M, & tel que l'angle $m'CA = MCA$, nous aurons aux quantités près de l'ordre α, $Mm' = \partial\varpi.\text{sin.}\,\theta$; soit de plus αC, l'attraction du sphéroïde sur le point M, décomposée suivant la tangente Mm', nous aurons

$$\partial A = -\left(\frac{n+1}{2}\right)\alpha C.\partial\varpi.\text{sin.}\,\theta,$$

θ étant regardé comme constant dans la différentielle ∂A; partant $\left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right) = -\left(\frac{n+1}{2}\right)\alpha C.\text{sin.}\,\theta.$

Si l'on suppose $n = -2$, ce qui est le cas de la Nature, on aura les deux équations

$$\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right) = \tfrac{1}{2}\alpha B;\ \left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right) = \tfrac{1}{2}\alpha C.\text{sin.}\,\theta;$$

or on s'assurera facilement que ces équations répondent aux équations *(a)* & *(a')* de l'*article I.er*

Si l'on suppose que le sphéroïde tourne autour de l'axe AB, de manière qu'à l'équateur la force centrifuge soit αf; il est aisé de voir que cette force au point M sera $\alpha f.\text{sin.}\,\theta$, que décomposée suivant Mm, elle sera $\alpha f.\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta$, & que décomposée suivant MC, elle sera $-\alpha f.\text{sin.}\,\theta^2$; si l'on suppose de plus, que le point M du sphéroïde soit animé suivant les droites Mm, Mm' & MC, des forces quelconques αM, αN & αR, on aura $\alpha B + \alpha M + \alpha f.\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta$,

Fig. 5. pour la force tangentielle ſuivant Mm; $\alpha C + \alpha N$, pour la force tangentielle ſuivant Mm', & $A + \alpha R - \alpha f.\text{ſin.}\theta^2$, pour la force ſuivant MC, & qui ne diffère de la peſanteur au point M, ou ce qui revient au même, de la réſultante des trois forces ſuivant MC, Mm & Mm', que des quantités de l'ordre α^2; ſoit donc P la peſanteur, on aura

$$P = A + \alpha R - \alpha f.\text{ſin.}\theta^2;$$

dans le cas de l'équilibre, les forces tangentielles ſont nulles, ce qui donne les deux équations

$$\alpha B = -\alpha M - \alpha f.\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta,$$
$$\alpha C = -\alpha N.$$

Si l'on différentie l'équation $P = A + \alpha R - \alpha f.\text{ſin.}\theta^2$ en faiſant varier θ & ϖ, on aura

$$\partial P = \left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)\partial\theta + \left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right)\partial\varpi + \alpha\partial R - 2\alpha f\partial\theta\,\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta:$$

en ſubſtituant dans cette équation, au lieu de $\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)$, & $\left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right)$ leurs valeurs, $-\left(\frac{n+1}{2}\right)\alpha B$, & $-\left(\frac{n+1}{2}\right).\alpha C.\text{ſin.}\theta$, on aura

$$\partial P = -\left(\frac{n+1}{2}\right).\alpha\left[B\partial\theta + C\partial\varpi.\text{ſin.}\theta\right]$$
$$+ \alpha.\partial R - 2\alpha f.\partial\theta.\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta;$$

ſi l'on ſubſtitue encore au lieu de B & de C, leurs valeurs $-M - f.\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta$, & $-N$, on aura

$$\partial P = \left(\frac{n+1}{2}\right).\alpha.\left[M\partial\theta + N\partial\varpi.\text{ſin.}\theta\right]$$
$$+ \alpha\partial R + \frac{n-3}{2}.\alpha f.\partial\theta.\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}\theta.$$

Pour que cette équation, & par conſéquent pour que l'équilibre ſoit poſſible, $M\partial\theta + N\partial\varpi.\text{ſin.}\theta$ doit être une différence exacte, & c'eſt ce qui a toujours lieu, lorſque les forces αM & αN ſont le réſultat des attractions; ſoit

Fig. 1.

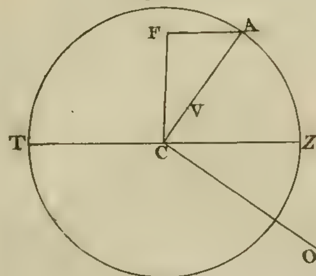


Fig. 2.

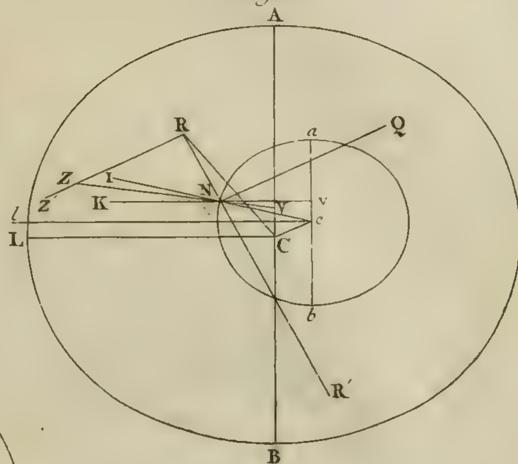


Fig. 3.

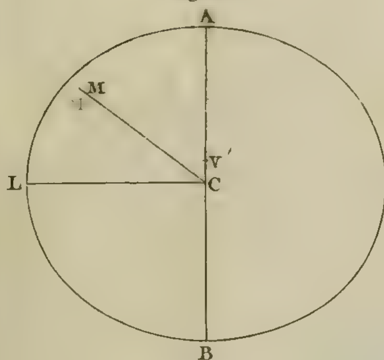


Fig. 5.

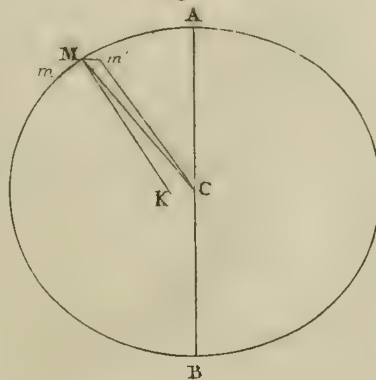
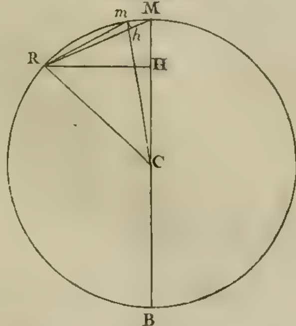


Fig. 4.



Y. le G. Sc.



donc ∂Z cette différence, & l'on aura en intégrant l'équation précédente,

$$P = P' + \left(\frac{n+1}{2}\right).\alpha Z + \alpha R + \frac{n-3}{4}.\alpha f.\text{fin.}\,\theta^2,$$

P' étant une conftante arbitraire.

Si le fphéroïde n'eft animé d'aucune force étrangère, on a $Z = 0$, & $R = 0$; partant,

$$P = P' + \frac{n-3}{4}.\alpha f.\text{fin.}\,\theta^2,$$

P' exprimant alors la pefanteur au pôle; dans le cas de la Nature où $n = -2$, on a $P = P' - \frac{5}{4}\alpha f.\text{fin.}\,\theta^2$, ce qui eft conforme à ce que l'on fait d'ailleurs; mais il eft très-remarquable que dans le cas où $n = 3$, on ait $P = P'$; d'où il fuit que fi l'attraction étoit en raifon compofée de la maffe & du cube de la diftance, la pefanteur à la furface des fphéroïdes homogènes en équilibre feroit conftante aux quantités près de l'ordre α^2, quel que fût le mouvement de rotation des fphéroïdes.

Je réferve pour un autre Mémoire les Recherches fur les ofcillations de l'atmofphère.



OBSERVATIONS DE LA LUNE,
FAITES
AVANT L'ÉCLIPSE TOTALE DE LUNE DU 30 JUILLET 1776.
Et comparaisons des Lieux observés aux Lieux calculés avec les Tables de M.rs Clairaut & Mayer.

Par M. JEAURAT.

14 Août 1776.

LE mois de Juillet 1776 a été si favorable aux Observations astronomiques, qu'excepté le 29 & le 30 où la Lune n'a pu être observée dans son passage au Méridien, je n'ai été aucunement empêché pendant ce mois de faire les observations que je me suis proposé de faire.

Le 30, la Lune étoit plongée dans l'ombre lors de son passage par le Méridien, & comme j'avois d'avance calculé avec les Tables de M. Mayer le passage au Méridien, ainsi que la hauteur apparente de la Lune, il est évident que si un nuage léger ne m'avoit empêché de faire cette observation, que j'aurois pu dans l'instant même de l'observation déterminer de la manière la plus directe l'erreur des Tables, tant en longitude qu'en latitude; c'est donc pour suppléer au manque de cette observation, que je donne ici les lieux de la Lune observés & calculés les 25, 26, 27 & 28 Juillet 1776 : or de la comparaison que je fais de mes observations avec mes calculs, il résulte ce qui suit.

DATES DES OBSERV. *ANNÉE 1776.*	ANOMALIE moyenne de la LUNE.	ERREURS DES TABLES EN LONGITUDE.		ERREURS DES TABLES EN LATITUDE.	
		M. CLAIRAUT.	M. MAYER.	M. CLAIRAUT.	M. MAYER.
25 Juillet à 7h 18′ 42″	2s 10d 55′ 51″	— 1′ 7″	— 0′ 39″	+ 0′ 11″	+ 0′ 3″
26 Juillet à 8. 8. 52	2. 24. 27. 1	— 0. 43	— 0. 14	+ 0. 12	+ 0. 4
27 Juillet à 9. 2. 38	3. 8. 0. 11	— 1. 15	— 0. 46	— 0. 7	— 0. 1
28 Juillet à 9. 59. 43	3. 21. 35. 8	— 1. 16	— 0. 45	+ 0. 40	+ 0. 32

Au reste, je donne comme il suit, les observations même; elles sont les plus récentes que j'aie faites au mural de M. Cassini à l'Observatoire royal, elles ont été faites par un très beau temps: d'ailleurs ces observations sont faites dans des circonstances favorables, puisque pendant quatre jours de suite la Lune a été comparée au Méridien avec la même étoile μ ↔ du Serpent; & que le 28, cette étoile μ ↔ du Serpent n'étoit éloignée du parallèle de la Lune que de 15′ 25″. Voici donc les observations même, ainsi que leurs calculs.

OBSERVATIONS faites au grand Mural de l'Observatoire Royal de Paris.

Du 25 Juillet 1776.

		Hauteur de l'Instrument.
Midi vrai à la Pendule..	0^h 20′ 51″.	
1.er bord de la Lune...	7. 39. 33....	bord supér. 26^d 12′ 20″.
μ du Serpent........	9. 58. 54...........	20. 16. 25.
Retour des Étoiles fixes au Méridien....	23. 56. 9.	
Temps vrai de l'observat. de la Lune.....	7. 18. 42.	

A. 21^d 5′ 41″.	Déclinaison apparente de μ du Serpent.
— 5. 55. 55.	Différence des déclinaisons.
A. 15. 9. 46.	Déclinaison apparente du bord supérieur.
— 0. 50. 30.	Parallaxe de hauteur, la parallaxe horizontale étant de 56′ 57″.
A. 14. 19. 16.	Déclinaison vraie du bord supérieur.
+ 0. 15. 22.	Demi-diamètre apparent de la Lune.
A. 14. 34. 38.	Déclinaison vraie du centre de la Lune.

270. 5. 57.	Ascension droite apparente de μ du Serpent.
— 34. 55. 53.	Différence des ascensions droites.
235. 10. 4.	Ascension droite du premier bord de la Lune.
+ 0. 15. 52.	Demi-diamètre en ascension droite.
235. 25. 56.	Ascension droite vraie du centre.

Longitude obfervée	7	26d 33′ 3″.
Longitude calculée	7.	26. 31. 56.
Erreur des Tables de M. Clairaut		— 1. 7.
Latitude boréale obfervée		4. 57. 28.
Latitude boréale calculée		4. 57. 49.
Erreur des Tables de M. Clairaut		+ 0. 11.

OBSERVATIONS

Du 26 Juillet 1776.

			Hauteur de l'Inftrument.
Midi vrai à la Pendule	0h 20′ 54″.		
Premier bord de la Lune	8. 29. 46.	bord fupér.	23d 9′ 10″.
μ ✶ du Serpent	9. 55. 3		20. 16. 25.
Retour des Étoiles fixes au Mér.	23. 56. 8.		
Temps vrai de l'obferv. de la ☾.	8. 8. 52.		

A. 21d 5′ 41″	Déclinaifon apparente de μ du Serpent.
— 2. 52. 45.	Différence des déclinaifons.
A. 18. 12. 56.	Déclinaifon apparente du bord fupérieur.
— 0. 52. 31.	Parallaxe de hauteur, la parallaxe horizontale étant de 57′ 8″.
A. 17. 20. 25.	Déclinaifon vraie du bord fupérieur.
+ 0. 15. 36.	Demi-diamètre apparent de la Lune.
A. 17. 36. 1.	Déclinaifon vraie du centre de la Lune.
270. 5. 57.	Afcenfion droite apparente de μ du Serpent.
— 21. 22. 41.	Différence des afcenfions droites.
248. 43. 16.	Afcenfion droite du premier bord de la Lune.
+ 0. 16. 22.	Demi-diamètre en afcenfion droite.
248. 59. 38.	Afcenfion droite vraie du centre.

Longitude obfervée	8f	9d 57′ 37″
Longitude calculée	8.	9. 56. 54.
Erreur des Tables de M. Clairaut		— 0. 43.
Latitude boréale obfervée		4. 24. 43.
Latitude boréale calculée		4. 24. 55.
Erreur des Tables de M. Clairaut		+ 0. 12.

OBSERVATIONS
Du 27 Juillet 1776.

Midi vrai à la Pendule......	0h 20′ 56″.	*Hauteur de l'Instrument.*	
Premier bord de la Lune.....	9. 23. 34.	bord supér.	20d 59′ 50″.
μ du Serpent.............	9. 51. 11.........		20. 16. 25.
Retour des Étoiles fixes au Mér.	23. 56. 8.		
Temps vrai de l'observ. de la ☾.	9. 23. 8.		

A.	21d 5′ 41″.	Déclinaison apparente de μ du Serpent.
—	0. 43. 25.	Différence des déclinaisons.
A.	20. 22. 16.	Déclinaison apparente du bord supérieur.
—	0. 54. 10.	Parallaxe de hauteur, la parallaxe horizontale étant de 58′ 1″.
A.	19. 28. 6.	Déclinaison vraie du bord supérieur.
+	0. 15. 50.	Demi-diamètre apparent de la Lune.
A.	19. 43. 56.	Déclinaison vraie du centre de la Lune.

	270. 5. 57.	Ascension droite apparente de μ du Serpent.
—	6. 55. 22.	Différence des ascensions droites.
	263. 10. 35.	Ascension droite du premier bord de la Lune.
+	0. 16. 50.	Demi-diamètre en ascension droite.
	263. 27. 25.	Ascension droite vraie du centre de la Lune.

Longitude observée........................	8s 23d 49′ 47″.
Longitude calculée........................	8. 23. 48. 32.
Erreur des Tables de M. Clairaut........	— 1. 15.
Latitude boréale observée..................	3. 35. 20.
Latitude boréale calculée..................	3. 35. 13.
Erreur des Tables de M. Clairaut........	— 0. 7.

OBSERVATIONS
Du 28 Juillet 1776.

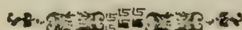
Midi vrai à la Pendule.......	0h 20′ 57″.	*Hauteur de l'Instrument.*	
Premier bord de la Lune.....	10. 20. 40.	bord supér.	20d 1′ 0″.
μ du Serpent.............	94. 7. 19.........		20. 16. 25.
Retour des Étoiles fixes au Mér.	23. 56. 7.		
Temps vrai de l'observ. de la ☾.	95. 9. 43.		

A.	21^d 5′ 41″.	Déclinaison apparente de μ du Serpent.
+	0. 15. 25.	Différence des déclinaisons.
A.	21. 21. 6.	Déclinaison apparente du bord supérieur.
—	0. 55. 21.	Parallaxe de hauteur, la parallaxe horizontale étant de 58′ 54″.
A.	20. 25. 45.	Déclinaison vraie du bord supérieur.
+	0. 16. 5.	Demi-diamètre apparent de la Lune.
A.	20. 41. 50.	Déclinaison vraie du centre de la Lune.

	270. 5. 57.	Ascension droite apparente de μ du Serpent.
+	8. 21. 36.	Différence des ascensions droites.
	278. 27. 33.	Ascension droite du premier bord de la Lune.
+	0. 17. 12.	Demi-diamètre en ascension droite.
	278. 44. 45.	Ascension droite vraie du centre de la Lune.

Longitude observée	9^s 8^d 11′ 8″.
Longitude calculée	9. 8. 9 52.
Erreur des Tables de M. Clairaut	— 1. 16.
Latitude boréale observée	2. 31. 58.
Latitude boréals calculée	2. 32. 38.
Erreur des Tables de M. Clairaut	+ 1. 40.

Des observations & calculs que je viens de donner, il suit naturellement que l'erreur moyenne en longitude est de 1′ 5″ pour les Tables de M. Clairaut, & de 0′ 36″ pour les Tables de M. Mayer. D'ailleurs, il paroît qu'il conviendroit, pour les Tables de M. Clairaut, d'avancer l'apogée d'environ 25 minutes, ou, ce qui revient au même, qu'il faudroit retrancher 25 minutes de l'anomalie moyenne ou argument *A;* mais comme cette conjecture n'a de fondement que les quatre observations que je viens de donner, & que ses observations sont toutes dans la circonstance d'une équation soustractive du centre, je n'ose espérer en faveur des Tables de feu M. Clairaut, que cette correction que j'indique puisse être constante. Cette question mériteroit peut-être d'être examinée.



NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE:

Et en général pour réduire les Obſervations de cet Aſtre, faites à la ſurface de la Terre, au lieu vu du centre.

Suite du DOUZIÈME MÉMOIRE.

Par M. DIONIS DU SÉJOUR.

ARTICLE VII*.

Expoſition d'une méthode particulière pour déterminer l'inflexion des rayons qui raſent le limbe de la Lune.

(156.) LES méthodes que nous avons données précé- Lû en 1775, & remis le 28 Octobre 1778.
demment pour déterminer l'inflexion des rayons de lumière qui raſent le bord de la Lune, ſuppoſent la connoiſſance d'un grand nombre d'élémens, dont l'incertitude peut influer ſur la quantité de cette inflexion. On a pu remarquer que par la comparaiſon d'un grand nombre d'obſervations que j'ai diſcutées, il ne peut reſter d'incertitude que ſur le diamètre de la Lune, qu'il faut néceſſairement diminuer ſi l'on veut ſe refuſer à reconnoître une inflexion dans les rayons ſolaires qui paſſent près de la Lune. J'ai fait voir comment on peut lever cette incertitude, au moyen des obſervations des diſtances des cornes; & que celles que M. Short a meſurées, lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, ſont très-favorables au ſyſtème de l'inflexion. Voici pour déterminer cette inflexion, un nouveau moyen ſimple & qui ne dépend de la connoiſſance d'aucun élément.

* Comme cette partie du Mémoire eſt une ſuite de celle inſérée dans le volume de 1775, on a ſuivi l'ordre des articles & des paragraphes.

Lorſque de deux Étoiles voiſines, l'une doit être éclipſée par la Lune, on aſſujettira les deux Étoiles entre deux fils d'un micromètre filaire, ou on les ſuperpoſera au moyen du micromètre objectif, en ayant ſoin de placer la lunette ſur une machine parallactique; on obſervera ſi à l'inſtant de l'occultation de l'Étoile, ſa diſtance à l'autre Étoile compriſe entre les fils, eſt altérée; ou ſi cette Étoile ceſſe d'être ſuperpoſée. Cette altération donnera la quantité de l'inflexion des rayons qui raſent le diſque de la Lune. Je vais donner les formules qui ſerviront à calculer l'inflexion, d'après ce genre d'obſervations.

(157.) On pourroit craindre que durant l'obſervation du phénomène, la différence des réfractions des deux Étoiles ne faſſe varier leur diſtance reſpective; mais il eſt aiſé de s'aſſurer que cette variation doit être inſenſible dans un eſpace de temps auſſi peu conſidérable.

Des principes ſur leſquels les calculs ſont fondés.

(158.) Pour entendre les principes ſur leſquels ſont fondés les calculs de la méthode que je propoſe, on ſe rappellera Année 1772. que dans l'*article VI de mon X.*[e] *Mémoire*, j'ai donné les changemens qu'il faut faire aux formules générales de cet Ouvrage, pour les appliquer aux appulſes & aux occultations des Étoiles par la Lune. On pourra donc calculer, relativement à une des Étoiles, celle, par exemple, qui s'engage dans l'atmoſphère Lunaire, la diſtance des centres de l'Étoile & de la Lune, & l'angle que fait avec l'orbite relative de la Lune, la droite qui joint les centres de la Lune & de l'Étoile, à l'inſtant de l'obſervation; & comme l'angle de l'orbite relative de la Lune, avec le fil parallèle ou équatorial, eſt pareillement connu, d'après nos méthodes, on conclura l'angle que fait avec le fil parallèle, la droite qui joint les centres de l'Étoile & de la Lune. Je ſuppoſerai donc ces élémens connus.

Au reſte, j'entends par fil parallèle ou fil équatorial, ce que tous les Aſtronomes entendent par cette définition;

c'eſt-à-dire le fil mené par le centre de l'Étoile dans le ſens du mouvement horaire, & que l'Étoile ſuit lorſque la lunette eſt montée ſur une machine parallactique.

(159. Les différences connues d'aſcenſion droite & de déclinaiſon des deux Étoiles, feront pareillement conclure la diſtance apparente de ces deux Étoiles, ainſi que l'angle que fait avec le fil parallèle, la droite qui joint les centres de ces Étoiles, comme je le ferai voir dans le *§. 166.*

Solution du Problème, lorſque l'on a ſuperpoſé les deux Étoiles.

(160.) Pour entendre la ſolution du Problème, dans le cas où ayant ſuperpoſé les deux Étoiles, au moyen du micromètre objectif, elles viennent à ſe ſéparer.

Soit E l'Étoile qui s'engage dans l'atmoſphère de la Lune, L le centre de la Lune, ε l'Étoile à laquelle on compare l'Étoile E, Pp le fil parallèle. Dans le triangle rectiligne εEL, on connoît le côté EL, diſtance apparente du centre de la Lune au centre de l'Étoile E. On connoît le côté $E\varepsilon$ diſtance des deux Étoiles; on connoît enfin l'angle εEL, formé par les deux rayons menés l'un de l'Étoile E au centre L de la Lune, & l'autre de l'étoile E à l'étoile ε; puiſqu'en effet, cet angle eſt la ſomme ou la différence des angles formés par les rayons dont nous venons de parler, avec le fil parallèle Pp. Dans le triangle rectiligne εEL, on connoît donc les côtés EL, $E\varepsilon$, & l'angle εEL. Soit Fig. 9.

λ la diſtance EL,
λ' la diſtance $E\varepsilon$,
φ l'angle εEL,
r le ſinus total.

Suppoſons d'ailleurs que par l'effet de l'inflexion, l'Étoile E ait paſſé en E', dans la direction LE de la droite qui joint les centres de la Lune & de l'Étoile. D'après cette conſtruction, la diſtance $L\varepsilon$, non plus que l'angle εLE, ne feront

Fig. 9. point altérés; mais au lieu du triangle εEL, on aura le triangle $\varepsilon E'L$, dans lequel le côté εL sera égal au côté εL du triangle primitif, & le point E' sera dans le prolongement de la droite LE. Soit maintenant

$\lambda + d\lambda$ le nouveau côté LE',

$\lambda' + d\lambda'$ le nouveau côté $\varepsilon E'$,

& du point ε comme centre, & du rayon $\varepsilon E'$, abaissons sur εE le petit arc $E'a$. Il est évident que dans le petit triangle $E'Ea$ que l'on peut regarder comme rectiligne, on aura

$$Ea : EE' :: \text{cos.}\ \varepsilon EE' : r;$$

mais Ea est le décroissement de la distance εE des deux Étoiles, EE' est l'inflexion, & l'angle $\varepsilon EE'$ est le supplément de l'angle φ; donc

$$(1)\ \text{Inflexion} = -\frac{r\,d\lambda'}{\text{cos.}\ \varphi}.$$

(161.) On doit conclure de la forme de l'équation (1) du *paragraphe précédent*, que les observations les plus favorables à la détermination de l'inflexion, sont celles où les lignes qui joignent les centres des Étoiles E, ε, & de la Lune L, font le plus petit angle possible entr'elles; en effet, on approche alors d'avoir $\text{cos.}\ \varphi = r$, & par conséquent l'erreur sur la quantité $d\lambda'$ influe le moins possible sur le résultat: lors donc que l'on voudra faire ces observations, il faudra choisir de préférence l'Étoile qui approchera le plus d'être dans la direction de la droite qui joint les centres de la Lune & de l'Étoile occultée.

Solution du Problème, lorsque l'on a assujetti les deux Étoiles entre les fils du micromètre filaire.

(162.) La solution du Problème, dans le cas où l'on a assujetti les deux Étoiles entre les fils du micromètre filaire, ne présente pas plus de difficultés. Pour ne pas multiplier les solutions qui, au fond, rentreroient les unes dans les autres, je supposerai que les fils du micromètre, entre lesquels

les Étoiles ont été assujetties, sont perpendiculaires au fil parallèle. On sentira facilement que la solution que je vais donner, s'appliqueroit également aux cas où ces fils feroient un autre angle, & qu'il ne s'agiroit que de substituer un angle connu à un autre angle pareillement connu.

(163.) Puisque Pp représente le fil parallèle auquel les fils du micromètre sont perpendiculaires, que d'ailleurs par l'effet de l'inflexion, l'Étoile E a passé de E & E' dans la direction LE du rayon qui joint l'Étoile E & la Lune; que de plus l'inflexion n'a point altéré la position de l'Étoile ε; il est évident que si EB représente la distance des fils du micromètre lors du premier instant, $B2B$ représentera la distance des mêmes fils au second instant; de sorte que $EB2$ exprimera l'altération de la distance dans le sens Pp. Soit donc Fig. 9.

D la distance EB observée dans le sens du fil parallèle, avant que l'Etoile s'engage dans l'atmosphère de la Lune,

dD l'accroissement de cette distance,

φ' l'angle que fait avec le fil parallèle, la droite qui joint les centres de l'Étoile E & de la Lune.

A cause du triangle $EE'B2$, on aura évidemment

$$(1)\ \text{Inflexion} = -\frac{r\,dD}{\text{cos}.\ \varphi'}.$$

(164.) Dans la solution des Problèmes dont il s'agit, nous avons prescrit d'emprunter du calcul, la connoissance des angles φ, φ'; c'est-à-dire, dans le premier cas, l'angle que forment entr'eux les rayons menés de l'Étoile E à l'Étoile ε & au centre de la Lune; & dans le second cas, l'angle que forme avec le fil parallèle, le rayon mené de l'Étoile E au centre de la Lune. Quoique ces angles puissent être donnés immédiatement par l'observation, il est évident que le calcul qui sera fait d'après les élémens tirés de bonnes Tables astronomiques, les déterminera avec une exactitude suffisante & d'une manière plus commode.

(165.) Nous remarquerons que les formules de cet

ouvrage, ne donnent pas immédiatement l'angle que fait avec le fil parallèle, la droite qui joint les centres de l'Étoile & de la Lune; l'angle donné par ces calculs, eſt celui qui fait cette droite avec l'orbite relative de la Lune; mais on connoît d'ailleurs *(XIe Mémoire, article VII)* l'angle que fait l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle; on conclura donc facilement l'angle de la droite qui joint les centres de l'Étoile & de la Lune, avec le fil parallèle.

Année 1774.

(166.) On conclura auſſi facilement la diſtance des Étoiles E, ϵ, & l'angle que fait la droite qui les joint, avec le fil parallèle; d'après les différences connues d'aſcenſion droite & de déclinaiſon des deux Étoiles. En effet, attendu le peu de diſtance de ces Étoiles, on aura

$$(1)\quad \text{diſt. des Étoiles } E,\ \epsilon = \sqrt{\left(\text{diff.}^2\ \text{déclin.} + \frac{\text{différ.}^2\ \text{aſcenſ. dr.} \times \text{coſ.}^2\ \text{declin. étoile } E}{r^2}\right)},$$

$$(2)\quad \text{ſin. (angle de la droite qui joint les étoiles } E,\ \epsilon, \text{ avec le fil parall.)} = \frac{r\ \text{diff. déclin.}}{\text{diſt. étoiles } E\epsilon}.$$

ARTICLE VIII.

Application des principes de cet Ouvrage, à la détermination de la route des taches du Soleil.

(167.) Je vais donner dans cet Article, l'application des formules développées dans mon Ouvrage, à la détermination de la route des taches du Soleil.

Pour déterminer la route de ces taches, je ſuppoſe un obſervateur au centre de la Terre, qui voit paſſer les taches du Soleil. Il eſt évident que, relativement à cet obſervateur, les phénomènes ſont abſolument les mêmes que le ſeroient, pour un obſervateur placé au centre du Soleil, les phénomènes qui réſultent du mouvement d'un point quelconque d'un parallèle terreſtre. Il eſt également évident, que ſi l'obſervateur dans le Soleil, vouloit meſurer la diſtance d'un point d'un parallèle au centre de la Terre, il pourroit ſe ſervir des formules démontrées dans mon Ouvrage; &

s'il ſuppoſoit mené, par le point du parallèle terreſtre dont il s'agit, un plan parallèle au plan que j'ai défini, l'*horizon abſolu*, & par conſéquent, perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre, & qu'il nomma, comme pour les Éclipſes,

r le petit axe de la Terre, qu'il ſuppoſeroit d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

s le ſinus, c le coſinus } de la latitude corrigée du point du parallèle.

p le ſinus, q le coſinus } de l'élévation de l'axe de la Terre ſur le plan de l'horiz. abſolu.

g le ſinus, h le coſinus } de l'angle du cercle hor. du point du parall. terreſtre avec le Mérid. univerſel, c'eſt-à-dire, avec le grand cercle mené par l'axe de la Terre perpendiculairement à l'horizon abſolu.

π' le ſinus de la parallaxe horizontale polaire.

Il auroit évidemment pour expreſſion de la diſtance ST du centre du Soleil à l'horizon abſolu, $\frac{r^2}{\pi'}$; pour expreſſion de la diſtance tT de l'horizon abſolu au plan parallèle, $\frac{ps}{r} + \frac{c\rho qh}{r^3}$; & par conſéquent, pour l'expreſſion de la diſtance du centre du Soleil au plan parallèle à l'horizon abſolu, $\frac{r^2}{\pi'} - \frac{ps}{r} - \frac{c\rho qh}{r^3}$. Il auroit de plus, pour expreſſion de la diſtance perpendiculaire PM du point du parallèle au plan du Méridien univerſel, $\frac{cg\rho}{r^2}$; pour expreſſion de la diſtance tM du rayon vecteur de la Terre, au point où le plan du Méridien univerſel eſt rencontré par cette perpendiculaire, $\frac{qs}{r} - \frac{chp\rho}{r^3}$; & par conſéquent, pour expreſſion de la diſtance tP du point du parallèle au rayon vecteur de la Terre, priſe ſur le plan dont il s'agit, $\sqrt{[(\frac{qs}{r} - \frac{chp\rho}{r^3})^2 + \frac{c^2g^2\rho^2}{r^4}]}$; Fig. 10.

Fig. 10. & comme d'ailleurs, St eſt à tP, comme le ſinus total eſt à la tangente de la diſtance apparente du point du parallèle au centre de la Terre vue du Soleil : que de plus,

$$tP = \sqrt{\left[\left(\frac{qs}{r} - \frac{chp\rho}{r^3}\right)^2 + \frac{c^2g^2\rho^2}{r^4}\right]};\ St = \frac{r^2}{\pi'} - \frac{ps}{r} - \frac{c\rho qh}{r^3};$$

il auroit

Tang. (diſtance apparente du point du parallèle au centre de la Terre)

$$= \frac{\pi'\sqrt{\left[\left(\frac{qs}{r} - \frac{chp\rho}{r^3}\right)^2 + \frac{c^2g^2\rho^2}{r^4}\right]}}{r - \pi'\left(\frac{ps}{r^2} + \frac{c\rho qh}{r^4}\right)}.$$

Ces propoſitions ſont évidentes pour quiconque ſe rappelle les conſtructions de cet Ouvrage.

(168.) Tranſportons maintenant, au Soleil, les conſtructions de cet Ouvrage, & ſuppoſons qu'un obſervateur ſur la Terre regarde le mouvement des taches ; il eſt évident, que, relativement à cet obſervateur, la tache repréſentera le point du parallèle. Je remarque d'abord, que le globe du Soleil étant ſphérique, ſon grand axe & ſon petit axe ſont égaux. Je remarque enſuite, que ſi par les centres du Soleil & de la Terre, l'on mène le rayon vecteur du Soleil, auquel aſtre l'obſervateur attribuera ſon mouvement annuel ; & que d'ailleurs, par le centre du Soleil l'on mène un plan perpendiculaire à ce rayon vecteur, ce plan pourra s'appeler l'*Horizon des taches ;* l'élévation de l'axe de la Terre, ſur le plan de l'horizon abſolu, deviendra l'*Élévation de l'axe de rotation des taches ſur le plan de l'horizon des taches.* L'on pourra nommer *Zénith des taches,* le point où le globe ſolaire eſt rencontré par le rayon vecteur du Soleil ; le plan mené par l'axe de rotation des taches, perpendiculairement à l'horizon des taches, pourra être défini *Méridien des taches ;* l'angle du cercle horaire du point du parallèle, avec le Méridien univerſel, s'appellera *Angle du plan des taches avec le plan du Méridien des taches.* On pourra auſſi appeler *Équateur ſolaire,* le grand cercle du Soleil perpendiculaire à l'axe

l'axe de rotation des taches; & la diſtance des taches à cet Équateur, ſera meſurée ſur un grand cercle perpendiculaire à cet Équateur. Quant à la parallaxe horizontale, comme cet élément n'eſt autre choſe que l'angle ſous lequel le demi-diamètre de l'Aſtre eſt vu par l'obſervateur, nous lui ſubſtituerons la définition qu'elle doit avoir dans le cas dont il s'agit, & nous l'appellerons demi-diamètre du Soleil.

(169.) D'après ces conſtructions, ſi l'on nomme

r le rayon du diſque ſolaire que nous ſuppoſerons d'ailleurs égal au rayon des Tables,

s le ſinus, c le coſinus } de la diſtance de la tache à l'Équateur ſolaire,

p le ſinus, q le coſinus } de l'élévation de l'axe de rotation des taches ſur le plan de l'horizon des taches.

g le ſinus, h le coſinus } de l'angle du plan de la tache avec le plan du Mérid. des taches,

Δ le ſinus du demi-diamètre du Soleil,

& que l'on mène, comme ci-deſſus, par la tache, un plan parallèle à l'horizon des taches, on aura pour expreſſion de la diſtance de la Terre, à l'horizon des taches, $\frac{r^2}{\Delta}$; pour expreſſion de la diſtance de l'horizon des taches au plan parallèle, dont nous venons de parler, $\frac{ps}{r} + \frac{cqh}{r^2}$; pour expreſſion de la diſtance du centre de la Terre à ce plan parallèle, $\frac{r^2}{\Delta} - \frac{ps}{r} - \frac{cqh}{r^2}$; pour expreſſion de la diſtance perpendiculaire de la tache au rayon vecteur du Soleil, $\sqrt{\left[\left(\frac{qs}{r} - \frac{chp}{r^2}\right)^2 + \frac{c^2g^2}{r^2}\right]}$; & par conſéquent,

(1) Tangente (diſtance apparente de la tache au centre du Soleil)

$$= \frac{\Delta\sqrt{\left[\left(\frac{qs}{r} - \frac{chp}{r^2}\right)^2 + \frac{c^2g^2}{r^2}\right]}}{r - \Delta\left(\frac{ps}{r^2} + \frac{cqh}{r^3}\right)}.$$

(170.) Si l'on confidère une feconde obfervation, on aura une équation de même forme que l'équation (1) *du paragraphe précédent* mais dans cette feconde équation, les valeurs de p, q, g, h, Δ, tangente (diftance de la tache au centre du Soleil) ne feront pas les mêmes que dans la première. Les valeurs de Tang. (diftance apparente de la tache au centre du Soleil) & de Δ feront différentes, parce que la diftance de la tache au centre du Soleil, & le demi-diamètre de cet Aftre, auront varié; p & q feront différens, parce qu'en vertu du mouvement du Soleil dans fon orbite, l'horizon des taches & l'élévation de l'axe de rotation des taches fur cet horizon auront changé; g & h feront différens, parce que l'angle du plan des taches avec le Méridien aura varié; & parce que d'ailleurs, ce Méridien aura changé. Il feroit poffible de faire entrer toutes ces confidérations dans le Problème; l'on parviendroit alors à des réfultats compliqués. Il m'a paru plus commode de ne point changer la forme des équations, mais d'affecter les obfervations, avant de les foumettre au calcul, de tout ce qui eft relatif au changement d'horizon & de Méridien des taches ; par ce moyen, les valeurs de p, q, c, s feront les mêmes pour toutes les obfervations, & les valeurs de g & h ne varieront qu'à raifon du mouvement de rotation de la tache.

Obfervations que nous fuppoferons dans la fuite de cet Article.

(171.) Nous fuppoferons dans la fuite, que l'on a obfervé la diftance de la tache au centre du Soleil; cette diftance fe conclut de la diftance de la tache au limbe de cet Aftre. Nous fuppoferons auffi, que l'on connoît le nombre de degrés du limbe du Soleil, compris entre le prolongement de la droite qui joint les centres du Soleil & de la tache, & le fommet de l'axe autour duquel le mouvement annuel du Soleil paroît fe faire; nous appellerons ce fommet, *Pôle de rotation des horizons des taches.* Par la nature du Problème, ce fommet eft, fur le limbe du Soleil, dans le plan du cercle de latitude de cet Aftre; il eft très-facile à déterminer.

Quant au nombre de degrés, fur le limbe du Soleil, compris entre ce pôle & le prolongement de la droite, paffant par la tache, il eft facile à déterminer, & ne demande que les obfervations que l'on a coutume de faire. Nous nommerons

A l'angle au centre du Soleil qui mefure le nombre de degrés du limbe compris entre le pôle de rotation des horizons des taches & le prolongement de la droite qui joint les centres du Soleil & de la tache.

(172.) Les obfervations dont nous venons de parler, feront facilement connoître la diftance de la tache à l'horizon des taches. En effet, il eft évident que la diftance apparente de la tache au centre du Soleil n'eft autre chofe que l'angle fous lequel le finus de la diftance de la tache au zénith des taches, paroît à nos yeux; mais l'angle fous lequel eft vu le demi-diamètre du Soleil, n'eft également que l'angle que paroît foutendre le rayon de la fphère dans laquelle eft pris le finus de la diftance au zénith; on a donc la proportion fuivante.

Δ : fin. (dift. appar. de la tache au centre du ⨀) : : r : fin. (diftance de la tache au zénith),
Δ : fin. (dift. appar. de la tache au centre du ⨀) : : r : cof. (diftance de la tache à l'horiz.).
Donc,

$$(1)\ \text{fin. (dift. tache au zénith)} = \frac{r\ \text{fin. (dift. appar. de la tache au centre du Soleil)}}{\Delta},$$

$$(2)\ \text{cof. (dift. tache à l'horiz.)} = \frac{r\ \text{fin. (dift. appar. de la tache au centre du Soleil)}}{\Delta}.$$

(173.) L'équation (2) du *paragraphe précédent*, ne donne pas avec toute la rigueur poffible la diftance de la tache à l'horizon. En effet, le demi-diamètre du Soleil & le finus de la diftance de la tache au zénith des taches, ne font pas vus dans le même plan; le demi-diamètre du Soleil eft toujours dans l'horizon des taches, & le finus de la diftance de la tache au zénith, eft dans le plan parallèle à cet horizon. Ces deux quantités n'étant donc pas vues à la même diftance, la proportion du §. *172* n'eft pas rigoureufement vraie; il eft facile de parer à cet inconvénient, il ne s'agit que de ramener la diftance obfervée de la tache au centre du

Soleil, à l'angle ſous lequel elle ſeroit vue dans l'horizon des taches.

Pour y parvenir, nous remarquerons que la diſtance de l'obſervateur à l'horizon des taches $= \frac{r^2}{\Delta}$, ainſi que nous l'avons déjà dit; que la diſtance de l'obſervateur au plan parallèle $= \frac{r^2}{\Delta} - \frac{ps}{r} - \frac{cqh}{r^2}$. Il ſuit d'ailleurs de nos conſtructions, que $\frac{ps}{r} + \frac{cqh}{r^2}$ eſt l'expreſſion du ſinus de la diſtance de la tache à l'horizon des taches; que par conſéquent la diſtance de l'obſervateur au plan parallèle $= \frac{r^2}{\Delta} -$ ſin. (diſtance de la tache à l'horizon); on aura donc pour expreſſion du ſinus de la diſtance de la tache au centre du Soleil dont il faut faire uſage dans les calculs,

$$\text{ſin. (diſt. corr. tac. au cent. } \odot) = \frac{r^2 - \Delta \text{ ſin. (diſt. tac. à l'hor.)}}{r^2} \times \text{ſin. (diſt. app. tac. au cent. } \odot),$$

la diſtance de la tache à l'horizon des taches étant d'ailleurs celle trouvée par l'équation (2) du *§. 172.* L'on aura alors

$$(1)\ \text{coſ. (diſt. vr. tac. à l'hor.)} = \frac{r^2 - \Delta \text{ ſin. (diſt. tache à l'hor.)}}{r\Delta} \times \text{ſin. (diſt. app. tac. au cent. } \odot).$$

Nous nommerons

B l'angle déterminé par le calcul précédent; c'eſt-à-dire, la diſtance vraie de la tache à l'horizon.

(174.) Imaginons maintenant un triangle ſphérique *TEP*, rectangle en *E*, formé par un grand cercle de la ſphère du Soleil paſſant par la tache *T* & par le pôle *P* de rotation des horizons des taches, par la portion du limbe du Soleil interceptée entre le pôle *P* & le point *E* où ce limbe eſt rencontré par le grand cercle mené par la tache & par le zénith des taches, & enfin par le grand cercle *TE* mené par la tache perpendiculairement à l'horizon des taches. Dans ce triangle, on connoît le côté *TE* égal à l'angle *B*, le côté *EP* égal à l'angle *A*, on connoîtra donc le côté *TP* & l'angle en *P*, par le moyen des équations ſuivantes, (Fig. 11.)

$$(1)\ \text{tang. } P = \frac{r \text{ tang. } B}{\text{ſin. } A}; \quad (2)\ \text{coſ. } TP = \frac{\text{coſ. } B \text{ coſ. } A}{r},$$

Ces quantités devront être déterminées pour chacune des obſervations.

Méthode pour affecter les obſervations de ce qui eſt relatif au changement d'horizon & de méridien des taches.

(175.) Si l'horizon & le méridien des taches ne varioient pas dans l'intervalle des obſervations, les diſtances de la tache au centre du Soleil, ainſi que les angles A & B, trouvés précédemment, devroient être employés dans les calculs; mais ce changement affecte toutes ces quantités, il faut donc avoir égard à ce changement. Pour y parvenir, je remarque que dans l'intervalle de la première obſervation à celle que l'on calcule, dans le triangle TEP, l'angle en P a varié d'une quantité égale au mouvement du Soleil dans ſon orbite; c'eſt-à-dire, par exemple, que ſi l'on eût eu le triangle TPE, ſans la rotation des horizons, on aura véritablement le triangle TPE' en vertu de cette rotation. Si donc l'on veut ramener les angles A, B, & la diſtance de la tache au centre du Soleil, à ce que l'on auroit obſervé ſi l'horizon des taches n'eût pas changé, il faudra faire varier l'angle P d'une quantité égale au mouvement du Soleil dans ſon orbite; on aura alors, au lieu du triangle TPE' conclu des obſervations, un nouveau triangle ſphérique TPE, rectangle en E, dans lequel le côté TP ſera le même que le côté TP du triangle TPE', puiſque le mouvement de rotation de l'horizon des taches ne change point la diſtance de la tache au pôle de rotation; mais dans lequel on aura Fig. 11.

(1) angle $TPE = TPE' \pm$ mouvement du Soleil.

Il s'agira donc, au lieu des côtés PE' & TE' conclus précédemment des obſervations affectées de la rotation de l'horizon des taches, de déterminer les nouveaux côtés PE, TE qui meſureront les nouveaux angles A & B, & la nouvelle diſtance de la tache au centre du Soleil qu'il conviendra d'employer dans le calcul.

(176.) Les conſidérations précédentes ne préſentent aucune

Fig. 11. difficulté; en effet, par la Trigonométrie ſphérique, on aura

$$(1)\ \text{tang. (angle } A \text{ corrigé)} = \frac{\text{tang. } TP \text{ coſ. } (TPE' \pm \text{mouvem. du Soleil})}{r},$$

$$(2)\ \text{ſinus (angle } B \text{ corrigé)} = \frac{\text{ſin. } TP \text{ ſin. } (TPE' \pm \text{mouvem. du Soleil})}{r}.$$

Comme le mouvement des taches ſe fait d'Orient en Occident, ainſi que le mouvement des horizons des taches, puiſque ce dernier mouvement eſt en ſens contraire du mouvement apparent du Soleil; ſi l'on ſuppoſe le diſque du Soleil partagé en deux hémiſphères par la droite paſſant par le centre du Soleil & par le pôle de rotation des taches, on emploîra dans la formule précédente, angle TPE' + mouv. ☉ lorſqu'à l'inſtant de l'obſervation, la tache ſera vue dans l'hémiſphère le plus avancé ſuivant l'ordre des ſignes. On emploîra l'angle TPE' — mouv. du Soleil, dans le cas contraire.

(177.) Quant à la diſtance de la tache au centre du Soleil qu'il faut employer pour avoir égard au changement d'horizon, je remarque que ſi l'on fait la proportion ſuivante,

$$r : \text{coſ. (angle } B \text{ corrigé)} :: \Delta : y,$$

cette valeur de y ſera l'angle ſous lequel la diſtance de la tache au centre du Soleil auroit été vue, ſi la grandeur qui la ſoutend étoit dans l'horizon des taches; mais comme cette grandeur eſt dans un plan, dont la diſtance à l'Obſervateur eſt à la diſtance de l'obſervateur à l'horizon des taches, comme $\frac{r^2}{\Delta}$ — ſin. B eſt à $\frac{r^2}{\Delta}$, on aura

$$(1)\ \text{ſin. (diſtance de la tache au centre du Soleil)} = \frac{r\,\Delta \text{ coſ. (angle } B \text{ corrigé)}}{r^2 - \Delta \text{ ſin. (angle } B \text{ corrigé)}}.$$

(178.) Avant que d'affecter les obſervations, de la correction relative au mouvement de l'horizon des taches, il ne ſera pas inutile d'affecter la diſtance obſervée de la tache au centre du Soleil, de la correction réſultante de la variation du diamètre du Soleil pendant l'intervalle des obſervations.

Cette correction ne présente aucune difficulté; il est évident en effet que l'on a la proportion suivante,

Le demi-diamètre du Soleil lors de la seconde observation, est au demi-diamètre du Soleil lors de la première observation, comme la seconde distance observée de la tache au centre du Soleil, est à la distance que l'on eût observée si le demi-diamètre du Soleil n'eût point varié.

Il faudra employer cette seconde distance dans les calculs.

(179.) Dans la suite de cet article, lorsque je parlerai des angles *A*, *B*, & de la distance de la tache au centre du Soleil, j'entendrai toujours les quantités affectées des corrections précédentes.

Suite de l'analyse du Problème.

(180.) D'après ce qui vient d'être démontré, il est évident que l'on a pour chaque observation une équation de la forme suivante,

(1) Tangente (distance apparente de la tache au centre du Soleil)

$$= \frac{\Delta \sqrt{[(\frac{qs}{r} - \frac{chp}{r^2})^2 + \frac{c^2 g^2}{r^2}]}}{r - \Delta (\frac{ps}{r^2} + \frac{cqh}{r^3})},$$

ou si l'on veut, attendu que $\frac{ps}{r} + \frac{cqh}{r^2} = \text{fin. } B$,

(2) Tangente (distance apparente de la tache au centre du Soleil)

$$= \frac{\Delta \sqrt{[(\frac{qs}{r} - \frac{chp}{r^2})^2 + \frac{c^2 g^2}{r^2}]}}{r - \frac{\Delta \text{ fin. } B}{r}}.$$

Dans la suite de cet article, nous supposerons

$$(3)\ \lambda = \frac{\text{Tang. (dist. app. de la tache au centre} \odot) \times (r - \frac{\Delta \text{ fin. } B}{r})}{r},$$

& nous aurons en général,

$$(4)\ \lambda = \frac{\Delta\sqrt{[(\frac{qs}{r} - \frac{chp}{r^2})^2 + \frac{c^2g^2}{r^2}]}}{r}.$$

(181.) Si l'on ſuppoſe un nombre quelconque d'obſervations, il eſt évident que pour chacune de ces obſervations, on aura une équation de la forme de l'équation (4) du *paragr. précéd.* Si donc l'angle du plan de la tache avec le Méridien univerſel $= G$ lors de la première obſervation, & qu'il ait varié de la quantité α pendant l'intervalle de la première à la ſeconde obſervation; de la quantité β dans l'intervalle de la première à la troiſième obſervation; de la quantité γ dans l'intervalle de la première à la quatrième obſervation, & ainſi de ſuite; on aura des équations de la forme ſuivante,

$$(1)\ \lambda 1 = \frac{\Delta\sqrt{[(\frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{coſ.}\,G}{r^2})^2 + \frac{c^2\,\text{ſin.}^2\,G}{r^2}]}}{r},$$

$$(2)\ \lambda 2 = \frac{\Delta\sqrt{\{[\frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{coſ.}(G+\alpha)}{r^2}]^2 + \frac{c^2\,\text{ſin.}^2(G+\alpha)}{r^2}\}}}{r}.$$

$$(3)\ \lambda 3 = \frac{\Delta\{[\frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{coſ.}(G+\beta)}{r^2}]^2 + \frac{c^2\,\text{ſin.}^2(G+\beta)}{r^2}\}}{r},$$

$$(4)\ \lambda 4 = \frac{\Delta\sqrt{\{[\frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{coſ.}(G+\gamma)}{r^2}]^2 + \frac{c^2\,\text{ſin.}^2(G+\gamma)}{r^2}\}}}{r},$$

& ainſi de ſuite

Et ſi l'on ſuppoſoit que le mouvement de rotation de la tache eſt uniforme, on auroit d'ailleurs $\beta = m\alpha$; $\gamma = m'\alpha$; m étant à 1, dans le rapport du temps écoulé entre la première & la troiſième obſervation, au temps écoulé entre la première & la ſeconde obſervation; & m' étant à 1, dans le rapport du temps écoulé entre la première & la quatrième obſervation, au temps écoulé entre la première & la ſeconde obſervation.

(182.) Si l'on ne vouloit employer dans le calcul que les diſtances obſervées de la tache au centre du Soleil, en

ſuppoſant

ſuppoſant même le mouvement de rotation uniforme, il ſeroit néceſſaire d'employer quatre obſervations. En effet, l'on a quatre inconnues: la diſtance de la tache à l'Équateur ſolaire; l'angle du plan de la tache avec le plan du Méridien, lors de l'une quelconque des obſervations; la quantité de la rotation dans un temps donné, & l'élévation de l'axe de rotation ſur l'horizon des taches; mais ſi l'on fait uſage des angles A, on pourra n'employer que trois obſervations. Nous allons développer cette analyſe.

(183.) Pour entendre cette analyſe, je ſuppoſe tracée ſur l'horizon des taches l'interſection SM de cet horizon & du Méridien des taches, interſection que j'appellerai *Méridienne des taches.* Je nommerai Fig. 12.

H l'angle ESM que fait avec la Méridienne SM des taches ſur le plan de l'horizon, la ligne STE qui joint la tache & le centre du Soleil.

Je remarque en général, que $\frac{\lambda r}{\Delta}$ eſt l'hypothénuſe ST d'un triangle rectangle STR, dont les côtés SR, TR pris ſur la Méridienne des taches & ſur la perpendiculaire à cette Méridienne, ſont reſpectivement égaux à $\frac{qs}{r} - \frac{cph}{r^2}$ & à $\frac{cg}{r}$; on aura donc évidemment $\frac{\lambda r}{\Delta} : \frac{cg}{r} :: r : \text{ſin.}\ H$; $\frac{\lambda r}{\Delta} : \frac{qs}{r} - \frac{cph}{r^2} :: r : \text{coſ.}\ H$; d'où l'on conclura pour les trois obſervations,

$$(1)\ \lambda 1 = \frac{\Delta\left(qs - \frac{cp\ \text{coſ.}\ G}{r}\right)}{r\ \text{coſ.}\ H 1},\quad (2)\ \lambda 1 = \frac{\Delta c\ \text{ſin.}\ G}{r\ \text{ſin.}\ H 1};$$

$$(3)\ \lambda 2 = \frac{\Delta\left[qs - \frac{cp\ \text{coſ.}\ (G + \alpha)}{r}\right]}{r\ \text{coſ.}\ H 2},\quad (4)\ \lambda 2 = \frac{\Delta c\ \text{ſin.}\ (G + \alpha)}{r\ \text{ſin.}\ H 2},$$

$$(5)\ \lambda 3 = \frac{\Delta\left[qs - \frac{cp\ \text{coſ.}\ (G + \beta)}{r}\right]}{r\ \text{coſ.}\ H 3},\quad (6)\ \lambda 3 = \frac{\Delta c\ \text{ſin.}\ (G + \beta)}{r\ \text{ſin.}\ H 3}.$$

(184.) Puisqu'en général (§. 173) $\sin. B = \frac{ps}{r} + \frac{cqh}{r^2}$, on a encore les équations suivantes,

$$(1)\ \frac{ps}{r} + \frac{cq \cos. G}{r^2} - \sin. B\,1 = 0,$$

$$(2)\ \frac{ps}{r} + \frac{cq \cos. (G + \alpha)}{r^2} - \sin. B\,2 = 0,$$

$$(3)\ \frac{ps}{r} + \frac{cq \cos. (G + \beta)}{r^2} - \sin. B\,3 = 0.$$

(185.) Si l'on combine entr'elles les équations (1), (3) & (5) du §. 183, on aura

$$(1)\ r^2 (\cos. H1\,\lambda 1 - \cos. H2\,\lambda 2) + \Delta cp\,[\cos. G - \cos. (G + \alpha)] = 0.$$

$$(2)\ r^2 (\cos. H1\,\lambda 1 - \cos. H3\,\lambda 3) + \Delta cp\,[\cos. G - \cos. (G + \beta)] = 0.$$

$$(3)\ r^2 (\cos. H2\,\lambda 2 - \cos. H3\,\lambda 3) + \Delta cp\,[\cos. (G + \alpha) - \cos. (G + \beta)] = 0.$$

$$(4)\ r\,[\cos. H2\,\lambda 2 \cos. G - \cos. H1\,\lambda 1 \cos. (G + \alpha)] + \Delta qs\,[\cos. (G + \alpha) - \cos. G] = 0.$$

$$(5)\ r\,[\cos. H3\,\lambda 3 \cos. G - \cos. H1\,\lambda 1 \cos. (G + \beta)] + \Delta qs\,[\cos. (G + \beta) - \cos. G] = 0.$$

$$(6)\ r\,[\cos. H3\,\lambda 3 \cos. (G + \alpha) - \cos. H2\,\lambda 2 \cos. (G + \beta)] + \Delta qs\,[\cos. (G + \beta) - \cos. (G + \alpha) = 0.$$

$$(7)\ (\cos. H3\,\lambda 3 - \cos. H2\,\lambda 2)\cos. G + (\cos. H1\,\lambda 1 - \cos. H3\,\lambda 3)\cos. (G + \alpha) + (\cos. H2\,\lambda 2 - \cos. H1\,\lambda 1) \cos. (G + \beta) = 0.$$

(186.) Si l'on combine pareillement les équations (2), (4) & (6) du §. 183, on aura

$$(1)\ \lambda 1 \sin. H1 \sin. (G + \alpha) - \lambda 2 \sin. H2 \sin. G = 0.$$

$$(2)\ \lambda 1 \sin. H1 \sin. (G + \beta) - \lambda 3 \sin. H3 \sin. G = 0.$$

$$(3)\ \lambda 2 \sin. H2 \sin. (G + \beta) - \lambda 3 \sin. H3 \sin. (G + \alpha) = 0.$$

(187.) Si l'on combine enfin les équations (1), (2) & (3) du §. 184, l'on aura

$$(1)\ r^2(\text{fin.}B1 - \text{fin.}B2) + cq[\text{cof.}(G+\alpha) - \text{cof.}G] = 0.$$
$$(2)\ r^2(\text{fin.}B1 - \text{fin.}B3) + cq[\text{cof.}(G+\beta) - \text{cof.}G] = 0.$$
$$(3)\ r^2(\text{fin.}B2 - \text{fin.}B3) + cq[\text{cof.}(G+\beta) - \text{cof.}(G+\alpha)] = 0.$$
$$(4)\ r[\text{fin.}B2\,\text{cof.}G - \text{fin.}B1\,\text{cof.}(G+\alpha)] + ps[\text{cof.}(G+\alpha) - \text{cof.}G] = 0.$$
$$(5)\ r[\text{fin.}B3\,\text{cof.}G - \text{fin.}B1\,\text{cof.}(G+\beta)] + ps[\text{cof.}(G+\beta) - \text{cof.}G] = 0.$$
$$(6)\ r[\text{fin.}B3\,\text{cof.}(G+\alpha) - \text{fin.}B2\,\text{cof}(G+\beta)] + ps[\text{cof.}(G+\beta) - \text{cof.}(G+\alpha)] = 0.$$
$$(7)\ (\text{fin.}B2 - \text{fin.}B1)\,\text{cof.}(G+\beta) + (\text{fin.}B1 - \text{fin.}B3)\,\text{cof.}(G+\alpha) + (\text{fin.}B3 - \text{fin.}B2)\,\text{cof.}G = 0.$$

(188.) Soit STE la ligne qui joint la tache & le centre du Soleil; SM l'interfection du Méridien & de l'horizon des taches, & que j'ai appelée *Méridienne des taches*; SP la droite qui joint le centre S du Soleil & le Pôle P de rotation des horizons. Si l'on nomme Fig. 12.

X l'angle MSP que fait au centre du Soleil, la droite SP qui joint le centre de cet Aftre & le Pôle de rotation de l'horizon des taches, avec la Méridienne SM des taches.

Il eft évident que l'angle ESP, eft l'angle que nous avons nommé A; & que l'angle ESM, eft l'angle H; on aura donc en général, $H = A - X$; donc

$$(1)\ H1 = A1 - X,$$
$$(2)\ H2 = A2 - X,$$
$$(3)\ H3 = A3 - X.$$

De plus, fi l'on nomme $m2$ la quantité dont l'angle $A1$ eft augmenté pendant l'intervalle de la première à la feconde obfervation; $m3$ la quantité dont l'angle $A1$ eft augmenté pendant l'intervalle de la première obfervation à la troifième; la valeur de $H1$ croîtra de la même quantité, & l'on aura

$$(4)\quad H2 = H1 + m2,$$
$$(5)\quad H3 = H1 + m3,$$
$$(6)\ \text{fin.}H2 = \frac{\text{cof.}m2\,\text{fin.}H1 + \text{fin.}m2\,\text{cof.}H1}{r},$$
$$(7)\ \text{cof.}H2 = \frac{\text{cof.}m2\,\text{cof.}H1 - \text{fin.}m2\,\text{fin.}H1}{r},$$

$$(8)\ \text{fin.}\, H3 = \frac{\text{cof.}\, m3\, \text{fin.}\, H1 + \text{fin.}\, m3\, \text{cof.}\, H1}{r},$$

$$(9)\ \text{cof.}\, H3 = \frac{\text{cof.}\, m3\, \text{cof.}\, H1 - \text{fin.}\, m3\, \text{fin.}\, H1}{r}.$$

Nous verrons l'ufage que l'on peut faire de ces équations.

(189.) Lorfque l'on aura déterminé l'angle X, ainfi que l'élévation de l'axe de rotation des taches fur l'horizon des taches, on conclura facilement l'inclinaifon de l'Équateur folaire fur l'écliptique, & le lieu de l'interfection de ces deux grands cercles. En effet, fi l'on imagine le triangle Fig. 13. fphérique RPM rectangle en M, dans lequel R eft le Pôle de rotation des taches, P le Pôle de rotation des horizons des taches, ou ce qui revient au même, le Pôle de l'écliptique; PM eft l'angle X; RM eft l'élévation de l'axe des taches fur l'horizon des taches: il eft évident que dans ce triangle, le côté RP fera égal à l'inclinaifon de l'Équateur folaire fur l'écliptique, puifqu'il mefure l'angle formé par les axes de rotation des taches & des horizons. De plus, l'angle en P mefurera la diftance du lieu du Soleil au lieu du nœud. En effet, l'arc PM étant portion du grand cercle PME perpendiculaire à l'écliptique, mené par le centre S de la fphère folaire, perpendiculairement au lieu de la Terre vue du Soleil, & l'arc RP étant portion du grand cercle qui mefure la plus grande diftance de l'équateur folaire à l'écliptique, l'angle P mefure fur l'écliptique, la diftance $E\varepsilon$ du point éloigné de 90 degrés du lieu de la Terre vue du Soleil, au point correfpondant à la plus grande diftance de l'écliptique à l'équateur folaire; or cette diftance eft évidemment égale à la diftance TN du lieu de la Terre vue du Soleil, au nœud de l'équateur folaire & de l'écliptique; & par conféquent à la diftance du lieu du Soleil vu de la Terre, au nœud oppofé de l'équateur folaire & de l'écliptique. On aura donc *(Trigonométrie fphérique)*,

$$(1)\ \text{cof. (incl. de l'équat. fol. fur l'éclipt.)} = \frac{\text{cof.}\, X\, \text{cof. (élév. axe des taches)}}{r},$$

$$(2)\ \text{tang. (diftance du Soleil au nœud)} = \frac{r\ \text{tang. (élév. axe des taches)}}{\text{fin.}\, X}.$$

Solution du Problème par les méthodes différentielles.

(190.) Au lieu d'employer les formules qui résulteroient de l'élimination des variables, on peut vouloir prendre un certain nombre d'équations de la forme de celles du *§. 181*, les comparer aux observations, en partant d'élémens déjà connus d'une manière approchée, & calculer par les méthodes différentielles, quels élémens satisfont rigoureusement aux observations. Je ne sais même si dans l'état actuel de l'Astronomie, cette méthode n'est point préférable à la méthode absolument directe; on pourra dans ce cas, supposer que les taches ne sont pas précisément à la surface du Soleil; on verra alors, si en faisant varier Δ, les observations cadreront mieux entr'elles. Pour faciliter cet examen, voici ce qui résulte de la différentiation des équations du *§. 181*; nous supposerons dans ces recherches, que la rotation est uniforme.

(191.) Si l'on différencie les équations (1), (2), (3) & (4) du *§. 181*, & que l'on suppose

$$M1 = \frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{cof.}\,G}{r^2}, \quad N1 = \frac{c\,\text{fin.}\,G}{r};$$

$$P1 = \frac{qc}{r} + \frac{ps\,\text{cof.}\,G}{r^2}, \quad Q1 = \frac{s\,\text{fin.}\,G}{r},$$

$$R1 = \frac{ps}{r} + \frac{cq\,\text{cof.}\,G}{r^2}, \quad S1 = \frac{cp\,\text{fin.}\,G}{r^2},$$

$$T1 = \frac{c\,\text{cof.}\,G}{r};$$

$$M2 = \frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{cof.}\,(G + a)}{r^2}, \quad N2 = \frac{c\,\text{fin.}\,(G + a)}{r},$$

$$P2 = \frac{qc}{r} + \frac{ps\,\text{cof.}\,(G + a)}{r^2}, \quad Q2 = \frac{s\,\text{fin.}\,(G + a)}{r},$$

$$R2 = \frac{ps}{r} + \frac{cq\,\text{cof.}\,(G + a)}{r^2}, \quad S2 = \frac{cp\,\text{fin.}\,(G + a)}{r^2},$$

$$T2 = \frac{c\,\text{cof.}\,(G + a)}{r};$$

$$M3 = \frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{cos}.(G+ma)}{r^2}, \quad N3 = \frac{c\,\text{sin}.(G+ma)}{r},$$

$$P3 = \frac{qc}{r} + \frac{ps\,\text{cos}.(G+ma)}{r}, \quad Q3 = \frac{s\,\text{sin}.(G+ma)}{r},$$

$$R3 = \frac{ps}{r} + \frac{cq\,\text{cos}.(G+ma)}{r^2}, \quad S3 = \frac{cp\,\text{sin}.(G+ma)}{r^2};$$

$$T3 = \frac{c\,\text{cos}.(G+ma)}{r};$$

$$M4 = \frac{qs}{r} - \frac{cp\,\text{cos}.(G+m'a)}{r^2}, \quad N4 = \frac{c\,\text{sin}.(G+m'a)}{r},$$

$$P4 = \frac{qc}{r} + \frac{ps\,\text{cos}.(G+m'a)}{r^2}, \quad Q4 = \frac{s\,\text{sin}.(G+m'a)}{r},$$

$$R4 = \frac{ps}{r} + \frac{cq\,\text{cos}.(G+m'a)}{r^2}, \quad S4 = \frac{cp\,\text{sin}.(G+m'a)}{r^2},$$

$$T4 = \frac{c\,\text{cos}.(G+m'a)}{r};$$

& ainsi de suite. On a vu (§. 181) comment on doit évaluer les quantités m & m'; on aura

$$(1)\quad d\lambda 1 = \frac{\lambda 1}{\Delta} d\Delta + \frac{\Delta^2}{r\lambda 1} \times \left(\frac{M1\,P1}{r^2} - \frac{N1\,Q1}{r^2}\right) d(\text{dist. tache})$$
$$- \frac{\Delta^2}{r\lambda 1} \times \frac{M1\,R1}{r^2}\, d\,(\text{élévation de l'axe des taches})$$
$$+ \frac{\Delta^2}{r\lambda 1} \times \left(\frac{M1\,S1}{r^2} + \frac{N1\,T1}{r^2}\right) d(\text{angle tache}),$$

$$(2)\quad d\lambda 2 = \frac{\lambda 2}{\Delta} d\Delta + \frac{\Delta^2}{r\lambda 2} \times \left(\frac{M2\,P2}{r^2} - \frac{N2\,Q2}{r^2}\right) d(\text{dist. tache})$$
$$- \frac{\Delta^2}{r\lambda 2} \times \frac{M2\,R2}{r^2}\, d\,(\text{élévation de l'axe des taches})$$
$$+ \frac{\Delta^2}{r\lambda 2} \times \left(\frac{M2\,S2}{r^2} + \frac{N2\,T2}{r^2}\right) d(\text{angle tache})$$
$$+ \frac{\Delta^2}{r\lambda 2} \times \left(\frac{M2\,S2}{r^2} + \frac{N2\,T2}{r^2}\right) da,$$

$$(3)\quad d\lambda 3 = \frac{\lambda 3}{\Delta} d\Delta + \frac{\Delta^2}{r\lambda 3} \times \left(\frac{M3\,P3}{r^2} - \frac{N3\,Q3}{r^2}\right) d(\text{dist. tache})$$
$$- \frac{\Delta^2}{r\lambda 3} \times \frac{M3\,R3}{r^2}\, d\,(\text{élévation de l'axe des taches})$$
$$+ \frac{\Delta^2}{r\lambda 3} \times \left(\frac{M3\,S3}{r^2} + \frac{N3\,T3}{r^2}\right) d(\text{angle tache})$$
$$+ \frac{\Delta^2}{r\lambda 3} \times \left(\frac{M3\,S3}{r^2} + \frac{N3\,T3}{r^2}\right) m\,da,$$

$$(4)\ d\lambda 4 = \frac{\lambda 4}{\Delta} d\Delta + \frac{\Delta^2}{r\lambda 4} \times \left(\frac{M 4\, P 4}{r^2} - \frac{N 4\, Q 4}{r^2}\right) d(\text{dist. tache})$$
$$- \frac{\Delta^2}{r\lambda 4} \times \frac{M 4\, R 4}{r^2}\, d\,(\text{élévation de l'axe des taches})$$
$$+ \frac{\Delta^2}{r\lambda 4} \times \left(\frac{M 4\, S 4}{r^2} + \frac{N 4\, T 4}{r^2}\right) d\,(\text{angle tache})$$
$$+ \frac{\Delta^2}{r\lambda 4} \times \left(\frac{M 4\, S 4}{r^2} + \frac{N 4\, T 4}{r^2}\right) m'\, da,$$

& ainsi de suite.

(192.) On voit maintenant la forme & la loi de ces équations. Il est facile d'en avoir autant que l'on voudra; on égalera leur nombre à celui des inconnues du Problème. On n'oubliera pas que dans ces recherches,

$d\lambda$, $d\Delta$, da, d(dist. de la tache), d(élévation de l'axe des taches), d(angle du plan de la tache avec le Méridien), &c.

expriment les différences entre les quantités employées dans le calcul & celles qui ont véritablement lieu. On se rappellera aussi que dans l'usage des formules, p deviendroit négatif si l'axe de rotation des taches étoit au-dessous de l'horizon des taches; que s deviendroit négatif, si la distance de la tache à l'équateur solaire étoit australe; & qu'enfin le signe de sin. G, cos. G, sin. $(G + a)$, cos. $(G + a)$, sin. $(G + ma)$, cos. $(G + ma)$, &c. dépend de l'angle du plan de la tache avec le méridien des taches lors des observations.

(193.) Comme la méthode précédente suppose la connoissance approchée des élémens des taches, voici ce que l'on sait sur ce sujet.

Suivant M. Cassini, la durée de la rotation du Soleil, par rapport aux points équinoxiaux (c'est celle que l'on doit employer dans nos calculs) est de $25^j\ 14^h\ 8'$. Dans cette rotation, on fait abstraction du mouvement de la Terre, qui augmente la durée de la rotation apparente d'environ deux jours.

L'Équateur ſolaire, ſuivant les anciennes obſervations de M. Caſſini, eſt incliné de $7^d\ 30'$ ſur l'Écliptique. Le P. Scheiner ſuppoſoit cette inclinaiſon de 7 degrés, & M. de l'Iſle de $6^d\ 35'$

M. Caſſini ſuppoſoit le nœud de l'Équateur ſolaire ſur l'Écliptique, dans $2^f\ 8^d$; M. Caſſini fils dans $2^f\ 10^d$, M. de l'Iſle dans $1^f\ 26^d$.

(194.) Nous avons exigé quatre obſervations pour réſoudre le Problème de la route des taches. On ſait cependant que trois obſervations ſuffiſent pour réſoudre la queſtion; mais on remarquera que dans notre ſolution nous n'avons fait uſage que des diſtances obſervées de la tache au centre du Soleil. Dans les ſolutions, au contraire, où l'on n'emploie que trois obſervations; indépendamment de la diſtance de la tache au centre du Soleil, l'on fait encore uſage des angles A; or il eſt évident qu'une obſervation ainſi conditionnée, équivaut réellement à deux obſervations.

(195.) Dans la ſolution que nous venons de donner, la poſition du pôle de rotation des taches, relativement au pôle de rotation des horizons ou de l'Écliptique, reſte abſolument indéterminée ; & il eſt aiſé de voir, *à priori*, que les obſervations que nous avons employées n'embraſſent en aucune façon cet élément particulier. Si donc l'on veut déterminer cet élément, il faudra meſurer l'angle A pour une des obſervations, par exemple, pour la première; cet angle combiné avec les autres élémens déterminés par les obſervations, ſera connoître l'angle X, & par conſéquent donnera la poſition de l'axe de rotation des taches, de l'Équateur ſolaire, & de ſon nœud ſur l'Écliptique.

Solution du Problème par les méthodes d'élimination, en ſuppoſant la rotation uniforme, & les intervalles entre les obſervations égaux entr'eux.

(196.) Quoique dans l'état actuel de l'Aſtronomie, la méthode précédente ſoit peut-être préférable aux formules réſultantes

résultantes de l'élimination des variables qui exigent toujours des observations très-précises; si l'on vouloit cependant voir ce que deviendroit le Problème, en le considérant sous ce dernier point de vue, voici comment on pourroit s'y prendre. Dans la solution que je donnerai d'abord, je supposerai que les intervalles entre les observations sont égaux. Quoique cette dernière condition restreigne la généralité de la solution, elle est cependant si aisée à obtenir que j'ai cru pouvoir l'employer, attendu les facilités de calcul qu'elle procure.

(197.) Pour résoudre le Problème sous ce dernier point de vue, je reprends les équations (1) & (3) du §. 186, & (7) du §. 187, ou plutôt, attendu que $\beta = 2a$, j'écris ainsi ces équations,

(1) $\lambda 1 \text{ sin. } H1 \text{ sin. } (G + a) - \lambda 2 \text{ sin. } H2 \text{ sin. } G = 0.$

(2) $\lambda 2 \text{ sin. } H2 \text{ sin. } (G + 2a) - \lambda 3 \text{ sin. } H3 \text{ sin. } (G + a) = 0.$

(3) $(\text{sin.} B2 - \text{sin. } B1) \text{cos.} (G + 2a) + (\text{sin. } B1 - \text{sin. } B3) \text{cos.} (G + a)$
$+ (\text{sin. } B3 - \text{sin. } B2) \text{ cos. } G = 0.$

J'observe ensuite que

$$\text{sin. } G = \text{sin. } (G + a - a) = \frac{\text{sin. } (G + a) \text{ cos. } a - \text{cos. } (G + a) \text{ sin. } a}{r};$$

$$\text{cos. } G = \text{cos. } (G + a - a) = \frac{\text{cos. } (G + a) \text{ cos. } a + \text{sin. } (G + a) \text{ sin. } a}{r};$$

$$\text{sin. } (G + 2a) = \text{sin. } (G + a + a) = \frac{\text{sin.} (G + a) \text{cos.} a + \text{cos.} (G + a) \text{sin.} a}{r};$$

$$\text{cos. } (G + 2a) = \text{cos. } (G + a + a) = \frac{\text{cos.} (G + a) \text{cos.} a - \text{sin.} (G + a) \text{sin.} a}{r};$$

& que par conséquent les équations (1), (2), (3) peuvent être mises sous la forme suivante,

(4) $(r\lambda 1 \text{ sin. } H1 - \lambda 2 \text{ sin. } H2 \text{ cos. } a) \text{ sin. } (G + a)$
$+ \lambda 2 \text{ sin. } H2 \text{ sin. } a \text{ cos. } (G + a) = 0.$

(5) $(r\lambda 3 \text{ sin. } H3 - \lambda 2 \text{ sin. } H2 \text{ cos. } a) \text{ sin. } (G + a)$
$- \lambda 2 \text{ sin. } H2 \text{ sin. } a \text{ cos. } (G + a) = 0.$

(6) $(\text{sin. } B1 - \text{sin.} B3) \times (r - \text{cos.} a) \text{ cos. } (G + a)$
$+ (\text{sin. } B1 - 2 \text{ sin. } B2 + \text{sin. } B3) \text{ sin. } a \text{ sin. } (G + a) = 0.$

Des équations (4) & (5) l'on tire

$$(7)\ r(\lambda 1\ \text{ſin.}\ H1 + \lambda 3\ \text{ſin.}\ H3) - 2\lambda 2\ \text{ſin.}\ H2\ \text{coſ.}\ a = 0.$$

Si l'on ſubſtitue enſuite dans l'équation (6) la valeur de ſin. $(G + a)$ tirée de l'équation (4), elle deviendra, à cauſe de ſin.^{2} $a = (r + \text{coſ.}\ a) \times (r - \text{coſ.}\ a)$.

$$(8)\ 2\lambda 2\ \text{ſin.}\ H2\ (\text{ſin.}\ B1 - \text{ſin.}\ B2)\text{coſ.}\ a + r\lambda 1\ \text{ſin.}\ H1\ (\text{ſin.}\ B3 - \text{ſin.}\ B1) + r\lambda 2\ \text{ſin.}\ H2\ (\text{ſin.}\ B1 - 2\ \text{ſin.}\ B2 + \text{ſin.}\ B3) = 0.$$

ou enfin à cauſe de l'équation (7)

$$(9)\ \lambda 3\ \text{ſin.}\ H3\ (\text{ſin.}\ B1 - \text{ſin.}\ B2) + \lambda 1\ \text{ſin.}\ H1\ (\text{ſin.}\ B3 - \text{ſin.}\ B2) + \lambda 2\ \text{ſin.}\ H2\ (\text{ſin.}\ B1 - 2\ \text{ſin.}\ B2 + \text{ſin.}\ B3) = 0.$$

Enfin, ſi dans l'équation (9), l'on ſubſtitue à ſin. $H2$, ſin. $H3$, leurs valeurs tirées du *ſ. 188*, elle deviendra

$$(10)\ \text{Tang.}\ H1 = \frac{r[\lambda 3\ \text{ſin.}\ m3\ (\text{ſin.}\ B2 - \text{ſin.}\ B1) - \lambda 2\ \text{ſin.}\ m2\ (\text{ſin.}\ B1 - 2\ \text{ſin.}\ B2 + \text{ſin.}\ B3)]}{\lambda 3\ \text{coſ.}\ m3\ (\text{ſin.}\ B1 - \text{ſin.}\ B2) + r\lambda 1\ (\text{ſin.}\ B3 - \text{ſin.}\ B2) + \lambda 2\ \text{coſ.}\ m2\ (\text{ſin.}\ B1 - 2\ \text{ſin.}\ B2 + \text{ſin.}\ B3)},$$

& la queſtion eſt réſolue.

De cette dernière équation, l'on conclut *(ſ. 188)*

$$(11)\ X = A1 - H1.$$

(198.) Il eſt aiſé de voir maintenant comment on parvient à la connoiſſance complète de tous les élémens du Problème. Les équations (10) & (11) du *paragraphe précédent*, feront d'abord connoître l'angle que nous avons nommé X, c'eſt-à-dire, l'angle que fait la droite qui joint le centre du Soleil & le pôle de rotation des horizons des taches, avec la Méridienne des taches. Les équations (4) & (5) du *ſ. 188*, feront connoître les angles $H2$, $H3$. L'équation (7) du *ſ. 197*, ſera connoître l'angle a, c'eſt-à-dire, le mouvement de rotation, pendant l'intervalle de la première obſervation à la ſeconde. L'équation (4) donnera la valeur de l'angle $G + a$, c'eſt-à-dire, l'angle de la tache avec le Méridien, lors de la ſeconde obſervation; & comme l'on connoît la rotation, pendant l'intervalle de la première

obſervation à la ſeconde, on connoîtra l'angle de la tache avec le Méridien, lors de la première obſervation. On déterminera enfin la diſtance de la tache à l'Équateur ſolaire, par le moyen de l'équation (2) du *§. 183*, & l'élévation de l'axe de rotation des taches ſur l'horizon des taches, par le moyen de l'équation (1) du *§. 185*.

Généraliſation de la Solution précédente.

(199.) Quoique la queſtion ſoit réſolue, par les formules précédentes, avec toute la généralité néceſſaire pour les uſages aſtronomiques, puiſque l'exigence d'obſervations faites à des intervalles égaux, ne préſente réellement aucune difficulté dans la pratique; comme cependant la ſolution n'a pas géométriquement toute la généralité qu'on peut lui donner, j'ai cru devoir mettre ſous les yeux du Lecteur les principes de la ſolution générale.

Solution du Problème, en ſuppoſant la rotation uniforme, & les intervalles de temps entre les obſervations, inégaux.

(200.) Pour réſoudre le Problème, en ſuppoſant la rotation uniforme, je reprends les équations (1) & (2) du *§. 186*, & l'équation (7) du *§. 187*.

$$(1)\ \lambda 1 \operatorname{ſin.} H1 \operatorname{ſin.} (G + \alpha) - \lambda 2 \operatorname{ſin.} H2 \operatorname{ſin.} G = 0,$$

$$(2)\ \lambda 1 \operatorname{ſin.} H1 \operatorname{ſin.} (G + \beta) - \lambda 3 \operatorname{ſin.} H3 \operatorname{ſin.} G = 0,$$

$$(3)\ (\operatorname{ſin.} B2 - \operatorname{ſin.} B1) \operatorname{coſ.} (G + \beta) + (\operatorname{ſin.} B1 - \operatorname{ſin.} B3) \operatorname{coſ.} (G + \alpha) + (\operatorname{ſin.} B3 - \operatorname{ſin.} B2) \operatorname{coſ.} G = 0.$$

Dans les équations (1) & (2), je ſubſtitue à $\operatorname{ſin.} H2$, $\operatorname{ſin.} H3$, leurs valeurs tirées du *§. 188*, & elles deviennent

$$(4)\ [r\lambda 1 \operatorname{ſin.} (G + \alpha) - \lambda 2 \operatorname{coſ.} m2 \operatorname{ſin.} G] \operatorname{ſin.} H1 - \lambda 2 \operatorname{ſin.} m2 \operatorname{ſin.} G \operatorname{coſ.} H1 = 0,$$

$$(5)\ [r\lambda 1 \operatorname{ſin.} (G + \beta) - \lambda 3 \operatorname{coſ.} m3 \operatorname{ſin.} G] \operatorname{ſin.} H1 - \lambda 3 \operatorname{ſin.} m3 \operatorname{ſin.} G \operatorname{coſ.} H1 = 0.$$

Je tire la valeur de $\operatorname{ſin.} H1$ de l'équation (4), je la porte dans l'équation (5), & elle devient

$$(6)\ \lambda 1 \lambda 2 \sin. m 2 \sin. (G + \beta) - \lambda 1 \lambda 3 \sin. m 3 \sin. (G + \alpha) + \lambda 2 \lambda 3 \sin. (m 3 - m 2) \sin. G = 0.$$

Dans les équations (3) & (6), je ſubſtitue à ſin. $(G + \alpha)$, coſ. $(G + \alpha)$, ſin. $(G + \beta)$, coſ. $(G + \beta)$, leurs valeurs, en obſervant que

$$\sin. (G + \alpha) = \frac{\cos. \alpha \sin. G + \sin. \alpha \cos. G}{r};$$

$$\cos. (G + \alpha) = \frac{\cos. \alpha \cos. G - \sin. \alpha \sin. G}{r};$$

$$\sin. (G + \beta) = \frac{\cos. \beta \sin. G + \sin. \beta \cos. G}{r};$$

$$\cos. (G + \beta) = \frac{\cos. \beta \cos. G - \sin. \beta \sin. G}{r};$$

& ces équations deviennent

$$(7)\ [(\sin. B 2 - \sin. B 1) \cos. \beta + (\sin. B 1 - \sin. B 3) \cos. \alpha + r(\sin. B 3 - \sin. B 2)] \cos. G - [(\sin. B 2 - \sin. B 1) \sin. \beta + (\sin. B 1 - \sin. B 3) \sin. \alpha] \sin. G = 0.$$

$$(8)\ [\lambda 1 \lambda 2 \sin. m 2 \cos. \beta - \lambda 1 \lambda 3 \sin. m 3 \cos. \alpha + r \lambda 2 \lambda 3 \sin. (m 3 - m 2)] \sin. G + (\lambda 1 \lambda 2 \sin. m 2 \sin. \beta - \lambda 1 \lambda 3 \sin. m 3 \sin. \alpha) \cos. G = 0.$$

De la comparaiſon de ces deux équations, l'on tire

$$(9)\ r^2 [\lambda 1 \lambda 2 \sin. m 2 (\sin. B 2 - \sin. B 1) - \lambda 1 \lambda 3 \sin. m 3 (\sin. B 1 - \sin. B 3) + \lambda 2 \lambda 3 \sin. (m 3 - m 2) \times (\sin. B 3 - \sin. B 2)] + \lambda 1 [\lambda 2 \sin. m 2 (\sin. B 1 - \sin. B 3) - \lambda 3 \sin. m 3 (\sin. B 2 - \sin. B 1)] \times (\cos. \alpha \cos. \beta + \sin. \beta \sin. \alpha) + \lambda 2\, r [\lambda 1 \sin. m 2 (\sin. B 3 - \sin. B 2) + \lambda 3 \sin. (m 3 - m 2) \times (\sin. B 2 - \sin. B 1)] \cos. \beta + \lambda 3\, r [\lambda 2 \sin. (m 3 - m 2) \times (\sin. B 1 - \sin. B 3) - \lambda 1 \sin. m 3 (\sin. B 3 - \sin. B 2)] \cos. \alpha = 0.$$

Maintenant, puiſque l'on ſuppoſe la rotation uniforme, l'on a une relation entre les angles α & β, dépendante du rapport des temps écoulés entre la première & la ſeconde obſervation; entre la première & la troiſième obſervation; cette équation, que je nommerai *équation (10)*, & qui n'eſt autre choſe que la relation connue entre les ſinus & les coſinus d'angles qui ſont dans un rapport donné, fournira une nouvelle équation au moyen de laquelle on éliminera l'angle α ou l'angle β dans l'équation (9); & le Problème ſera réſolu.

(201.) Nous remarquerons que comme le degré de l'équation (10) dépend de la relation des temps écoulés entre les observations, le degré final de l'équation qui résout le Problème de la rotation des taches, en dépend pareillement.

Solution du Problème en n'employant point la considération de la rotation uniforme.

(202.) Pour résoudre le Problème, en faisant abstraction de la rotation uniforme, je reprends les équations (1) & (2) du *§. 186;* (7) & (7) des *§. 185 & 187,* & j'ai

(1) $\lambda 1 \text{ sin. } H1 \text{ sin. } (G + \alpha) - \lambda 2 \text{ sin. } H2 \text{ sin. } G = 0.$

(2) $\lambda 1 \text{ sin. } H1 \text{ sin. } (G + \beta) - \lambda 3 \text{ sin. } H3 \text{ sin. } G = 0.$

(3) $(\text{cos. } H3\,\lambda 3 - \text{cos. } H2\,\lambda 2) \text{ cos. } G + (\text{cos. } H1\,\lambda 1 - \text{cos. } H3\,\lambda 3) \text{ cos. } (G + \alpha)$
$+ (\text{cos. } H2\,\lambda 2 - \text{cos. } H1\,\lambda 1) \text{ cos. } (G + \beta) = 0.$

(4) $(\text{sin. } B3 - \text{sin. } B2) \text{ cos. } G + (\text{sin. } B1 - \text{sin. } B3) \text{ cos. } (G + \alpha)$
$+ (\text{sin. } B2 - \text{sin. } B1) \text{ cos. } (G + \beta) = 0,$

Si dans les équations (1), (2), (3) l'on substitue à sin. $H2$, sin. $H3$, cos. $H2$, cos. $H3$ leurs valeurs, elles deviendront,

(5) $r[r\lambda 1 \text{ sin. } (G + \alpha) - \lambda 2 \text{ cos. } m2 \text{ sin. } G] - \lambda 2 \text{ sin. } m2 \text{ sin. } G \text{ cot. } H1 = 0,$

(6) $r[r\lambda 1 \text{ sin. } (G + \beta) - \lambda 3 \text{ cos. } m3 \text{ sin. } G] - \lambda 3 \text{ sin. } m3 \text{ sin. } G \text{ cot. } H1 = 0,$

(7) $[(\text{cos. } m3\,\lambda 3 - \text{cos. } m2\,\lambda 2) \text{ cos. } G + (r\lambda 1 - \text{cos. } m3\,\lambda 3) \text{ cos. } (G + \alpha)$
$- (r\lambda 1 - \text{cos. } m2\,\lambda 2) \text{ cos. } (G + \beta)] \text{cot. } H1 - r[(\text{sin. } m3\,\lambda 3 - \text{sin. } m2\,\lambda 2) \text{ cos. } G$
$- \text{sin. } m3\,\lambda 3 \text{ cos. } (G + \alpha) + \text{sin. } m2\,\lambda 2 \text{ cos. } (G + \beta)] = 0.$

Afin de faciliter l'usage de ces équations, je supposerai

$$A = \frac{r(\text{sin. } B3 - \text{sin. } B2)}{\text{sin. } B2 - \text{sin. } B1}; \quad C = \frac{r(\text{sin. } B1 - \text{sin. } B3)}{\text{sin. } B2 - \text{sin. } B1};$$

$$D = \frac{\lambda 2 \text{ cos. } m2}{\lambda 1}; \quad E = \frac{\lambda 2 \text{ sin. } m2}{\lambda 1};$$

$$F = \frac{\lambda 3 \text{ cos. } m3}{\lambda 1}; \quad K = \frac{\lambda 3 \text{ sin. } m3}{\lambda 1};$$

$$L = \frac{r(\text{cof.}\, m\, 3\, \lambda\, 3 - \text{cof.}\, m\, 2\, \lambda\, 2)}{r\lambda\, 1 - \text{cof.}\, m\, 2\, \lambda\, 2}; \quad M = \frac{r(r\lambda\, 1 - \text{cof.}\, m\, 3\, \lambda\, 3)}{r\lambda\, 1 - \text{cof.}\, m\, 2\, \lambda\, 2};$$

$$N = \frac{r(\text{fin.}\, m\, 3\, \lambda\, 3 - \text{fin.}\, m\, 2\, \lambda\, 2)}{r\lambda\, 1 - \text{cof.}\, m\, 2\, \lambda\, 2}; \quad P = \frac{r\, \text{fin.}\, m\, 3\, \lambda\, 3}{r\lambda\, 1 - \text{cof.}\, m\, 2\, \lambda\, 2};$$

$$Q = \frac{r\, \text{fin.}\, m\, 2\, \lambda\, 2}{r\lambda\, 1 - \text{cof.}\, m\, 2\, \lambda\, 2};$$

& les équations (4), (5), (6) & (7) deviendront

$$(8)\quad A\, \text{cof.}\, G + C\, \text{cof.}\, (G + a) + r\, \text{cof.}\, (G + \beta) = 0,$$

$$(9)\quad r[r\, \text{fin.}\, (G + a) - D\, \text{fin.}\, G] - E\, \text{fin.}\, G\, \text{cot.}\, H\, 1 = 0,$$

$$(10)\quad r[r\, \text{fin.}\, (G + \beta) - F\, \text{fin.}\, G] - K\, \text{fin.}\, G\, \text{cot.}\, H\, 1 = 0,$$

$$(11)\quad [L\, \text{cof.}\, G + M\, \text{cof.}\, (G + a) - r\, \text{cof.}\, (G + \beta)]\, \text{cot.}\, H\, 1 - r[N\, \text{cof.}\, G - P\, \text{cof.}\, (G + a) + Q\, \text{cof.}\, (G + \beta)] = 0.$$

Je remarque que dans cette dernière équation, l'on peut éliminer cof. $(G + \beta)$, au moyen de l'équation (8); & l'on aura, en ſuppoſant,

$$R = L + A; \quad S = M + C;$$

$$T = N - \frac{AQ}{r}; \; V = P + \frac{CQ}{r};$$

$$(12)\quad [R\, \text{cof.}\, G + S\, \text{cof.}\, (G + a)]\, \text{cot.}\, H\, 1 - r[T\, \text{cof.}\, G - V\, \text{cof.}\, (G + a)] = 0.$$

(203.) J'obſerve maintenant que l'on peut avoir les valeurs ſuivantes de A, C, D, E, F, K, L, M, N, P, Q, R, S, T, V, plus ſimples que celles du *ſ. 202*,

$$A = \frac{r\, \text{fin.}\, B\, 3 - r\, \text{fin.}\, B\, 2}{\text{fin.}\, B\, 2 - \text{fin.}\, B\, 1}; \quad C = \frac{r\, \text{fin.}\, B\, 1 - r\, \text{fin.}\, B\, 3}{\text{fin.}\, B\, 2 - \text{fin.}\, B\, 1};$$

$$A + C + r = 0;$$

$$D = \frac{\lambda\, 2\, \text{cof.}\, m\, 2}{\lambda\, 1}; \quad E = \frac{\lambda\, 2\, \text{fin.}\, m\, 2}{\lambda\, 1};$$

$$F = \frac{\lambda\, 3\, \text{cof.}\, m\, 3}{\lambda\, 1}; \quad K = \frac{\lambda\, 3\, \text{fin.}\, m\, 3}{\lambda\, 1};$$

$$L = \frac{r(F - D)}{r - D}; \quad M = \frac{r(r - F)}{r - D};$$

$$N = \frac{r(K - E)}{r - D}; \quad P = \frac{rK}{r - D};$$

$$Q = \frac{rE}{r - D}; \quad N = P - Q;$$

$$R = \frac{r(F + A) + CD}{r - D}; \quad S = -\frac{r(F + A) + CD}{r - D};$$

$$R + S = 0; \quad T = \frac{rK + CE}{r - D};$$

$$V = \frac{rK + CE}{r - D}; \quad T = V.$$

Dans l'équation (12) du §. 202, on peut donc substituer V à T, & $-S$ à R; & cette équation devient

$$(1) \quad (rV + S\,\text{cot.}\,H1) \times [\text{cos.}\,(G + a) - \text{cos}\,G] = 0.$$

Chacun de ces facteurs résout la question; mais le facteur

$$\text{cos.}\,(G + a) - \text{cos.}\,G = 0,$$

est évidemment une solution particulière qui donne l'égalité entre les trois angles G, $G + a$, $G + \beta$; & en effet, si dans l'équation (8) du §. 202, l'on substitue cos $(G + a)$ à cos. G; l'on aura, à cause de $A + C + r = 0$, cos $(G + \beta) =$ cos. $(G + a)$. Il n'y a donc que le facteur $rV + S\,\text{cot.}\,H1 = 0$, qui satisfasse généralement au Problème.

De l'équation $rV + S\,\text{cot.}\,H1 = 0$; l'on tire

$$(2) \quad \text{tang.}\,H1 = -\frac{rS}{V};$$

ou, en substituant à S & à V, leurs valeurs,

$$(3)\,\text{tang.}\,H1 = \frac{r^2\lambda 1\,(\text{sin.}\,B3 - \text{sin.}\,B2) + r\lambda 2\,\text{cos.}\,m2\,(\text{sin.}\,B1 - \text{sin.}\,B3) + r\lambda 3\,\text{cos.}\,m3\,(\text{sin.}\,B2 - \text{sin.}\,B1)}{\lambda 2\,\text{sin.}\,m2\,(\text{sin.}\,B1 - \text{sin.}\,B3) + \lambda 3\,\text{sin.}\,m3\,(\text{sin.}\,B2 - \text{sin.}\,B1)},$$

Cette équation combinée avec l'équation (11) du §. 197, fera d'abord connoître l'angle que nous avons nommé X; c'est-à-dire, l'angle que fait la droite qui joint le centre du Soleil & le Pôle de rotation des horizons des taches, avec la Méridienne des taches.

(204.) Pour avoir les autres élémens du Problème, je combine les équations (8), (9) & (10) du §. 202, & j'ai, en ſuppoſant

$$\Omega = D + \frac{E \operatorname{cot.} H\, 1}{r};$$

$$\varepsilon = F + \frac{K \operatorname{cot.} H\, 1}{r};$$

$$(1)\quad \left[(A^2 - C^2 + r^2)\, r^2 + \left(\frac{\Omega^2 C^2}{r^2} - A^2 - \varepsilon^2\right) \text{ſin.}^2 G\right]^2$$

$$- 4 A^2 r^2 (r^2 - \text{ſin.}^2 G) \times \left(r^2 - \frac{\varepsilon^2}{r^2} \text{ſin.}^2 G\right) = 0.$$

Cette équation ſera connoître l'angle G, c'eſt-à-dire, l'angle de la tache avec le Méridien, lors de la première obſervation; l'équation (9) du §. 202, fera connoître l'angle $G + a$, c'eſt-à-dire, l'angle de la tache avec le Méridien, lors de la ſeconde obſervation; l'équation (8) fera connoître l'angle $G + \beta$, c'eſt-à-dire, l'angle de la tache avec le Méridien des taches, lors de la troiſième obſervation. On déterminera enfin la diſtance de la tache à l'Équateur ſolaire, par le moyen de l'équation (2) du §. 183, & l'élévation de l'axe de rotation des taches ſur l'horizon, par le moyen de l'équation (1) du §. 185.

(205.) L'on voit par-là que le Problème de la rotation des taches du Soleil, eſt réſolu par une analyſe fort ſimple. Je n'entreprendrai point de comparer cette ſolution nouvelle, à celles que l'on trouve dans les différens Traités d'Aſtronomie; je la crois auſſi directe qu'aucune de celles que l'on a données. On pourra obſerver que je dois une partie de cette ſimplification, à l'attention que j'ai eue de rapporter tous les phénomènes à un horizon immobile, en affectant les obſervations, de tout ce qui réſulte du changement d'horizon des taches, avant de les ſoumettre au calcul; cette opération, toujours facile, ainſi que je l'ai fait voir, eſt analogue à l'introduction

de la

de la latitude corrigée au lieu de la latitude vraie, lors du calcul des éclipſes.

Je remarquerai que la même méthode détermineroit la libration de la Lune ; & que l'on pourroit même déterminer les petites inégalités de ſa rotation, dans le cas toutefois où l'on auroit des obſervations infiniment préciſes.

J'obſerverai en dernier lieu que dans le cas des taches du Soleil, la dernière de nos méthodes a l'avantage de ſe vérifier par les réſultats même auxquels elle conduit. En effet, ſi l'on a bien obſervé & bien calculé les angles α, β ; ou, ce qui revient au même, les différences des angles G, $G + \alpha$, $G + \beta$, doivent être dans le rapport des temps.

ARTICLE IX.

Application des principes détaillés dans cet Ouvrage, aux Éclipſes de Lune.

(206.) Quoique les éclipſes de Lune ne ſoient pas auſſi intéreſſantes que celles de Soleil, j'ai cru cependant que l'on verroit avec plaiſir, l'application des principes détaillés dans mon Ouvrage, à ce genre de phénomènes. J'expoſerai d'abord les formules analogues à celles des éclipſes de Soleil ; je paſſerai enſuite aux phénomènes qui réſultent, pour un obſervateur placé dans la Lune, de l'inflexion des rayons ſolaires qui traverſent l'atmoſphère de la Terre. Cette partie de mon travail mérite quelqu'attention.

SECTION PREMIÈRE.

Principes du calcul des Éclipſes de Lune.

(207.) Pour déterminer les circonſtances d'une éclipſe de Lune, j'imagine, comme dans les éclipſes de Soleil, que par le centre de la Lune, l'on faſſe paſſer à chaque inſtant, perpendiculairement à l'écliptique, un plan que j'appelle *Plan de projection de l'ombre de la Terre*, & dont l'inter-

ſection avec l'écliptique ſoit perpendiculaire au prolongement de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre. Il eſt évident que l'ombre de la Terre ſe projetera ſur ce plan, & qu'il ne s'agit, pour réſoudre les Problèmes propoſés, que d'y tracer la route de la Lune; ainſi donc, ſur un plan quelconque, qui repréſente le plan de projection,
Fig. 14. je tire une droite *A O*, que je regarde comme l'interſection de ce plan avec l'écliptique; ſur cette droite, je prends un point *G*, que je regarde comme l'interſection de ce plan avec le prolongement de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre, & qui eſt, par conſéquent, le centre de l'ombre. Par le point *G*, j'élève à la droite *A O* une perpendiculaire *G L*, telle que le point *L* repréſente le lieu du centre de la Lune à l'inſtant de l'Oppoſition. Par le point *L*, je mène la droite *L Q*, projection de la petite portion de l'orbite relative de la Lune, parcourue pendant l'Éclipſe. Il ne s'agit maintenant que de déterminer 1.° la diſtance *G L* du point *L*, lieu de la Lune lors de l'oppoſition, au point *G* centre de l'ombre; 2.° l'angle *a L Q* de l'orbite relative *L Q*, avec la droite $aL\omega$ parallèle à l'interſection *A O* du plan de projection & de l'écliptique; 3.° le chemin parcouru par la Lune, depuis le point *L*, dans ſon orbite.

(208.) Soit, comme dans les éclipſes de Soleil,

r le demi-petit axe de la Terre que je ſuppoſe d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ϖ le ſinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, à l'inſtant pour lequel on calcule.

Il eſt évident, que ſi du point *L* l'on mène au centre *T* de la Terre, la droite *L T*, & du point *G*, la droite *G T*; dans le triangle *L T G* rectangle en *G*, la droite *L T* ſera la diſtance de la Lune au centre de la Terre, à l'inſtant de l'oppoſition; & l'angle *L T G* ſera la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre. On démontre en Aſtronomie,

que la distance LT de la Lune au centre de la Terre, a Fig. 14.
pour expression $\frac{r^2}{\pi}$; de plus, $GL : LT :: \text{sin.}\, GTL : \text{sin. total}$; & l'angle $GTL =$ latitude de la Lune; donc

$$(1)\quad GL = \frac{r\,\text{sin. (latitude de la Lune au moment de l'opposition)}}{\text{sin. (parallaxe horizontale polaire)}}.$$

Je nommerai l cette quantité.

(209.) Pour déterminer l'angle QLa, je remarque que le centre G de l'ombre a un mouvement en longitude, égal à celui du Soleil, & suivant l'ordre des signes; que par conséquent, pendant la durée de l'Éclipse, la Lune vue du centre de la Terre, s'éloigne du centre de l'ombre dans le sens de l'écliptique, d'un arc égal à la différence des mouvemens horaires de la Lune & du Soleil en longitude; c'est-à-dire, d'un arc égal au mouvement horaire composé en longitude; tandis qu'elle s'en éloigne, dans le sens du cercle de latitude, d'un arc égal à son mouvement horaire en latitude; & comme cette construction est absolument la même que pour les éclipses de Soleil, j'en conclus, que l'angle QLa, ou si l'on veut, l'inclinaison de l'orbite relative, se détermine par l'équation suivante:

(1) tangente de l'inclinaison de l'orbite relative

$$= \frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la Lune en latitude évalué en secondes de degré}}{\text{sin. (mouv. hor. de la Lune en long. — mouv. hor. du Soleil)}}.$$

Je nommerai, comme dans les éclipses de Soleil,

ϕ le sinus } de l'inclinaison de l'orbite relative.
ψ le cosinus }

(210.) Je conclus enfin, d'après les éclipses de Soleil, que comme aucune des constructions fondamentales n'a changé dans l'application des principes aux éclipses de Lune; si l'on nomme

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de l'opposition,
η une quantité telle que l'on ait

$$\eta = \frac{r}{\psi}\,\xi \times \frac{\text{sin. (mouv. hor. de la Lune en long. — mouv. hor. du Soleil)}}{\text{sinus (parallaxe horizontale polaire)}};$$

Fig. 14. b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'opposition jusqu'à l'instant pour lequel on calcule;

on aura pour expression du chemin LQ, parcouru par la Lune dans son orbite,

$$(1)\ LQ = \frac{b}{3600''} \times n.$$

(211.) Il est facile d'avoir maintenant, pour un instant quelconque, l'expression de la distance GQ du centre de la Lune au centre de l'ombre; en effet, si du point Q l'on abaisse sur GL la droite QM, & que l'on conserve les définitions précédentes, on aura $QM = LQ \times \frac{\psi}{r}$; $LM = LQ \times \frac{\theta}{r}$; $GQ = \sqrt{[QM^2 + (GL + LM)^2]}$; donc

$$(1)\ GQ = \sqrt{\left(\frac{b^2}{3600''^2} n^2 + \frac{2b}{3600''} \times \frac{\theta l}{r} n + l^2\right)}.$$

(212.) Pour récapituler en peu de mots, ce qui vient d'être dit, soit

r le demi-petit axe de la Terre, que je suppose égal au rayon des Tables,

θ le sinus, ψ le cosinus de l'inclinaison de l'orbite corrigée; cette inclinaison se détermine par l'équation suivante, tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée

$$= \frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. ☾ en latit. évalué en secondes de degrés}}{\text{sin. (mouvem. hor. ☾ en long. — mouv. hor. ☉)}};$$

ξ le cosinus de la latitude de la Lune,

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'opposition jusqu'à l'instant pour lequel on calcule,

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, à l'instant pour lequel on calcule,

$$l = r \times \frac{\text{sin. (latit. ☾ à l'instant de l'opposition vue du centre de la Terre)}}{\text{sin. (parallaxe horizontale polaire ☾ à l'instant de l'opposition)}},$$

$$n = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{sin. (mouvem. horaire ☾ en longit. — mouvem. horaire du ☉)}}{\text{sin. (parallaxe horizontale polaire ☾ à l'instant de l'opposition)}},$$

λ la distance du centre de la Lune au centre de l'ombre évaluée en parties telles que le demi-petit axe de la Terre en contient 100000;

on aura

$$(1)\ \lambda = \sqrt{\left(\frac{b^2}{3600''^2} n^2 + \frac{2b}{3600''} \times \frac{\theta l}{r} n + l^2\right)}.$$

Dans l'uſage de ces formules, on n'oubliera point que pour toutes les écliples de Lune, r, ψ, ξ, π, η, λ ſont toujours des quantités poſitives. Il n'en eſt pas de même des quantités θ, b, l.

l eſt négatif lorſque la latitude de la Lune vue du centre de la Terre, eſt auſtrale à l'inſtant de l'oppoſition,

θ eſt négatif lorſque l'Éclipſe arrive dans le nœud deſcendant de la Lune,

b eſt négatif lorſque l'inſtant pour lequel on calcule, précède l'inſtant de l'oppoſition.

SECTION SECONDE.

Application des principes précédens, au calcul des Éclipſes de Lune.

(213.) Dans l'application des principes précédens au calcul des écliples de Lune, j'appellerai

σ le demi-diamètre horizontal de la Lune évalué en parties telles que le demi-petit axe de la Terre en contient 100000,

σ' le demi-grand axe de l'ombre de la Terre, pareillement évalué en parties du demi-petit axe terreſtre,

σ'' le demi-petit axe de l'ombre de la Terre, pareillement évalué en parties du demi-petit axe terreſtre.

Nous verrons dans la ſuite quelles valeurs il convient de donner à ces quantités.

(214.) Au moyen des équations précédentes, on réſoudra facilement toutes les queſtions que l'on peut ſe propoſer relativement aux écliples de Lune. Si l'on ſuppoſe, par exemple, que l'ombre de la Terre eſt circulaire, que par conſéquent $\sigma' = \sigma''$, & que l'on cherche à quel inſtant commencera & finira l'Éclipſe d'après des élémens connus; comme alors $\lambda = \sigma + \sigma'$, on aura à réſoudre une équation de la forme ſuivante,

$$(1)\ \frac{b^2}{3600''^2}\,\eta^2 \pm \frac{2b}{3600''} \times \frac{\theta l}{\varepsilon}\,\eta \pm l^2 - (\sigma + \sigma')^2 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(2)\ b = \frac{3600''}{n}\left\{-\frac{\theta l}{r} \pm \sqrt{\left[(\sigma + \sigma')^2 - \frac{\psi^2 l^2}{r^2}\right]}\right\}.$$

Si l'on cherche l'inſtant où l'immerſion totale dans l'ombre, & l'émerſion auront lieu, on aura à réſoudre une équation de la forme ſuivante,

$$(3)\ \frac{b^2}{3600''^2}n^2 + \frac{2b}{3600''} \times \frac{\theta l}{r}n + l^2 - (\sigma' - \sigma)^2 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(4)\ b = \frac{3600''}{n}\left\{-\frac{\theta l}{r} \pm \sqrt{\left[(\sigma' - \sigma)^2 - \frac{\psi^2 l^2}{r^2}\right]}\right\}.$$

Si l'on cherche enfin à quel inſtant arrivera la plus petite diſtance de la Lune au centre de l'ombre, & la valeur de cette plus petite diſtance; on différenciera l'équation (1) du §. 212, en regardant b & λ comme inconnus, & l'on aura

$$(5)\ b = -\frac{3600''}{n} \times \frac{\theta l}{r};$$

$$(6)\ \lambda = \pm \frac{\psi l}{r}.$$

Telles ſont, à-peu-près, les queſtions que l'on peut ſe propoſer, lorſque l'on connoît les élémens de l'Éclipſe.

(215.) Si au contraire, d'après les obſervations de l'Éclipſe, on vouloit déterminer les élémens de la Lune, c'eſt-à-dire, l'inſtant de l'oppoſition & la latitude de la Lune à cet inſtant; ſoient

b le nombre inconnu de ſecondes horaires écoulées entre la première obſervation & l'oppoſition,

a le nombre connu de ſecondes horaires écoulées entre la première & la ſeconde obſervation,

λ la diſtance du centre de la Lune au centre de l'ombre, lors de la première obſervation, évaluée en parties telles que le demi-petit axe de la Terre en contient 100000,

λ' la diſtance du centre de la Lune au centre de l'ombre, lors de la ſeconde obſervation, évaluée comme ci-deſſus.

Il eſt évident que l'on aura pour la première obſervation, une équation de la forme ſuivante,

$$(1)\ \frac{b^2}{3600''^2}\, n^2 + \frac{2b}{3600''} \times \frac{\theta l}{r}\, n + l^2 - \lambda^2 = 0;$$

& pour la ſeconde obſervation,

$$(2)\ \frac{(b+a)^2}{3600''^2}\, n^2 + 2 \times \frac{(b+a)}{3600''} \times \frac{\theta l}{r}\, n + l^2 - \lambda'^2 = 0;$$

d'où en ſuppoſant

$$(3)\ A = \frac{3600''}{a} \times \frac{(\lambda'^2 - \lambda^2)}{n} - \frac{a}{3600''}\, n;$$

l'on tire

$$(4)\ \text{ſin. (latit. de la Lune)} = \pm \frac{\pi}{4} \sqrt{(\lambda^2 - \tfrac{1}{4} A^2)},$$

$$(5)\ b = 3600''\, (\tfrac{1}{2} A - \tfrac{\theta l}{r}).$$

Toutes les queſtions que l'on a coutume de ſe propoſer, ſont donc réſolues.

SECTION TROISIÈME.

Détermination des valeurs du demi-diamètre de la Lune, & des axes de l'ombre de la Terre qu'il faut employer dans les formules.

(216.) La valeur de σ, c'eſt-à-dire, du demi-diamètre de la Lune qu'il faut employer dans les formules, n'eſt pas difficile à déterminer. En effet, cette valeur eſt celle du demi-diamètre horizontal de la Lune évalué en parties, telles que le demi-petit axe de la Terre en contient 100000; or puiſque la parallaxe horizontale polaire de la Lune, n'eſt autre choſe que l'angle ſous lequel le demi-petit axe de la Terre ſeroit vu par un obſervateur qui ſeroit dans la Lune; il eſt évident que le rapport du demi-petit axe de la Terre au demi-diamètre de la Lune, eſt égal au rapport de la parallaxe horizontale de la Lune, au demi-diamètre de cet aſtre un jour quelconque de l'année. Prenons l'inſtant de l'Éclipſe du 1.[er] Avril 1764; on avoit alors; parallaxe horizontale

polaire de la Lune eſt au demi-diamètre de cette Planète, comme $54' \, 1'',5$ eſt à $14' \, 47'',1$; comme 32887 eſt à 9000. Donc $\sigma = \frac{9000}{32887} \times 100000 = 27366$. Cette quantité eſt conſtante pour toutes les Éclipſes.

(217.) La détermination des axes de l'ombre de la Terre, préſente plus de difficultés. J'obſerve d'abord que la ſection n'eſt pas circulaire ; en effet, la Terre étant elliptique, l'ombre qu'elle projette n'eſt point un cercle. Pour déterminer l'eſpèce de cette courbe, je remarque que ſi, par le centre de la Terre, on fait paſſer un plan parallèle au plan de projection de l'ombre terreſtre, l'interſection de ce plan avec le ſphéroïde de la Terre, déterminera l'eſpèce de la courbe dont il s'agit, puiſque c'eſt ce plan particulier qui intercepte les rayons du Soleil ; nous le nommerons déſormais *horizon abſolu.* Par le centre de la Terre, menons le cercle de déclinaiſon du Soleil; c'eſt ce cercle que, dans les éclipſes de Soleil, nous avons déſigné ſous le nom de *Méridien univerſel.* On démontre en Aſtronomie, que l'axe de la Terre eſt toujours dans ce plan, & qu'il fait avec l'horizon abſolu un angle égal à la déclinaiſon du Soleil; de plus, il eſt aiſé de ſentir que la ſection elliptique de la Terre & de l'horizon abſolu, a pour petit axe, le diamètre de la Terre interſection du Méridien univerſel & de l'horizon abſolu, tandis que le grand axe de cette ſection eſt égal au grand axe de la Terre. Si donc l'on nomme

ρ le demi-grand axe de la Terre,

r' le demi-diamètre de la Terre, interſection du Méridien univerſel & de l'horizon abſolu,

& que l'on ſuppoſe d'ailleurs que les axes de l'ombre de la Terre ſur le plan de projection, ſont entr'eux dans le rapport des axes de la ſection elliptique de l'horizon abſolu & du ſphéroïde de la Terre, on aura

$$(1) \quad \sigma' : \sigma'' :: \rho : r'.$$

(218.)

(218.) Pour avoir égard au défaut de circularité de la ſection de l'ombre de la Terre, on a ſuppoſé que les différens diamètres de cette ſection, étoient proportionnels aux diamètres correſpondans de la ſection elliptique de l'horizon abſolu & du ſphéroïde terreſtre; ce qui donne à cette ſection la propriété d'être une ellipſe; mais cette ſuppoſition n'eſt pas rigoureuſement vraie. Soit, en effet, S le centre du Soleil, T le centre de la Terre, ET le demi-grand axe de la Terre, $T\varepsilon$ le demi-petit axe de la ſection elliptique de l'horizon abſolu & du ſphéroïde terreſtre; $STmM$ la droite qui joint les centres du Soleil & de la Terre; TD la diſtance du plan de projection au centre de la Terre. Il eſt évident que le cône de l'ombre projetée par le demi-grand axe TE, ne ſe terminera pas ſur la droite $STmM$, au même point que le cône d'ombre projetée par le demi-petit axe $T\varepsilon$; & ſi l'on conſerve les dénominations précédentes de r', ρ, σ', σ'', l'on aura Fig.

$$\sigma' = \rho\left(1 - \frac{TD}{MT}\right); \quad \sigma'' = r'\left(1 - \frac{TD}{mT}\right).$$

Il faudroit donc pour que la ſuppoſition fût exacte, que MT égalât mT, ou que TD fut une quantité très-petite relativement à MT, mT. Cette dernière condition a lieu pour Jupiter. Au reſte, comme il eſt néceſſaire de connoître les différens diamètres de la ſection du ſphéroïde terreſtre, ſoit que l'on continue de regarder la ſection de l'ombre comme elliptique, ſoit que l'on parte de la véritable ſection de ombre, je vais m'occuper de ces recherches.

(219.) Pour déterminer la valeur de r', je remarque que ſi l'on nomme

p le ſinus } de la déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de l'oppoſition;
q le coſinus }

puiſque r' eſt celui des demi-diamètres de la Terre qui fait avec le petit axe terreſtre, un angle dont p eſt le ſius, & q eſt le coſinus; on aura (*§. 130 de mon XIe Mémoire*), Année 17[illegible]

$$(1)\ r' = \frac{r^2\rho}{\sqrt{(\rho^2 q^2 + p^2 r^2)}}.$$

Si l'on vouloit former une Table de toutes les valeurs de r' pour toutes les déclinaiſons du Soleil, on auroit

Rapport des axes de la Terre comme 177 à 178. $\rho = 100565.$		*Rapport des axes de la Terre comme 229 à 230.* $\rho = 100438.$	
DÉCLINAIS. du SOLEIL.	$\frac{r^2\rho}{\sqrt{(\rho^2q^2+p^2r^2)}}$	DÉCLINAIS. du SOLEIL.	$\frac{r^2\rho}{\sqrt{(\rho^2q^2+p^2r^2)}}$
0^d $0'$	100000	0^d $0'$	100000
1. 0	100000	1. 0	100000
2. 0	100001	2. 0	100001
3. 0	100002	3. 0	100002
4. 0	100003	4. 0	100003
5. 0	100004	5. 0	100004
6. 0	100006	6. 0	100006
7. 0	100008	7. 0	100008
8. 0	100011	8. 0	100010
9. 0	100014	9. 0	100012
10. 0	100018	10. 0	100014
11. 0	100022	11. 0	100017
12 0	100026	12. 0	100020
13. 0	100030	13. 0	100023
14. 0	100034	14. 0	100026
15. 0	100038	15. 0	100030
16. 0	100043	16. 0	100034
17. 0	100048	17. 0	100038
18. 0	100054	18. 0	100042
19. 0	100060	19. 0	100047
20. [illegible]	100066	20. 0	100052
21. [illegible]	100073	21. 0	100057
22. [illegible]	100080	22. 0	100062
23. [illegible]	100087	23. 0	100067
23. 2[illegible]	100091	23. 28	100070

(220. Quant à la poſition du petit axe de l'ellipſe ſur le plan de horizon abſolu, je remarque que l'angle de cet axe

avec la perpendiculaire GL, eſt égal à l'angle que forme ſur le plan de l'horizon abſolu, l'interſection du Méridien univerſel, avec l'interſection du cercle de latitude de la Lune ; ou, ſi l'on veut, il eſt le complément de l'angle que fait le cercle de déclinaiſon du Soleil avec l'Écliptique. L'Aſtronomie nous apprend donc que ſi l'on nomme χ une quantité telle que l'on ait Fig. 14.

$$\chi = \sqrt{[\text{coſ.}^2 \text{(déclin. du Soleil)} - \text{coſ.}^2 \text{(obliquité de l'Écliptique)}]},$$

on a

(1) $\text{ſinus(angle du petit axe de l'ellipſe avec la perpendiculaire } GL) = \chi.$

La quantité χ eſt poſitive depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'au ſolſtice d'été; elle eſt négative depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver.

(221.) Pour déterminer maintenant la valeur d'un demi-diamètre quelconque de la ſection de l'horizon abſolu & du ſphéroïde terreſtre, ſoit

R un demi-diamètre quelconque de la ſection elliptique de la Terre ;

u l'angle de ce demi-diamètre avec le demi-petit axe de la ſection ;

ρ le demi-grand axe de la ſection & à la fois le demi-grand axe de la Terre ;

r le demi-petit axe de la Terre, que je ſuppoſe égal au rayon des Tables ;

r' le demi-petit axe de la ſection elliptique ;

& conſervons d'ailleurs les définitions de p & de q.

Il ſuit du *ſ. 130* de mon *XI.e Mémoire*, que Année 1774.

$$R = \frac{r'\rho}{\sqrt{(\rho^2 \text{ coſ.}^2 u + r'^2 \text{ ſin.}^2 u)}};$$

mais *(ſ. 219)*,

$$r' = \frac{r^2\rho}{\sqrt{(\rho^2 q^2 + p^2 r^2)}} = \frac{r^2\rho}{\sqrt{[r^4 + (\rho^2 - r^2)q^2]}}.$$

Donc

$$(1)\ R = \frac{r^3 \rho}{\sqrt{[r^6 + (\rho^2 - r^2)\, q^2 \operatorname{coſ.}^2 u]}}.$$

14. (222.) Si l'on vouloit rapporter l'angle du demi-diamètre de l'ombre, à la ligne GL, on auroit alors, en nommant

u' l'angle du demi-diamètre de l'ombre avec la droite GL,

χ l'angle dont le ſinus a été déterminé par l'équation (1) du ſ. 220,

$$(1)\ u = u' - \chi,$$

& l'équation (1) du ſ. 221, deviendroit

$$(2)\ R = \frac{r^3 \rho}{\sqrt{[r^6 + (\rho^2 - r^2)\, q^2 \operatorname{coſ.}^2 (u' - \chi)]}}.$$

Dans l'uſage de cette dernière formule, l'angle χ, que l'on doit employer, eſt compris entre o degré & 90 degrés, depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'au ſolſtice d'été; il eſt compris entre 270^d & 360^d, depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver. Quant à l'angle u', on doit le compter d'une manière continue, depuis 0^d juſqu'à 360^d, en partant du point L, que l'on ſuppoſera toujours dans la partie boréale de l'ombre, & en allant dans le ſens du mouvement de la Lune.

Nous remarquerons enfin que ſi l'on continuoit de ſuppoſer que les différens diamètres de la ſection de l'ombre & du plan de projection, ſont dans un rapport déterminé avec les diamètres correſpondans de la ſection du ſphéroïde, & que l'on nomme

σ''' un demi-diamètre quelconque de la ſection de l'ombre,

$\frac{a}{b}$ un rapport que nous déterminerons,

on auroit

$$(3)\ \sigma''' = \frac{a}{b} R.$$

(223.) Si l'on vouloit comparer l'expreſſion de l'angle u', dont il vient d'être queſtion, avec les réſultats des *paragraphes precédens*, afin d'avoir le rapport de ces ſolutions, on verra facilement que cet angle u' a pour expreſſion de ſa tangente,

Tang. $u' = \frac{r \times QM}{GL + LM}$: Fig. 14.

mais (*§. 208, 210 & 211*),

$$QM = \frac{\psi}{r} \times LQ = \frac{b}{3600''} \times \frac{\psi n}{r};$$

$$GL = l;\; LM = \frac{b}{3600''} \times \frac{\theta n}{r}.$$

Donc

$$(1)\ \text{Tang. } u' = \frac{\frac{b}{3600''} \times \psi n}{\frac{b}{3600''} \times \frac{\theta n}{r} + l}.$$

On pourra donc, au moyen de cette formule, déterminer l'angle u' pour un inſtant quelconque; & par conſéquent, la valeur du demi-diamètre de la ſection elliptique du ſphéroïde terreſtre & de l'horizon abſolu, qui ſe trouve dans la direction de la droite qui joint les centres de la Lune & de l'ombre terreſtre.

SECTION QUATRIÈME.

Remarques ſur le calcul des Éclipſes de Lune dans l'hypothèſe de l'ombre elliptique.

(224.) Dans cette ſection, je continuerai de m'occuper des éclipſes de Lune, quoique j'aie ſpécialement en vue les éclipſes des ſatellites de Jupiter. Comme ces deux théories ſont abſolument ſemblables, ce que nous dirons de l'un de ces phénomènes, s'applique rigoureuſement à l'autre.

Si l'on vouloit calculer rigoureuſement les immerſions, en partant de l'hypothèſe de l'ombre elliptique, on feroit la réflexion ſuivante. L'ombre de la Terre étant elliptique, le contact de la Lune & de l'ombre ne ſe fait pas dans le diamètre qui paſſe par la ligne qui joint les centres de la Lune & de l'ombre, mais dans le rayon oſculateur qui n'eſt pas dirigé vers le centre de l'ombre. Soit *EAFPe* l'ombre elliptique Fig. 16.
de la Terre; *Ee* le grand axe de cette ellipſe; *GP* le demi-

Fig. 16. petit axe; LQ l'orbite relative de la Lune; T le point où cette orbite eſt rencontrée par le prolongement du petit axe GP; G le centre de l'ombre; Q le lieu de la Lune à un certain inſtant; F le point de contact de la Lune & de l'ombre; FG le demi-diamètre de l'ellipſe paſſant par le point de contact; V le point où le petit axe eſt rencontré par le rayon oſculateur FV; S le point où le grand axe eſt rencontré par le rayon oſculateur FV. Prolongeons le demi-diamètre GF, & du point Q abaiſſons ſur le prolongement de ce demi-diamètre, la droite QH.

D'après ces conſtructions, il eſt évident que dans le triangle GQH, rectangle en H, on a $GQ^2 = QH^2 + GH^2$; mais à cauſe du triangle FQH pareillement rectangle en H, on a $QH = \frac{QF \times \text{ſin.}\, F}{\text{rayon}}$, $FH = \frac{QF \times \text{coſ.}\, F}{\text{rayon}}$; donc

$$GQ^2 = QH^2 + (FG + FH)^2 = QF^2 + \frac{2\, FG \times QF \times \text{coſ.}\, F}{\text{rayon}} + FG^2.$$

D'ailleurs, dans le triangle QVT, on a $QV : QT :: \text{ſin.}\, T : \text{ſin.}\, V$; de plus, $QT = QL - TL$. Donnons à toutes ces lignes & à tous ces angles, les expreſſions qu'ils doivent avoir.

(225.) Je vois d'abord, que dans le triangle QVT, l'angle $QTV = 90^d +$ l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire au Méridien univerſel. Comme pour la détermination de cet angle, les conſtructions ſont abſolument les mêmes que dans les éclipſes de Soleil, ſi l'on conſerve les définitions de θ, ψ, q des *paragraphes précédens*, & que l'on nomme de plus

Ω le coſinus de l'obliquité de l'écliptique,

$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}$,

ω le ſinus, φ le coſinus de l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire au Méridien univerſel,

on aura ſin. $QTV = \varphi$. De plus, j'ai démontré, dans les *Mémoires précédens*, que

$$(1)\quad \omega = \frac{\theta\Omega}{q} + \frac{\psi\chi}{q}.$$

On connoît donc la valeur de l'angle QTV, dont le sinus φ est positif dans toutes les éclipses de Lune. Fig. 16.

(226.) Pour déterminer la valeur de QT, je remarque que $QT = QL - TL$; QL est évidemment égal à $\frac{b}{3600''} n$, puisque c'est le chemin parcouru, pendant le temps b, par la Lune, depuis le point L de son orbite. Quant à TL, je vois qu'il a pour expression $\frac{l\chi}{\varphi}$; en effet (§. 208) $GL = l$; l'angle TGL est l'angle dont nous avons appelé χ le sinus; & l'angle GTL a φ pour sinus; donc $\varphi : l :: \chi : TL$;

donc $$TL = \frac{l\chi}{\varphi};$$

donc $$QT = \frac{b}{3600''} n - \frac{l\chi}{\varphi}.$$

(227.) On pourroit aussi supposer à QT la valeur suivante,

$$(1)\quad QT = \frac{b}{3600''} n + \frac{\theta l}{r} - \frac{\psi l}{r} \times \frac{\omega}{\varphi}.$$

En effet, si du point G centre de l'ombre, l'on abaisse sur l'orbite QL, la perpendiculaire GM, & que l'on conserve les définitions précédentes de ψ, θ, φ, ω, on aura évidemment

$$GM = \frac{\psi l}{r}; \qquad LM = \frac{\theta l}{r};$$

$$TM = \frac{\psi l}{r} \times \frac{\omega}{\varphi}; \quad TL = \frac{\psi l}{r} \times \frac{\omega}{\varphi} - \frac{\theta l}{r};$$

& par conséquent

$$QT = LQ - TL = \frac{b}{3600''} n + \frac{\theta l}{r} - \frac{\psi l}{r} \times \frac{\omega}{\varphi}.$$

(228.) Maintenant, dans le triangle QTV, on a $QV : \text{sin.}\, T :: QT : \text{sin.}\, V$; QV est évidemment égal à $QF + FV$; QF est égal au demi-diamètre de la Lune, & FV égale la

Fig. 16. partie de la normale, interceptée entre le point F & le petit axe de l'ombre elliptique. De plus, l'angle V égale l'angle de la normale avec le petit axe de l'ombre. Pour la facilité du calcul, introduisons dans les résultats, le demi-diamètre correspondant au point de contact; soit

σ le demi-diamètre de la Lune;

σ' le demi-grand axe de l'ombre,

σ'' le demi-petit axe,

σ''' le demi-diamètre de l'ombre correspondant au point de contact.

Il suit de ce qui est démontré dans le *§. 130 de mon* Année 1774. *XIe Mémoire*, que

$$\text{sin. } V = \frac{r\sigma''\sqrt{(\sigma'''^2 - \sigma''^2)}}{\sqrt{[(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2) \times (\sigma'^2 - \sigma''^2)]}};$$

$$\text{cos. } V = \frac{r\sigma'\sqrt{(\sigma'^2 - \sigma'''^2)}}{\sqrt{[(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2) \times (\sigma'^2 - \sigma''^2)]}};$$

que dans le triangle SGF,

$$\text{sin. } G = \frac{r\sigma''\sqrt{(\sigma'^2 - \sigma'''^2)}}{\sigma'''\sqrt{(\sigma'^2 - \sigma''^2)}};$$

$$\text{cos. } G = \frac{r\sigma'\sqrt{(\sigma'''^2 - \sigma''^2)}}{\sigma'''\sqrt{(\sigma'^2 - \sigma''^2)}};$$

Donc puisqu'en vertu du *§. 132 de mon XIe Mémoire*,

$$FV = \frac{\sigma''' \text{ cos. } G}{\text{sin. } V};$$

on a

$$FV = \frac{\sigma'}{\sigma''}\sqrt{(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2)};$$

donc

$$QV = \sigma + \frac{\sigma'}{\sigma''}\sqrt{(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2)};$$

donc

$$QV \times \text{sin. } V = \frac{r\sigma\sigma''\sqrt{(\sigma'''^2 - \sigma''^2)}}{\sqrt{[(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2) \times (\sigma'^2 - \sigma''^2)]}} + \frac{r\sigma'\sqrt{(\sigma'''^2 - \sigma''^2)}}{(\sigma'^2 - \sigma''^2)};$$

donc

(1)

$$(1)\ \frac{r\sigma\sigma''\sqrt{(\sigma'''^2-\sigma''^2)}}{\sqrt{[(\sigma'^2+\sigma''^2-\sigma'''^2)\times(\sigma'^2-\sigma''^2)]}}+\frac{r\sigma'\sqrt{(\sigma'''^2-\sigma''^2)}}{\sqrt{(\sigma'^2-\sigma''^2)}}$$
$$-\varphi\left(\frac{b}{3600''}n+\frac{\theta l}{r}\right)+\frac{\psi l\omega}{r}=0.$$

Considérons maintenant le triangle QGH rectangle en H. Dans ce triangle on a, ainsi que nous l'avons remarqué (*§. 224*), Fig. 16.

$$GQ^2=QF^2+FG^2+\frac{2FG\times QF\times \text{cos}.HFQ}{\text{rayon}};$$

GQ est la quantité que nous avons nommée λ; $QF=\sigma$; $FG=\sigma'''$; l'angle HFQ est égal à l'angle SFG; l'angle $SFG=$ ang. ESF — ang. EGF; l'angle ESF est le complément de l'angle V; l'angle EGF est celui que nous avons nommé G; donc

$$\text{cos}.HFQ=\frac{\text{sin}.ESF\times\text{sin}.EGF+\text{cos}.ESF\times\text{cos}.EGF}{\text{rayon}}$$
$$=\frac{\text{cos}.V\times\text{sin}.G+\text{sin}.V\,\text{cos}.G}{\text{rayon}}$$
$$=\frac{r\sigma'\sigma''}{\sigma'''\sqrt{(\sigma'^2+\sigma''^2-\sigma'''^2)}};$$

donc

$$\frac{2FG\times QF\times\text{cos}.HFQ}{\text{rayon}}=\frac{2\sigma\sigma'\sigma''}{\sqrt{(\sigma'^2+\sigma''^2-\sigma'''^2)}};$$

donc

$$(2)\ \lambda^2=\sigma^2+\sigma'''^2+\frac{2\sigma\sigma'\sigma''}{\sqrt{(\sigma'^2+\sigma''^2-\sigma'''^2)}};$$

mais (*§. 212, équation 1*),

$$\lambda^2=\left(\frac{b}{3600''}n+\frac{\theta l}{r}\right)^2+\frac{\psi^2 l^2}{r^2};$$

donc

$$(3)\ \left(\frac{b}{3600''}n+\frac{\theta l}{r}\right)^2+\frac{\psi^2 l^2}{r^2}-\sigma^2-\sigma'''^2$$
$$-\frac{2\sigma\sigma'\sigma''}{\sqrt{(\sigma'^2+\sigma''^2-\sigma'''^2)}}=0.$$

Si l'on porte dans l'équation (1) la valeur de $\frac{b}{3600''}n+\frac{\theta l}{r}$,

tirée de l'équation (3), on aura

$$(4)\quad \left[\left(\frac{\psi l\omega}{r} + \frac{r\sigma'\sqrt{(\sigma'''^2 - \sigma''^2)}}{\sqrt{(\sigma'^2 - \sigma''^2)}}\right) \times \sqrt{(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2)}\right.$$
$$\left. + \frac{r\sigma\sigma''\sqrt{(\sigma'''^2 - \sigma''^2)}}{\sqrt{(\sigma'^2 - \sigma''^2)}}\right]^2 - \varphi^2\sqrt{(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2)}$$
$$\times \left[\left(\sigma^2 + \sigma'''^2 - \frac{\psi^2 l^2}{r^2}\right) \times \sqrt{(\sigma'^2 + \sigma''^2 - \sigma'''^2)}\right.$$
$$\left. + 2\sigma\sigma'\sigma''\right] = 0.$$

Cette équation a rigoureusement lieu, lors des contacts, dans l'hypothèse elliptique.

(229.) On voit par-là que la détermination rigoureuse des contacts, dans l'hypothèse de l'ombre elliptique, n'est pas aussi simple que dans l'hypothèse circulaire. Il faut d'abord résoudre l'équation (4) du *§. 228*, pour déterminer le demi-diamètre correspondant au point de contact; on déterminera ensuite l'instant du contact, par l'équation (1). Je suis fort éloigné de proposer de pareils calculs pour les éclipses de Lune; je ne me suis même étendu sur ce sujet, qu'à cause des éclipses des satellites de Jupiter, dont la théorie est absolument la même que celle des éclipses de Lune. Quant aux éclipses de Lune, si l'on vouloit calculer les élémens d'après les contacts (ce qui me paroît devoir conduire à des résultats très-incertains), on pourra se contenter de calculer les angles u', au moyen de l'équation (1) du *§. 223*, en employant les élémens des Tables pour cette première détermination. On calculera ensuite les valeurs de σ''' correspondantes à ces angles, par les équations (2) & (6) des *§. 222 & 231*, & l'on supposera dans les équations du *§. 215*,

$$\lambda = \sigma''' \pm \sigma,$$
$$\lambda' = \sigma''' \pm \sigma;$$

suivant que l'on emploîra des commencemens ou des fins d'éclipses, des immersions totales dans l'ombre ou des émersions de l'ombre.

Quand même pour les satellites de Jupiter, l'approximation précédente paroîtroit suffisante dans la pratique, on ne pourroit

pourtant pas dire que l'on a rigoureuſement calculé dans l'hypothèſe de l'ombre elliptique, tant que l'on n'aura pas fait entrer dans la ſolution, la conſidération de la normale dans laquelle ſe fait le contact. Au reſte, l'approximation dont nous venons de parler, ſeroit même utile pour Jupiter; on trouveroit par-là une valeur de σ''', peu différente de celle qui rendroit nulle l'équation (4) du *§. 228.* Un tâtonnement facile feroit donc trouver tout d'un coup la véritable valeur de σ'''.

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de la ſection de l'ombre de la Terre, en faiſant abſtraction de l'atmoſphère de cette Planète.

(230.) Je dois déterminer maintenant l'équation à la ſection de l'ombre de la Terre. Je ferai d'abord abſtraction de l'atmoſphère de notre Planète; j'examinerai enſuite les changemens que l'atmoſphère de la Terre apporte à ces déterminations, & les phénomènes qui réſultent de cette atmoſphère, pour un obſervateur ſuppoſé dans la Lune.

(231.) Pour déterminer l'équation à la ſection de l'ombre de la Terre par le plan de projection, je reprends les conſtructions du *§. 218.* Soit Fig. 15.

- ρ le demi-grand axe de la ſection elliptique du ſphéroïde terreſtre & de l'horizon abſolu,
- R un demi-diamètre quelconque de la ſection du ſphéroïde,
- σ' le demi-grand axe de la ſection de l'ombre de la Terre,
- σ''' le demi-diamètre de la ſection de l'ombre, correſpondant au demi-diamètre R de la ſection du ſphéroïde.

Nous avons vu que ſi l'on ſuppoſe que TE repréſente le demi-grand axe de la Terre, $T\varepsilon$ le demi-diamètre R du ſphéroïde terreſtre, & que l'on conſerve toutes les conſtructions de ce *paragraphe*, on a

$$(1)\quad \sigma' = \rho - \frac{\rho \times TD}{MT},$$

$$(2)\quad \sigma''' = R - \frac{R \times TD}{mT}.$$

Fig. 15. Je remarque d'abord, qu'à cause des triangles ſemblables MTE, MSs, $mT\varepsilon$, mSs'; on a $MT:TE::MS:Ss$, $mT:T\varepsilon::mS:Ss'$; mais $Ss = Ss'$, puiſque chacune de ces quantités repréſente le demi-diamètre du Soleil; de plus, à cauſe de la grande diſtance du Soleil, $MS = mS$; donc $MT:TE::mT:T\varepsilon$; donc $\frac{\rho}{MT} = \frac{R}{mT}$. D'ailleurs, puiſque $\frac{TE}{MT} = \frac{Ss}{MS}$, on a $\frac{\rho}{MT} = \frac{Ss}{MS}$; mais ſi par le point E, l'on mène la parallèle Es'' à la droite STM, l'on aura $\frac{Ss}{MS} = \frac{s''s}{Es''} = \frac{s''s}{TS}$; donc

$$(3)\ \sigma' = \rho - TD \times \frac{s''s}{TS},$$

$$(4)\ \sigma''' = R - TD \times \frac{s''s}{TS}.$$

L'équation à la ſection de l'ombre a donc la propriété que ſes différens demi-diamètres ſont égaux aux demi-diamètres correſpondans de la ſection elliptique du ſphéroïde terreſtre & de l'horizon abſolu, moins une quantité conſtante; donc en général ſi l'on nomme

β une quantité telle que l'on aït

$$(5)\ \beta = TD \times \frac{s''s}{TS};$$

on aura

$$(6)\ \sigma''' = R - \beta.$$

(232.) Puiſque $\sigma''' = R - \beta$, l'équation à la ſection de l'ombre n'eſt dans aucun cas rigoureuſement une ellipſe; ſi cependant la quantité β étoit ſi petite relativement à R, qu'il fut indifférent de la multiplier par $\frac{R}{\rho}$, on auroit alors

$$(1)\ \sigma''' = R\left(1 - \frac{\beta}{\rho}\right);$$

& les demi-diamètres de la ſection de l'ombre ſeroient proportionnels aux demi-diamètres de la ſection du ſphéroïde & de l'horizon abſolu. C'eſt ce qui a lieu pour Jupiter, du moins pour les ſatellites les plus voiſins de la Planète.

Quant à la Terre, la proportion des demi-diamètres de la section de l'ombre aux demi-diamètres de la section du sphéroïde & de l'horizon absolu, n'a pas lieu; il faut donc, géométriquement parlant, avoir recours à l'équation (6) du §. 231.

(233.) Quoique géométriquement parlant, la section de l'ombre de la Terre ne soit point elliptique, on peut cependant, sans erreur sensible, supposer que c'est une ellipse; mais une ellipse dont les demi-diamètres ne sont point proportionnels aux demi-diamètres correspondans de la section du sphéroïde terrestre avec l'horizon absolu. En effet, si l'on conserve toutes les définitions précédentes; que l'on reprenne la valeur de R du §. 222, & que l'on substitue ε^2 à $\varrho^2 - r^2$, l'expression de R de ce *paragraphe*, deviendra

$$(1)\quad R = \frac{r^3 \varrho}{\sqrt{[r^6 + \varepsilon^2 q^2 \operatorname{cos.}^2 (u' - \chi)]}}.$$

Réduisons cette expression en série, & l'on aura

$$(2)\quad R = \varrho - \tfrac{1}{2}\varrho \frac{\varepsilon^2 q^2 \operatorname{cos.}^2 (u' - \chi)}{r^6};$$

équation approchée à l'ellipse. Mais par la supposition,

$$\sigma''' = R - \beta = \varrho - \beta - \tfrac{1}{2}\varrho \frac{\varepsilon^2 q^2 \operatorname{cos.}^2 (u' - \chi)}{r^6}.$$

Cette équation a la même forme que l'équation (2), & par conséquent diffère peu d'une équation à l'ellipse, lorsque ϱ est notablement plus grand que β.

On voit par-là que si l'on conserve les définitions de ϱ, r', β des *paragraphes précédens*, la section de l'ombre de la Terre diffère peu d'être une ellipse, dont les demi-axes σ', σ'' ont pour expressions

$$\sigma' = \varrho - \beta, \qquad \sigma'' = r' - \beta.$$

Ce que nous avons dit sur le calcul des Éclipses, dans l'hypothèse de l'ombre elliptique, peut donc s'appliquer à la Terre.

(234.) Il est facile d'avoir l'expression de β en élémens

Fig. 15. de l'éclipſe; nous avons vu en effet que $\beta = TD \times \frac{s''s}{TS}$.
TD eſt la diſtance de la Lune au centre du Soleil; TS eſt la diſtance du Soleil à la Terre, & $s''s$ eſt la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Terre; on a donc

$$TD = \frac{r^2}{\text{ſin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}};$$

$$TS = \frac{r^2}{\text{ſin. (parallaxe horizontale du Soleil)}};$$

$s''s =$ ſin. (demi-diam. du Soleil — parall. horiz. du Soleil);

donc,

$$(1)\quad \beta = \frac{\text{ſin. (parall. horiz. } \odot) \times \text{ſin. (demi-diam. } \odot - \text{parall. horiz. } \odot)}{\text{ſin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}}.$$

Nous avons dit (§. 232) que pour les Satellites de Jupiter, on pouvoit ſuppoſer $\sigma''' = R\left(1 - \frac{\beta}{\rho}\right)$; on peut donc maintenant avoir la valeur $\frac{a}{b}$ du §. 222, dans le cas où l'on ſuppoſeroit les demi-diamètres de la ſection de l'ombre proportionnels aux demi-diamètres correſpondans de la ſection du ſphéroïde terreſtre & de l'horizon abſolu. On a en effet $\frac{a}{b} = 1 - \frac{\beta}{\rho}$.

De la diſtance du ſommet du cône d'ombre au centre de la Terre; & des queſtions qui en dépendent.

(235.) Il eſt facile de déterminer la diſtance TM du centre T de la Terre, au ſommet M du cône d'ombre. Comme, relativement aux recherches ſuivantes, il eſt ſuperflu de mettre une très-grande exactitude dans les réſultats, je ferai abſtraction de l'ellipticité des Méridiens terreſtres.

Soit S le centre du Soleil; Ss le demi-diamètre de cet Aſtre; T le centre de la Terre; TE le demi-diamètre de cette Planète; STM la droite qui joint les centres du Soleil & de la Terre. Il faut calculer la diſtance TM du centre T de

la Terre, au point M où le rayon sE vient couper la droite STM. Pour y parvenir, par le point E, menons le parallèle Es'' à la droite MTS; à cause des triangles semblables $ss''E$, ETM, on aura $ss'' : Es'' :: ET : TM$; donc $TM = \frac{TE \times Es''}{ss''}$. Fig. 151

D'après nos constructions, ss'' égale le demi-diamètre du Soleil, moins le demi-diamètre de la Terre; TE = demi-diamètre de la Terre; Es'' = distance de la Terre au Soleil. De plus, on démontre en Astronomie, que le demi-diamètre de la Terre est au demi-diamètre du Soleil, comme le sinus de la parallaxe du Soleil, un jour quelconque de l'année, est au sinus du demi-diamètre correspondant du Soleil. D'ailleurs, la distance du Soleil à la Terre, a pour expression, le quarré du demi-diamètre de la Terre, divisé par le sinus de la parallaxe du Soleil; on a donc

$$(1)\ TM = \frac{r^2}{\text{sin. (demi-diam. Soleil — parall. hor. Soleil)}}.$$

(236.) On a pensé, que dans les éclipses de Lune, il falloit tant soit peu augmenter le demi-diamètre de la Terre, à cause de l'atmosphère de notre globe, qui fait ombre sur la Lune. Dans ce cas, on supposera que le petit axe de la Terre $= r + dr$; & l'équation (1) du *§. précédent*, deviendra

$$(1)\ TM = \frac{r(r + dr)}{\text{sin. (demi-diam. du Soleil — parallaxe horiz. du Soleil)}}.$$

En effet, puisque $TM = \frac{TE \times Es''}{ss''}$; si l'on suppose que le demi-diamètre TE qui fait ombre, au lieu d'être égal à r soit égal à $r + dr$, on aura $TM = (r + dr) \times \frac{Es''}{ss''}$. Par la même raison, ss'' sera égal à demi-diam. du Soleil $- r - dr$. Quant à la valeur de Es'' elle ne variera pas, puisque notre supposition n'influe pas sur la distance du Soleil à la Terre. On aura donc

$$TM = \frac{r^2 (r + dr)}{\text{sin. (parall. horiz. du Soleil)} \times \text{(demi-diam. du Soleil} - r - dr)}.$$

Mais dans le dénominateur de la fraction, $\text{fin.}(\text{parall. hor.} \odot) \times dr$, eſt une quantité infiniment petite; & de plus, ainſi qu'il a été remarqué (§. 235).

$r \times \text{fin.}(\text{demi-diam.} \odot - \text{par. hor.} \odot) = \text{fin.}(\text{par. hor.} \odot) \times (\text{demi-diam.} \odot - r)$;
l'équation (1) du préſent paragraphe, eſt donc démontrée.

Fig. 17. (237.) Si l'on ſuppoſe la Lune en L, que Ll repréſente le plan paſſant par la Lune; l'on aura la proportion ſuivante,

$TM : TE :: ML : Ll$; donc $Ll = \frac{TE \times ML}{TM}$; de plus,

$ML = TM - TL$; donc $Ll = TE - \frac{TE \times TL}{TM}$;

TL eſt la diſtance de la Lune à la Terre, & a pour expreſſion $\frac{r^2}{\text{fin.}(\text{par. hor. pol. ☾})}$; $TE = r + dr$; de plus, nous connoiſſons TM; donc

$$(1)\ Ll = r + dr - \frac{r\,\text{fin.}(\text{demi-diam. du} \odot - \text{parall. horiz.} \odot)}{\text{fin.}(\text{parallaxe horizontale polaire ☾})}.$$

(238.) Suppoſons maintenant, que de l'autre extrémité s' du diamètre du Soleil, l'on mène le rayon $s'E\lambda$ tangent à la Terre au point E, & que l'on veuille chercher le diamètre λl de la zône interceptée ſur le plan de projection, entre les droites $sElM$, $s'E\lambda$; il eſt d'abord évident, que ſi l'on prolonge la droite $s''E$ juſqu'à ce qu'elle rencontre la droite λl en l'; ll' ſera égal à $TE - Ll$; & par conſéquent,

$$ll' = \frac{r\,\text{fin.}(\text{demi-diamètre du Soleil} - \text{parallaxe horizontale du Soleil})}{\text{fin.}(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune})}.$$

À cauſe des triangles ſemblables $s''Es'$, $\lambda El'$, on aura $Es'' : s''s' :: El' : \lambda l'$; donc $\lambda l' = \frac{s''s' \times El'}{Es''}$; $El' = TL$, & par conſéquent, $\frac{El'}{Es''} = \frac{\text{fin.}(\text{parall. hor.} \odot)}{\text{fin.}(\text{par. hor. pol. ☾})}$. On démontre facilement que

$s''s' : TE ::$ demi-diamètre du Soleil $+ r + dr : r + dr$;
d'ailleurs, $TE = r + dr$; donc,

$\lambda l'$

$$\lambda l' = \frac{(\text{demi-diam. du Soleil} + r + dr)\ \text{fin. (parallaxe horizontale du Soleil)}}{\text{fin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}}.$$

Mais on peut négliger, fans erreur fenfible, le produit

$dr \times$ fin. (parallaxe horizontale du Soleil).

De plus,

(demi-diamètre du Soleil $+ r$) $\times$ fin. (parall. horizontale du Soleil) $= r \times$ fin. (demi-diamètre du Soleil + parallaxe horizontale du Soleil);

donc

$$\lambda l' = \frac{r\ \text{fin. (demi-diamètre du Soleil + parallaxe horizontale du Soleil)}}{\text{fin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}}.$$

Donc enfin

$$\lambda l = \frac{r\text{fin. (demi-diam.}\odot\text{+par.hor.}\odot) + r\ \text{fin. (demi-diam.}\odot - \text{par.hor.}\odot)}{\text{fin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}};$$

Mais, puifque l'on peut fuppofer cof. (parall. horiz. du Soleil) $= r$;

fin. (demi-diamètre du Soleil + parallaxe horizontale du Soleil)
+ fin. (demi-diamètre du Soleil — parallaxe horizontale du Soleil)
= 2 fin. (demi-diamètre du Soleil),

donc

$$(1)\quad \lambda l = \frac{2\,r\,\text{fin. (demi-diamètre du Soleil)}}{\text{fin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}}.$$

La quantité *dr,* dont nous avons dit qu'il faut augmenter le demi-diamètre de la Terre, doit également s'ajouter aux différens demi-diamètres de la fection elliptique de l'ombre. Cette quantité qu'il faut fouftraire de la valeur de β du *§. 234,* trouble encore la proportion entre les demi-diamètres de l'ombre & les demi-diamètres correfpondans de la fection du fphéroïde avec l'horizon abfolu. Au refte, les Aftronomes ne font point d'accord fur la quantité précife de cette augmentation, qui eft dûe à l'ombre de l'atmofphère. M. Mayer penfoit que cette augmentation eft d'un foixantième du demi-diamètre de la Terre; d'autres Aftronomes l'ont fuppofée plus grande, d'autres plus petite. Cette différence de fentimens annonce beaucoup d'incertitude; auffi voit-on dans les éclipfes de Lune, que l'ombre de la Terre eft très-mal terminée.

(239.) Je remarque en finiſſant, que tous les points ſitués
Fig. 17. entre L & l ſont entièrement privés du Soleil : ces points ſont dans une obſcurité totale. Quant aux points ſitués entre l & λ, ils voient une partie d'autant plus grande du diſque du Soleil, qu'ils ſont ſitués plus près de λ ; mais comme la moindre portion du Soleil ſuffit pour éclairer d'une manière très-vive, la diminution de la lumière n'eſt ſenſible que pour les points voiſins de l; c'eſt le lieu de la pénombre. Je remarque enſuite, que ſi, par le point s' du limbe du Soleil, & par le point ε de la Terre, l'on mène la droite $s'\varepsilon Mm'$, ainſi que nous avons mené précédemment la droite $sEMm$; que par le point s du limbe du Soleil, & par le point ε de la Terre, l'on mène la droite $s\varepsilon\theta'$; que par les points s' & E, l'on mène la droite $s'E\theta$; & que nous déſignions par A, l'eſpace compris depuis le point M, entre le prolongement $m'M$, mM des droites sEM, $s'\varepsilon M$; par B, l'eſpace $mM\varepsilon\theta'$; par C, l'eſpace $m'ME\theta$; tous les points compris dans l'eſpace A, voient la Terre projetée ſur le Soleil, ainſi que nous voyons Mercure & Vénus lors de leurs paſſages ſur le diſque de cet Aſtre. Les points compris dans les eſpaces B, C, voient le diſque du Soleil entamé par la Terre. Par de-là les lignes $s\varepsilon\theta'$, $s'E\theta$, il n'y a plus d'Écliſe. Je remarque enfin, que les réſultats précédens, dépendent de la diſtance de la Terre au Soleil, & de la diſtance de la Lune à la Terre.

Paſſons à l'examen des changemens que l'atmoſphère de la Terre apporte dans ces réſultats ; & des phénomènes qui en dépendent.

SECTION SIXIÈME.

Des changemens que l'atmoſphère de la Terre apporte dans les réſultats précédens ; & des phénomènes occaſionnés par cette atmoſphère, pour un Obſervateur ſuppoſé dans la Lune.

(240.) Je dois examiner maintenant les changemens que l'atmoſphère de la Terre apporte dans les réſultats précédens,

ainsi que les phénomènes qui résultent de cette atmosphère, pour un observateur supposé dans la Lune. Cet examen m'a conduit à des conclusions singulières, & m'a donné la solution très-naturelle de la raison physique qui empêche la Lune de disparoître, lorsqu'elle semble entièrement plongée dans l'ombre de la Terre. Comme cette solution demande quelques discussions préliminaires sur la trajectoire du rayon lumineux dans l'atmosphère de la Terre; voici en peu de mots l'analyse de cette courbe.

Des propriétés de la trajectoire du rayon lumineux dans l'atmosphère de la Terre.

(241.) Les Astronomes sont d'accord que la trajectoire du rayon lumineux dans l'atmosphère de la Terre, celle en un mot qui satisfait aux phénomènes observés, peut être considerée comme produite par l'action d'une force constante qui seroit au centre de la Terre. Je ne donnerai point la démonstration de ce principe, auquel on a été amené par l'expérience. Il s'agit de faire voir comment on déduit de ce principe, toutes les propriétés de la trajectoire du rayon lumineux.

(242.) Pour déterminer les propriétés de la courbe en question, soit

R le rayon vecteur de la trajectoire du rayon lumineux,

x l'angle de la tangente d'un point quelconque de la trajectoire avec le rayon vecteur correspondant,

u l'angle traversé; c'est-à-dire, l'angle des différens rayons vecteurs, avec le rayon vecteur particulier d'où l'on compte les angles traversés,

r le rayon du cercle sur lequel les angles traversés sont comptés.

P la perpendiculaire abaissée du centre de la Terre, sur les différentes tangentes de la trajectoire,

z l'angle des différentes tangentes, avec la tangente correspondante au premier rayon vecteur,

v la vîtesse suivant la tangente, aux différens points de la trajectoire,

f la force centrale, celle qui détourne le rayon lumineux de la ligne droite, & qui l'infléchit vers le centre de la Terre; cette force s'estime par la quantité de chemin qu'elle fait parcourir pendant un temps donné.

On démontre en Mécanique, que la vîtesse à chaque point d'une trajectoire, est en raison inverse de la perpendiculaire abaissée du centre des forces sur la tangente ; on a donc

$$(1)\quad vP = \text{constante}.$$

Maintenant, si l'on différencie cette équation, on aura

$$(2)\quad vdP + Pdv = 0.$$

On démontre en Géométrie, que dans toute courbe, le rayon vecteur est à la perpendiculaire abaissée sur la tangente, comme le sinus total est au sinus de l'angle de la tangente avec le rayon vecteur; donc

$$(3)\quad P - \frac{R \,\text{sin.}\, x}{r} = 0,$$

$$(4)\quad dP = \frac{\text{sin.}\, x \, dR}{r} + \frac{R\, d\,\text{sin.}\, x}{r};$$

& l'équation (2) devient

$$(5)\quad v\,\text{sin.}\, x\, dR + vR\, d\,\text{sin.}\, x + R\,\text{sin.}\, x\, dv = 0.$$

On démontre encore en Géométrie, que dans une courbe quelconque, on a généralement l'équation suivante,

$$(6)\quad dx = du + \frac{Rr}{\text{cos.}\, x} \times d\left(\frac{\text{sin.}\, x}{R}\right);$$

ou, ce qui revient au même,

$$(7)\quad dx = du + \frac{r}{\text{cos.}\, x}\left(d\,\text{sin.}\, x - \frac{\text{sin.}\, x\, dR}{R}\right).$$

De cette dernière équation, l'on tire

$$(8)\quad \frac{R\,\text{cos.}\, x}{r}(du - dx) + R\, d\,\text{sin.}\, x - \text{sin.}\, x\, dR = 0.$$

Si l'on substitue dans l'équation (5), la valeur de $\text{sin.}\, x\, dR$ tirée de l'équation précédente, & que l'on divise par R, l'on aura

$$(9)\quad 2v\, d\,\text{sin.}\, x + \frac{\text{cos.}\, x}{r} v\,(du - dx) + \text{sin.}\, x\, dv = 0.$$

Mais $d\,\text{sin.}\, x = \frac{\text{cos.}\, x\, dx}{r}$; & l'équation (9) devient

$$(10)\quad \frac{\text{cos.}\, x}{r} v\,(du + dx) + \text{sin.}\, x\, dv = 0.$$

Dans toutes les courbes, on a généralement,

$$\text{ſin.}\, x = \frac{R\,du}{d\,(\text{arc de la courbe})},$$

$$\text{coſ.}\, x = \frac{r\,dR}{d\,(\text{arc de la courbe})};$$

l'équation (10) devient donc

$$(11)\quad \frac{v\,dR}{R}\,(du + dx) + du\,dv = 0.$$

On démontre en Mécanique, que dans toute trajectoire décrite en vertu d'une force centrale, on a

$$(12)\quad v\,dv + f\,dR = 0;$$

ſi l'on ſubſtitue dans l'équation (11), la valeur de dR tirée de l'équation précédente, elle deviendra

$$(13)\quad \frac{v^2}{fR}\,(du + dx) - du = 0.$$

Maintenant, ſi T repréſente le centre de la Terre; M le ſommet de la trajectoire; Mm la tangente au point M, tangente que je ſuppoſe perpendiculaire au rayon TM; K un autre point de la trajectoire; TK le rayon vecteur au point K; EKB la tangente au point K; E le point où cette tangente rencontre la tangente Mm; KEm l'angle de la ſeconde tangente avec la première (c'eſt l'angle que nous avons nommé z); il eſt évident que l'angle BKR eſt égal aux angles $KER + ERK$; mais $KER = z$; $ERK = 90^d - u$; $BKR = x$; donc $x = z + 90^d - u$; donc $x + u = z + 90^d$; donc enfin Fig. 18.

$$(14)\quad dx + du = dz.$$

Si l'on ſubſtitue cette valeur dans l'équation (13), elle deviendra

$$(15)\quad \frac{v^2}{fR}\,dz - du = 0;$$

& cette relation entre l'angle traverſé u, & l'angle des différentes tangentes avec une certaine première tangente donnée

de poſition, a lieu dans toutes les trajectoires décrites en vertu d'une force centrale.

(243.) De cette dernière propriété commune à toutes les trajectoires, on a conclu que ſi l'on nomme

a une quantité conſtante, déduite des obſervations;

on avoit pour équation à la trajectoire du rayon lumineux, dans notre atmoſphère,

$$(1)\quad u - az = 0.$$

Il eſt cependant aiſé de voir que, pour que cette propriété eût lieu, il faudroit que $\frac{v^2}{fR}$ fût une quantité conſtante; c'eſt dans ce ſeul cas que l'on peut conclure rigoureuſement que u eſt à z dans un rapport donné.

(244.) Si l'on veut raiſonner à la rigueur, il eſt évident que l'on fait deux ſuppoſitions incohérentes, en conſidérant la trajectoire du rayon lumineux comme produite par l'action d'une force centrale conſtante, & en lui ſuppoſant d'ailleurs la forme de l'équation (1) du *§. 243.* En effet, pour avoir l'expreſſion de la vîteſſe dans cette courbe, il faut partir de l'équation (12) du *§. 241.* Si donc l'on intègre cette équation en ſuppoſant la force accélératrice conſtante, l'on aura

$$(1)\quad v^2 + 2(A^2 + fR) = 0;$$

dans cette équation, il s'agit d'évaluer la conſtante A.

Pour y parvenir, nommons

R' le rayon vecteur particulier, lors duquel l'angle de la tangente avec ce rayon vecteur, eſt de 90 degrés; dans le cas de la réfraction horizontale, qui eſt celui que nous conſidérons, R' eſt égal au rayon de la Terre;

h la hauteur de l'atmoſphère;

v' la vîteſſe du rayon lumineux, lorſqu'il s'engage dans l'atmoſphère de la Terre;

a une quantité conſtante déduite des obſervations.

f la force accélératrice que je ſuppoſe conſtante.

On aura, en vertu de l'équation (1),

$$(2)\quad v'^2 + 2[A^2 + f(R' + h)] = 0;$$

donc

$$A^2 = -\frac{v'^2}{2} - f(R' + h);$$

l'on aura alors pour l'expreſſion de la vîteſſe,

$$(3)\quad v^2 - v'^2 - 2f(h + R' - R) = 0;$$

& l'équation (15) du *§. 241*, deviendra

$$(4)\quad \frac{v'^2 + 2f(h + R' - R)}{fR}\,dz - du = 0.$$

On ne peut donc ſuppoſer à la courbe, la forme de l'équation (1) du *§. 243*, qu'autant que $\frac{v'^2 + 2f(h + R' - R)}{fR} = a$; d'où l'on tire

$$(5)\quad f = \frac{v'^2}{(a + 2)R - 2(R' + h)}.$$

Or, il eſt évident que cette valeur de f eſt incohérente avec la ſuppoſition d'une force conſtante, puiſque cette valeur renferme dans ſon expreſſion le rayon variable R. Au reſte, dans les calculs, on regarde la hauteur de l'atmoſphère comme ſi petite, relativement au rayon de la Terre, que l'on ſuppoſe conſtante l'expreſſion de la force; & on lui donne la forme ſuivante,

$$(6)\quad f = \frac{v'^2}{aR' + (\frac{1}{2}a - 1)h};$$

(245.) Puiſque *(§. 243)*, la trajectoire du rayon lumineux, a pour équation

$$(1)\quad u - az = 0;$$

& que de plus *(§. 241)*, $x = z + 90^d - u$; il eſt évident que ſi l'on porte la valeur de z, tirée de cette dernière équation, dans l'équation (1), on aura pour relation entre l'angle traverſé & l'angle de la tangente avec le rayon vecteur,

(2) $(a - 1)u - a(90^d - x) = 0$.

De cette dernière équation, combinée avec l'équation (1), l'on peut conclure

(3) $\text{cof.}\, x = \text{fin.}\left(\frac{a-1}{a}\right)u = \text{fin.}(a-1)z$;

(4) $\text{fin.}\, x = \text{cof.}\left(\frac{a-1}{a}\right)u = \text{cof.}(a-1)z$.

(246.) Nous avons vu [§. 242, *équat. (1) & (3)*], que $vP =$ conftante; $P = \frac{R\,\text{fin.}\, x}{r}$; de plus fi l'on regarde la force f comme conftante, l'on aura

$$v = \sqrt{[v'^2 + 2f(h + R' - R)]};$$

donc, quelles que foient les valeurs de R' & de x, $\sqrt{[v'^2 + 2f(h + R' - R)]}\,\frac{R\,\text{fin.}\, x}{r}$, eft une quantité conftante, puifque cette quantité eft égale à vP. Mais au fommet de la courbe $R = R'$, & $\text{fin.}\, x = r$; donc

$$(1)\ \sqrt{[v'^2 + 2f(h + R' - R)]}\, R\,\text{fin.}\, x - \sqrt{(v'^2 + 2fh)}\, R' r = 0.$$

Cette relation a rigoureufement lieu dans la trajectoire du rayon lumineux, en la fuppofant décrite en vertu d'une force conftante tendante au centre de la Terre.

(247.) Si l'on réduit en férie, la quantité $\sqrt{[v'^2 + 2f(h + R' - R)]}$, elle deviendra, en négligeant le quarré de $R' - R$, $\sqrt{(v'^2 + 2fh)} + \frac{f(R' - R)}{\sqrt{(v'^2 + 2fh)}}$, & l'équation (1) du §. 246, pourra s'écrire de la façon fuivante, après avoir divifé par $\sqrt{(v'^2 + 2fh)}$,

$$(1)\ R\,\text{fin.}\, x - R'r + \frac{f(R' - R)}{v'^2 + 2fh} \times R\,\text{fin.}\, x = 0.$$

Comme $\frac{f(R' - R)}{v'^2 + 2fh}$ eft une quantité très-petite, l'équation (1) peut devenir

$$(2)\ R\,\text{fin.}\, x - R'r = 0.$$

(248.) Les équations des *paragraphes précédens*, conduiront facilement à déterminer la relation entre la réfraction horizontale,

horizontale, la hauteur de l'atmoſphère (j'entends celle où la réfraction eſt ſenſible), & le rapport de la réfraction à l'angle traverſé. Pour me faire entendre, j'appellerai

z' la réfraction horizontale; c'eſt-à-dire, l'angle que fait avec la tangente menée par le ſommet de la trajectoire, la tangente particulière correſpondante au point où le rayon s'engage dans l'atmoſphère de la Terre.

Je remarque que le rayon vecteur de la courbe, correſpondant au point où le rayon lumineux s'engage dans l'atmoſphère de la Terre, eſt égal à $R' + h$; on a donc $R = R' + h$; de plus, l'angle x dont il faut faire uſage eſt celui qui répond à l'angle z'; ſi donc, dans l'équation (2) du §. 245, l'on ſubſtitue az' à u, l'on aura

$$(1)\quad x = 90^d - (a - 1)\,z'.$$

Si l'on écrit maintenant cette valeur de x dans l'équation (2) du §. 247, dans laquelle on ſubſtituera pareillement $R' + h$ à R, on aura pour exprimer la relation demandée,

$$(2)\quad (R' + h)\,\text{ſin.}\,[90^d - (a - 1)\,z'] - R'r = 0.$$

(249.) Suivant M. Bradley, la réfraction eſt égale à un ſeptième de l'angle traverſé; & la réfraction horizontale eſt de 33 minutes; de ſorte que, par exemple, le rayon qui nous fait voir un aſtre à l'horizon, eſt celui qui eſt entré dans l'atmoſphère, par un point éloigné de $7 \times 33'$ ou de $3^d\,51'$ de notre Zénith. Dans cette hypothèſe, d'après laquelle les Tables de réfractions ont été calculées, $a = 7$. Si l'on vouloit ſavoir quelle eſt la hauteur correſpondante de l'atmoſphère; dans l'équation (2) du *paragraphe 248*, on feroit $R' = 1432$ lieues; $a = 7$; $a - 1 = 6$;

$$z' = 33';\ (a - 1)\,z' = 6 \times 33' = 3^d.18';$$

$\text{ſin.}\,[90^d - (a - 1)\,z'] = \text{ſin.}\,86^d42'$; & l'on auroit

$h = \frac{1432 \times r}{\text{ſin.}\,(86^d 42')} - 1432 = 2{,}4$ lieues; c'eſt la hauteur de l'atmoſphère, correſpondante à la ſuppoſition d'une réfraction horizontale de $33'$, & de $a = 7$.

(250.) Suivant M. Bouguer, la hauteur de l'atmoſphère, où la réfraction eſt ſenſible, n'eſt que de 5158 toiſes, ou de 2,26 lieues de 2282 toiſes chacune. Si on vouloit conclure la valeur de a, qui réſulte de cette hypothèſe, rien ne ſeroit plus facile : dans l'équation (2) du *ſ. 248*, on ſuppoſeroit $R' = 1432$; $h = 2,26$; $R' + h = 1434,26$; $z' = 33'$; $\frac{R'r}{R' + h} =$ ſin. $86^d\ 47'$; $90^d + 33' - 86^d\ 47' = a \times 33'$; $a = \frac{226}{33} = 6,85$.

Ces deux hypothèſes diffèrent aſſez peu entr'elles.

(251.) On pourroit pouſſer ſes recherches plus loin, & demander la relation entre la réfraction horizontale, la hauteur de l'atmoſphère, le rapport de la réfraction à l'angle traverſé, & la force accélératrice conſtante que l'on ſuppoſe au centre de la Terre. Pour réſoudre cette queſtion, il faudra ſubſtituer dans l'équation (1) du *ſ. 247*, $R' + h$ à R; ſin. $[90^d - (a - 1)\ z']$ à ſin. x; & à v', la valeur que l'on déduit des formules de Mécanique.

(252.) Soit

s l'eſpace dont il faudroit qu'un corps tombât librement pour acquérir la vîteſſe v', en vertu de la force f.

On démontre en Mécanique, que

$$(1)\quad 2fs = v'^2.$$

Subſtituons la valeur de v'^2, tirée de cette équation, dans l'équation (1) du *ſ. 247*, on aura

$$(2)\quad R\,\text{ſin.}\,x - R'r + \frac{(R' - R)\,R\,\text{ſin.}\,x}{2\,(s + h)} = 0.$$

Et dans les ſuppoſitions particulières du *ſ. 251*, cette équation deviendra

$$(3)\quad \left[1 - \tfrac{1}{2} \times \frac{h}{(s+h)}\right] \times (R' + h)\,\text{ſin.}\,[90^d - (a - 1)\,z'] - R'r = 0.$$

L'on a donc la relation cherchée.

(253.) Pour déterminer la valeur de s de l'équation précédente, je reprends l'équation (6) du *ſ. 244*, & j'ai

$f = \frac{v'^2}{aR' + (\frac{1}{2}a - 1)h}$; dans cette équation, j'écris $2fs$ à la place de v'^2, & j'ai

$$(1)\ 2s = aR' + (\tfrac{1}{2}a - 1)h.$$

Je subſtitue cette valeur dans l'équation (3) du paragraphe précédent, & elle devient

$$(2)\ [1 - \frac{h}{aR' + (\frac{1}{2}a + 1)h}]\,(R' + h)\ \text{ſin.}\,[90^d - (a - 1)z'] - R'r = 0;$$

ou enfin, attendu que $(\frac{1}{2}a + 1)h$ eſt infiniment petit, par rapport à aR',

$$(3)\ (1 - \frac{h}{aR'}) \times (R' + h)\ \text{ſin.}\,[90^d - (a - 1)z'] - R'r = 0.$$

Cette équation eſt plus exacte que l'équation (2) du §. 248.

(254.) Par des raiſons ſemblables, il eſt aiſé de voir que l'équation (2) du §. 252, peut être miſe ſous la forme ſuivante,

$$(1)\ [1 - \frac{(R - R')}{aR'}]\,R\ \text{ſin.}\,x - R'r = 0.$$

Cette équation eſt plus exacte que l'équation (2) du §. 247.

(255.) Au moyen de l'équation (3) du §. 253, il eſt facile de recommencer les calculs des §. 249 & 250. Poùr y parvenir, on regardera, par exemple, le réſultat du §. 249, comme une approximation, dont on fera uſage pour évaluer la fraction $1 - \frac{h}{aR'}$; on aura donc $1 - \frac{h}{aR'} = 1 - \frac{2,4}{7.1432} = 0,99973$. On aura de plus, comme dans le premier calcul, ſin. $[90^d - (a - 1)z']$ $=$ ſin. $86^d 42'$; $h = \frac{1432 \times r}{0,99973\ \text{ſin.}\ 86^d 42'} - 1432 = 2,7$ lieues $= 0,00190 \times r$.

On pourroit regarder cette nouvelle valeur de h comme une approximation; la ſubſtituer de nouveau dans la fraction $1 - \frac{h}{aR'}$, & l'on auroit pour valeur exacte de h, $h = 0,001932 \times r$.

(256.) On recommenceroit, avec la même facilité, les calculs du *§. 250;* on regarderoit ce premier résultat comme une approximation propre à donner la valeur de la fraction $1 - \frac{h}{aR'}$; on auroit, par exemple,

$$1 - \frac{h}{aR'} = 0{,}99973;\ \frac{R'r}{(1 - \frac{h}{aR'}) \times (R' + h)} = \text{fin.}\, 87^d 2';$$

$$90^d + 33' - 87^d 2' = a \times 33';\ a = \frac{211}{33} = 6{,}39.$$

(257.) Je dois encore déterminer deux quantités; 1.° la
Fig. 18. diltance TF du centre de la Terre, au point F, où la première tangente $BKEZF$ rencontre l'axe TMF de la trajectoire; 2.° la valeur de la perpendiculaire TZ, abaiſſée du centre de la Terre ſur cette première tangente. Rien n'eſt plus facile que la détermination de ces deux quantités. En effet, ſuppoſons cette tangente prolongée juſqu'au point F, où elle coupe l'axe TMF de la trajectoire. Il eſt évident que, puiſque dans le triangle FME, rectangle en M, l'angle FEM eſt égal à la réfraction horizontale; l'angle MFE eſt le complément de cette réfraction. Maintenant, dans le triangle TFK, l'angle TFK eſt égal à l'angle MFE du triangle précédent; & l'angle FKT eſt l'angle x correſpondant au premier point de la trajectoire, dont nous avons donné la valeur *(§. 248)*: de plus, le côté TK eſt égal à $R' + h$; on a donc, en conſervant les définitions des *paragraphes précédens*,

$$(1)\ TF = \frac{(R' + h)\ \text{fin.}\, [90^d - (a - 1) z')}{\text{cof.}\, z'}.$$

Mais *[§. 253, équation* (3)*]*;

$$(R' + h)\ \text{fin.}\, [90^d - (a - 1) z'] = \frac{R'r}{1 - \frac{h}{aR'}};$$

donc

$$(2)\ TF = \frac{R'r}{(1 - \frac{h}{aR'})\ \text{cof.}\, z'}.$$

(258.) On aura pareillement pour expreſſion de la perpendiculaire TZ, abaiſſée du centre de la Terre ſur la première tangente, Fig. 18.

$$(1)\ TZ = \frac{R'}{1 - \frac{h}{aR'}}.$$

De l'angle ſous lequel un Obſervateur placé dans la Lune, verroit notre Globe.

(259.) Les formules precédentes, conduiſent à déterminer l'angle ſous lequel un Obſervateur dans la Lune, verroit notre globe; ou plutôt je vais examiner ſi l'angle ſous lequel la Terre paroît à l'Obſervateur, eſt le même que celui ſous lequel la Terre paroîtroit, s'il n'y avoit point de réfraction.

(260.) Suppoſons un Obſervateur à une diſtance TD de notre globe; il eſt évident que s'il n'y avoit point d'atmoſphère à la Terre, l'angle ſous lequel cet Obſervateur verroit notre globe, ſeroit l'angle TDM du triangle TMD, rectangle en M; dans lequel TD eſt la diſtance de l'Obſervateur au centre de la Terre, TM eſt le rayon de la Terre, & DM eſt la tangente menée de l'Obſervateur au point M de la circonférence de la Terre. Si donc, l'on nomme R' le rayon de la Terre; on aura pour expreſſion de l'angle ſous lequel la Terre ſeroit vue par l'Obſervateur; Fig. 19.

$$\text{ſin. } TDM = \frac{rR'}{TD}.$$

Cherchons maintenant l'expreſſion de cet angle, en ſuppoſant la réfraction. Il eſt évident que dans ce cas l'angle ſous lequel la Terre ſera vue, ſera égal à l'angle ſous lequel ſera vue la perpendiculaire abaiſſée du centre de la Terre, ſur la direction que prend le rayon lumineux, émané du dernier point qui parvient à l'Obſervateur, à l'inſtant où ce rayon lumineux ſort de l'atmoſphère. Nous avons vu *(§. 258)* que

cette perpendiculaire avoit $\frac{R'}{1 - \frac{h}{aR'}}$ pour expreſſion;

Fig. 19. on a donc ſin. $TDM = \frac{rR'}{(1 - \frac{h}{aR'})\, TD}$. Le ſinus de l'angle ſous lequel la Terre eſt vue, en ſuppoſant une atmoſphère, eſt donc au ſinus de l'angle ſous lequel elle ſeroit vue, en ne ſuppoſant point d'atmoſphère, comme 1 eſt à $1 - \frac{h}{aR'}$.

(261.) L'angle ſous lequel la Terre eſt vue du centre de la Lune eſt égal à la parallaxe horizontale de ce dernier Aſtre. Si donc l'on ſuppoſe la Lune dans ſa moyenne diſtance, la Terre ſera vue ſous l'angle de 57′ 39″, en ne ſuppoſant point d'atmoſphère; mais ſi l'on ſuppoſe une atmoſphère, il faudra multiplier le ſinus de ce dernier angle par $\frac{1}{1 - \frac{h}{aR'}}$, pour avoir l'angle que le rayon de la Terre paroîtra ſoutendre; & ce nouvel angle ſera de 57′ 39″,8; de ſorte que la réfraction de l'atmoſphère n'altère que de 0″,8, le demi-diamètre de notre Globe, vu de la Lune. Cette différence eſt aſſez peu ſenſible, & tout l'effet de l'atmoſphère ſe réduit à faire voir à la circonférence de la Terre, des points qui ſans cela euſſent été cachés derrière le diſque. Mais quelque petite que ſoit cette différence, elle n'eſt pas nulle; & ſi l'Obſervateur ne rectifioit point les réſultats, il n'auroit pas une idée parfaite du diamètre de notre Globe, qu'il ſuppoſeroit trop grand d'environ 1″,6.

De la diſtance du centre de la Terre au point où un rayon émané d'un point radiant quelconque du diſque du Soleil, coupe l'axe de l'ombre, après avoir traverſé l'atmoſphère de la Terre en raſant notre Globe.

(262.) Pour déterminer la diſtance du centre de la Terre au point où un rayon émané d'un point quelconque du diſque

du Soleil coupe l'axe de l'ombre après avoir traversé l'atmosphère de la Terre (c'est ainsi que je désignerai la droite qui joint les centres du Soleil & de la Terre), je vais d'abord résoudre le Problème par rapport au centre du Soleil; ou plus généralement encore pour un point lumineux quelconque. Soit S le point lumineux quelconque que je suppose à l'horizon; Fig. 20.
car il est évident qu'au sommet M de la trajectoire que décrit le rayon lumineux, un Observateur rapporte l'Astre à l'horizon sensible; soit de plus T le centre de la Terre, TM le rayon de la Terre; mMm' l'horizon sensible où l'Astre est rapporté; kMK la trajectoire du rayon lumineux; $Sk\varepsilon FG$ la première tangente; $FEKD$ la dernière tangente; $EM\varepsilon$ la tangente au sommet M, tangente qui est parallèle à l'horizon sensible, puisque par la supposition le point S paroît à l'horizon; F le point où les deux tangentes $k\varepsilon F$, FEK rencontrent le prolongement de l'axe TMF de la trajectoire; εE, les points où les deux tangentes extrêmes coupent la tangente correspondante au sommet de la trajectoire; D le point où le rayon lumineux après avoir traversé l'atmosphère de la Terre, coupe la droite DTS qui joint le centre de la Terre & le point radiant. Il est sensible que les angles $M\varepsilon F$, MEF, sont égaux chacun à la réfraction horizontale; de plus, le triangle $EF\varepsilon$ est isoscèle, & par conséquent l'angle $GFE = 2 \times$ réfraction horizontale. Par la même raison, l'angle EFM du triangle FME rectangle en M, est le complément de la réfraction; mais à cause du triangle DFS, l'angle $D =$ angle $DFG -$ angle DSF; l'angle $DFG = 2 \times$ réfract. horizontale; & l'angle $DSF =$ parallaxe horizontale du point S, puisque c'est l'angle sous lequel le rayon de la Terre seroit vu par un Observateur en S; donc

(1) angle $D = 2 \times$ réfract. horiz. $-$ parall. horiz. du point S.

Maintenant, dans le triangle DFT, l'angle en F est le complément de la réfraction horizontale, ainsi que nous l'avons remarqué; le côté TF a été déterminé dans le §. 257, & le côté TD est la distance cherchée; on a donc

Fig. 20. $$(2)\ TD = \frac{R'r \times \left(\frac{aR'}{aR' - h}\right)}{\text{fin.}\ (2 \times \text{réfract. horizont.} - \text{parall. horizont. du point } S)}.$$

Si l'on ſuppoſe que le point S ſoit le centre du Soleil, que par conſéquent $2 \times$ réfraction horizontale — parall. horiz. du point $S = 1^d\ 5'\ 50''$; que d'ailleurs,

$$a = 7;\ R' = r,\ \&\ h = 0{,}00190\,r,$$

on aura

$$(3)\ TD = 52{,}236\,r.$$

(263.) On peut conclure de l'équation (2) du *paragraphe précédent*, que la lumière émanée d'un point lumineux, dont la parallaxe horizontale ſurpaſſeroit deux fois la réfraction horizontale, ne pourroit pas, après ſa double réfraction dans l'atmoſphère, couper la droite qui joint le centre de la Terre & ce point lumineux; puiſqu'en effet on auroit une valeur négative de TD.

(264.) La diſtance DL du point D au plan de projection n'eſt pas plus difficile à déterminer; on ſait en effet que ſi l'on nomme

π la parallaxe horizontale polaire de la Lune,

on a $TL = \frac{rR'}{\text{fin.}\ \pi}$; mais $DL = TL - TD$; donc

$$(1)\ DL = \frac{rR'}{\text{fin.}\ \pi} - \frac{R'r\left(\frac{aR'}{aR' - h}\right)}{\text{fin.}\ (2\ \text{réfract. horiz.} - \text{parall. hor. du point } S)}.$$

Dans nos ſuppoſitions,

$$(2)\ DL = \frac{r^2}{\text{fin.}\ \pi} - 52{,}236 \times r.$$

(265.) On trouveroit auſſi facilement ſur le plan de projection, la diſtance Ll du point L, centre de l'ombre, au point l où le rayon rencontre le plan de projection; on a, en effet, DL eſt à Ll, comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle D; donc,

$$(1)\ Ll = \left(\frac{R'}{\text{fin.}\ \pi} - \frac{R' \times \left(\frac{aR'}{aR' - h}\right)}{\text{fin.}\ (2 \times \text{réfr. hor.} - \text{par. hor. du point } S)}\right) \text{tang.}\ (2 \times \text{réf. hor.} - \text{par. hor. } S)$$

ou

ou enfin, dans nos ſuppoſitions particulières,

(2) $Ll = (\frac{r}{\text{ſin.}\,\pi} - 52{,}236)$ tang. (2 × réfr. horiz. — parall. horiz. du point S).

(266.) On peut demander également à quelle diſtance TD' du centre de la Terre, un rayon émané d'un point s, pris ſur le diſque du Soleil, à une diſtance Ss du centre S du Soleil, vient couper l'axe de l'ombre après la double réfraction dans l'atmoſphère de la Terre. Pour réſoudre la queſtion, ſoit $STDL$ l'axe de l'ombre, S le centre du Soleil, s le point radiant. Par le point radiant s & par le centre T de la Terre, je mène l'axe $sT\delta$; ſur cet axe je prends un point δ, tel que $T\delta = TD$; & en effet, il eſt aiſé de voir *à priori* que cette ſuppoſition eſt légitime, puiſque par rapport au point s & à l'axe $sT\delta$, les phénomènes ſont abſolument les mêmes que pour le point S, par rapport à l'axe de l'ombre $STDL$; par le point δ je mène la droite $\delta l'$, de ſorte qu'elle faſſe avec la droite $ST\delta$, un angle égal à l'angle D, & qu'elle rencontre l'axe de l'ombre STL au point D', le plan de projection au point l', & le Problème ſera réſolu. Fig. 20.

(267.) Il eſt facile, d'après les conſtructions précédentes, d'avoir l'expreſſion de la diſtance TD du centre T de la Terre, au point D' où le rayon émané du point s du diſque ſolaire rencontre l'axe de l'ombre. En effet, dans le triangle $TD'\delta$; on a $T\delta$ eſt à TD' comme ſin. angle $TD'\delta$ eſt à ſin. angle $D'\delta T$; mais $T\delta = TD$; l'angle $D'\delta T$ eſt le ſupplément de l'angle que nous avons nommé D, & réciproquement; de plus, l'angle δTD eſt égal à la diſtance en degrés du point radiant s au centre S du Soleil; enfin l'angle $TD'\delta$ = ſupplément angle $D'\delta T$ — angle $D'T\delta$ = angle D — diſtance du point radiant s au centre S du Soleil; on a donc

$$TD' = \frac{TD\ \text{ſin.}\ D}{\text{ſin.}\ (D - \text{diſtance du point radiant } s \text{ au centre } S \text{ du Soleil})};$$

mais, §. 262,

Fig. 20. $$TD = \frac{R'r \times \left(\frac{aR'}{aR'-h}\right)}{\text{ſin. } (2 \times \text{réfraction horizont.} - \text{parall. horiz. du Soleil})};$$

& l'angle $D = 2 \times$ réfract. horizont. — parall. horiz. du Soleil. Donc,

$$(1)\ TD' = \frac{R'r \times \left(\frac{aR'}{aR'-h}\right)}{\text{ſin. } (2 \times \text{réfr. horiz.} - \text{parall. horiz.} \odot - \text{diſt. point radiant } s \text{ au centre } \odot)}.$$

(268.) La diſtance $D'L$ du point D' au plan de projection, ſe trouve auſſi facilement; en effet, cette diſtance eſt égale à $TL - TD'$; on a donc

$$(1)\ DL' = \frac{rR'}{\text{ſin. } \pi} - \frac{R'r \times \left(\frac{aR'}{aR'-h}\right)}{\text{ſin. } (2 \text{réfr. hor.} - \text{parall. hor.} \odot - \text{diſt. point } s \text{ au centre du } \odot)}.$$

(269.) On trouvera avec la même facilité, la diſtance Ll' du centre L de l'ombre ſur le plan de projection, au point l' où le rayon émané du point s rencontre le plan de projection, après la double réfraction dans l'atmoſphère de la Terre; en effet, dans le triangle $D'Ll'$ rectangle en L, on a $D'L$ eſt à Ll' comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle D'; donc

$$(1)\ Ll' = \left[\frac{R'}{\text{ſin. } \pi} - \frac{R'\left(\frac{aR'}{aR'-h}\right)}{\text{ſin. } (2 \text{ réfr. horiz.} - \text{paral. hor.} \odot - \text{diſt. point } s \text{ au centre } \odot)}\right]$$
$$\times \text{ tang. } (2 \times \text{réfr. horiz.} - \text{parall. horiz.} \odot - \text{diſt. du point } s \text{ au centre } \odot).$$

(270.) Dans l'uſage des formules des *paragraphes précédens*, il faut faire grande attention au ſigne que l'on donnera à la diſtance du point s au centre S du Soleil. On ſeroit induit en erreur, ſi l'on ſe méprenoit ſur le ſigne de cette quantité. En général, le ſigne doit être poſitif, lorſque le point s eſt par-delà le centre S du Soleil, relativement au côté où ſe fait la réfraction. Il eſt négatif dans le cas contraire.

Ce que nous venons de démontrer pour le centre de l'ombre ſur le plan de projection, s'appliqueroit de même à tout autre point de ce plan, en ſubſtituant à l'axe de l'ombre la droite qui joint le centre de la Terre & le point du plan

de projection dont il s'agit, & en ſubſtituant au centre du Soleil le point du diſque ſolaire, ſitué dans le prolongement de la droite dont nous venons de parler.

(271.) Au moyen de l'équation (1) du §. 267, on formera aiſément une Table de toutes les diſtances où un Obſervateur, ſuppoſé dans l'axe de l'ombre, verroit les différentes zones du diſque du Soleil, à la circonférence de la Terre.

TABLE des diſtances du centre de la Terre, aux points de l'axe de l'ombre, où un Obſervateur qui y ſeroit placé, verroit les différentes zones du diſque ſolaire à la circonférence de la Terre.

	SOLEIL apogée.	MOYENNES diſtances.	SOLEIL périgée.
Limbe du Soleil commence à paroître...	42,228 x r	42,013 x r	41,842 x r
Un quart du diſque du Soleil à la circonférence de la Terre.............	46,674 x r	46,502 x r	46,408 x r
Moitié du diſque du Soleil à la circonférence de la Terre.............	52,236 x r	52,236 x r	52,236 x r
Trois quarts du diſque du Soleil à la circonférence de la Terre............	59,326 x r	59,820 x r	60,317 x r
Diſque entier du Soleil à la circonférence de la Terre..................	68,283 x r	69,125 x r	69,645 x r
Azur du ciel égal au quart du diſque du Soleil, entre le Soleil & la Terre...	81,499 x r	82,145 x r	82,898 x r
Azur du ciel égal à la moitié du diſque du Soleil, entre le Soleil & la Terre..	100,190 x r	101,560 x r	102,980 x r
Azur du ciel égal aux trois quarts du diſque du Soleil, entre le Soleil & la Terre.	130,140 x r	131,510 x r	132,840 x r
Diſque du Soleil non-réfracté, commence à paroître....................	185,490 x r	192,590 x r	198,200 x r

(272.) Nous obſerverons ici, que quoique dans la Table précédente, nous ayons marqué ſur l'axe de l'ombre les points où l'on commence à voir le diſque du Soleil, le quart, la

moitié, les trois quarts, &c. à la circonférence de la Terre; ces parties ſont néanmoins défigurées & concentrées dans l'eſpace occupé par l'atmoſphère de la Terre, à peu-près de la même manière que l'on voit les objets défigurés dans un miroir cylindrique. Les parties du diſque du Soleil ne paroiſſent dans leur état naturel que lorſqu'elles ſont au-delà de l'atmoſphère de la Terre.

(273.) La diſtance de la Lune apogée eſt de 63,664 *r.* Cette diſtance eſt de 60,192 *r,* dans les moyennes diſtances, & de 57,060 *r,* lorſque la Lune eſt périgée. On voit donc que dans les cas les plus déſavorables, même au centre de l'ombre, un Obſervateur dans la Lune verroit encore les trois quarts du diſque du Soleil à travers l'atmoſphère de la Terre.

(274.) Les réſultats précédens, donnent une explication bien ſimple des phénomènes que l'on obſerve dans les éclipſes de Lune. En général, cette Planète ne diſparoît pas lors même que le calcul indique qu'elle eſt entièrement plongée dans l'ombre de la Terre. On la voit alors ſous une couleur rougeâtre ; quelqueſois cependant ſa teinte varie. Ces phénomènes ſont conformes à nos recherches. La Lune ne diſparoît point, puiſqu'au centre même de l'ombre elle reçoit la lumière des trois quarts du Soleil : elle paroît d'une couleur rougeâtre, par la même raiſon que le Soleil paroît rouge à l'horizon. Sa teinte varie à cauſe des différentes couches de notre atmoſphère, qui lui tranſmettent la lumière qu'elle reçoit , & qui la décompoſent. On ne doit donc point chercher la raiſon pour laquelle la Lune ne diſparoît pas dans les éclipſes, avec demeure dans l'ombre ; il faut plutôt chercher dans l'état de l'atmoſphère du lieu où l'on obſerve, les raiſons particulières qui la font diſparoître quelquefois dans de certaines éclipſes.

SECTION SEPTIÈME.

De la portion du disque du Soleil qui fournit de la lumière à un point quelconque du plan de projection; & de la figure du disque du Soleil dans l'atmosphère de la Terre.

(275.) Je dois déterminer maintenant la portion du disque solaire qui fournit de la lumière à un point quelconque du plan de projection. Je fais abstraction de la quantité plus ou moins grande des rayons solaires qui se perdent en passant par l'atmosphère de la Terre; eu égard au chemin que ces rayons traversent en passant plus ou moins près de la Terre, & à l'augmentation de la densité de cette atmosphère relative à la plus grande proximité de notre globe. Je ferai voir dans un autre Article, comment on peut avoir égard à ces dernières circonstances.

(276.) Pour déterminer la quantité de lumière que reçoit chaque point du plan de projection, il faut, étant donnée la position de ce point, déterminer la quantité du disque du Soleil dont il reçoit la lumière à travers l'atmosphère de la Terre. On ne doit point oublier que dans ces premières recherches, je fais abstraction de la quantité plus ou moins grande des rayons qui se perdent en traversant l'atmosphère terrestre. Il faut de plus ajouter ensemble les portions du disque du Soleil, qui au moyen de la réfraction, éclairent doublement le même point. Telles sont les recherches qui vont nous occuper.

Des courbes qui terminent sur le disque du Soleil, la portion de ce disque qui fournit de la lumière à un point quelconque du plan de projection, ou des courbes terminatrices.

(277.) Afin de mettre de l'ordre dans les questions que je vais traiter, je dois donner l'équation aux courbes qui terminent sur le disque du Soleil, la portion du disque qui

fournit de la lumière à un point quelconque du plan de projection; j'appellerai ces courbes, *Courbes terminatrices.* Il est sensible que cette solution fera connoître la portion du Soleil qui éclaire le point dont il s'agit; puisqu'en effet tous les points du disque, situés en de-çà de la *courbe terminatrice,* ne parvenant pas au point dont il s'agit, ne lui fournit aucune lumière; & qu'au contraire tous les points du disque, situés au-delà de la *courbe terminatrice,* éclairent ce point.

(278.) Si l'on réfléchit sur la nature du Problème, il sera aisé de se convaincre que les différens points de la *courbe terminatrice,* relativement à un point quelconque du plan de projection, sont ceux qu'un Observateur placé à ce point, & qui regarderoit le Soleil éclipsé par la Terre, verroit, en vertu de la réfraction, à la circonférence de notre globe. Il s'agit donc de résoudre le Problème suivant.

Étant donné un point du plan de projection, déterminer les points du disque du Soleil qu'un Observateur, en vertu de la réfraction dans l'atmosphère terrestre, verroit à la circonférence de notre globe.

Tel est le Problème que je vais résoudre; mais il exige lui-même la solution de plusieurs questions préliminaires, qu'il faut d'abord examiner.

(279.) Pour résoudre la question proposée, je prends un point quelconque du disque du Soleil; je suppose que de ce point émanent une infinité de rayons qui vont se briser dans l'atmosphère de la Terre, & qui rencontrent le plan de projection après avoir été réfractés; j'appellerai *Caustique du point en question,* la courbe formée sur le plan de projection, par les rayons réfractés qui rasent le limbe de la Terre; j'appellerai *axe de la caustique,* l'axe qui joint le point dont on cherche la caustique & le centre de la Terre; il s'agit de déterminer sur le plan de projection *la caustique des différens points du disque du Soleil.*

Détermination de la caustique des différens points du disque du Soleil.

(280.) Les considérations développées dans la Section sixième, donneront facilement la manière de déterminer sur le plan de projection, *la caustique d'un point quelconque du disque solaire.* Il suit en effet de ces considérations, que si l'on cherche le point où les rayons émanés du centre *S* du Soleil, viennent couper l'axe *STD* de l'ombre de la Terre, après la double réfraction dans l'atmosphère de la Terre; l'angle que ces rayons réfractés font avec l'axe *STD* de l'ombre, sont égaux à l'angle *D* formé par les lignes *SDL*, *DKF*; or (*§. 262*), cet angle est égal au double de la réfraction horizontale terrestre moins la parallaxe horizontale du Soleil. L'angle sous lequel les rayons émanés du centre *S* viennent couper l'axe de l'ombre après la double réfraction, est donc pour toutes les positions du Soleil & de la Lune, de $2 \times 33' - 10'' = 1^d\, 5'\, 50''$. J'ai supposé la réfraction horizontale de 33'. Fig. 20.

(281.) La distance *TD* du centre de la Terre au point où ces rayons coupent l'axe de l'ombre, est pareillement constante; & nous avons vu (*§. 262*), qu'elle avoit pour expression, en partant toutefois de nos données,

$$(1)\ TD = 52{,}236\, r.$$

(282.) Quant à la distance *DL* du point *D* au centre *L* du plan de projection, nous avons vu *§. 264*, qu'en conservant les définitions de ce paragraphe, elle avoit pour expression,

$$(1)\ DL = \frac{r^2}{\text{sin.}\,\pi} - 52{,}236\, r.$$

(283.) Il est aisé de sentir par cette construction, que la caustique du centre *S* du Soleil sur le plan de projection est un cercle, dont le centre coïncide avec le centre *L* de l'ombre sur le plan de projection, & dont le rayon est égal à la valeur de *Ll* du *§. 265*; donc

Fig. 20. (1) rayon de la cauſtique $= (\frac{r}{\text{ſin. } \pi} - 52,236)$ tang. $1^d\ 5'\ 50''$.

(284.) La détermination de la cauſtique des autres points du diſque du Soleil, ne préſente pas plus de difficulté. Suppoſons, en effet, un autre point quelconque du diſque; & par ce point & par le centre de la Terre, menons la droite que j'ai définie l'*axe de la cauſtique;* il eſt évident 1.° que cet axe ſera avec l'axe de l'ombre au centre de la Terre, un angle égal à la diſtance du point du diſque ſolaire dont il s'agit, au centre du Soleil; 2.° que relativement à cet axe, les phénomènes de l'inflexion ſe paſſeront de la même manière que les phénomènes analogues ſe paſſoient par rapport à l'axe de l'ombre, pour le centre du Soleil. La diſtance du centre de la Terre au point où les rayons briſés couperont l'*axe de la cauſtique,* aura donc pour expreſſion *(ſ. 281),* 52,236 *r;* l'angle formé par ces rayons briſés avec l'axe de la cauſtique, ſera *(ſ. 280)* de $1^d\ 5'\ 50''$; la diſtance à un plan perpendiculaire à l'axe de la cauſtique, ſera égale à $\frac{r^2}{\text{ſin. } \pi} - 52,236 r$; & le rayon de la cauſtique ſera égal à $(\frac{r}{\text{ſin. } \pi} - 52,236)$ tang. $1^d\ 5'\ 50''$.

(285.) Le plan ſur lequel la nouvelle cauſtique circulaire ſeroit tracée, ne ſera pas, à la vérité, le plan de projection; puiſque ces deux plans ſont inclinés l'un à l'autre, d'un angle égal à l'angle formé par l'axe de la cauſtique & par l'axe de l'ombre de la Terre; c'eſt-à-dire, qu'ils ſont inclinés d'un angle égal à la diſtance du point du diſque ſolaire que l'on conſidère, au centre de ce diſque. D'après cette conſidération, la cauſtique ſur le plan de projection ne ſera pas rigoureuſement un cercle, mais une ellipſe formée par l'interſection du cône de lumière dont il s'agit, avec le plan de projection; ſi l'on fait attention cependant que l'axe du cône de la cauſtique, peut ſans erreur ſenſible dans les réſultats, être conſidéré comme perpendiculaire au plan de projection, puiſque les points extrèmes du

du disque du Soleil ne font qu'un angle de 16 minutes avec le centre de cet astre; que par conséquent la caustique elliptique sur le plan de projection, ne diffère pas sensiblement de la caustique circulaire ; on pourra supposer , pour la simplicité du calcul, que les caustiques des différens points du disque solaire sont toutes des cercles sur le plan de projection; & si l'on nomme

(γ) le rayon des différentes caustiques sur le plan de projection, on aura

$$(1)\ \gamma = \left(\frac{r}{\text{sin. } \pi} - 52{,}236\right) \text{tang. } 1^{d}\, 5'\, 50''.$$

(286.) Quant à la position des centres des différentes caustiques sur le plan de projection, on la déterminera de la manière suivante. Par un point quelconque pris à volonté sur le plan de projection, auquel on rapportera ces centres, & par l'axe de l'ombre de la Terre, on mènera un plan perpendiculaire au plan de projection, qui sera également perpendiculaire au disque solaire; j'appellerai *premier vertical*, ce plan choisi arbitrairement. Par le centre du Soleil & de la Terre, & par l'axe de l'ombre, on mènera des plans qui feront avec ce premier vertical tous les angles possibles, & qui seront également perpendiculaires, soit au plan de projection, soit au disque solaire; cette construction va résoudre la question proposée.

(287.) Soit $BLb\lambda$ le plan de projection; BLb le premier vertical arbitraire mené par le point B, auquel on veut rapporter la position de tous les centres des caustiques; T le centre de la Terre; LTS l'axe de l'ombre passant par le centre T de la Terre, & par le centre S du Soleil; s un point quelconque du disque du Soleil, dont on veut déterminer le centre de la caustique; $sT\lambda$ l'axe de la caustique du point s. Nommons maintenant Fig. 21.

Ω l'angle λLB formé sur le plan de projection, par les intersections du premier vertical BLb, & du vertical λL passant par le point s.

Il est d'abord évident que le centre λ de la caustique, sera situé sur le plan de projection, quelque part dans la

ligne λL, dont la poſition eſt donnée par l'angle Ω. Quant

Fig. 21. à la diſtance du point λ centre de la cauſtique, au point L centre de l'ombre, on la déterminera par la conſidération ſuivante. Dans le triangle λTL rectangle en L, on connoît le côté $TL = \frac{r^2}{\text{ſin.}\,\pi}$; on connoît de plus l'angle en T égal à la diſtance en degré des points S, s; on aura donc

$$(1)\quad \lambda L = \frac{r}{\text{ſin.}\,\pi} \times \text{tang. (diſtance des points } S, s).$$

La poſition du centre de la cauſtique du point s, ſera donc déterminée ſur le plan de projection; & par conſéquent, elle ſera connue relativement au point B, que l'on a choiſi pour y rapporter la poſition des centres des différentes cauſtiques.

(288.) Les conſtructions précédentes donnent un moyen facile pour avoir les équations des différentes cauſtiques. Je ſuppoſerai que l'on prend le point B pour l'origine des coordonnées; que les abſciſſes ſont priſes ſur l'interſection BLb du plan de projection & du premier vertical pris à volonté; & les ordonnées ſur la perpendiculaire à cette droite BLb menée par le point B. Soit

δ la diſtance BL du point B au centre L de l'ombre,

Ω l'angle du premier vertical avec les verticaux menés par les différens points s,

γ le rayon conſtant de toutes les cauſtiques circulaires, dont nous avons donné l'expreſſion (§. 285),

ϵ la quantité λL définie dans le §. 287, & qui a pour expreſſion

$\frac{r}{\text{ſin.}\,\pi}$ tang. (diſt. du centre S du Soleil aux diff. points s),

x les abſciſſes } aux différentes cauſtiques comptées depuis le point B.
y les ordonnées }

Il eſt évident que ſi du point λ l'on abaiſſe ſur la ligne des abſciſſes BLb, la perpendiculaire λl, on aura

$$\lambda l = \frac{\lambda L\,\text{ſin.}\,\Omega}{r} = \frac{\epsilon\,\text{ſin.}\,\Omega}{r};\quad Ll = \frac{\lambda L\,\text{coſ.}\,\Omega}{r} = \frac{\epsilon\,\text{coſ.}\,\Omega}{r};$$

$Bl = BL - Ll = \delta - \frac{\epsilon\,\text{coſ.}\,\Omega}{r}$; & comme la

caustique dont il s'agit, a le point λ pour centre, & γ pour rayon, on aura évidemment pour équation à cette caustique, Fig. 21.

$$(1)\quad x^2 + y^2 + 2\varepsilon x \frac{\text{cos.}\,\Omega}{r} - 2\varepsilon y \frac{\text{sin.}\,\Omega}{r} - 2\delta x - 2\delta\varepsilon \frac{\text{cos.}\,\Omega}{r} + \delta^2 + \varepsilon^2 - \gamma^2 = 0.$$

En effet, si par le centre λ de la caustique, l'on suppose mené une parallèle à la droite $BlLB$, & une perpendiculaire à cette même droite, & que l'on cherche l'équation à la caustique par rapport à l'origine λ, & à des coordonnées u & z, prises sur les droites en question, on aura

$$u^2 + z^2 - \gamma^2 = 0;$$

mais

$$u = x - Bl = x - \delta + \frac{\varepsilon\,\text{cos.}\,\Omega}{r},$$

$$z = y - \lambda L = y - \frac{\varepsilon\,\text{sin.}\,\Omega}{r};$$

si donc l'on substitue ces valeurs dans l'équation

$$u^2 + z^2 - \gamma^2 = 0,$$

on parviendra à l'équation (1).

Nous avons donc maintenant les équations aux différentes caustiques par rapport au point B du plan de projection.

Équation aux courbes terminatrices.

(289.) Il est facile de donner maintenant l'équation aux courbes terminatrices. En effet, si l'on réfléchit sur les constructions précédentes, on se convaincra facilement, que si, au moyen de l'équation (1) du paragraphe précédent, l'on cherche les points des différentes caustiques qui passent par l'origine B des coordonnées, on conclura facilement les points du disque solaire, qui, relativement au point B, paroîtront à la circonférence de notre Globe; or, ces points ne sont autre chose que les points de la courbe terminatrice du point B tracée sur le disque du Soleil. On pourra donc connoître la nature de cette courbe, en supposant $x = 0$, & $y = 0$ dans l'équation (1) du *§. 288;* & l'on aura

$$(1)\quad \delta^2 + \varepsilon^2 - \gamma^2 - \frac{2\delta\varepsilon\,\text{cof.}\,\Omega}{r} = 0;$$

c'eſt l'équation à la courbe terminatrice, tracée ſur le diſque du Soleil, & qui convient au point *B* du plan de projection.

(290.) Nous remarquerons d'abord, que dans l'équation (1) du paragraphe précédent, les quantités γ & δ ſont des connues; & que les variables ſont ε & l'angle Ω.

En effet,

γ = le rayon conſtant de toutes les cauſtiques circulaires ſur le plan de projection;

δ = la diſtance du point *B* au centre *L* de l'ombre ſur le plan de projection,

$\varepsilon = \frac{r}{\text{ſin.}\,\pi}$ tang. (diſt. du centre *S* du Soleil aux différens points *s* pris ſur le diſque du Soleil);

Ω = l'angle formé ſur le plan de projection, par le premier vertical, & les verticaux paſſant par les différens points *s*.

Nous remarquerons de plus, que cette équation eſt une équation polaire entre le rayon vecteur ε, & l'angle Ω; que l'origine des rayons vecteurs eſt au centre du Soleil; que les angles Ω ſont ceux formés au centre de cet Aſtre, par les différens verticaux, paſſant par les différens points du diſque ſolaire; & que ces angles ſont comptés en partant du plan que j'ai défini *Premier vertical.* Examinons plus en détail les propriétés de cette courbe.

De la nature des courbes terminatrices.

(291.) Il eſt aiſé de s'aſſurer d'abord que les courbes terminatrices ſont circulaires; en effet, nous avons vu *(§. 289)* 1.° que ces courbes avoient pour équation polaire, ſur le diſque du Soleil,

$$\delta^2 - \gamma^2 - \frac{2\delta\varepsilon\,\text{cof.}\,\Omega}{r} + \varepsilon^2 = 0;$$

2.° que dans cette équation, le centre du Soleil étoit l'origine des rayons vecteurs ε, & que Ω étoit l'angle que l'on définit ordinairement dans ces ſortes de courbes, l'angle traverſé. Suppoſons donc que l'on veuille chercher, ſur le diſque du

Soleil, l'équation aux courbes terminatrices, par rapport à des coordonnées perpendiculaires x' & y', dont l'origine feroit pareillement au centre du Soleil, dont les abſciſſes x' feroient priſes ſur l'interſection du premier vertical avec le diſque du Soleil, & dont les ordonnées y' feroient priſes ſur la perpendiculaire à cette interſection. Puiſque l'on ſait, en général, que dans une courbe quelconque, le quarré du rayon vecteur égale le quarré de l'abſciſſe, plus le quarré de l'ordonnée; que d'ailleurs, l'abſciſſe égale le $\frac{\text{rayon vecteur} \times \text{coſ. (angle traverſé)}}{\text{ſin. total}}$; on aura, dans le cas particulier dont il s'agit, $\varepsilon^2 = x'^2 + y'^2$; $x' = \frac{\varepsilon \text{ coſ. } \Omega}{r}$; & l'équation (1) du ſ. 289, deviendra

$$(1)\ \delta^2 - \gamma^2 - 2\delta x' + x'^2 + y'^2 = 0.$$

Cette équation eſt évidemment au cercle.

(292.) Pour déterminer le centre de la courbe terminatrice ſur le diſque du Soleil, je reprends l'équation (1) du ſ. 289, dans laquelle je fais coſ. $\Omega = r$; & elle devient

$$\delta^2 - 2\delta\varepsilon + \varepsilon^2 - \gamma^2 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(1)\ \varepsilon = \delta \pm \gamma.$$

Je remarque, que dans cette équation, ſi l'on ſuppoſe $\gamma = 0$, l'on aura la diſtance du centre du Soleil au centre du cercle en queſtion; je remarque enſuite que ce centre eſt ſitué ſur l'interſection du diſque ſolaire & du premier vertical; puiſqu'en effet, il eſt ſitué ſur l'interſection d'un plan qui fait, avec le premier vertical, un angle dont le coſinus $= r$; ſi donc l'on nomme

B' le centre de ce cercle ſur le diſque du Soleil;

comme il ſuit du ſ. 287, que

$$\varepsilon = \frac{r}{\text{ſin. } \pi} \text{ tang. (diſtance du centre } S \text{ du Soleil au point } B');$$

on aura

$$(2)\ \text{tang. (diſt. centre } S \text{ du Soleil au point } B' \text{ centre du cercle)} = \frac{\text{ſin. } \pi}{r}\ \delta.$$

(293.) Pour déterminer le rayon de ce cercle, je remarque, que puisque les rayons des cercles terminateurs, relatifs aux différens points du plan de projection, sont tous égaux; on aura la valeur de ce rayon, en cherchant le rayon de la courbe terminatrice, par rapport au point qui, sur le plan de projection, répond au centre de l'ombre; mais si dans l'équation (1) du §. 289, l'on fait $\delta = 0$, on aura $\varepsilon = \gamma$; d'ailleurs,

$\varepsilon = \frac{r}{\text{sin.}\,\pi} \times$ rayon de la courbe terminatrice sur le disque du Soleil;

donc

$$(1) \text{ rayon du cercle terminateur} = \frac{\text{sin.}\,\pi}{r}\,\gamma,$$

ou à cause de

$$\gamma = \left(\frac{r}{\text{sin.}\,\pi} - 52{,}236\right) \text{tang.}\,(1^d\,5'\,50''),$$

$$(2) \text{ rayon du cercle terminateur} = \left(1 - 52{,}236\,\frac{\text{sin.}\,\pi}{r}\right) \text{tang.}\,(1^d\,5'\,50'').$$

(294.) Nous venons de donner l'expression du rayon du cercle terminateur intérieur, c'est-à-dire, de la courbe qui termine sur le disque du Soleil, les points qu'un observateur, supposé au point B du plan de projection, verroit à la circonférence de la Terre. On trouvera pareillement le rayon du cercle terminateur extérieur; c'est-à-dire de la courbe qui termine les points qui cessent de s'engager dans l'atmosphère de la Terre. En effet, si l'on suppose, comme dans les *paragraphes précédens*,

r = rayon de la Terre,

h = la hauteur de l'atmosphère réfractive.

Il est évident que le cercle terminateur extérieur sera un cercle qui aura pour centre, le point déterminé dans le §. 292, & dont le rayon sera donné par la construction suivante.

Fig. 19. Soit T le centre de la Terre; D un point du plan de projection; M l'extrémité de l'atmosphère réfractive, c'est-à-dire, le point où la réfraction cesse d'avoir lieu; l'angle TDM sera l'angle que paroîtra soutendre le rayon du cercle terminateur extérieur; mais TD est à TM comme le sinus total

eſt au ſinus de l'angle TDM; donc ſin. $TDM = \frac{TM \times \text{ſin. total}}{TD}$; Fig. 19.
de plus, $TM = r + h$; $TD = \frac{r^2}{\text{ſin.}\,\pi}$; donc

(1) rayon du cercle terminateur extérieur $= \frac{(r + h)\,\text{ſin.}\,\pi}{r}$.

(295.) Ce que nous venons de dire ſe réduit à ce qui ſuit. Imaginons le diſque du Soleil prolongé indéfiniment; ſur ce plan, prenons un point B' dont la diſtance SB' au centre S du Soleil ſoit donnée par l'équation. Fig. 22.

(1) Diſtance $SB' = \delta\,\frac{\text{ſin.}\,\pi}{r}$.

Dans cette équation, δ exprime la diſtance d'un point B quelconque pris ſur le plan de projection, au centre L de l'ombre ſur le même plan. La diſtance SB' doit être priſe ſur l'interſection d'un plan vertical qui paſſe par l'axe de l'ombre, mais du côté oppoſé au point B, par rapport à l'axe de l'ombre. De ce point ainſi déterminé, comme centre, traçons deux cercles, qui auront reſpectivement pour rayons,

(2) rayon 1.er cercle termin. $= (1 - 52{,}236 \times \frac{\text{ſin.}\,\pi}{r})$ tang. $(1^d\,5'\,50'')$,

(3) rayon du ſecond cercle terminateur $= (r + h)\,\frac{\text{ſin.}\,\pi}{r}$,

& l'on aura les deux cercles qui fixeront ſur le diſque ſolaire les points dont la lumière parviendra au point B, en ſe réfractant dans l'atmoſphère terreſtre.

(296.) On doit ſentir maintenant l'uſage des cercles terminateurs. Suppoſons en effet, que ſur le plan du diſque ſolaire prolongé, s'il eſt beſoin, on ait tracé les deux cercles en queſtion, & que l'on ait tracé pareillement à la diſtance convenable le diſque du Soleil; les différens points, ſoit du diſque du Soleil, ſoit de l'azur céleſte, qui, relativement au point B du plan de projection, ſe trouveront engagés dans l'atmoſphère de la Terre, ſeront ceux compris depuis les points T, $T1$, $T2$, &c. pris ſur la circonférence du premier

Fig. 22. cercle terminateur, juſqu'aux points correſpondans t, $t1$, $t2$, &c. pris ſur la circonférence du ſecond cercle. Si dans ces droites il ſe trouve quelque portion du diſque ſolaire, la même portion paroîtra dans l'atmoſphère de la Terre; & ces portions paroîtront placées dans le même ordre, en partant de la circonférence de la Terre, qu'elles le ſont dans les droites $TB't$, $T1\,B't1$, $T2\,B't2$, en partant des points T, $T1$, $T2$. On remarquera ſeulement que comme la totalité des phénomènes ſe paſſe dans l'atmoſphère de la Terre; que par conſéquent, relativement à l'Obſervateur placé au point B du plan de projection, les droites $TB't$, $T1\,B't1$, $T2\,B't2$, &c. ne paroiſſent, en vertu de la réfraction, occuper qu'un eſpace égal à l'atmoſphère de la Terre, il faudra, pour placer les différentes portions de ces lignes dans l'atmoſphère terreſtre, les diminuer dans la proportion de l'angle que paroît occuper cette atmoſphère, à la ſomme des rayons des deux cercles terminateurs. Nous donnerons dans la ſuite une proportion encore plus exacte.

De la figure du diſque du Soleil, vu à travers l'atmoſphère de la Terre.

(297.) Nous avons maintenant une idée de ce qui ſe paſſe dans l'atmoſphère de la Terre, relativement à un Obſervateur ſuppoſé au point B du plan de projection; & nous pouvons calculer la quantité de lumière qu'il reçoit, en faiſant toutefois abſtraction de la perte que la denſité de l'atmoſphère occaſionne. Nous pouvons même avoir une idée de la figure déformée du diſque du Soleil, tranſmiſe par cette atmoſphère. En effet, les points T, $T1$, $T2$, &c. ſeront ceux qui paroîtront à la circonférence de la Terre, & les droites $TB't$, $T1\,B't1$, $T2\,B't2$, &c. diminuées dans le rapport preſcrit ci-deſſus, paroîtront occuper l'atmoſphère de la Terre. Quant à la poſition de ces différentes droites, relativement au centre de la Terre, elle ſera facilement connue, en la rapportant au premier vertical; c'eſt-à-dire au plan qui paſſe par le point B dont il s'agit, & par le centre de l'ombre.

(298.)

(298.) On remarquera d'abord, qu'en vertu de la réfraction, toute la surface du premier cercle terminateur, est transmise deux fois aux points *B*. Soit en effet la ligne *TB't*; cette ligne, en partant du point *T* de la circonférence de la Terre, paroîtra toute entière dans l'atmosphère terrestre. Supposons maintenant que le point *T* ait passé en *T3*; la ligne *T3 B' t3* occupera pareillement l'atmosphère de la Terre, en partant du point *T3* de la circonférence de la Terre, diamétralement opposé au point *T*; mais la partie *TB' T3* est commune à ces deux lignes; le point *B* verra donc deux fois la partie *TB' T3*. Et comme on peut dire la même chose de tous les diamètres du petit cercle terminateur, il est clair que toute la surface de ce cercle transmettra deux fois sa lumière au point *B*. Fig. 22.

(299.) Il suit de-là, qu'abstraction faite de la perte de la lumière dans l'atmosphère terrestre, tous les points *B* du plan de projection, relativement auxquels le petit cercle terminateur est compris dans le disque solaire, sont plus éclairés que ceux, relativement auxquels le petit cercle terminateur est extérieur au disque solaire. Nous remarquerons enfin que par-delà le second cercle terminateur, la lumière est transmise au point *B* sans passer par l'atmosphère terrestre.

(300.) Lorsque le petit cercle terminateur est tout entier sur le disque du Soleil, cet astre paroît envelopper la Terre, comme un anneau lumineux, mais avec une épaisseur différente; à moins que le centre du petit cercle ne coïncide avec celui du Soleil, ce qui n'a lieu que pour le centre de l'ombre.

(301.) Lorsque le petit cercle terminateur s'étend en partie sur le disque du Soleil, & en partie hors du disque, l'anneau n'entoure plus notre Globe; mais on voit à la circonférence de la Terre, comme deux anses lumineuses, séparées l'une de l'autre, & d'inégale grandeur. L'une de ces anses paroît adhérente à la Terre par tous ses points. La plus

grande anſe n'y eſt point adhérente, & l'on peut voir l'azur du Ciel entre l'anſe & la Terre.

(302.) Lorſque le petit cercle terminateur eſt totalement hors du diſque du Soleil, la plus petite des anſes, celle qui paroiſſoit adhérente à la Terre, a diſparu; & l'on ne voit que l'autre anſe qui laiſſe paſſer de l'azur du Ciel entr'elle & la Terre. Ces réſultats vont être rendus ſenſibles par les calculs ſuivans.

Fig. 22. (303.) Si l'on nomme

ρ' le rayon du petit cercle terminateur,

ρ'' le rayon du grand cercle terminateur,

Δ le rayon du diſque ſolaire,

ϵ' la diſtance du centre B' des cercles terminateurs au centre S du diſque du Soleil.

Je ſuppoſe que ces grandeurs, dont nous avons donné ci-devant les expreſſions, ſont évaluées en minutes & ſecondes de degré.

Il eſt clair, que ſi l'on cherche les équations polaires aux cercles terminateurs, & au diſque du Soleil, en prenant le point B' du diſque ſolaire pour origine des rayons vecteurs, & en comptant les angles traverſés depuis la droite $B'S$ qui joint les centres B' & S des cercles terminateurs & du Soleil, & qu'enfin, l'on nomme

R le rayon vecteur du petit cercle terminateur,

R' le rayon vecteur du diſque ſolaire,

R'' le rayon vecteur du grand cercle terminateur,

φ l'angle traverſé;

on aura, pour équation au petit cercle terminateur,

$$(1)\quad R = \rho';$$

pour équation au diſque du Soleil,

$$(2)\quad R'^2 - \frac{2\epsilon' R' \operatorname{cof.}\varphi}{r} + \epsilon'^2 - \Delta^2 = 0;$$

pour équation au grand cercle terminateur,

$$(3)\quad R'' = \rho''.$$

Les équations (1) & (3) sont évidentes; quant à l'équation (2), elle se démontre par le procédé suivant. Du centre S du Soleil, menons à un point M quelconque du disque, le rayon SM; & du point B', menons le rayon vecteur $B'M$; du point M, abaissons sur la droite SB', la perpendiculaire MN; il est clair, que $B'N$ aura pour expression $\frac{B'M \text{ cos. } \varphi}{r}$; que MN sera égal à $\frac{B'M \text{ sin. } \varphi}{r}$, & que SN sera égal à $B'N - SB' = \frac{B'M \text{ cos. } \varphi}{r} - \varepsilon'$; mais $SM^2 = MN^2 + SN^2$; & $B'M = R'$; donc $SM^2 = R'^2 - \frac{2R'\varepsilon' \text{ cos. } \varphi}{r} + \varepsilon'^2$; d'ailleurs $SM = \Delta$; l'équation (2) est donc démontrée. Fig. 22.

(304.) De l'équation (2) du *paragraphe précédent*, l'on tire

$$R' = \frac{\varepsilon' \text{ cos. } \varphi}{r} \pm \sqrt{\left(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{ sin.}^2 \varphi}{r^2}\right)}.$$

Maintenant, il est évident que l'espace $T3m$ compris dans l'atmosphère terrestre, entre notre Globe & le disque du Soleil, est égal au rayon $T3B'$ du petit cercle terminateur, plus la plus petite des deux valeurs précédentes de R'; que la partie mm' du disque solaire, comprise dans l'atmosphère, est égale à la différence des deux valeurs de R'; & qu'enfin, la partie $t3m'$ de l'azur du ciel, qui se trouve par-delà le disque du Soleil, est égale au rayon vecteur du grand cercle terminateur, moins la plus grande des deux valeurs de R'; on a donc

(1) Espace compris dans l'atmosphère entre la Terre & le disque du Soleil.

$$= \rho' + \frac{\varepsilon' \text{ cos. } \varphi}{r} - \sqrt{\left(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{ sin.}^2 \varphi}{r^2}\right)};$$

(2) Partie du disque solaire, comprise dans l'atmosphère

$$= 2\sqrt{\left(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{ sin.}^2 \varphi}{r^2}\right)};$$

(3) Partie de l'azur du ciel qui se trouve par-delà le disque du Soleil dans l'atmosphère $= \rho'' - \frac{\varepsilon' \text{ cos. } \varphi}{r} - \sqrt{\left(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{ sin.}^2 \varphi}{r^2}\right)}$.

(305.) Si $\varrho' + \frac{\varepsilon' \text{cof.} \varphi}{r} - \sqrt{(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{fin.}^2 \varphi}{r^2})}$ eſt une quantité négative, il y a contact entre notre globe & l'anneau lumineux. Si au contraire, cette quantité eſt poſitive, on voit l'azur du ciel entre notre globe & l'anneau lumineux.

(306.) Si $\sqrt{(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{fin.}^2 \varphi}{r^2})}$ eſt imaginaire, aucune partie du diſque du Soleil ne ſe trouve dans la direction dont il s'agit, ſoit dans l'atmoſphère de la Terre, ſoit hors de cette atmoſphère.

(307.) Si $\varrho' + \frac{\varepsilon' \text{cof.} \varphi}{r} - \sqrt{(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{fin.}^2 \varphi}{r^2})}$ ſurpaſſe ϱ'', aucune partie du diſque du Soleil ne ſe trouve engagée dans l'atmoſphère terreſtre, dans la direction dont il s'agit.

(308.) Si $\varrho' + \frac{\varepsilon' \text{cof.} \varphi}{r} - \sqrt{(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{fin.}^2 \varphi}{r^2})}$ étant moindre que ϱ'', $\varrho' + \frac{\varepsilon' \text{cof.} \varphi}{r} + \sqrt{(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{fin.}^2 \varphi}{r^2})}$ eſt plus grand que ϱ'', une partie du diſque du Soleil ſe trouve engagée dans l'atmoſphère terreſtre dans la direction dont il s'agit; & une autre partie eſt hors de l'atmoſphère. L'on a alors

$$\text{Partie engagée dans l'atmoſphère} = \varrho'' - \varrho' - \frac{\varepsilon' \text{cof.} \varphi}{r} + \sqrt{(\Delta^2 - \frac{\varepsilon'^2 \text{fin.} \varphi}{r^2})}$$

De la quantité de lumière que recevroit un point quelconque du plan de projection, ſi cette quantité de lumière étoit proportionnelle à la portion du diſque du Soleil, vue de ce point.

(309.) Il ſeroit facile de déterminer la quantité de lumière que recevroit un point quelconque du plan de projection, ſi cette quantité de lumière étoit proportionnelle à la portion du diſque du Soleil, vue de ce point. Pour y parvenir, il faudroit conſidérer les trois cercles dont les rayons ſont reſpectivement ϱ', ϱ'', Δ; en obſervant que le centre de celui

qui a Δ pour rayon eſt ſitué à la diſtance ε' du centre des deux autres cercles. Suppoſons maintenant dans l'équation (2) du *§. 303*, que R' égale ſucceſſivement ρ' & ρ'', & elle deviendra

$$(1)\ \text{coſ.}\ \varphi = \frac{(\rho'^2 + \varepsilon'^2 - \Delta^2) \times r}{2\rho'\varepsilon'};$$

$$(2)\ \text{coſ.}\ \varphi = \frac{(\rho''^2 + \varepsilon'^2 - \Delta^2) \times r}{2\rho''\varepsilon}.$$

Ce ſont les équations aux interſections des cercles terminateurs avec le diſque du Soleil. Voyons l'uſage de ces équations.

(310.) Dans la première de ces deux équations, ſi coſ. φ eſt négatif, & en même-temps plus grand que le ſinus total, le petit cercle terminateur n'a point d'interſections avec le diſque du Soleil; il eſt tout entier ſur le diſque de cet Aſtre; le point B du plan de projection reçoit toute la lumière du diſque du Soleil, & de plus, il reçoit deux fois celle de la ſurface du petit cercle terminateur.

(311.) Lorſque coſinus φ eſt poſitif ou négatif, mais en même-temps moindre que le ſinus total; le point B reçoit toute la lumière du diſque du Soleil, & de plus il reçoit deux fois celle de la partie de la ſurface du petit cercle terminateur qui ſe confond avec le diſque ſolaire. Pour déterminer cette partie, je remarque que ſi $m'N'M'MNm$ Fig. 23. repréſente le diſque ſolaire, $mnMK$ le petit cercle terminateur, & MPm la corde menée par les points d'interſection mM de ces deux cercles; la partie commune eſt égale à la ſurface $MnmPM$ du petit cercle terminateur, plus, la ſurface $MNmPM$ du diſque du Soleil. Or, ces ſurfaces ſont aiſées à calculer. En effet, l'équation (1) du *§. 309* fait connoître le ſecteur $nB'M$, d'où en ſouſtrayant la ſurface du triangle $MB'P$, on aura la ſurface nPM, dont le double égale la ſurface $MnmPM$. On connoîtra pareillement l'angle MSN, & par conſéquent le ſecteur MSN; puiſqu'à cauſe du triangle MSB', on a ſin. MSB' eſt à ſin. $MB'S$, comme MB' à SM, comme ρ' eſt à Δ; ou ſin. $MSB' = \frac{\rho' \text{ſin.} \varphi}{\Delta}$.

On déterminera donc la ſurface $MNmPM$, comme on a déterminé la ſurface $MnmPM$.

(312.) Lorſque coſinus φ eſt poſitif & plus grand que le ſinus total, le petit cercle terminateur n'a point d'interſections avec le diſque du Soleil; il eſt extérieur au diſque de cet Aſtre; le point B du plan de projection ne reçoit doublement la lumière d'aucun des points du diſque du Soleil; mais alors il faut examiner ſi la valeur de coſinus φ, tirée de l'équation (2) du *ſ. 309*, eſt plus grande ou plus petite que le ſinus total; & ſi d'ailleurs $\varepsilon' + \Delta$ eſt plus grand ou plus petit que ρ'', c'eſt-à-dire, ſi la ſomme du rayon du diſque du Soleil & de la diſtance des centres des cercles terminateurs & du diſque ſolaire eſt plus grande ou plus petite que le rayon du grand cercle terminateur.

(313.) Lorſque $\varepsilon' + \Delta$ étant plus grand que ρ'', c'eſt-à-dire, lorſque la ſomme du rayon du diſque du Soleil, & de la diſtance des centres des cercles terminateurs & du diſque du Soleil, étant plus grande que le rayon du grand cercle terminateur, la valeur de coſinus φ tirée de l'équation (2) du *ſ. 309* eſt plus grande que le ſinus total, le diſque du Soleil eſt entièrement par-delà l'atmoſphère de la Terre.

(314.) Lorſque $\varepsilon' + \Delta$ étant plus petit que ρ''; c'eſt-à-dire lorſque la ſomme du rayon du diſque ſolaire, & de la diſtance des centres des cercles terminateurs & du diſque du Soleil, étant plus petite que le rayon du grand cercle terminateur, la valeur de coſinus φ tirée de l'équation (2) du *ſ. 309*, eſt plus grande que le ſinus total, le diſque du Soleil eſt entièrement dans l'atmoſphère terreſtre, & le point B du plan de projection reçoit toute la lumière du Soleil au travers de cette atmoſphère.

(315). Lorſque $\varepsilon + \Delta$ étant plus petit que ρ'', la valeur de coſinus φ, tirée de l'équation (2) du *ſ. 309*, eſt plus petite que le ſinus total, une partie du diſque du Soleil ſe trouve engagée dans l'atmoſphère de la Terre. Pour déterminer cette partie,

je remarque que si $m' N' M' M N m$ représente le disque solaire, Fig. 23.
$M' n' m'$ le grand cercle terminateur, & $M' P' m'$ la corde menée par les points d'intersection de ces deux cercles; la partie du disque solaire située au-delà de l'atmosphère de la Terre, est égale à la surface $M' N' m' P' M'$ du disque solaire, moins la surface $M' n' m' P' M'$ du grand cercle terminateur. Or ces deux surfaces sont aisées à calculer. En effet, l'équation (2) du *§. 309* fait connoître le secteur $M' B' n'$; d'où en soustrayant la surface du triangle $M' B' P'$, on aura la surface $M' n' P'$, dont le double égale la surface $M' n' m' P' M'$. On connoîtra pareillement l'angle $M' S N'$ supplément de l'angle $M' S B'$, puisqu'à cause du triangle $M' S B'$, on a sin. $M' S B' = \frac{\rho'' \text{ sin. } \varphi}{\Delta}$; on connoîtra donc le secteur $M' S N'$, & la surface du triangle $M' S P'$; & par conséquent la surface $M' N' m' P' M'$, de laquelle si l'on soustrait la surface $M' n' m' P' M'$ trouvée précédemment, on aura l'expression de la partie $M' N' m' n' M'$ du disque du Soleil qui est au-delà de l'atmosphère de la Terre; on conclura donc la partie du disque dont la lumière se transmet au point B du plan de projection, en passant par l'atmosphère de la Terre.

(316.) Si la quantité de lumière que reçoit un point quelconque du plan de projection, étoit proportionnelle à la quantité du disque du Soleil que ce point aperçoit au travers de l'atmosphère de la Terre, nous aurions l'expression de l'illumination de ce point; mais ce dernier Problème se trouve compliqué de beaucoup de difficultés physiques, relatives à l'extinction de la lumière du Soleil en passant par l'atmosphère de la Terre; il faut donc avoir égard à cet élément. Nous nous occuperons de ces recherches dans un Article particulier, lorsque nous aurons résolu quelques questions qui permettront de donner à la Solution la plus grande généralité qu'elle peut avoir.

SECTION HUITIÈME.

De la hauteur à laquelle passe dans l'atmosphère, le rayon lumineux qui transmet à un Observateur situé sur le plan de projection, un point quelconque du disque du Soleil; & de la route de ce rayon lumineux dans l'atmosphère.

(317.) Avant de calculer la quantité de lumière que reçoit un point quelconque du plan de projection à travers l'atmosphère de la Terre ; il faut déterminer la hauteur à laquelle passe dans l'atmosphère, le rayon lumineux qui transmet à un point quelconque du plan de projection, un point quelconque du disque du Soleil; ainsi que la route de ce rayon lumineux dans l'atmosphère; je m'explique.

Fig. 22. Soit $T1$, $T2$, $T3$, &c. le petit cercle terminateur; $t1$, $t2$, $t3$, &c. le grand cercle terminateur; B' le centre de ces cercles sur le disque du Soleil. Relativement à un observateur placé en un point B du plan de projection, il est évident que tous les points situés sur les droites $T1\ t1$, $T2\ t2$, &c. parviennent au point B du plan de projection; mais la hauteur à laquelle passent dans l'atmosphère, les rayons émanés de ces différens points, est différente, ainsi que la route qu'ils décrivent dans cette atmosphère. Le rayon, par exemple, émané du point $T1$ parvient au point B du plan de projection, en rasant la Terre, tandis que le rayon émané du point $t1$ passe à l'extrémité de l'atmosphère. Il y a donc une relation entre la position des différens points de la ligne $T1\ t1$, la hauteur à laquelle le rayon lumineux passe dans l'atmosphère, & la route de ce rayon lumineux. Nous allons nous occuper de ces relations.

(318.) Pour déterminer la relation entre les différens points de la ligne $T1\ t1$, & la hauteur à laquelle le rayon lumineux passe dans l'atmosphère; je reprends l'équation (1) du *§. 254,* dans laquelle je substitue à x, sa valeur tirée de

de l'équation (4) du §. 245; & je l'écris ſous la forme ſuivante,

$$(1)\ \left[1 - \frac{(R - R'')}{a R''}\right] R \operatorname{cof.} (a - 1) z - R'' r = 0.$$

J'obſerve que dans cette équation générale à toutes les trajectoires des différens rayons lumineux, R exprime le rayon vecteur; que l'origine eſt au centre de la Terre; que R'' eſt le rayon vecteur particulier qui répond au ſommet de la trajectoire; que z eſt l'angle que fait la tangente à un point quelconque de la courbe, avec la tangente particulière correſpondante au ſommet, tangente que je ſuppoſe perpendiculaire au rayon R''.

Dans le cas du rayon lumineux qui raſe la Terre, $R'' = R'$; R' étant d'ailleurs le rayon de la Terre, que je ſuppoſe ſphérique.

(319.) Imaginons maintenant un rayon lumineux émané d'un des points du diſque du Soleil, & qui paſſe à une hauteur h' de l'atmoſphère; il eſt évident que ſi l'on nomme

- h la hauteur totale de l'atmoſphère,
- h' la hauteur à laquelle paſſe le rayon particulier dont il s'agit,
- R' le rayon de la Terre;
- z'' l'angle particulier que fait avec la tangente correſpondante au ſommet de la trajectoire, la direction du rayon lumineux, lorſqu'il s'engage dans l'atmoſphère de la Terre.

& que l'on conſerve toutes les dénominations précédentes; l'on aura pour le point particulier où le rayon s'engage dans l'atmoſphère, $R = R' + h$; $R'' = R' + h'$; de plus, $z = z''$; & l'équation du §. 318 deviendra, en négligeant les quantités infiniment plus petites que les autres,

$$(1)\ \left[1 - \frac{(h - h')}{a R'}\right] \times (R' + h) \operatorname{cof.} (a - 1) z'' - r (R' + h') = 0.$$

C'eſt la relation entre la hauteur de l'atmoſphère réfractive, & la hauteur à laquelle paſſe le rayon qui fait avec la tangente

correspondante au sommet de la trajectoire, l'angle z'', à l'instant où il s'engage dans l'atmosphère de la Terre.

(320.) La première des questions proposées n'est pas encore résolue, mais l'équation précédente va mener directement à la solution du Problème. En effet, le rayon lumineux dont il s'agit, & à qui les propriétés déterminées par l'équation (1) du paragraphe précédent, conviennent, doit, indépendamment de cela, avoir la propriété particulière de tomber sur le point *B* du plan de projection, après sa double réfraction dans l'atmosphère terrestre. Il faut donc que l'expression générale de la distance du point *B*, au point où ce rayon coupe l'axe après sa double réfraction, soit nulle.

Or, dans nos suppositions, si l'on nomme

G la distance du point *s* du Soleil au point *S*; j'entends par *S* le point du disque solaire situé dans le prolongement de la droite qui joint le point *B* du plan de projection & le centre de la Terre,

π la parallaxe du plan de projection, c'est-à-dire, l'angle sous lequel le demi-diamètre de la Terre est vu à la distance de ce plan,

l'expression de la distance du point *B* au point où le rayon doublement réfracté coupe l'axe, a pour expression (§. 268)

$$\frac{r(R'+h')}{\text{fin. } \pi} - \frac{ar(R'+h')^2}{[a(R'+h')-h+h']\,\text{fin. }(2z''-\text{parall. horiz. du Soleil}-G)};$$

donc dans le cas dont il s'agit, puisque cette distance doit être nulle, on a

$$(1)\ \text{fin. }(2z''-\text{parall. horiz. du Soleil}-G)-\frac{a(R'+h')\,\text{fin. }\pi}{a(R'+h')-h+h'}=0;$$

mais $\frac{a(R'+h')}{a(R'+h')-h+h'}$ approche d'être égal à 1, & a pour valeur moyenne 1,001; donc, sans erreur sensible,

$$(2)\ \text{fin. }(2z''-\text{parall. horiz. du Soleil}-G)-1{,}001\ \text{fin. }\pi=0.$$

Donc enfin, attendu que 1,001 fin. π égale sensiblement fin. $1{,}001\,\pi$,

(3) $2 z'$ — parall. horiz. du Soleil — G — $1{,}001\,\pi = 0$;

& l'équation (1) du §. 319, devient

$$(4)\quad (aR' - h + h') \times (R' + h)\,\text{cof.}\left[\left(\frac{a-1}{2}\right) \times (G + \text{par.hor.}\odot + 1{,}001\,\pi)\right] - arR'(R' + h') = 0.$$

C'eſt la relation demandée entre la hauteur à laquelle paſſe dans l'atmoſphère, le rayon lumineux émané du point s, & la diſtance G de ce point s au point S. On peut voir ce que nous avons dit ſur le ſigne de la quantité G dans le §. 270.

La première queſtion propoſée eſt donc réſolue.

(321.) Il n'eſt pas difficile de voir comment nous avons déduit de la valeur de DL' du §. 268, l'expreſſion générale de la diſtance du point B, au point où le rayon doublement réfracté coupe l'axe de réfraction. En effet, dans l'équation du §. 268, R' exprimoit le rayon de la Terre, & h la hauteur totale de l'atmoſphère au-deſſus du rayon R'. Si donc nous conſidérons un rayon lumineux qui paſſe à une diſtance h' de la Terre, les réſultats ſeront les mêmes que ſi l'on ſuppoſoit une nouvelle Terre, dont le rayon ſeroit égal à $R' + h'$; mais dont la hauteur de l'atmoſphère ne ſera plus égale qu'à $h - h'$. Il a donc fallu ſubſtituer dans l'expreſſion de $D'L$ du §. 268, $R' + h'$ à R', & $h - h'$ à h.

(322.) Il eſt facile d'avoir maintenant l'équation à la route du rayon lumineux qui tranſmet le point radiant s au point B du plan de projection. Soit, en effet,

r' la quantité dont chaque rayon vecteur ſurpaſſe le rayon vecteur correſpondant au ſommet de la trajectoire; c'eſt-à-dire, celui qui a pour expreſſion $R' + h'$.

Dans l'équation (1) du §. 318, ſubſtituons $R' + h' + r'$ à R, & $R' + h'$ à R''; elle deviendra

$$(1)\quad [a(R' + h') - r'] \times (R' + h' + r') \operatorname{cos}. (a - 1) z - ar (R' + h')^2 = 0.$$

Ou en négligeant les quantités infiniment petites,

$$(2)\quad [a(R' + 2h') + (a - 1) r'] \operatorname{cos}. (a - 1) z - ar (R' + 2h') = 0.$$

Il ne s'agit que de ſubſtituer dans cette équation, la valeur de h', tirée de l'équation (4) du *§. 320;* & la ſeconde queſtion eſt réſolue.

SECTION NEUVIÈME.

Des propriétés de la courbe qui repréſente la denſité de l'atmoſphère.

(323.) Nous avons vu que les rayons lumineux qui parviennent à un point quelconque du plan de projection, ne paſſent pas tous à la même hauteur dans l'atmoſphère. J'ai donné dans la Section précédente, la relation entre la hauteur à laquelle paſſe le rayon lumineux dans l'atmoſphère, & la diſtance du point radiant, au point du diſque qui ſe trouve dans le prolongement de l'axe de réfraction (c'eſt ainſi que j'appelle la droite qui joint le point du plan de projection pour lequel on calcule, & le centre de la Terre); j'ai donné pareillement l'équation à la trajectoire particulière du rayon lumineux émané du point radiant. Il eſt évident d'après cela, que les rayons qui parviennent au point B du plan de projection, ne décrivent pas tous un eſpace égal dans l'atmoſphère; & que d'ailleurs les parties de l'atmoſphère qu'ils traverſent, ne ſont pas toutes également denſes. Comme donc la perte de la lumière dans l'atmoſphère dépend en partie & de l'eſpace parcouru & de la denſité de cet eſpace; il eſt néceſſaire de connoître d'abord la loi de la denſité de l'atmoſphère.

(324.) La théorie & les obſervations barométriques,

s'accordent pour démontrer, que si AD représente la hauteur de l'atmosphère, A le point qui répond à la surface de la Terre, AB, AC des hauteurs particulières; AE, BF, CG, les densités de l'atmosphère correspondantes à ces hauteurs; la courbe $EFGH$ des densités, doit être telle que les ordonnées AE, BF, CG, &c. soient proportionnelles aux aires $HDAE$, $HDBF$, $HDCG$, &c. de la courbe. Soit donc Fig. 24.

x la hauteur d'un point quelconque de l'atmosphère,

Δ l'ordonnée de la courbe que je suppose proportionnelle à la densité correspondante de l'atmosphère,

n une quantité qui doit se déterminer par expérience. Nous verrons que c'est la soutangente de la logarithmique, dont les ordonnées représentent les densités,

e le nombre dont le logarithme hyperbolique $= 1$,

D la densité de l'atmosphère à la surface de la Terre;

on aura, d'après nos constructions,

$$(1)\quad \Delta = -\frac{\int \Delta\, dx}{n}.$$

J'ai supposé la hauteur de l'atmosphère assez petite pour négliger les petites différences entre les attractions que les différens points de l'atmosphère éprouvent de la part de la Terre.

(325.) De l'équation précédente, l'on tire $\frac{d\Delta}{\Delta} = -\frac{dx}{n}$; & en intégrant,

$$(1)\quad \text{Log.}\,\Delta = -\frac{x}{n}\,\text{Log.}\,e + A;$$

A est une constante ajoutée dans l'intégration.

Mais lorsque $x = 0$; A qui est alors égal à Log. Δ, est aussi égal à Log. D, puisqu'alors $\Delta = D$; donc

$$\text{Log.}\,\Delta - \text{Log.}\,D = -\frac{x}{n}\,\text{Log.}\,e;$$

$$\text{Log.}\left(\frac{\Delta}{D}\right) = -\frac{x}{n}\,\text{Log.}\,e;$$

$$\text{Log.}\left(\frac{\Delta}{D}\right) = \text{Log.}\,\frac{1}{e^{\frac{x}{n}}};$$

& en repaſſant aux nombres

$$(2)\ \frac{\Delta}{D} = \frac{1}{e^{\frac{x}{n}}};$$

$$(3)\ \Delta = \frac{D}{e^{\frac{x}{n}}}.$$

(326.) Pour déterminer maintenant la quantité n, je remarque que Logarith. D — Logarith. $\Delta = \frac{x}{n}$; donc $n = \frac{x}{\text{Log. } D - \text{Log. } \Delta} = \frac{x}{\text{Log. } \frac{D}{\Delta}}$. Suppoſons donc que l'on connoiſſe la denſité de l'atmoſphère en deux points, par exemple, à la ſurface de la Terre, & à une certaine hauteur particulière x'; (ces denſités ſont comme les hauteurs du baromètre) on aura

$$(1)\ n = \frac{x'}{\text{Log. } \frac{D}{\Delta}};$$

Et ſi x' eſt exprimée en toiſes, la ſoutangente de la logarithmique qui repréſente les denſités de l'atmoſphère, ſera exprimée en toiſes. Si x' eſt exprimée en parties du rayon de la Terre, la ſoutangente ſera pareillement exprimée en parties du rayon de la Terre; & dans tous les cas $\frac{x}{n}$ ſera un nombre.

M. Bouguer a déterminé d'après des obſervations faites au Pérou, que la ſoutangente de la logarithmique qui répond aux denſités de l'atmoſphère, eſt de 4197 toiſes, ou de 128,44 parties, telles que le rayon de la Terre en contient 100000. Si donc dans l'équation (3) du *ſ. 325*, on exprime la hauteur de l'atmoſphère en toiſes, on pourra faire $n = 4197$. Si on exprime la hauteur de l'atmoſphère en parties du rayon de la Terre, on fera $n = 128{,}44$.

Nous remarquerons enfin que ſi l'on veut ramener l'équation (3) du §. 325, aux quantités définies dans les §. 319 & 322, on aura à cauſe de $x = h' + r'$,

$$(2)\ \Delta = \frac{D}{e^{\frac{h' + r'}{n}}}.$$

(327.) Ce que nous venons de dire ſur la courbe des denſités de l'atmoſphère, peut faire naître une difficulté qu'il s'agit d'éclaircir. La nature de cette courbe eſt fondée ſur le principe que les denſités des différentes couches de l'atmoſphère, ſont proportionnelles au poids de l'atmoſphère ſupérieure. La nature de la trajectoire du rayon lumineux, eſt fondée au contraire ſur un autre principe qui conſiſte à regarder comme conſtant, l'excès de l'attraction de chaque couche inférieure de l'atmoſphère, ſur la couche ſupérieure. Ces principes ſont abſolument différens, puiſque l'un conduiroit à regarder les denſités des différentes couches de l'atmoſphère, comme croiſſantes dans un rapport arithmétique, & l'autre ſuivant la loi des logarithmes. Les obſervations paroiſſent également démontrer ces deux principes; de ſorte que ſi l'on vouloit, par exemple, appliquer à la recherche de la loi des denſités, le principe d'après lequel on part pour calculer la trajectoire du rayon lumineux, on ſeroit conduit à des réſultats évidemment faux; & réciproquement ſi l'on appliquoit à la recherche de la trajectoire du rayon lumineux, le principe d'après lequel on calcule les denſités de l'atmoſphère, on auroit des réfractions totalement différentes de celles données par les obſervations. Il faut donc conclure que, quelle qu'en ſoit la raiſon, la force réfractive n'eſt point proportionnelle à la denſité des différentes couches de l'atmoſphère, & laiſſer aux Phyſiciens à expliquer ce phénomène. Au reſte, on pourroit dire avec quelque vraiſemblance, que les différens airs qui compoſent l'atmoſphère, n'étant point homogènes, il n'eſt pas plus étonnant que leur force réfractive ne ſoit pas proportionnelle à leur denſité, qu'il ne

l'eſt de voir des ſubſtances hétérogènes, dont les forces réfractives ne ſuivent pas le rapport des denſités.

(328.) On pourroit auſſi demander, relativement aux queſtions qui vont ſuivre, ſi tous les points du diſque du Soleil, fourniſſent une égale quantité de lumière. M. Bouguer remarque dans ſon *Traité d'Optique*, que ſi chaque point lumineux, jetoit indiſtinctement dans toutes les directions, une égale quantité de lumière; comme le nombre des points du diſque du Soleil, que l'on voit ſous un eſpace donné, eſt d'autant plus grand que ces parties ſont vues plus obliquement, les parties du diſque les plus voiſines de la circonférence contiendroient un plus grand nombre de points lumineux; & le diſque ſeroit d'un éclat infini vers les bords. Mais cette hypothèſe paroît abſolument contraire aux obſervations; M. Bouguer a même déterminé par des expériences multipliées, que ſi l'on compare le centre du Soleil, à un endroit du diſque voiſin de la circonférence, l'intenſité de la lumière qu'on en reçoit, eſt dans le rapport de 48 à 35. Quoi qu'il en ſoit, comme cette queſtion n'eſt pas éclaircie, & que d'ailleurs elle ne paroît pas ſuſceptible d'être ſoumiſe au calcul, tant que la loi ne ſera pas connue, je ſuppoſerai que tous les points du Soleil ſont également lumineux.

La longueur de ce Mémoire a obligé d'en renvoyer la ſuite à une autre année.



RECHERCHES

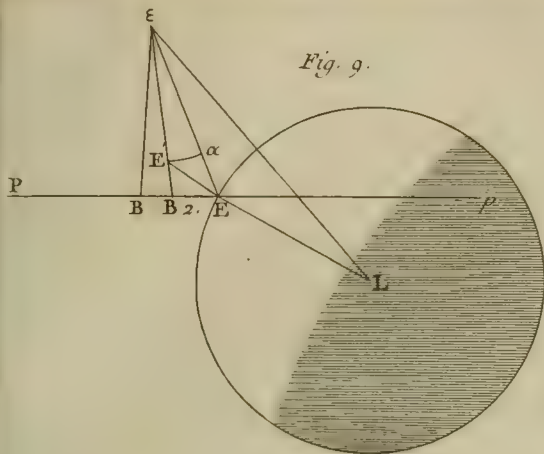


Fig. 9.

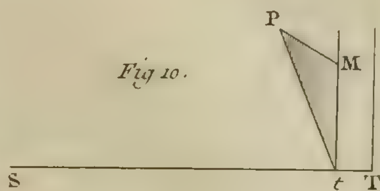


Fig 10.

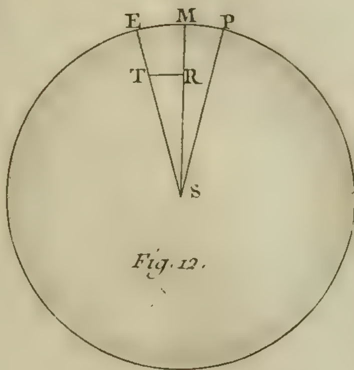


Fig. 12.

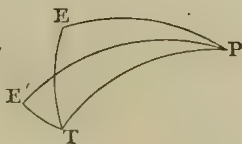


Fig. 11.

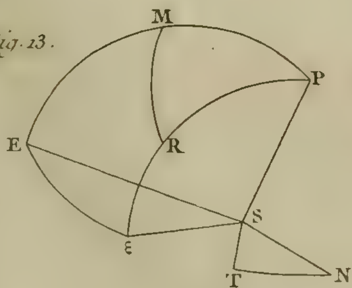


Fig. 13.

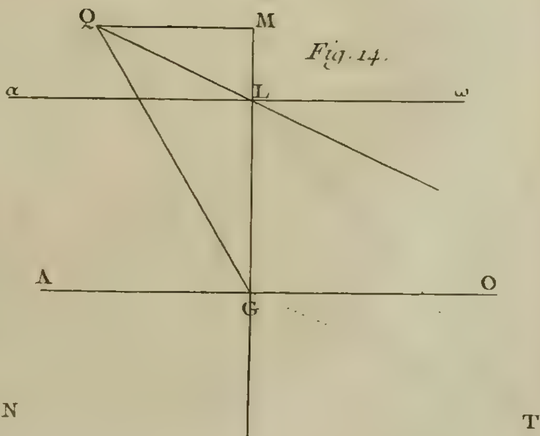
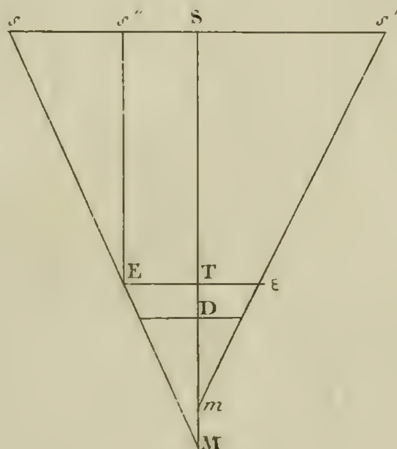
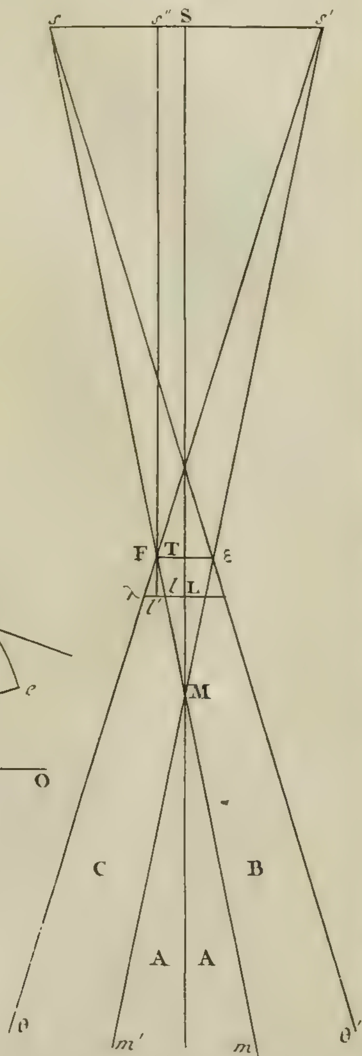


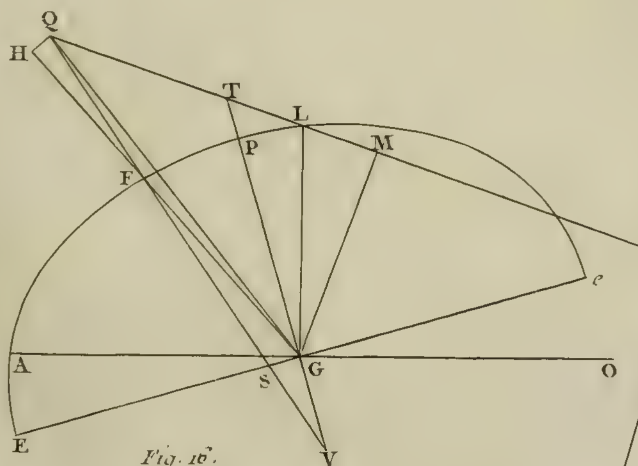
Fig. 14.

Y. le G. sc.




Fig. 15.
s
s″
S
s′
E
T
ε
D
m
M


Fig. 17.
s
s″
S
s′
F
T
ε
λ
l
L
l′
M
C
B
A
A
θ
m′
m
θ′


Q
H
T
L
P
M
F
e
A
S
G
O
E
V
Fig. 16.

V. le G. f.



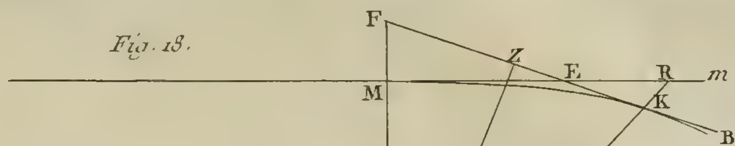


Fig. 18.

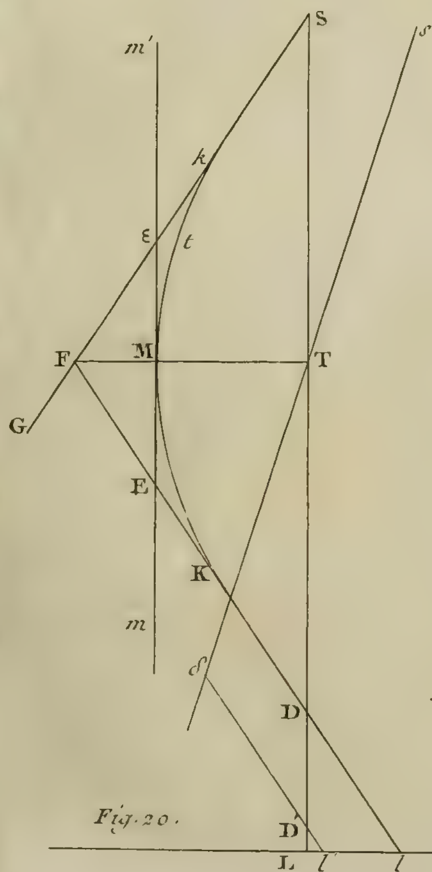


Fig. 20.

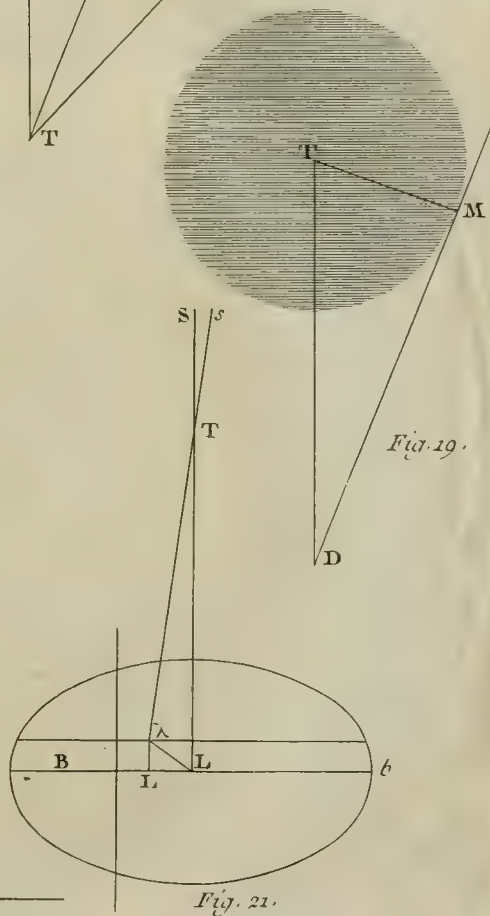


Fig. 19.

Fig. 21.

Y. le G. sc.



Fig. 22.

Fig. 24.

Fig. 23.



RECHERCHES

Sur les Méthodes qu'employent les Essayeurs pour fixer le titre des Matières d'Or, en déterminant en même temps la quantité d'Argent qu'elles peuvent contenir; & sur les moyens de perfectionner cette double opération.

Par M. TILLET.

L'ESPRIT d'intérêt, lorsqu'il est porté trop loin dans le Commerce, conduit souvent à des abus, & quelquefois à des infidélités qui, d'abord peu marquées, tournent insensiblement, par l'habitude, en fraudes manifestes; mais lorsque ce même esprit d'intérêt est modéré & réglé par la bonne foi, il produit des effets utiles à la Société; il excite l'industrie, met de l'activité dans le travail, & y tend sans cesse à l'économie; animé sur-tout par la concurrence, il fait découvrir dans certaines branches de Commerce, des ressources qu'on y avoit négligées comme peu dignes, en apparence, qu'on s'en occupât, ou sur lesquelles on avoit été distrait par des avantages plus frappans qui s'étoient offerts d'un autre côté, & qu'il avoit été plus facile de recueillir. (Lû le 3 Décemb. 1777.)

On voit un exemple bien sensible de cette attention à profiter de toutes les ressources que présente un Commerce particulier, dans celui des matières d'Or & d'Argent considérées comme telles simplement, & abstraction faite du prix qu'elles peuvent acquérir sous la main des Artistes.

Il est vraisemblable que de tout temps, lorsque l'argent s'est trouvé mêlé avec l'or, en quantité assez considérable, on a cessé de regarder le premier de ces métaux, comme un simple alliage du second; qu'on les a séparés, plus ou

moins complètement, pour profiter de leur valeur respective, & restituer à l'argent celle qu'il auroit perdue, par son mélange avec l'or, sans que le prix intrinsèque de celui-ci en eût reçu la plus légère augmentation.

Mais il n'en étoit point ainsi lorsque l'argent ne se trouvoit mêlé avec l'or qu'en petite quantité; loin de le séparer alors du métal le plus précieux, on le regardoit comme une portion d'alliage nécessaire aux vues qu'on avoit, lesquelles consistoient moins à conserver à l'or sa grande ductilité, qu'à donner à la matière alliée un ton de couleur qui s'éloignât le moins qu'il étoit possible de celle de l'or pur. On avoit remarqué, sans doute, que ce métal parfaitement affiné qu'on allie sur le pied d'un sixième, ou même d'un douzième en cuivre rouge, perd beaucoup de la couleur riche qui lui est propre, & que le cuivre, quoiqu'en petite quantité, la dégrade sensiblement, en lui communiquant la sienne.

On crut donc, qu'en faisant entrer une certaine portion d'argent dans l'alliage de l'or, on tempèreroit le rouge vif du cuivre, & on produiroit une nuance d'autant plus agréable qu'on s'écarteroit moins de la belle couleur de l'or.

Il étoit d'un usage trop constant & trop universel autrefois d'introduire ainsi, ou de laisser subsister une portion d'argent dans l'alliage de l'or dont on vouloit affoiblir le titre, soit pour la fabrication des espèces, soit à l'égard des différens ouvrages d'orfévrerie, pour qu'on puisse soupçonner, comme on l'a fait, que cet usage avoit sa source dans une négligence de la part de ceux qui le suivoient, ou dans un défaut de talent du côté des Affineurs, pour porter les matières à leur dernière pureté.

Quel que soit le motif qu'on ait eu anciennement pour laisser dans les matières d'or la portion d'argent qu'elles contenoient, ou pour y suppléer, lorsqu'il ne s'y en trouvoit point, il est certain qu'aujourd'hui, dans l'orfévrerie, on n'emploie que le cuivre rouge & l'or fin pour obtenir les deux titres de 20 & de 22 karats, auxquels sont assujettis les deux sortes d'ouvrages qui sont formés de ce métal; aussi

remarque-t-on que l'or des bijoux ſur-tout, au titre de 20 karats, eſt d'un rouge aſſez vif, & qu'il paroît encore plus tranchant, lorſqu'on y applique des ornemens en or de couleur, tels que ceux dans leſquels il entre une quantité réglée de fer, ou d'argent fin. Quant aux anciennes matières d'or, où l'argent faiſoit partie de l'alliage, elles ne ſont plus, ainſi mélangées, le fond des ouvrages courans; après avoir été refondues ſeules, ou avec d'autres matières compoſées également des deux métaux précieux, elles paſſent aux affinages pour en ſortir parfaitement ſéparées & ſuſceptibles enſuite des différens mélanges dont le goût des Artiſtes décidera. Mais, avant que ces matières ſoient remiſes aux affinages, il faut que la quantité préciſe d'or & d'argent qu'elles contiennent, ſoit déterminée; c'eſt ſur le poinçon des Eſſayeurs des monnoies qui accompagne cette détermination fixe & diſtincte des lingots de cette eſpèce, qu'ils ont cours dans le Commerce, qu'ils y ſervent ſouvent à de nouveaux mélanges avec d'autres matières du même genre, mais où l'argent domine; & qu'enfin, revêtus encore, dans ce dernier état, du poinçon des Eſſayeurs ils parviennent aux affinages, après avoir ſervi à des combinaiſons utiles aux Marchands d'argent, par les mains deſquels ils ont paſſé.

Les Eſſayeurs ont deux méthodes pour fixer le titre d'un lingot d'or tenant argent, & pour apprécier en même temps la quantité de ce dernier métal que le lingot contient. On s'occupoit peu, il n'y a pas encore long-temps, quelque conſidérable que fût un lingot d'or, du léger bénéfice qui pouvoit réſulter de la double opération de l'une ou l'autre de ces deux méthodes; on n'étoit attentif qu'au titre de l'or, comme beaucoup plus eſſentiel en lui-même, ſur-tout quand il étoit un peu haut, & l'alliage, quel qu'il fût, n'étoit pas conſidéré; mais aujourd'hui le dédommagement ſeul des frais médiocres de l'eſſai, ſuffit quelquefois aux Propriétaires des lingots pour demander qu'il leur ſoit tenu compte de la petite portion d'argent qui s'y trouve mêlée; & c'eſt ſur-tout dans ces circonſtances, où le bénéfice eſt reſtreint à ſi peu

de chose, qu'il paroîtroit plus essentiel qu'une exactitude rigoureuse régnât dans la double opération.

La première des deux méthodes dont il s'agit ici, consiste d'abord à prendre une quantité déterminée de la matière d'or tenant argent dont on veut faire l'essai; cette quantité est ordinairement celle qui répond au poids principal de la semelle d'or, lequel représente 24 karats: après l'avoir pesée avec la plus grande précision, on la fait passer à la coupelle, au fourneau d'essai avec une quantité de plomb proportionnée à l'alliage dont on présume qu'est chargée la matière d'or qu'on essaye; il est ordinaire, dans cette opération, d'employer dix ou douze fois autant de plomb qu'on a pris d'or pour le dépouiller de cuivre, en supposant que ce dernier métal entre pour un douzième ou environ dans la matière de l'essai.

Lorsque cette première opération est finie, & que le petit bouton d'or mêlé avec la portion d'argent qu'il contenoit, reste fixé sur le bassin de la coupelle, on l'en détache, & sans avoir besoin encore d'en constater le poids, on le réserve pour le comparer au résultat de la seconde opération que voici.

On prend de nouveau sur le même lingot, une portion de matière égale en poids à celle qui avoit été soumise à la première opération; on y joint deux fois autant, ou environ, d'argent fin qui ne contienne aucune partie d'or; on passe à la coupelle, avec une dose de plomb convenable, ces matières réunies; & par la voie ordinaire du départ, on obtient un cornet d'or fin, qui en terminant l'essai, devient la base du calcul qu'il faut établir.

Je suppose que le bouton d'or mêlé d'argent, qu'avoit produit la première opération, pesoit 22 karats au lieu de 24 karats qui avoient fait d'abord la matière de l'essai; je suppose en même temps que le cornet d'or fin, résultat de la seconde opération, ne pèse que 20 karats; je vois alors, en comparant l'un avec l'autre, qu'il y a 2 karats de différence entr'eux, & j'attribue avec fondement l'excédant

de poids qu'a le bouton de la première opération ſur le cornet de la ſeconde, à la portion d'argent que ce bouton a conſervée, tandis que l'eſprit de nitre la fait diſparoître dans le cornet, en diſſolvant encore tout l'argent fin qu'on y avoit joint.

L'Eſſayeur fixera donc la valeur intrinsèque de ce lingot, en portant le titre de l'or qu'il contient, à 20 karats, & en annonçant d'ailleurs, ſuivant ſon uſage, qu'il s'y trouve 384 grains d'argent par marc.

Ce calcul ne ſe préſente pas d'abord d'une manière nette à l'eſprit; mais il ſe développe aux affinages où le lingot eſt remis. Le poids fictif de la ſemelle d'or eſt compoſé de 24 karats, & chacun d'eux ſe diviſe en $\frac{32}{32}$; ainſi étant tous réduits en cette dernière fraction, ils forment un total de 768 trente-deuxièmes. Le poids de marc ſe diviſe en 4608 grains; chaque 32.e du poids fictif de la ſemelle d'or répond par conſéquent à 6 grains du poids de marc, & conduit à un rapport en poids réel que l'uſage a bientôt rendu familier.

Il en eſt de même du poids fictif de la ſemelle d'argent: il eſt compoſé de 12 deniers; chacun d'eux ſe diviſe en 24 grains; & le total de ce poids réduit en cette moindre fraction, eſt de 288 grains fictifs, qui répondent chacun à 16 grains réels du poids de marc.

C'eſt d'après ce rapport des poids fictifs établis pour les eſſais, avec le poids réel qui fait la règle du Commerce, qu'on calcule aux affinages la quantité de grains réels de matière pure, tant en or qu'en argent, que contiennent les lingots dont on y fait le départ, & que leurs propriétaires, en payant les droits fixés, retirent en total, mais épurés & diſtincts, les deux métaux eſſentiels qui étoient entrés dans ces lingots.

Il eſt facile de voir actuellement, pourquoi un Eſſayeur, en fixant le titre du lingot d'or, tenant argent, que j'ai pris pour exemple, annonceroit 384 grains réels d'argent par marc. On a remarqué qu'il ſe trouvoit ſur le bouton de la première opération, un excédant de 2 karats, qui étoient

conſidérés comme argent pur ; ces 2 karats répondent en effet à 384 grains du poids de marc : il ne s'agiroit plus, pour faire rentrer dans le même ordre de calcul le titre de 20 karats, marqué ſur ce lingot, que de le remplacer par la quantité de grains d'or, poids de marc qu'il repréſente, & d'annoncer qu'il ſeroit dû au Propriétaire de ce lingot, 3840 grains réels d'or fin par marc, & les 384 grains d'argent dont je viens de parler. Si je ſuis entré ici dans quelques détails qui m'écartent un peu de l'objet ſpécial que je me ſuis propoſé, c'eſt parce qu'il eſt rare dans les Provinces, de trouver des Eſſayeurs inſtruits de ce point particulier de leur art, quoiqu'il ſoit aiſé à ſaiſir, & qu'il rentre, à un léger calcul près, dans l'ordre de leur travail. L'attention qu'ils voudront bien donner à ces premiers détails & aux expériences dont j'ai à rendre compte, les mettra en état de procurer quelquefois aux Orfévres & aux Négocians répandus dans le royaume, une ſorte de bénéfice ſur les matières d'or tenant argent, dont ils ne ſont pas avertis, ou qu'ils négligent, parce qu'ils n'ont pas la facilité de le faire apprécier ſous leurs yeux. N'y eût-il dans l'opération dont il s'agit, que l'avantage de remettre en valeur, dans le Commerce, une portion d'argent qui n'y avoit aucun prix, comme alliage ſimple d'une matière plus précieuſe : cet avantage, dans les circonſtances où le bénéfice réſultant du départ peut au moins en couvrir les frais, mériteroit ſeul qu'on y donnât une attention plus générale, & que la modicité de l'objet fût l'unique motif de l'abandonner.

La ſeconde méthode des Eſſayeurs, pour conſtater la quantité d'argent qui peut ſe trouver mêlée dans un lingot d'or, eſt plus ſimple que la première, & n'exige qu'une ſeule opération au fourneau d'eſſai ; elle ne demande même, au-delà d'un eſſai ordinaire, pour une matière d'or, dont on voudroit connoître le titre, qu'une précaution qui n'a rien de gênant, & un calcul ſimple qui rentre dans celui que la première méthode m'a donné lieu d'expoſer.

On ſe borne en effet dans celle-ci à prendre ſur la matière

qu'il eſt queſtion d'eſſayer, le poids juſte de 24 karats, & d'y ajouter, pour parvenir au départ, le double de ce poids en argent fin; je dis le double de ce poids, en ſuppoſant que le lingot, qui eſt la matière de l'épreuve, contient par lui-même très-peu d'argent; car une certaine quantité de ce dernier métal, qui ſe trouveroit mêlée dans le lingot, pourroit demander que l'argent mis par addition, & néceſſaire au départ, n'allât pas au double du poids de 24 karats, & fût proportionné au moins ſur la quantité d'argent qu'on préſumeroit incorporé dans la matière de l'eſſai : il y auroit moins d'inconvénient cependant dans cette addition d'argent de départ, ſi elle paſſoit les bornes ordinaires, que ſi elle étoit au-deſſous de la quantité que l'expérience a déterminée : mais il eſt d'une extrême conſéquence pour la méthode dont je parle ici, que l'argent qu'on ajoute ſoit peſé avec préciſion, parce qu'il devient la baſe du calcul qu'on aura à établir, tandis que, dans un eſſai d'or ordinaire, il n'eſt deſtiné qu'à donner à l'or une certaine extenſion, & diſparoît ſans influer ſur le réſultat de l'opération.

Les 24 karats d'or chargés d'argent qui ſont la matière de l'eſſai, & le double du poids en argent fin ayant été peſés exactement, on les paſſe à la coupelle avec un gros & demi de plomb, ou environ; lorſque la totalité de la litharge s'eſt imbibée dans la coupelle, & que le bouton eſt fixé, on le détache; on examine s'il eſt bien net en deſſous, & on le porte ſur le champ à la balance, pour en conſtater avec ſoin le poids dont on conſerve même une note, parce qu'il ne ſeroit plus poſſible de le vérifier, ſi on en avoit perdu le ſouvenir.

On ſuppoſe que ce bouton d'argent, chargé d'or, équivaut au poids de 70 karats $\frac{16}{32}$: on commence à conclure avec vraiſemblance qu'il a perdu en alliage de cuivre 1 karats $\frac{16}{32}$, puiſque la totalité de la matière, avant qu'elle paſsât au feu, étoit de 72 karats précis: on défalque enſuite des 70 karats $\frac{16}{32}$, poids du bouton épuré, les 48 karats d'argent fin qu'on avoit ajoutés pour parvenir au départ, & on regarde les 22 karats $\frac{16}{32}$ qui reſtent, par cette ſouſtraction, comme

devant fournir le produit net, tant en or qu'en argent, de la portion du lingot qu'on a prise pour essai. Ce bouton, du poids de 70 karats $\frac{16}{32}$, étant laminé, départi, recuit & réduit enfin en un cornet d'or pur, a bientôt instruit par la balance, & de son poids particulier, & de celui de la portion d'argent qui lui avoit été unie primitivement dans le lingot d'où l'un & l'autre étoient sortis : si ce cornet d'or en effet pèse 20 karats $\frac{12}{32}$, on aura, pour le poids de l'argent avec lequel il étoit mêlé, 2 karats $\frac{4}{32}$, puisqu'il ne restoit, comme on a vu, que 22 karats $\frac{16}{32}$ pour représenter, non-seulement l'or contenu dans la matière de l'essai, mais encore la portion d'argent qui s'y trouvoit mêlée.

Quant à la manière de réduire à un calcul plus simple la valeur intrinsèque du lingot auquel l'essai dont il s'agit ici, seroit relatif, on voit clairement, d'après ce qui a été expliqué plus haut, que ce lingot contiendroit 3912 grains réels d'or par marc, & 408 grains d'argent. Telles sont les deux méthodes que j'avois à exposer; les Essayeurs en ont le choix, & suivent celle qu'ils ont une fois adoptée : mais l'une & l'autre ne sont point exactes; & tandis que le défaut de précision, dans la première, procure un avantage au propriétaire d'un lingot, en nuisant à celui qui l'achette, l'imperfection de la seconde est préjudiciable, dans certaines circonstances, à ce même propriétaire, en devenant favorable à celui qui l'acquiert. Ce n'est point ici le moment de montrer ce qu'il y a d'inexact dans ces méthodes, bornées uniquement aux opérations qu'on y suit, & que j'ai fidèlement décrites : le grand nombre d'expériences que j'ai faites à ce sujet, que j'ai variées de toutes les manières, mais dont il suffira que je cite une partie, ces expériences conduiront elles-mêmes à la connoissance du vice radical de ces méthodes, quoique peu considérable en apparence; elles prouveront la nécessité de rendre le travail plus étendu, afin de lui donner de la précision; & par le jour qu'elles répandront sur les opérations ordinaires, on jugera sur le champ des moyens qu'il y a de les perfectionner.

Les

Les Eſſayeurs, accoutumés à une certaine durée dans leur travail & aux ſoins bornés qu'il exige, verront peut-être avec peine que la route que je leur indique eſt plus longue que celle qu'ils ſuivent, & demandera de leur part une nouvelle application; mais cette route eſt certaine, l'équité la réclame, & les Eſſayeurs, en ſe rendant jaloux de leur art, y trouveront une ſatisfaction que l'exacte vérité, dans les opérations délicates, ne manque jamais de donner.

Il eût été difficile que les Eſſayeurs, dans la marche ordinaire de leur travail, ſe fuſſent aperçus de l'imperfection des deux méthodes que je viens d'expliquer, & dont un long uſage ſemble garantir la préciſion, tant qu'ils ne les auroient appliquées qu'à des matières inconnues, & qu'ils n'auroient pas eu par eux-mêmes des preuves évidentes de l'incertitude de leurs rapports. Il étoit bien poſſible ſans doute de réitérer les opérations, de prévenir ou de réparer de légers accidens auxquels elles ſont ſujettes, d'engager pluſieurs Eſſayeurs à s'exercer ſur une ſeule & même matière, de rapprocher enſuite les titres plus ou moins différens qu'ils auroient annoncés, & de finir par le réſultat moyen de ces épreuves multipliées. Ce réſultat auroit pu même, par une combinaiſon heureuſe, déterminer la quantité juſte d'or & d'argent qui ſeroit entrée dans un lingot; mais on reconnoîtra bientôt que malgré cette préciſion fortuite, pour ainſi dire, l'opération, conſidérée en elle-même, n'eût pas porté encore ſur une baſe exacte, & qu'on n'auroit pas pu ſe flatter avec fondement de revenir, par des épreuves nouvelles, à cette grande préciſion qu'on avoit ſaiſie en premier lieu.

Je ſentis donc qu'afin de partir d'un point fixe, & qui ne me laiſsât aucun doute ſur les conſéquences que j'aurois à tirer, il falloit d'abord que je compoſaſſe moi-même la matière ſur laquelle toutes mes épreuves devoient rouler, & que je puſſe compter ſur le mélange parfait des trois métaux qui y entreroient.

Dans la crainte qu'en les fondant en maſſe un peu forte, je n'obtinſſe pas ce mélange complet, ſi eſſentiel aux expériences

que je projetois, je me déterminai à les fondre ſur un charbon, au feu de lampe des Émailleurs; je me bornai alors à une petite quantité de matière, c'eſt-à-dire à un ou deux gros tout au plus, pour le poids des trois métaux réunis. S'il étoit important qu'ils fuſſent bien mélangés, il ne l'étoit pas moins que chacun d'eux fût très-pur; que l'or & l'argent ſur-tout dont je ferois uſage, fuſſent d'une telle netteté, & dépouillés ſi parfaitement de tout corps étranger, qu'après les avoir peſés avec la plus grande juſteſſe, & dans le cas où ils perdroient quelque choſe de leur maſſe, on ne pût attribuer cette perte qu'à un déchet réel de leur matière propre, & non à une ſubſtance quelconque qui auroit reſté adhérente à l'un ou l'autre de ces métaux ſans être aperçue, ou qui s'y ſeroit incorporée au moment de leur fuſion en grande maſſe & de leur réduction en lingots.

Lorſque je commençai mes expériences, j'avois entre les mains de l'or qui étoit ſorti des affinages ſur le pied du titre de 24 karats: il avoit été préparé à deſſein, & quoiqu'il fût le produit d'un départ fait avec le plus grand ſoin, on avoit eu la précaution encore de ſoumettre cet or réduit en chaux à une épreuve nouvelle dans de l'eau-forte très-concentrée, & entretenue longtemps dans une chaleur convenable; j'eſſayai moi-même cet or ainſi épuré, & je reconnus qu'il étoit effectivement au titre de 24 karats.

Je ſupplie l'Académie de permettre que je ſuſpende pour un moment les premiers détails relatifs à mes expériences, & que j'insère ici une obſervation qui, loin de m'écarter de mon objet, tient à ces mêmes détails que je commence à expoſer.

Lorſque j'annonce plus haut de l'or pur obtenu par la voie du départ, je ne prétends pas que phyſiquement parlant, celui que j'ai employé ne contînt aucune parcelle d'alliage, & qu'il ne fût pas même poſſible par des moyens aſſez ſimples, d'en conſtater la préſence. Je n'ignore pas que le départ, s'il a un avantage à pluſieurs égards ſur la cémentation, pour la purification de l'or, ne conduit pas auſſi

rigoureusement que cette dernière opération à un affinage complet & tel qu'on pourroit le desirer pour des expériences très-délicates : quelques précautions qu'on prenne en effet pour l'affinage en grand des matières d'or, en y employant l'esprit de nitre, & même pour les essais d'or où il semble qu'une petite portion de matière donne plus de facilité pour saisir le point de perfection, cependant il est rare qu'on ne remarque pas quelque atome d'argent dans une dissolution d'or fin par l'eau régale, soit qu'il provienne d'un lingot d'or sorti des affinages sur le pied de 24 karats, soit qu'on l'ait tiré des cornets d'or qui sont les produits des essais, & qu'on regarde également comme portés au plus haut point de pureté.

M. l'abbé Fontana, dont on connoît la sagacité dans les matières de Physique, & la précision scrupuleuse dans les recherches auxquelles il se livre, a tourné ses vues du côté de l'objet très-délicat dont il s'agit ici : ayant aperçu une particule d'argent au fond d'un matras où il avoit fait dissoudre un cornet d'or dans l'eau régale; mais sentant bien qu'il lui eût été presque impossible de réduire sous la forme métallique cette particule de chaux d'argent, il se détermina à dissoudre dans l'eau régale une assez grande quantité de cornets d'or pour qu'il eût au fond du matras une petite portion d'argent à laquelle il lui fût possible de rendre sa consistance naturelle & sa ductilité. Il parvint, avec les précautions que cette opération exigeoit, à retirer de plusieurs précipités réunis, un globule d'argent, qui lui donna lieu d'estimer à $\frac{1}{64}$ de karat la particule d'argent que chacun des cornets avoit retenue, c'est-à-dire à la 1536.e partie de la totalité de l'or qu'il avoit fait dissoudre; mais comme il arrive souvent que les eaux-fortes qu'on emploie dans l'opération des essais d'or, n'ont pas assez d'activité pour dépouiller, autant qu'il est possible, ce dernier métal de la double quantité d'argent qui s'y trouve réunie, & que quelques-uns des cornets qui ont fait la matière de l'expérience de M. l'abbé Fontana, pouvoient n'avoir pas été départis aussi exactement qu'ils le sont pour l'ordinaire avec d'excellentes eaux-fortes, je crois

que la particule d'argent que contient encore l'or provenu du départ, & réputé pur, pourroit être eſtimée au-deſſous de $\frac{1}{64}$ de karat : on verra d'ailleurs, dans le courant de ce Mémoire, qu'il ſe fait à cet égard une ſorte de compenſation, & que, dans l'opération de l'eſſai, ſi le cornet d'or conſerve encore une portion légère de métal qui lui eſt étrangère, il a perdu d'un autre côté, en paſſant à la coupelle, autant ou à peu-près qu'il a pu acquérir dans ſon mélange intime avec l'argent.

Au ſurplus, à quelque petite quantité qu'on réduiſe l'argent contenu dans l'or fin, lorſque celui-ci a été épuré par la voie du départ, il paroît certain qu'il eſt plus difficile de parvenir, par ce dernier moyen, à toute la perfection de l'affinage de l'or que par celui de la cémentation ; j'en ai eu la preuve dans une expérience que M. l'Abbé Fontana m'a mis à portée de faire, & dont il a été témoin. Il me remit, en arrivant de Toſcane, un morceau d'or qu'il y avoit affiné par la voie de cémentation, & qui avoit ſubi dix fois cette opération ; il me l'annonça comme porté à 24 karats complets, & ſur-tout comme abſolument dépouillé d'argent ; j'en fis diſſoudre une certaine quantité dans l'eau régale ; & après avoir donné à la liqueur tout le temps néceſſaire pour qu'elle laiſſât un dépôt, s'il devoit avoir lieu, j'examinai avec la plus grande attention le fond du matras que j'avois toute la facilité poſſible de bien conſidérer, à la faveur de la tranſparence parfaite de la liqueur. Je n'y aperçus pas le plus léger dépôt, & je n'y remarquai ſur-tout aucun atome d'argent. Je fis diſſoudre également dans l'eau régale une quantité pareille d'or fin ſorti des affinages de Paris, ſur le pied de 24 karats, & auquel on avoit donné des attentions particulières en l'épurant par la voie du départ.

J'obſervai un léger atome d'argent au fond du matras qui contenoit cette ſeconde diſſolution ; il n'étoit pas bien ſenſible lorſque la liqueur ſortit de deſſus le feu, mais il le devint, après qu'elle ſe fut repoſée long-temps, & je ne doutai point que cette particule d'argent n'eût échappé à l'action répétée, & long-temps ſoutenue de l'eau forte dans

l'opération du départ. Il eſt vrai que cette particule de chaux d'argent réduite à la conſiſtance métallique ſe ſeroit dérobée aux yeux, & n'auroit produit aucun effet bien ſenſible ſur la balance d'eſſai; mais elle exiſtoit réellement; & ſi elle ne méritoit pas qu'on s'en occupât relativement au Commerce, elle fourniſſoit au moins, à l'égard des moyens d'épurer l'or, une preuve rigoureuſe que la voie la plus parfaite n'eſt pas celle du départ.

Cependant, comme elle entraîne moins de déchets après elle que les autres moyens dont on peut ſe ſervir, qu'elle eſt moins ſujette aux accidens attachés à ces ſortes de travaux, qu'il ſort de l'or & de l'argent affinés d'une ſeule & même opération, qu'une partie des eaux fortes qui ont ſervi au départ ſont rétablies dans leur premier état, & qu'enfin l'imperfection qu'une exactitude ſcrupuleuſe fait découvrir dans cette méthode d'épurer l'or, n'eſt pas digne que le Commerce s'y rende attentif, on ne balancera pas à la préférer aux autres; & on aura l'avantage de la voir preſque toujours réuſſir, tandis que des autres côtés il eſt rare que, par une première opération, on parvienne à porter l'or au degré de pureté qu'il acquiert tout d'un coup par la voie du départ.

Je reprends le fil des détails préliminaires qu'exige l'expoſé fidèle de mes expériences, en priant l'Académie de ſuppoſer que ſi l'or fin qui m'y a ſervi n'étoit pas phyſiquement pur, au moins la particule d'argent qu'il pouvoit encore contenir n'étoit pas capable d'influer ſenſiblement, & à la déciſion ſûre de ma balance, ſur les réſultats que j'avois à établir.

Je conſervois depuis pluſieurs années un lingot d'argent fin qui avoit été la baſe de mon travail pour les différens Mémoires que j'ai donnés ſur la partie des eſſais, & de la pureté duquel une multitude d'expériences m'avoient répondu. Je n'héſitai donc pas à faire uſage de ces deux métaux purifiés à ce degré pour les recherches dont je m'occupois: je me rendis certain, d'un autre côté, par l'eſſai du cuivre deſtiné à leur ſervir d'alliage qu'il ne contenoit ni or, ni argent, ou qu'au moins, s'il s'en trouvoit quelque partie dans 24 ou 30 grains

de ce métal, elle seroit insensible dans un grain ou deux dont je serois usage, & qu'une portion de cuivre si légère ne me laisseroit jamais pour résultat de mes opérations, que la quantité précise des deux métaux essentiels que j'aurois employée.

N'ayant aucune inquiétude par conséquent à l'égard de la pureté des trois métaux sur lesquels mes observations devoient être fondées, je commençai par faire un mélange du poids de deux gros, où il entroit 120 grains d'or, 12 grains d'argent, & 12 grains de cuivre. Ces trois matières qui avoient été pesées chacune avec exactitude furent fondues, comme je l'ai dit plus haut, au feu de lampe des Émailleurs, dans une petite cavité formée sur un charbon plat, bien uni & exempt des gersures ou fentes qu'il est ordinaire d'y trouver; la fusion est prompte dans cette opération, sur-tout si on l'accélère par un peu de borax; la matière y circule avec assez de rapidité, & le mélange y a lieu d'une manière complète.

Il résulta de celui que j'avois fait un bouton qui me parut n'avoir rien perdu sensiblement de son poids primitif; & d'ailleurs s'il y avoit eu un déchet plus marqué, je ne l'aurois attribué, avec raison, qu'au cuivre qui étoit entré dans le mélange, puisque l'or & l'argent, quand ils sont purs, ne perdent rien de leur matière propre, par ce moyen prompt de les fondre, & que le seul inconvénient réel qui en pourroit naître, seroit l'introduction de quelques grenailles d'or & d'argent dans les gersures du charbon. Au surplus, on verra dans la suite de ce Mémoire, que je me suis mis à l'abri de toute inquiétude à cet égard, en évitant cette fusion préliminaire des trois métaux réunis, & en les soumettant ensemble, dès qu'ils sortoient de la balance, aux épreuves qu'ils devoient subir.

Le bouton composé d'or, d'argent & de cuivre, dans les proportions qui viennent d'être données, ayant été aplati sous le marteau & laminé, devint la matière de plusieurs essais, suivant les deux méthodes que j'ai expliquées. Je ne parlerai d'abord, & en peu de mots, que de quelques-

uns de ceux que je fis, en employant la première de ces méthodes qui consiste, comme on peut se le rappeler, dans la double opération, d'essayer en premier lieu une portion de la matière, sans y mêler d'argent fin, & de prendre ensuite une portion égale de la même matière à laquelle on joint la quantité d'argent qu'elle exige pour être départie.

La balance dont j'ai fait usage pour les expériences dont je vais rendre compte, est très-sensible & sage en même temps, deux avantages qu'il est difficile de réunir; elle annonce nettement la 256.e partie d'un grain, poids de marc, lors même qu'elle est chargée d'un demi-gros de part & d'autre; & cela me suffisoit pour les différences que j'avois à établir.

Ayant placé dans un des bassins de cette balance, un des poids de la semelle destinée aux essais d'or, lequel me représentoit 24 karats, je mis dans l'autre bassin ce qu'il fallut de la matière dont on a vu le mélange, pour que la balance se tînt dans un parfait équilibre, & ne trébuchât alternativement que par l'addition du poids le plus léger de la semelle; c'est-à-dire, du quart de 32.e de karat. Cette matière, où j'eus la précaution de ne pas employer des parties trop petites, comme je l'évitai dans toutes les expériences suivantes, ayant été enveloppée dans du papier, fut passée à la coupelle dans 2 gros de plomb. Le bouton d'essai qui en résulta, ne pesoit plus que 22 karats $\frac{5}{32}$, & avoit perdu par conséquent un karat $\frac{27}{32}$ sur le poids primitif. I.re Expérience.

La même matière essayée une seconde fois, & avec une égale dose de plomb, donna le titre de 22 karats $\frac{4}{32}$. II.e Expérience.

Elle vint, par une troisième expérience, & avec un gros de plomb seulement, à 22 karats $\frac{13}{32}$. III.e Expérience.

Parmi plusieurs autres essais que je fis d'une matière alliée sur le pied que j'ai annoncé, je ne cite que ceux-ci, parce qu'ils suffisent pour les éclaircissemens dans lesquels j'entrerai, & conduisent aussi-bien en petit nombre au fait constant sur lequel j'aurai lieu d'insister, qu'en nombre plus considérable dont je pourrois faire mention.

Dans la vue de me rapprocher un peu des variétés que les matières du Commerce peuvent offrir, je ſormai un nouveau mélange des trois métaux, lequel étoit borné à un gros, mais où l'argent entroit pour 9 grains, le cuivre pour 3 ſeulement, & l'or pour 60 grains.

IV.e Expérience. 24 karats de ce nouveau compoſé, paſſés à la coupelle avec un gros & demi de plomb, deſcendirent à 23 karats $\frac{8}{32}$, en perdant $\frac{24}{32}$ ſur le poids primitif.

V.e Expérience. Et dans une autre expérience, 24 karats de ce même compoſé, pour leſquels j'avois employé deux gros de plomb, ne ſe trouvèrent plus qu'à 23 karats $\frac{15}{64}$; c'eſt-à-dire, à $\frac{1}{64}$ de moins que l'eſſai précédent.

On a vu que dans les deux premiers gros de matière mélangée que j'ai mis en expérience, il entroit 120 grains d'or, 12 d'argent, & autant en cuivre; la portion que j'en ai tirée pour chaque eſſai, contenoit donc $\frac{20}{24}$ en or, $\frac{2}{24}$ en argent, & $\frac{2}{24}$ également en cuivre; mais les boutons d'eſſai qui ſont réſultés des trois opérations, quoique inférieurs en poids à la matière priſe d'abord pour eſſai, ſe trouvant chacun plus peſans que la portion d'or & d'argent qu'ils doivent contenir, on ne ſauroit douter que l'augmentation de poids ne ſoit étrangère à ces deux métaux, & on l'attribuera avec vraiſemblance à quelques parties de cuivre dont ces boutons n'auront pas été dépouillés.

Comme l'effet a été le même ſur les produits du ſecond mélange, & que les boutons d'eſſais ſe ſont trouvés plus forts également que l'or & l'argent réunis qui étoient entrés dans la portion de matière priſe pour expérience, on aura lieu de ſaire le même raiſonnement, & de ne rejeter que ſur le cuivre, l'augmentation de poids qui s'eſt conſtamment ſoutenue dans ces opérations.

Ce n'eſt point encore ici le moment de jeter du jour ſur ce point particulier; il demande d'autres expériences pour être éclairci; il ne faudra même que les rapporter pour que tout ſe développe & ſe réduiſe à des faits certains; il ſuffit, pour l'enchaînement de mes obſervations, que ce point eſſentiel

eſſentiel ait été d'abord reconnu; on remarquera bientôt qu'il rentre dans une vérité que toutes mes recherches tendent principalement à établir.

On a vu, dans les trois premières des cinq expériences dont il vient d'être queſtion, que chacun des boutons d'eſſais qui leur étoient relatifs, peſoit un peu plus de 22 karats, quoique l'or & l'argent qui y étoient entrés n'euſſent pas été portés enſemble au-delà de ce point précis: on a remarqué encore que chacun des boutons dépendans des deux autres expériences, peſoit auſſi un peu plus de 23 karats, quoique l'or & l'argent qu'ils devoient contenir euſſent été limités exactement à ce dernier poids; il falloit donc examiner ſur lequel de ces deux métaux pouvoit tomber l'augmentation de poids qui s'annonçoit dans tous ces boutons d'eſſais. 24 karats de matière pris ſur l'un & l'autre mélange, paſſés ſéparément à la coupelle avec le double de cette quantité en argent fin, dans une doſe de plomb convenable, & traités enſuite par la voie du départ, me donnèrent bientôt des produits en or pur, qui étoient chacun de 20 karats juſtes, & tels que je les attendois. Dès-lors ce qui reſtoit au-delà de ce dernier poids ne pouvoit appartenir, ſuivant la méthode des Eſſayeurs, qu'à l'argent ſeul; mais comme il n'y avoit que 2 karats juſtes de celui-ci dans la matière de l'eſſai tirée du premier mélange, & 3 karats dans celle que le ſecond mélange avoit fournie, il devenoit bien poſitif que d'après cette méthode, l'augmentation de poids auroit été fauſſement attribuée à la portion d'argent, & on commence à ſentir que cette erreur auroit été inévitable, même pour moi qui la relève ici, ſi je n'euſſe pas été certain de la quantité fixe d'argent que la matière des deux ſortes d'eſſais contenoit.

On obſervera peut-être ici que ce ſurcroît de peſanteur auquel j'ai deſiré qu'on ſe rendît attentif, devant être attribué avec aſſez de vraiſemblance à la préſence de quelque portion de cuivre dans les cinq boutons d'eſſais dont il vient d'être queſtion, il ne s'agiſſoit que de leur faire ſubir un ſecond affinage à la coupelle, en y employant la quantité de plomb

qu'il pourroit demander; mais on verra, dans la ſuite de ce Mémoire, que ce moyen n'iroit qu'en partie au but qu'on ſe propoſeroit, pendant que d'un autre côté, il feroit perdre aux boutons d'eſſais quelque choſe des deux métaux eſſentiels, & laiſſeroit toujours de l'incertitude ſur la quantité préciſe d'or & d'argent que ces boutons contiendroient. J'ai tenté ſouvent des épreuves de ce genre: tantôt je ſuis parvenu à faire diſparoître totalement l'augmentation de poids que j'avois reconnue, mais en perdant quelques parties ſur le poids réel de l'or & de l'argent; tantôt le ſurcroît de peſanteur n'étoit que diminué par un ſecond affinage, & il renaiſſoit toujours juſqu'à un certain point, lorſque je rapprochois des boutons d'eſſais le globule compoſé d'or & d'argent, que me reſtituoit la litharge dans laquelle ces boutons avoient paſſé.

Je me borne à ces détails ſur la première des deux méthodes que j'ai à expoſer : j'aurai lieu d'y revenir d'une manière ſuccincte, en terminant ce Mémoire, & je paſſe à la ſeconde, qui étant plus ſimple en elle-même & plus ſuſceptible de préciſion, m'a porté à faire une multitude d'expériences dont je vais préſenter à l'Académie les principaux réſultats.

Je trouvois une lumière ſi conſtante & ſi ſûre, pour porter mon travail à une certaine évidence dans la règle que je m'étois preſcrite de n'employer que des matières dont le mélange me fût exactement connu, qu'afin d'éviter tout ſcrupule ſur la fonte de ces matières comme mêlées inégalement ou ayant pu perdre quelques parties des trois métaux qui y étoient entrés, je me déterminai à ne plus les fondre au feu de lampe des Émailleurs en quantité de quelques gros, pour en tirer enſuite la matière de mes eſſais : je trouvai plus certain de m'aſſujettir, pour chacun d'eux, à peſer ſéparément la portion des trois métaux que j'aurois déterminée, & à les faire paſſer réunies, de la balance à la coupelle, où leur ſéparation commenceroit à avoir lieu ſans que je puſſe craindre qu'elles n'y auroient pas été miſes dans leur totalité.

VI.e Expérience. A 20 karats d'or, 3 karats d'argent & 1 karat de cuivre,

quantité ordinaire de la matière des essais, je joignis 48 karats du même argent pur, qui devoient servir au départ *(a)*: après avoir fait passer à la coupelle ces 72 karats de matières, avec un gros & demi de plomb, j'obtins un bouton d'essai qui ne pesoit que 70 karats $\frac{45}{64}$. Si d'après l'usage des Essayeurs, & en supposant le cuivre totalement enlevé, on défalque actuellement de ce produit les 48 karats d'argent que j'ai ajoutés à la matière de l'essai, il ne restera plus, pour représenter l'or & l'argent qui étoient entrés dans cette matière, que 22 karats $\frac{45}{64}$: mais on a vu qu'il y avoit été mis d'abord 20 karats du premier de ces métaux, & 3 karats du second; il résulte donc ici une perte de $\frac{19}{64}$, dont la plus grande partie, comme on le reconnoîtra dans la suite, retombe sur l'argent que la matière de l'essai contenoit.

Dans une autre expérience, où les quantités d'or, d'argent & de cuivre étoient les mêmes que dans l'essai précédent, j'obtins un bouton un peu plus fort; il pesoit 70 karats $\frac{51}{64}$: mais j'éprouvai encore une perte de $\frac{13}{64}$. Ce déchet des deux métaux essentiels peut beaucoup varier, par plusieurs raisons dont le détail seroit ici superflu : avec des précautions & dans certaines circonstances, on peut parvenir à le rendre assez foible, comme il est possible aussi de le rendre très-considérable, par des moyens qui, au premier coup-d'œil, VII.e Expérience.

(a) Le nombre des karats, lorsqu'il s'agit de l'opération des essais, est toujours limité à celui de 24, qui annonce le titre le plus haut auquel on puisse porter l'or, & en détermine la pureté ; mais les Essayeurs sont dans l'usage d'employer ce terme de *karat* sans en borner le nombre à 24, pour désigner la quantité de parties d'argent qu'ils ajoutent à la matière des essais d'or, afin de la soumettre au départ : ainsi, cette matière des essais étant toujours représentée par le poids fixe de 24 karats, si elle exige qu'on lui associe le double de sa pesanteur en argent fin, alors, on dit qu'on lui a joint 48 karats de cet argent, ou 44 karats seulement, si contenant elle-même une certaine quantité de ce dernier métal, elle en a moins exigé pour être départie. Je me suis conformé ici à leur langage; mais j'avertis, que le karat du poids de semelle, fictif à quelques égards, est réel à d'autres ; qu'il pèse un grain juste, poids de marc, & que par une loi précise, il doit être réglé sur un étalon que la Cour des Monnoies a en dépôt.

paroiſſent ſans conſéquence ; mais ce déchet, plus ou moins fort, aura toujours lieu tant qu'on ne ſortira point, dans la méthode que j'expoſe, du cercle des opérations auxquelles on s'eſt borné.

Je dois avertir cependant, que cette propoſition générale ſouffre une exception, & qu'au lieu d'obſerver, d'après cette méthode, une perte conſtante ſur le bouton d'eſſai, on peut y remarquer quelquefois une légère augmentation ; il eſt poſſible même qu'elle s'y trouve aſſez forte, s'il étoit entré beaucoup de cuivre dans la matière de l'eſſai, & ſi la doſe de plomb n'y avoit pas été proportionnée : mais ce ſurcroît de peſanteur n'a pour cauſe qu'un vice dans l'opération ordinaire, lequel, n'étant pas toujours bien marqué, peut échapper à l'attention d'un Eſſayeur. Je ne citerai qu'un exemple d'eſſais en ce genre où cette exception a lieu.

VIII.e Expérience. Après avoir formé un mélange de 20 karats d'or, de 2 karats d'argent & de 2 karats de cuivre, j'y ajoutai, pour le préparer au départ, 48 karats d'argent, & je fis paſſer le total à la coupelle dans un gros & demi de plomb ; le bouton d'eſſai qui en réſulta, peſoit 70 karats $\frac{5}{32}$. Prévenu que par la ſouſtraction du cuivre, je n'aurois dû trouver dans ce bouton que 70 karats juſtes, & même quelques trente-deuxièmes de moins ſur ce dernier poids, j'examinai à la loupe la ſurface convexe de ce bouton ; j'y remarquai quelques taches noirâtres : je ne doutai point que l'affinage n'eût été encore moins complet dans cette circonſtance, qu'il ne l'eſt communément dans les autres. Je fis le départ du bouton, j'en tirai les 20 karats d'or qu'il contenoit, & qui, joints aux 48 karats d'argent qu'il falloit défalquer, me laiſsèrent 2 karats $\frac{5}{32}$ pour le poids de la portion d'argent qui étoit entrée dans la matière de l'eſſai : on a vu cependant que cette portion d'argent n'étoit que de 2 karats juſtes, & on reconnoît que les $\frac{5}{32}$ d'excédant de poids obſervés ſur le bouton, ſont abſolument étrangers aux deux métaux eſſentiels qui devoient le compoſer ; mais on ne le reconnoît clairement, & on n'eſt averti de l'examen ſcrupuleux, que demande le bouton

au ſortir de la coupelle, que par une connoiſſance antérieure de la matière de l'eſſai, & par la néceſſité où l'on ſe trouve de rechercher la cauſe d'un fait auquel on ne s'attendoit pas.

Lorſque j'ai avancé comme un principe conſtant, dans les Mémoires que j'ai donnés ſur la partie des eſſais, qu'il n'y avoit de moyen certain, pour déterminer rigoureuſement le titre vrai, la valeur intrinsèque des matières d'or & d'argent, que celui de porter au dernier degré d'affinage les boutons d'eſſais, ſans craindre d'en laiſſer introduire par-là une portion plus ou moins conſidérable dans la coupelle pendant que la litharge s'y imbibe, de retirer enſuite de cette même litharge revivifiée la partie d'or ou d'argent dont elle s'étoit enrichie, & de la réunir enfin au bouton principal, pour établir le vrai titre de la matière qu'on a ſoumiſe à l'eſſai; lors, dis-je, que j'ai établi ce principe, on a remarqué en général, que plus on emploie de plomb pour cette opération, plus on a lieu de croire qu'elle eſt complète, & plus auſſi, d'un autre côté, il y a de la perte momentanée ſur le bouton d'eſſai. Mais outre qu'il eſt prouvé par l'expérience qu'en prodiguant le plomb, on n'obtient guère plus d'effet qu'en doublant les doſes preſcrites par le règlement, je ſuis certain qu'en ſe bornant aux doſes ordinaires de plomb, mais en les mettant dans la coupelle à pluſieurs repriſes, on parvient à un affinage des matières auſſi parfait, en perdant beaucoup j'en conviens, ſur le bouton d'eſſai, par une ſuite néceſſaire de cette opération forcée, que ſi on eût employé le double de ces mêmes doſes preſcrites, en le mettant tout-à-la-fois dans la coupelle, ſuivant l'uſage de tous les Eſſayeurs.

C'eſt en effet dans le moment où le bouton commence à ſe fixer ſur le baſſin de la coupelle, qu'il eſt diſpoſé à retenir quelque portion d'alliage; & c'eſt alors que deux ou trois petites quantités de plomb, miſes de nouveau & l'une après l'autre dans la coupelle, remettent le bouton d'eſſai en fuſion, s'il n'y étoit plus, rétabliſſent à pluſieurs repriſes la circulation de la matière, & laiſſent enfin un bouton dont l'éclat & la forme bien convexe annoncent la pureté.

Ce principe dont on va voir la certitude, m'a réglé dans toutes les expériences dont j'ai encore à rendre compte, & notamment dans celle dont il va être question : j'en donnerai tous les détails, par la raison que si elle étoit très-délicate en elle-même, & a exigé de ma part des opérations pénibles & sujettes à beaucoup d'accidens, elle m'a conduit, par le succès qu'elle a eu, au résultat concluant que j'en espérois.

Je crois cependant devoir la faire précéder par un dernier résultat de la septième expérience que j'ai rapportée plus haut. On se rappelle que j'y ai fait observer une perte de $\frac{13}{64}$ sur le bouton d'essai qui en étoit provenu : après avoir revivifié la litharge dans laquelle ce bouton avoit passé, après l'avoir fait passer elle-même en nature de plomb à la coupelle, j'en obtins un globule d'argent qui pesoit $\frac{22}{64}$, & alloit au-delà, comme on voit, du déchet que j'avois d'abord reconnu; ce globule & le bouton principal, du poids de 70 karats $\frac{51}{64}$, formoient donc un total de 71 karats $\frac{9}{64}$, & donnoient cette fraction en excédant de poids, puisque l'or & l'argent employés dans cette expérience ne pesoient rigoureusement que 71 karats. Ce surcroît de pesanteur pouvoit bien être attribué avec fondement à quelque portion de cuivre que le bouton principal auroit encore retenue ; mais j'avois de la peine à concevoir qu'il fût dû totalement à cette cause, & je ne me trompois pas dans le doute qui m'occupoit : ce fut alors que je mis une sorte d'opiniâtreté dans mon travail, & que je poussai très-loin l'expérience qui suit.

IX.e Expérience. Il y entra, comme dans la septième, 20 karats d'or, 3 karats d'argent & 1 karat de cuivre, pour la matière de l'essai ; j'y ajoutai 48 karats d'argent que devoit exiger l'opération du départ : j'employai d'abord, pour l'affinage de ces trois métaux réunis, 2 gros $\frac{1}{2}$ de plomb, mais en les mettant à trois reprises dans la coupelle, & après que l'une des trois parties de ce métal s'y étoit imbibée; le bouton que j'obtins de cette première épreuve pesoit 70 karats $\frac{23}{64}$. Je fis la réduction de la coupelle qui me l'avoit fourni, & je retirai du plomb qui en provint, un

globule d'argent du poids de $\frac{49}{64}$; j'eus par conſéquent $\frac{8}{64}$ en excédant de poids ſur la totalité des deux métaux eſſentiels que j'avois employés.

Je ne fis uſage, pour la ſeconde épreuve, que de 2 gros de plomb mis également à trois repriſes dans la coupelle; le bouton principal qui y paſſa ſeul éprouva de nouveau une perte, & deſcendit à 69 karats $\frac{47}{64}$; la litharge revivifiée de cette coupelle reſtitua $\frac{37}{64}$ d'argent, leſquels réunis dans la balance au bouton d'eſſai & au premier globule, donnèrent un total de 71 karats $\frac{5}{64}$, & conſéquemment encore un excédant de poids que cette fraction annonçoit.

J'employai, pour la troiſième épreuve, 2 gros $\frac{1}{2}$ de plomb, & à trois repriſes; le bouton principal en ſortit encore plus foible, comme on ſent bien, & ne peſoit plus que 69 karats $\frac{1}{64}$: je tirai de la coupelle qui avoit ſervi à cette épreuve $\frac{41}{64}$ d'argent, & par le poids de ce bouton, joint aux trois globules, qui étoit de 71 karats, je reconnus la quantité juſte d'or & d'argent qui étoit entrée dans la matière de l'eſſai: mais, ſi j'avois obtenu cette quantité préciſe, je ne l'avois pas, comme on le verra bientôt, dans toute la pureté qui s'y étoit trouvée primitivement.

Deux gros de plomb ſeulement, & mis toujours à trois repriſes dans la coupelle, ſervirent pour la quatrième épreuve: le bouton principal y fut réduit au poids de 68 karats $\frac{20}{64}$; la litharge dans laquelle il avoit paſſé reſtitua $\frac{43}{64}$ d'argent, & par la réunion de ce bouton d'eſſai avec les quatre globules qui lui appartenoient, il réſulta un poids de 70 karats $\frac{62}{64}$, & l'apparence en même temps d'un déchet réel ſur les deux métaux eſſentiels.

Je me bornai encore à 2 gros de plomb, & je me contentai de les mettre, à deux repriſes, dans la coupelle, pour la cinquième épreuve: le bouton principal y perdit un peu moins de ſon poids que dans les précédentes, comme il étoit naturel que cela arrivât, & ne deſcendit qu'à 67 karats $\frac{52}{64}$; je retirai de la coupelle où il avoit ſubi cette épreuve, un nouveau globule d'argent du poids de $\frac{31}{64}$,

& je vis, par la réunion de celui-ci & des quatre autres avec le bouton principal, que leur pesanteur totale étoit de 70 karats $\frac{61}{64}$.

J'employai jusqu'à 3 gros de plomb, & je les mis dans la coupelle, jusqu'à cinq reprises, pour la sixième épreuve; aussi le bouton principal y éprouva-t-il une perte assez forte; il ne pesoit plus, au sortir de la coupelle, que 66 karats $\frac{51}{64}$, & avoit souffert un déchet de plus d'un karat; la litharge revivifiée qui résulta de ces 3 gros de plomb, ne me rendit cependant que $\frac{62}{64}$; & le poids, tant de six globules d'argent que du bouton principal, n'alla qu'à 70 karats $\frac{58}{64}$.

La septième épreuve ne roula, à l'égard de la quantité de plomb, que sur 2 gros mis dans la coupelle à trois reprises; elle ne fit descendre le bouton d'essai qu'à 66 karats $\frac{16}{64}$, c'est-à-dire à $\frac{35}{64}$ de moins qu'il ne pesoit au sortir de l'épreuve précédente, tandis que la litharge revivifiée, qui dépendoit de celle-ci, me restitua $\frac{45}{64}$, c'est-à-dire $\frac{10}{64}$ de plus que le bouton d'essai n'avoit perdu. Cet excédant de poids me surprit; il sortoit de l'ordre des faits que j'avois constamment reconnus; il ne pouvoit pas être rejeté sur quelque parcelle de cuivre, que le bouton auroit pu retenir, après tant & de si violentes épreuves, & il ne me permettoit encore que d'entrevoir la cause à laquelle il falloit l'attribuer : ainsi, en adoptant le résultat de cette septième épreuve, je trouvai que le poids tant du bouton principal que des sept globules d'argent, qui en faisoient partie, alloit à 71 karats $\frac{4}{64}$, un peu au-delà par conséquent du poids de l'or & de l'argent que j'avois employés.

Les choses commencèrent à se remettre dans l'ordre à la huitième épreuve: j'y employai également 2 gros de plomb & à trois reprises; le bouton d'essai ne pesoit plus au sortir de la coupelle que 65 karats $\frac{43}{64}$; la litharge dans laquelle il avoit passé, restitua $\frac{33}{64}$; & de la réunion des huit globules avec le bouton principal, resulta le poids juste de 71 karats.

Je vis subsister ce même poids de 71 karats à une différence près très-légère, dans une neuvième épreuve que je fis

fis ſubir à ce bouton d'eſſai, & pour laquelle en me bornant à 2 gros de plomb, je les mis dans la coupelle en une ſeule fois; le nouveau bouton que j'en retirai ne ſe trouva réduit qu'à 65 karats $\frac{19}{64}$, par la raiſon dont j'ai averti, qu'il n'éprouva pas l'action du plomb à pluſieurs repriſes; la coupelle qui avoit ſervi dans cette épreuve, reſtitua de ſon côté $\frac{23}{64}$, & j'obtins à très-peu de choſe près, comme je l'ai dit, le poids de 71 karats, des neuf globules réunis avec le bouton principal.

Quoiqu'on pût regarder ce bouton d'eſſai comme à l'abri de tout déchet, après les opérations violentes & long-temps ſoutenues que je viens de rapporter, je crus cependant devoir le ſoumettre à une dixième épreuve, & la lui faire ſubir dans des vues, de ma part, dont je ne m'étois pas d'abord occupé, & qui tendoient à la rendre plus déciſive; mais n'y ayant été déterminé que par les lumières que j'acquis poſtérieurement aux autres épreuves dont l'Académie vient d'entendre le détail, il me paroît plus naturel, avant que de parler de cette dixième épreuve, de préſenter d'abord les faits qui, en m'inſtruiſant mieux que je ne l'étois, m'ont obligé de revenir ſur une ſuite d'opérations que j'avois conſidérées trop tôt comme abſolument terminées.

Il eſt aſſez ordinaire que des faits qu'on eſt parvenu à bien connoître, mettent ſur la voie pour en conſtater d'autres du même ordre, & ſi ce n'eſt pas dans le deſſein d'établir une conformité entr'eux, c'eſt au moins pour montrer les différences qui les caractériſent, en avertiſſant à propos du ſuccès des moyens que ces faits antérieurs ont donné lieu d'employer, & qui peuvent convenir à la recherche des autres faits dont on eſt occupé.

Il eſt certain que lorſqu'on fait paſſer à la coupelle, dans du plomb, une quantité déterminée d'argent parfaitement épuré, le bouton qui en réſulte eſt toujours moins peſant que la portion de matière qui avoit été priſe pour l'eſſai, & que ce déchet, conſtant en lui-même, devient plus ou moins conſidérable ſuivant la doſe de plomb qu'on a employée

en une ſeule fois, ou, comme je l'ai dit plus haut, ſuivant le nombre de repriſes auquel on s'eſt aſſujetti pour diſtribuer une quantité médiocre de ce métal dans le cours de l'opération.

Il n'eſt pas douteux d'un autre côté, que ſi on retire de la litharge revivifiée, dans laquelle a paſſé ce bouton, la parcelle d'argent dont elle s'étoit chargée, on obſervera que de la réunion de ce globule plus ou moins conſidérable avec le bouton principal, il réſulte un poids un peu plus fort que ne l'étoit celui de la matière miſe d'abord en expérience. Je ne rappellerai point ici les détails que j'ai donnés à ce ſujet, dans un Mémoire qui fait partie de ceux de l'Académie pour l'*année 1763*; on y peut voir & la cauſe à laquelle j'attribue cette augmentation de poids étrangère à l'argent, & le moyen aſſuré de la faire diſparoître ſans porter aucune atteinte au poids réel de ce métal.

Page 42 & ſuivantes.

Un fait abſolument contraire à la première vérité que je viens d'établir en parlant de l'argent fin, a lieu d'une manière auſſi conſtante lorſqu'il s'agit de l'or porté également au dernier point de pureté: ſi en effet on fait paſſer à la coupelle, & dans telle quantité de plomb qu'on voudra, une portion bien déterminée de ce précieux métal, & qu'enſuite on pèſe le bouton qui en proviendra, on le trouvera toujours d'un poids ſupérieur à celui de la matière de l'eſſai; & ce ſurcroît de peſanteur paroîtra d'autant plus ſurprenant, que le bouton aura un très-grand éclat, & ſemblera peut-être plus pur aux yeux que la matière, toute belle qu'elle eſt, d'où ce bouton ſera réſulté.

J'avois reconnu depuis long-temps cet effet particulier dans un eſſai d'or fin ſeul; mais je ne l'avois pas ſuivi: ce métal, dans un état ſi parfait, n'avoit rien à acquérir qui pût en relever le prix, & il ne me paroiſſoit qu'être expoſé, par l'action de la litharge, à perdre quelque choſe de ſa matière propre; je ne voyois pas encore les lumières que j'en pourrois tirer pour toutes les expériences dont je rends compte aujourd'hui, où l'or eſt employé d'abord dans toute ſa pureté & où il joue le rôle principal. Je me déterminai donc à

conſtater en premier lieu l'augmentation de poids qui ſe trouvoit ſur l'or fin, lorſqu'il avoit paſſé ſeul à la coupelle dans une quantité plus ou moins conſidérable de plomb; & je variai aſſez ces nouvelles épreuves, pour qu'il ne me reſtât aucun doute ſur la réalité & l'étendue ordinaire de cette augmentation de poids.

Je me bornai, pour la première de ces épreuves, à 24 karats d'or fin, que je fis paſſer à la coupelle dans un gros de plomb; le bouton qui en provient peſoit 25 karats $\frac{7}{32}$: une augmentation de poids auſſi conſidérable m'étonna; mais en examinant ce bouton, je vis qu'il avoit, à la vérité, une belle couleur d'or, mais non ce poli brillant qui, formé de lui-même, ſemble annoncer la pureté parfaite du métal. Je procurai bientôt à ce bouton l'éclat dont il manquoit, en le faiſant paſſer de nouveau dans un autre gros de plomb; il perdit 1 karat $\frac{3}{32}$, ou à peu-près, par cette ſeconde opération, & ſe trouva réduit à 24 karats $\frac{4}{32}$: voilà toujours un excédant de poids, & ce bouton d'eſſai cependant ne contient rien en apparence qui lui ſoit étranger.

X.e Expérience.

XI.e Expérience.

Je réitérai cette expérience ſur une égale quantité d'or fin, & en employant auſſi un gros de plomb; le bouton que j'obtins avoit tout l'éclat du dernier, & comme lui $\frac{4}{32}$ au-delà des 24 karats que j'avois employés.

XII.e Expérience.

Deſirant de connoître ſi, en même temps que ce ſurcroît de peſanteur ſe maintiendroit conſtamment dans l'or fin, après avoir paſſé à la coupelle, il s'y conſerveroit plus ou moins fort, à meſure que je varierois les quantités de ce métal auxquelles je ferois ſubir cette épreuve, je mis d'abord en expérience un gros ou 72 karats effectifs d'or fin, avec quatre gros de plomb; je dis 72 karats effectifs, parce qu'il eſt très-ordinaire aux Eſſayeurs de doubler & même de quadrupler quelquefois la valeur fictive des poids de ſemelle dont ils ſe ſervent, de manière que ſi on ne leur fournit que 12 grains d'or pour un eſſai, leſquels répondent au ſecond poids de leur ſemelle, numéroté 12 karats, ils le font valoir idéalement 24 karats, ſauf de leur part, à doubler la valeur

des diminutions de ce poids qu'ils seront dans le cas d'employer pour constater à la balance le titre des douze grains d'or qu'ils auront essayés. J'ai suivi cet usage dans les expériences que j'ai déjà rapportées; il n'entraîne en effet aucun inconvénient, quand on a des balances aussi sensibles qu'exactes, & il m'a épargné d'ailleurs beaucoup de travail sur le grand nombre de coupelles, dont j'ai fait la réduction pour en extraire l'or & l'argent qu'elles tenoient recelés: mais dans cette occasion-ci, j'ai employé un gros réel; & comme chaque karat de la semelle établie par la loi répond juste à un grain, poids de marc, j'ai cru qu'il conviendroit, pour ne pas m'écarter du langage des Essayeurs, de représenter ce gros par 72 karats.

XIII.e Expérience. Je le fis donc passer à la coupelle, comme je l'ai dit, dans 4 gros de plomb; le bouton qui en provint pesoit 72 karats $\frac{33}{64}$; l'excédant de poids sur ce bouton étoit par conséquent de plus d'un demi-karat: on verra dans la suite qu'il devoit être porté plus haut, à cause de la petite portion d'or que la litharge avoit entraînée.

XIV.e Expérience. L'excédant de poids ne fût que de $\frac{23}{64}$ dans une autre expérience, où j'avois employé également 72 karats d'or & 4 gros de plomb.

XV.e Expérience. 48 karats d'or passés dans 2 gros $\frac{1}{2}$, 12 grains de plomb, dose proportionnée à celle de 4 gros que j'avois employée pour 72 karats, me donnèrent un bouton qui avoit en augmentation de poids $\frac{20}{64}$.

XVI.e Expérience. Elle se trouva de $\frac{21}{128}$ sur 36 karats d'or, avec 2 gros de plomb.

XVII.e Expérience. Et de $\frac{4}{32}$ seulement sur 24 karats, pour lesquels la dose de plomb proportionnelle fut d'un gros 24 grains.

De ces cinq dernières expériences, si on écarte la première à laquelle j'aurai lieu de revenir, on verra que l'augmentation de poids, sans suivre une progression bien exacte, est plus forte relativement à la plus grande quantité d'or employée, & que ce surcroît de pesanteur, s'il ne va qu'à $\frac{4}{32}$ sur 24 karats d'or, est d'à-peu-près $\frac{6}{32}$ sur 36 karats, & d'environ

$\frac{12}{32}$ ſur 72 karats; mais cette augmentation de poids ne tenant certainement ni à la parcelle d'argent que contient le plomb dont j'ai fait uſage, ni au merveilleux qui pourroit ſe préſenter à l'eſprit ſur une augmentation de la matière même de l'or, il faut néceſſairement rejeter ſur une cauſe accidentelle, & le ſurcroît de peſanteur qui a lieu ici d'une manière conſtante, & l'inégalité qu'on y remarque, quoiqu'il paroiſſe aſſez proportionnel à la quantité de matière ſur laquelle on l'obſerve.

Une des principales raiſons qui me détermina à faire ſur l'or fin ſeul les expériences variées dont je ne viens d'expoſer qu'une partie, ce fut parce que je ſoupçonnai d'abord que le cuivre qui entroit dans la matière de mes eſſais ne ſe diſſipoit pas en total dans l'opération de la coupelle ; que l'or avec lequel il ſe trouvoit intimément mêlé, le défendoit un peu de l'action de la litharge, & que l'augmentation de poids pouvoit être dûe à quelque portion de cuivre que l'or auroit recelée. Je ſavois en effet qu'il eſt difficile de dépouiller complètement l'or du cuivre par la voie de la coupelle, & que la difficulté augmente lorſqu'une grande quantité de ce dernier métal réduit l'or à un titre très-bas *(b)*.

Je n'avois donc pas de moyen plus ſûr, pour détruire mes ſoupçons, que de bannir le cuivre de quelques expériences, & d'examiner ſi malgré cela l'excédant de poids ſubſiſteroit.

(b) Voici deux exemples de la difficulté qu'on éprouve à ſéparer le cuivre de l'or, lors même que le premier de ces métaux ne ſe trouve joint au ſecond qu'en petite quantité. J'ai fait paſſer à la coupelle, dans un gros de plomb que j'y ai mis en une ſeule fois, 11 grains d'or fin repréſentés par 22 karats, & un grain de cuivre repréſenté par 2 karats; le bouton d'eſſai qui en provint n'étoit pas net, auſſi peſoit-il 22 karats $\frac{77}{128}$, & annonçoit-il, par cet excédant de poids étranger à l'or qu'il contenoit encore, plus d'un quart de la portion de cuivre qui étoit entrée dans la matière de l'eſſai.

J'ai répété cette expérience ſur une égale quantité d'or & de cuivre, mais en employant 2 gros de plomb, & en les mettant dans la coupelle à trois repriſes ; j'obtins, dans cette ſeconde expérience, un bouton aſſez beau, mais ſans éclat; ſon poids étoit de 22 karats $\frac{2}{32}$, c'eſt-à-dire de $\frac{2}{32}$ au-delà de l'or fin employé; excédant que j'aurois reconnu encore plus marqué ſi j'avois extrait de la coupelle & joint au poids du bouton, la parcelle d'or que la litharge avoit entraînée.

Dans la première de ces deux expériences, j'avois employé un gros de plomb, quantité ſix fois plus conſi-

Les cinq dernières expériences prouvent évidemment qu'il faut remonter à une autre cause que celle de la présence du cuivre pour donner une explication satisfaisante de l'augmentation de poids. Quoique je ne pusse plus douter qu'elle ne fût relative qu'à l'or seul, je voulus cependant examiner si ce métal, joint au double de son poids en argent pur, & porté par-là à une assez grande extension, se maintiendroit dans le surcroît de pesanteur qu'il m'avoit toujours annoncé lorsqu'il étoit seul, & très-rapproché nécessairement dans ses parties propres & parfaitement homogènes.

XVIII.e Expérience. Je fis en conséquence passer à la coupelle, dans un gros de plomb que j'y mis en une seule fois, 20 karats d'or & 52 karats d'argent; le bouton que j'en retirai ne pesoit que 71 karats $\frac{51}{64}$: par l'action de la litharge qui s'étoit portée principalement sur l'argent, je perdis $\frac{13}{64}$; mais cette même litharge me restitua bientôt ce qu'elle avoit enlevé, & je trouvai dans le globule d'argent qu'elle me rendit un peu plus de $\frac{16}{64}$, & par conséquent une légère augmentation sur le poids total de l'or & de l'argent que j'avois employé.

XIX.e Expérience. Je répétai cette expérience, mais en doublant la dose du plomb, & en le mettant à trois reprises dans la coupelle; alors j'éprouvai, comme je m'y attendois, une perte plus considérable sur le bouton d'essai; il se trouva réduit à 71

dérable que la matière totale de l'essai, & soixante-douze fois plus que la portion de cuivre qui y étoit entrée; cette quantité de plomb auroit été suffisante, d'après le règlement, pour affiner de l'argent chargé d'un douzième d'alliage, & on a vu combien elle en a laissé subsister dans l'or, quoique l'alliage n'y fût qu'au même degré. On a dû remarquer encore que, dans la seconde expérience, une dose double de plomb & distribuée dans la coupelle pendant l'opération, de manière à produire le plus grand effet sur l'alliage, ne paroît pas encore l'avoir enlevé totalement, & n'a eu plus de succès pour épurer l'or qu'aux dépens même de ce précieux métal : peut-être parviendroit-on enfin à dépouiller l'or du cuivre par la voie de la coupelle, & en suivant la méthode que j'ai indiquée, de n'employer le plomb que par parties, à mesure que le cuivre se dissiperoit; mais cet avantage ne pourroit être recherché qu'autant qu'on seroit sûr que l'or n'auroit que le cuivre pour alliage; car si l'argent en faisoit partie, on manqueroit son but, & la voie du départ seroit la seule qui pourroit réussir.

karats $\frac{28}{64}$; mais ayant retiré de la litharge un globule d'argent qui pesoit $\frac{41}{64}$, j'eus sur le poids total un excédant de $\frac{5}{64}$, & une nouvelle preuve que cette particularité a sa cause essentielle dans la portion d'or qui fait partie de la matière d'un essai.

On m'objectera peut-être avec quelque fondement, que, d'après mes propres observations, consignées dans un de mes Mémoires que j'ai déjà cité, l'argent pur qui a passé à la coupelle annonce une légère augmentation de poids, & que par conséquent étant mêlé avec l'or, il peut contribuer, comme ce métal-ci, au surcroît de pesanteur qu'on observe dans les deux métaux réunis, & que je n'attribue néanmoins essentiellement qu'à l'or seul.

Il est vrai que lorsqu'on fait passer de l'argent pur à la coupelle, dans quelque quantité de plomb qu'on veuille, le bouton d'essai qui en résulte étant joint au globule d'argent que la litharge a restitué, pèse un peu plus que la portion de matière mise d'abord en expérience; mais outre que cet excédant de poids est très-foible, en comparaison de celui qu'on remarque sur l'or fin, la cause de cet excédant s'annonce dans les boutons d'argent seul, pour peu qu'on s'y rende attentif; leur partie convexe est nette à la vérité & très-brillante; mais le dessous de ces mêmes boutons qui étoit appliqué sur le fond du bassin des coupelles, est taché d'un jaune clair, & avertit que quelque chose d'étranger y reste encore adhérent. Il n'en est pas de même des boutons d'or fin ou de ceux qui sont composés d'or & d'argent purs; on a beau les examiner, on n'y remarque rien d'étranger à ces deux métaux lorsque l'opération de la coupelle a parfaitement réussi; la partie convexe des uns & des autres, & sur-tout des boutons d'or fin, a le plus grand éclat, & tandis que le dessous de ces mêmes boutons d'or pur a la riche couleur qui caractérise ce métal privé du poli, le dessous des boutons d'argent pur, où l'or n'entre qu'en partie, est d'un blanc mat, & laisse à la balance seule à décider si quelque substance étrangère fait corps avec ces boutons.

Ainſi l'on juge que, dans la ſuppoſition même où l'argent pur mêlé avec de l'or, conſerveroit la diſpoſition à recevoir un léger ſurcroît de peſanteur par l'opération de la coupelle, cette augmentation de poids ſera toujours plus relative à l'or qu'à l'argent, & aura une cauſe plus voilée dans le premier de ces métaux que dans le ſecond: loin de la chercher en effet dans quelque parcelle de cuivre qui auroit échappé à l'action de la litharge, comme je l'ai ſoupçonné d'abord, j'aurois remonté à cette cauſe ſimple, ſi quelque choſe d'extérieur m'en eût averti dans les eſſais d'or fin, & ſi tout, au contraire, n'eût pas contribué à me faire regarder les produits qui en réſultoient comme réduits à leur matière propre & revenus à toute leur pureté primitive.

Toutes mes vues ſe tournèrent donc du côté des moyens de faire perdre aux boutons d'or fin l'excédant de poids plus ou moins conſidérable que j'y obſervois, & à le leur enlever, ſans que la matière précieuſe éprouvât la moindre altération.

Il me parut convenable cependant, avant que d'y avoir recours, de traiter au moins une fois, par la voie du départ, quelque bouton d'or fin qui eût un excédant de poids. Je choiſis, pour cette opération, celui dont j'ai parlé dans la dixième & la onzième expérience, lequel n'étant primitivement que de 24 karats juſtes, s'étoit trouvé de 25 karats $\frac{7}{32}$, après avoir paſſé à la coupelle dans un gros de plomb, & ne contenoit plus, ſuivant la onzième expérience, que $\frac{4}{32}$ d'excédant de poids, après une ſeconde épreuve dans une égale quantité de plomb: ce n'eſt pas certainement que j'euſſe la moindre idée d'une augmentation de la matière même de l'or, mais il falloit que cette opération fût faite, & qu'elle diſſipât toute apparence même de tranſmutation.

XX.e Expérience.

Ce bouton, du poids de 24 karats $\frac{4}{32}$, fut donc paſſé à la coupelle dans un gros & demi de plomb, avec la quantité d'argent pur qu'il exigeoit; le nouveau bouton ayant été laminé, départi & recuit, donna un cornet d'or qui ne peſoit plus que 23 karats $\frac{30}{32}$; ainſi toute l'augmentation de poids diſparut,

disparut; & le bouton d'or fin sembla encore avoir perdu $\frac{2}{32}$ sur son poids réel; mais la litharge, dans laquelle ce bouton avoit passé d'abord, me restitua ces $\frac{2}{32}$, & un peu au-delà, parce qu'elle me rendit en même temps la particule d'argent que les 2 gros de plomb contenoient.

Je viens actuellement aux moyens, moins décisifs il est vrai que celui du départ, mais toujours concluans, que je mis en usage pour faire évanouir cette augmentation de poids.

XXI.e Expérience.

Un fort recuit & long-temps soutenu que je fis éprouver dans la moufle à quelques boutons d'or fin, & notamment à celui de la quinzième expérience, qui pesoit 48 karats $\frac{10}{32}$, leur fit perdre une partie de ce surcroît de pesanteur, mais ne fut jamais capable de le dissiper en total; j'avois aplati ces boutons, afin que le recuit poussé jusqu'au blanc eut un effet plus étendu; la surface de ces petites plaques d'or avoit, au sortir de la moufle, la belle couleur matte de l'or fin qu'on a fait rougir à un feu vif & capable de le mettre en fusion, si le métal y restoit long-temps exposé; mais après avoir rompu une de ces plaques, en la pliant à plusieurs reprises dans les deux sens opposés, je m'aperçus, à la loupe, que la mie du métal n'étoit pas nette, & conservoit encore quelque chose d'étranger aux parties propres de l'or.

Je soumis à un nouveau recuit cette petite plaque d'or divisée; la mie du métal me parut nette au sortir de la moufle, & avoir repris la belle couleur d'un jaune mat qui devoit la caractériser.

Je n'attendis donc pas du simple recuit la dissipation totale du surcroît de pesanteur dans les boutons d'or fin, ou dans ceux qui étoient composés d'or & d'argent, & je ne comptai que sur une fusion complette de ces mêmes boutons pour parvenir à ce but; mais cette opération demandoit des ménagemens, & plus d'attention encore pour ne rien perdre des parties propres de ces deux métaux, que pour n'y rien laisser de celles qui ne leur appartenoient pas.

N'espérant pas d'abord que je pusse obtenir la fusion de l'or fin dans le fourneau d'essai, je ne cherchai à la produire

que par le moyen du feu de forge, & à l'aide d'un bon soufflet. Je choisis pour cette expérience un bouton d'or fin, dont le poids primitif étoit de 36 karats justes, & qui, après avoir passé à la coupelle, dans 2 gros de plomb, avoit conservé $\frac{25}{256}$ de karat en surcroît de pesanteur. Je plaçai ce bouton dans une coupelle neuve, en observant de l'y mettre de façon que sa partie convexe fût appliquée sur le fond du bassin de la coupelle, & s'y maintînt jusqu'au moment de la fusion; l'incertitude où j'aurois pu être s'il auroit été réellement fondu, avant que je l'eusse retiré de la coupelle, puisque je ne devois le voir que refroidi, m'engagea à prendre cette précaution; je couvris ce bouton d'une autre coupelle neuve, & je plaçai ensuite ce petit appareil dans un creuset d'Allemagne, dont le fond proportionné à la coupelle que j'avois un peu arrondie en dessous la maintenoit solidement. Je couvris ce creuset, & après l'avoir laissé rougir doucement entre des charbons déjà allumés, je poussai le feu; lorsque je crus qu'il avoit été assez vif pour que l'or eût été bien fondu, & eût pu même éprouver ces mouvemens légers de circulation qu'une grande chaleur lui donne, je retirai le creuset du feu; le couvercle y étoit adhérent, & m'annonça par-là que le degré de chaleur que l'or y avoit reçu, étoit au moins suffisant pour les vues particulières qui m'occupoient. Je m'en aperçus encore mieux, en examinant le bouton de cette expérience; il étoit plus arrondi que dans le moment où je l'avois mis dans la coupelle; ce rapprochement plus intime des parties devenoit une preuve, & de la pureté de la matière, & de la fusion complette où je l'avois portée.

XXII.e Expérience.

Je considérai attentivement, à l'aide d'une forte loupe, le bassin de la coupelle d'où ce bouton avoit été retiré, & celui de la coupelle qui lui avoit servi comme d'une espèce de dôme pour le tenir à couvert; je n'y remarquai aucune particule d'or; j'observai seulement qu'il y avoit quelques taches légères sur le bassin de la coupelle, où le bouton avoit été fondu; & j'ai eu lieu dans la suite de faire la même observation dans les épreuves du genre de celle que je rapporte.

Le bouton dont il s'agit ici ne pesoit plus, après cette opération, que 35 karats $\frac{247}{256}$; c'est-à-dire, qu'il avoit perdu non-seulement les $\frac{25}{256}$ d'excédant de poids que j'ai fait remarquer plus haut, mais encore $\frac{9}{256}$ de karat sur la matière même de l'or; mais ayant retiré de la litharge, où le bouton avoit passé en premier lieu, un petit globule d'or tenant argent du poids de $\frac{10}{256}$, j'ai eu par-là, & les $\frac{9}{256}$ qui manquoient au bouton, pour que son poids primitif fût complet, & $\frac{1}{256}$ au-delà qui n'étoit dû qu'à la parcelle d'argent, contenue dans les 2 gros de plomb que j'avois employés pour l'expérience dont il s'agit ici.

Je la répétai sur une quantité pareille d'or fin, qui fut passée également dans 2 gros de plomb; le bouton qui en résulta, pesoit 36 karats $\frac{10}{128}$, & avoit par conséquent cette fraction de karat pour excédant de poids; je lui fis d'abord éprouver une perte de $\frac{5}{128}$ par un simple recuit; placé ensuite entre deux coupelles dans un creuset, & mis de nouveau en fusion, au feu de forge, comme celui dont je viens de parler, il perdit encore $\frac{10}{128}$; c'est-à-dire, $\frac{5}{128}$ au-delà du poids réel de l'or; mais un petit globule d'or tenant argent, restitué par la litharge, remplaça bientôt cette perte momentanée de $\frac{5}{128}$; il contenoit d'ailleurs la particule d'argent que la litharge avoit abandonnée; & en même temps qu'il servoit à compléter les 36 karats d'or fin qui avoient fait la matière de l'essai, il avertissoit, comme dans l'expérience précédente, d'un excédant de poids en argent, presque inappréciable, il est vrai, mais assez réel cependant pour donner de la pâleur au petit globule d'or. XXIIIe Expérience.

Quoique j'eusse réussi, pour mes vues particulières, à fondre les boutons d'or fin au feu d'une forge, & avec les précautions que j'ai marquées, je desirois cependant que cette opération devînt plus simple en elle-même, sans rien perdre de son exactitude; je regardois sur-tout comme satisfaisant, à quelques égards, qu'on pût être spectateur de l'état du bouton dans la coupelle, soit avant qu'il fût fondu, soit pendant qu'il seroit en bain & éprouveroit de légers mouvemens, soit enfin

lorſqu'il ſeroit fixé ſur le baſſin de la coupelle, par une diminution accidentelle ou prévue de la grande chaleur qui le tenoit en fuſion. J'aurois eſpéré en vain cet avantage des fourneaux d'eſſai ordinaires, & reſtreints à la forme ſimple qu'on leur a donnée; le degré de chaleur qu'ils procurent eſt modéré, mais il ſuffit pour les opérations auxquelles on s'y borne; la chaleur pourroit même nuire quelquefois à ces opérations, ſi elle étoit trop violente, par une diſpoſition conſtante des fourneaux, & ſi les Eſſayeurs ne pouvoient pas la régler à leur volonté. Mais pour des opérations telles que je les projetois, & ſur-tout pour la fuſion de l'or fin, au milieu d'une moufle d'une aſſez grande capacité, & dans une coupelle très-éloignée néceſſairement des charbons embrâſés, par la place qu'elle y occupe, il falloit que le fourneau d'eſſai reçût des augmentations qui le rapprochaſſent de la forme des fourneaux à vent les plus actifs, & qu'il pût produire au moins autant d'effet que ceux-ci.

Ayant reconnu depuis long-temps qu'on pouvoit tirer un parti utile du fourneau deſtiné aux eſſais, pour des opérations de ce genre, qui en ſortant de l'ordre commun ſervent ſouvent à éclairer pour celles qui ne s'en écartent pas, j'ai toujours cherché, dans les différens Laboratoires que j'ai eus, à profiter de leur diſpoſition pour rendre, à mon gré, un fourneau d'eſſai très-actif, ou pour y maintenir la chaleur dans une action moderée, lorſque je le jugeois à propos. Celui dont je fais uſage aujourd'hui à la Monnoie, me donne ce double avantage par des moyens différens que j'ai ſous la main, & qui, en me laiſſant la liberté de paſſer tout d'un coup d'une extrémité à l'autre pour la chaleur, me rendent en même temps le maître, ou de la diminuer peu-à-peu, ou de l'augmenter par degrés.

Le point eſſentiel pour un fourneau à vent, comme je l'ai déjà dit dans un de mes Mémoires, conſiſte à tirer l'air d'un autre endroit que celui où le fourneau eſt ſitué, & à ôter toute communication entre ces deux endroits lorſque le fourneau eſt en action; il eſt avantageux auſſi, pour qu'elle

soit plus vive, qu'il puisse s'établir un courant d'air considérable dans l'endroit séparé du fourneau; & que la ventouse, qui fait seule la communication entre le cendrier de ce fourneau & cet endroit séparé, soit le plus près qu'il est possible, par son ouverture la moins large, de la partie inférieure du fourneau.

C'est sur ce principe qu'il seroit superflu de développer ici, que j'ai fait au fourneau d'essai quelques additions qui en sont indépendantes, & dont on peut même ne profiter qu'autant qu'on le veut.

Le mur qui sépare mon Laboratoire d'une autre pièce qui en dépend, a deux pieds d'épaisseur; on y a adossé une cheminée assez large pour recevoir les vapeurs d'un fourneau de fusion ordinaire, celles du feu d'une forge, & enfin celles qu'un ou deux fourneaux d'essais pourroient donner; un vaste manteau couvre la totalité, & règne en même temps au-dessus d'une table en fer fondu, à hauteur d'appui sur laquelle porte ce qui dépend de la forge, & repose le fourneau d'essai. Vis-à-vis de l'endroit où ce fourneau est placé, j'ai fait percer le mur, en donnant un pied quarré à la plus grande ouverture qui est du côté de la pièce séparée du Laboratoire, & cinq pouces seulement à la plus petite ouverture qui est du côté du fourneau; en face de celle-ci, & sur la table de fer dont j'ai parlé, s'élève une petite enceinte en briques, dont la hauteur est de 7 à 8 pouces, & la largeur plus grande que celle de la base du fourneau d'essai; le vide intérieur de cette enceinte répond, pour ses dimensions, à l'ouverture la moins large de la ventouse, & n'en est, pour ainsi dire, que la continuation; le fond du cendrier des fourneaux d'essais ordinaires n'est point ouvert; le charbon s'y consomme sur les cendres qui s'y trouvent accumulées; j'ai pratiqué au cendrier du mien, une ouverture de 5 pouces en quarré, & garnie d'une grille de fer. L'enceinte de briques, dont il vient d'être question, étant à jour dans sa partie supérieure, & du côté seulement de la petite ouverture de la ventouse, & sa surface étant bien plane & de niveau, elle se trouve

Voyez l'explication des figures, PLANCHE I.

PLANCHES II & III.

propre à recevoir le fourneau d'essai dont le fond garni de sa grille répond exactement à la partie vide de l'enceinte de briques, & a, par-là, avec la ventouse une communication directe. Mais avant que de l'y établir, j'ai fait placer sur l'enceinte de briques, un chassis de fer qui a 3 à 4 lignes d'épaisseur, & toute la largeur de la base du fourneau; ce chassis a aussi une ouverture dans son milieu de 5 pouces en quarré; on y a pratiqué des rainures, le long de deux des côtés intérieurs de cette même ouverture, à la faveur desquelles, une coulisse de fer la bouche entièrement quand on le veut, & arrête par-là tout l'effet de la ventouse.

C'est sur ce chassis appliqué lui-même sur l'enceinte de briques, qu'est établi le fourneau d'essai; & c'est en même temps, par la correspondance qu'il y a entre les ouvertures pratiquées également à chacune de ces parties, que la grille de ce fourneau est exposée à tout le courant d'air que la ventouse peut fournir; afin même de lui ôter toute autre issue que celle-là, j'ai lié, par un enduit assez épais de terre à creuset, le bas du fourneau & le chassis aux bords un peu saillans de l'enceinte; de manière que de cet ensemble, si facile à désunir, il ne résulte aux yeux qu'un seul & même fourneau, dont l'intérieur de l'enceinte de briques devient le véritable cendrier, tandis que celui du fourneau d'essai simple n'est plus qu'un dépôt où les charbons embrasés sans cesse sont rapidement consommés.

A l'avantage que je tire, pour une grande chaleur, des additions faites au fourneau d'essai dont il vient d'être question, je joins encore celui de rendre le courant d'air plus rapide, en couvrant le fourneau d'une chape de fer à laquelle j'ai fait pratiquer une porte volante pour l'introduction fréquente du charbon dans le corps du fourneau, & qui est surmontée elle-même d'un tuyau dont la grosseur est réglée sur la plus petite ouverture de la chape, qui est de cinq pouces quarrés, & proportionnée à la plus petite aussi de la ventouse du fourneau.

PLANCHE III.

Lorsque mes opérations demandent la plus grande chaleur

que le fourneau puiſſe donner en cet état, j'expoſe l'endroit ſéparé du Laboratoire, où répond la grande ouverture de la ventouſe, à tout le courant d'air qu'il eſt poſſible de lui procurer, ſuivant les circonſtances, & qui, ſoit du côté du Sud, ſoit du côté du Nord, peut s'y établir également; j'ôte toute communication de cet endroit avec le Laboratoire; je n'en laiſſe même aucune à celui-ci avec d'autres pièces voiſines; & bientôt, ſi le fourneau eſt déjà échauffé juſqu'à un certain point, un bruit ſourd s'y fait entendre, la flamme s'échappe de toutes parts; les charbons ne ſont plus couverts d'une cendre légère; le progrès de la chaleur eſt ſubit. Cette grande activité commence à ſe ralentir ſi la chape eſt ouverte; l'air communiqué au Laboratoire par une pièce voiſine, mais fermée de tous les autres côtés rend encore le feu moins vif; il ceſſe de l'être tout-à-coup, ſi la porte du Laboratoire expoſée à l'air libre eſt un peu entr'ouverte; & je n'ai plus qu'un fourneau d'eſſai ordinaire ſi, en pouſſant la couliſſe ſous la grille, je prive la ventouſe de tout ſon effet.

Ce fut donc en portant la chaleur au plus haut degré que pouvoit me donner ce fourneau, & en l'y ſoutenant aſſez long-temps, que je parvins à y tenir l'or fin en fuſion; je n'obtins même cet avantage qu'en accumulant ſans ceſſe les charbons ſous la moufle, où ils étoient conſommés aſſez vîte, & en garniſſant l'entrée de la moufle de charbons bien embraſés, au-deſſus deſquels je n'avois laiſſé que le jour néceſſaire pour que mon œil plongeât dans l'intérieur de la moufle, & y jugeât à chaque inſtant du progrès de mes opérations.

XXIV.ᵉ Expérience.

Une des premières expériences que je fis, pour connoître l'effet de cette grande chaleur, tomba ſur un bouton d'or fin qui primitivement de 72 karats juſtes, avoit acquis, en paſſant dans la litharge, $\frac{47}{64}$ au-delà de ce poids; après avoir été fondu dans la moufle, il ne peſoit plus que 71 karats $\frac{63}{64}$, & loin d'avoir conſervé quelque choſe du ſurcroît de peſanteur que j'y avois d'abord reconnu, il perdit $\frac{1}{64}$ ſur ſon poids réel.

XXV.e Expérience. Je voulus ſavoir ſi cê bouton, fondu de nouveau dans la mouffle, éprouveroit encore quelque perte; après une fuſion complette, où je voyois l'or en bain & légèrement agité, ce bouton ſortit de la coupelle avec le poids dont il étoit avant cette ſeconde épreuve, & j'eus lieu de préſumer qu'il étoit réduit à ſa matière propre; qu'il ne contenoit au moins que la parcelle d'argent fournie par la litharge, & que toute autre ſubſtance, différente des deux métaux eſſentiels, en étoit abſolument bannie.

48 karats d'or pur firent, comme on a vu plus haut, la matière de la quinzième expérience, & donnèrent un bouton qui peſoit 48 karats $\frac{20}{64}$; je lui enlevai d'abord, par un ſimple recuit, ſuivant la vingt-unième expérience, une partie de cet excédant de poids; le reſte m'a paru être totalement diſ-

XXVI.e Expérience. ſipé, dans cette expérience-ci, par la fuſion répétée de ce même bouton.

Ces exemples ſuffiſent pour prouver que le ſurcroît de peſanteur dont il s'agit, relativement à l'or fin, ne tient point eſſentiellement à ce métal, & diſparoît bientôt, dès qu'on met l'or en état de ſe dégager des ſubſtances étrangères qui ſont incapables de faire corps avec lui.

Cette grande chaleur du fourneau d'eſſai m'a été utile

XXVII.e Expérience. également pour les boutons composés d'or & d'argent, où cet excédant de poids avoit lieu. Après avoir fait paſſer à la coupelle 20 karats du premier de ces métaux, & 52 karats du ſecond dans 2 gros de plomb, que j'employai à trois repriſes, j'obtins un bouton qui ne peſoit plus que 71 karats $\frac{56}{128}$; ce même bouton, remis ſeul en fuſion dans une coupelle neuve, perdit encore $\frac{9}{128}$; mais un globule d'argent aurifère du poids de $\frac{82}{128}$ que je retirai de la première coupelle dans laquelle la litharge l'avoit entraîné, me rendit exactement ce qui manquoit ſur le poids réel de l'or & de l'argent, & me reſtitua même $\frac{1}{128}$ au-delà, qui appartenoit au plomb que j'avois employé: on voit par cette expérience, que le bouton, au ſortir de la première coupelle, & réuni au globule d'argent, auroit eu $\frac{10}{128}$ d'excédant de poids, dont $\frac{9}{128}$ s'évanouirent, comme

comme cela devoit arriver, par une nouvelle fusion, & $\frac{1}{128}$ subsista comme une portion réelle d'argent sur laquelle on devoit compter, à la rigueur, toute impalpable qu'elle étoit. J'obtins le même résultat, à très-peu de chose près, d'une autre expérience dans laquelle je joignis à 20 karats d'or pur 51 karats d'argent fin & un karat de cuivre; ces 72 karats de matière composée passèrent à la coupelle dans 2 gros de plomb qui y furent mis à trois reprises, afin qu'ils enlevassent plus sûrement la petite portion de cuivre qui étoit entrée dans la matière de l'essai; il en provint un bouton qui pesoit 70 karats $\frac{45}{64}$. Deux petits globules d'argent, restitués par la litharge, & du poids de $\frac{87}{128}$, fournirent ce qui manquoit au bouton principal pour qu'il représentât le poids primitif de l'or & de l'argent seulement, le karat de cuivre ne subsistant plus; & ils donnèrent même un léger excédant de poids, au-delà des 71 karats, lequel se dissipa, comme dans les autres expériences, par la fusion qu'éprouvèrent ensemble, dans une même coupelle, & le bouton principal & les deux globules qui lui appartenoient.

XXVIII.e Expérience.

20 karats d'or & 52 karats d'argent pour lesquels je n'employai qu'un gros de plomb & tout-à-la-fois, ne se trouvèrent avoir perdu, au sortir de la coupelle, que $\frac{26}{128}$; un globule d'argent aurifère, du poids de $\frac{33}{128}$, couvrit cette perte, en donnant même un excédant de $\frac{7}{128}$ qui s'évanouit par la refonte du bouton.

XXIX.e Expérience.

Dans la vue de faire absorber par la coupelle une partie considérable des deux métaux essentiels qui entreroient dans la matière d'un essai, je fis passer à la coupelle 20 karats d'or, 51 karats d'argent, & un karat de cuivre dans 3 gros de plomb; je les employai à quatre reprises, & en attendant toujours, suivant la règle que je m'étois prescrite, que la portion mise dans la coupelle s'y fût entièrement imbibée; aussi perdis-je, dans cette opération, non-seulement la totalité du cuivre, mais encore, pour un moment, près d'un karat sur les deux autres métaux; le bouton que j'obtins ne pesoit que 70 karats $\frac{3}{128}$; je retirai d'abord de la litharge

XXX.e Expérience.

revivifiée, un globule d'argent aurifère du poids de $\frac{120}{128}$; il ne suffisoit pas, à $\frac{5}{128}$ près, pour couvrir la perte que les deux métaux précieux avoient faite: je ressuscitai de nouveau la litharge qui m'avoit restitué ce globule; & passée de nouveau à la coupelle, elle me rendit rigoureusement les $\frac{5}{128}$ qui devoient rendre complets les 71 karats d'or & d'argent que j'avois employés.

Je n'eus point d'excédant de poids dans cette circonstance, soit qu'il me fût échappé quelque particule d'or ou d'argent dans le cours de l'opération, soit que la grande chaleur que le bouton d'essai éprouva, lorsque je le fis passer dans la dernière portion de plomb, l'eût mis en état, par une fusion bien complette & soutenue après l'imbibition totale de la litharge, de se dépouiller parfaitement de tout ce qui étoit étranger aux deux métaux essentiels.

Je prie actuellement l'Académie de se rappeler que la neuvième expérience, dont il étoit nécessaire d'exposer tous les détails, a roulé sur 20 karats d'or pur, 51 karats d'argent fin, & un karat de cuivre, & que ces 72 karats de matière composée ont été passés neuf fois à la coupelle dans 2 onces 4 gros de plomb, lequel ne fut employé que par petites parties, & après que chacune d'elles avoit produit son effet. Il résulta, comme on a dû l'observer, des neuf épreuves auxquelles ces 72 karats de matière furent soumis, que le bouton d'essai, à la dernière, ne pesoit plus que 65 karats $\frac{19}{64}$, mais que les neuf globules d'argent aurifère qui avoient été restitués par les coupelles où ce bouton avoit passé, pesant ensemble 5 karats $\frac{41}{64}$, ils avoient remplacé ce qui manquoit à ce bouton pour qu'il représentât la totalité de l'or & de l'argent qui étoit entrée dans la matière de l'essai.

Après l'exposé des neuf épreuves que subit ce bouton, & qui sembloient ne laisser plus rien à desirer sur la pureté à laquelle il étoit possible qu'on le portât, j'annonçai une dixième épreuve sur ce bouton d'essai, mais je différai d'en donner les détails, jusqu'à ce que le grand nombre d'expériences dont je viens de rendre compte, postérieurement à la

neuvième, eussent été présentées & servissent à jeter du jour sur la dixième épreuve à laquelle ce bouton d'essai, si vivement & si souvent éprouvé, fut soumis pour la dernière fois.

On a vu qu'au sortir de la neuvième épreuve, il pesoit 65 karats $\frac{19}{64}$; je le fis passer à la coupelle & à une chaleur très-vive dans 3 gros de plomb que j'employai à quatre reprises, & en laissant toujours à chaque partie de ce métal, réduite en litharge, le temps de s'imbiber dans la coupelle. Le nouveau bouton ne se trouva plus, après l'opération, que du poids de 64 karats $\frac{25}{64}$, & perdit par conséquent $\frac{58}{64}$. Je retirai de la coupelle où il avoit passé un globule d'argent aurifère, pesant $\frac{53}{64}$; non content de cette première restitution, je ressuscitai de nouveau la litharge qui m'avoit rendu ce globule, & j'en obtins un autre très-petit qui pesoit $\frac{2}{64}$. On voit que, malgré cela, ce bouton de la dixième épreuve a souffert un déchet de $\frac{3}{64}$; mais ce n'étoit pas le seul que j'y devois observer; il falloit que ce bouton éprouvât par lui-même, dans une coupelle neuve & sans l'intermède du plomb, une fusion complette, & que là il se dépouillât enfin de tout ce qui lui étoit étranger; aussi remarquai-je qu'après cette opération, où la chaleur fut très-vive, il étoit brillant & ne pesoit plus que 64 karats $\frac{18}{64}$; d'où il résulta un nouveau déchet de $\frac{7}{64}$, lequel joint à celui de $\frac{3}{64}$ dont je viens de parler, forme une perte de $\frac{10}{64}$ sur la totalité de l'or & de l'argent qui étoit entrée dans l'expérience dont il s'agit; mais on va voir bientôt que cette perte n'est qu'apparente, & qu'une recherche rigoureuse, cependant exacte, des moindres particules de ces deux métaux qui appartenoient encore à la matière de l'essai, outre les onze globules dont j'ai parlé; on va voir, dis-je, que ces parties impalpables remettront tout dans l'ordre, & rétabliront l'or pur & l'argent fin que j'ai employés dans la totalité de leur poids.

Si à la fin de la neuvième épreuve que je fis subir au bouton d'essai, & où j'ai suspendu les détails relatifs à la neuvième expérience, j'eusse considéré cette expérience en elle-même comme terminée enfin avec succès, & donnant

un résultat décisif, puisque je trouvois, tant dans le bouton principal que dans les neuf globules qui lui appartenoient, la totalité de l'or & de l'argent que j'avois employée; si, dis-je, à la vue d'un résultat si frappant, j'en eusse tiré la conclusion qui paroissoit naturelle, avec combien de fondement ne m'auroit-on pas objecté non-seulement que la litharge qui m'avoit rendu les neuf globules d'argent aurifère dépendantes de cette expérience, pouvoit recéler encore quelques particules d'argent, mais que les 2 onces 4 gros de plomb qui avoient été employés dans cette opération devoient contenir quelque portion d'argent? que ce plomb avoit dû enrichir la matière de l'essai, & le faire d'une manière sensible, par l'emploi d'une si grande quantité de ce métal pour moins d'un demi-gros, tant en or qu'en argent, qui faisoit l'objet de l'expérience. Quels justes motifs, en un mot, n'auroit-on pas eus de ne pas regarder cette opération comme décisive, quelque satisfaisante qu'elle parût au premier coup-d'œil, puisqu'il y avoit lieu d'attendre une légère augmentation de poids en matière précieuse, d'après ces observations, puisqu'alors on auroit été dans le doute, ou sur la pureté parfaite du bouton d'essai, ou sur quelque augmentation dans cette même matière précieuse, comme le fruit annoncé par d'habiles Chimistes, de la litharge revivifiée, & d'une longue suite d'épreuves auxquelles une même quantité d'or & d'argent avoit été soumise!

Ce fut précisément la force de cette objection, le desir que j'avois de porter mon travail à une certaine exactitude, & la persuasion où j'étois, qu'après un si grand nombre d'opérations, le bouton d'essai & les neuf globules de cette expérience ne devoient pas me représenter la totalité de l'or & de l'argent dont j'avois fait l'emploi, qui me déterminèrent à faire passer ce bouton par une dixième épreuve, & à lui en faire subir une à lui-même seul & sans l'intermède du plomb, qui me donnât toute l'assurance qu'il m'étoit possible d'obtenir sur sa parfaite pureté.

Le plomb dont j'ai fait usage pour mes expériences, &

notamment pour celle dont il s'agit ici, contient $\frac{1}{256}$ de karat, en argent par chaque gros; j'en ai employé 2 onces 7 gros pour les dix épreuves dont je cherche dans ce moment à établir le résultat rigoureux: on peut donc supposer, pour un instant, que cette quantité de plomb a enrichi le bouton d'essai de $\frac{23}{256}$, ou à peu-près $\frac{6}{64}$ en argent, & qu'on y doit trouver cet excédant de poids, après avoir porté l'or & l'argent qu'il contient au dernier point de pureté. Je reviendrai sur ce calcul, parce qu'il exige quelque restriction.

On a vu dans le détail que j'ai donné de la dixième épreuve, qu'après avoir tiré de la première coupelle, un globule d'argent du poids de $\frac{53}{64}$, je ressuscitai de nouveau la litharge qui m'avoit rendu ce globule, & que j'obtins encore d'une seconde coupelle, où passa ce plomb revivifié, un autre très-petit globule qui pesoit $\frac{2}{64}$. On a remarqué en même temps que cette litharge provenoit de 3 gros de plomb; il faut donc compter sur un résultat pareil & proportionnel, en évaluant la quantité de 64.mes de karat que rendroient les 2 onces 4 gros de plomb employés pour les neuf premières épreuves, & porter à $\frac{13}{64}$ ou environ, la quantité de ces fractions de karat que fourniroit la litharge ressuscitée une seconde fois de ces 2 onces 4 gros de plomb.

J'ai averti plus haut qu'il manquoit $\frac{10}{64}$ sur le poids total, tant du bouton d'essai que de tous les globules qui lui appartenoient : en voici $\frac{13}{64}$ qui en donnant un excédant de $\frac{3}{64}$ préparent au résultat précis que j'ai à établir. Il paroît naturel, en effet, qu'il se trouve une légère augmentation de poids, laquelle est dûe à la petite portion d'argent que les 2 onces 7 gros de plomb ont pu fournir; mais il ne faut pas évaluer ce surcroît de pesanteur sur le pied du poids total de la particule d'argent que j'ai dit appartenir intrinsèquement aux 23 gros de plomb. J'ai fait observer que, d'après plusieurs essais de celui que j'ai employé, le poids total de la petite portion d'argent que les 23 gros de plomb contenoient par eux-mêmes, devoit être porté à $\frac{6}{64}$, ou à peu-près.

Cependant comme on sait qu'en ressuscitant de la litharge

à plusieurs reprises, elle ne se dépouille jamais parfaitement de l'argent qui s'y trouve contenu, quoique la quantité en soit moindre, à mesure qu'on réitère cette revivification; il est certain que la litharge des 23 gros de plomb dont il s'agit ici, conserve encore quelque portion d'argent, & que cette espèce de tenacité de la part de la litharge semble encore plus marquée, lorsqu'elle a déjà subi en ce genre un certain nombre d'opérations; ainsi, dans la supposition assez bien fondée que la litharge de tout le plomb que j'ai employé a conservé encore $\frac{1}{64}$ de karat, ou environ, de l'argent qu'il contenoit par lui-même, une quantité à peu-près pareille aura passé dans la matière de l'essai, & y aura produit l'augmentation légère de poids que j'ai donné lieu d'y remarquer.

Voilà donc un résultat aussi exact qu'il m'a été possible de le donner, après une multitude d'opérations très-délicates en elles-mêmes, & dans le cours desquelles le moindre accident m'eût forcé de recommencer mon travail: 20 karats d'or pur, & 51 karats d'argent fin reparoissent sans aucune altération, après les épreuves les plus violentes; & quoique subdivisés en plusieurs parties, ils présentent, étant réunis, la totalité du poids qu'ils avoient.

On juge actuellement combien il m'eût été difficile de parvenir à cette précision, si je n'eusse pas été averti de l'excédant de poids que conserve toujours l'or fin qu'on fait passer à la coupelle dans une quantité quelconque de plomb; si je n'eusse pas reconnu que dans ce même or pur, quoique mêlé avec de l'argent, ce surcroît de pesanteur a également lieu, & si plusieurs expériences qui ont précédé celle que j'ai rapportée dans un si grand détail, ne m'eussent pas instruit du moyen simple de faire disparoître cet excédant de poids; il n'étoit dû, comme on le présume sans doute, en rapprochant tout ce qui a été exposé jusqu'ici, qu'à une petite portion de litharge, dont l'or, quoique dans une fusion complète, après avoir passé dans un bain de plomb, quoique brillant alors & très-net aux yeux, semble ne pouvoir pas se dépouiller.

Sans les lumières que je tirai de ce fait ſingulier, j'aurois regardé avec aſſez de fondement, comme porté au dernier point d'affinage, le bouton principal de la neuvième expérience, après toutes les épreuves auxquelles je l'avois ſoumis, & ne ſoupçonnant pas qu'il falloit lui faire ſubir une nouvelle fuſion dans laquelle il ſe dégageât enfin de tout ce qui lui étoit étranger, j'aurois remarqué dans le réſultat de l'expérience un excédant de poids dont la cauſe m'auroit été inconnue, mais que les partiſans de la tranſmutation auroient bientôt expliquée; c'eſt ainſi qu'un fait très-ſimple en lui-même, mais un peu enveloppé, & qu'on a négligé d'approfondir, devient quelquefois le germe d'un ſyſtème auquel on plie avec effort tout ce qui paroît s'y rapporter : bientôt ce fait reçoit une explication naturelle, le ſyſtème tombe, & tout rentre dans l'ordre des vérités reconnues.

Les détails auxquels je me ſuis livré dans ce Mémoire, & la préciſion que je me ſuis appliqué à y mettre, paroîtront peut-être plus propres à ſatisfaire la curioſité qu'à conduire au but d'utilité pour le commerce des matières d'or & d'argent, que je me ſuis propoſé : mais on doit faire attention que les meilleures méthodes dans les Arts, quand on a pu les réduire à leur plus grande ſimplicité, doivent avoir pour baſe des principes conſtans, des faits ſur leſquels il ne ſubſiſte aucun doute; on doit ſuppoſer en ſecond lieu, que les Artiſtes n'ont ni le temps, ni ſouvent la capacité de remonter à ces mêmes principes, de conſtater les faits qui en montrent la certitude, & de ſuivre par-là avec ſécurité les méthodes qui leur ſont indiquées.

J'ai cru en conſéquence, qu'ayant pour objet, dans ce Mémoire, une opération intéreſſante pour le commerce, délicate en elle-même, & très-ſuſceptible d'erreurs, ce ſeroit être utile à la plupart des Eſſayeurs, que de leur épargner des recherches pénibles, & de leur préſenter une ſuite d'expériences ſur l'exactitude deſquelles ils pourroient compter: peut-être les réſultats précis où elles m'ont conduit piqueront-ils la curioſité de quelques-uns d'entr'eux ; dès-lors, en

obtenant des résultats pareils, ils n'auront que plus de confiance dans leur travail, & ils pourront perfectionner un Art que je n'ai fait qu'ébaucher.

On a entrevu sans doute, dans le courant de ce Mémoire, que des deux méthodes, dont les Essayeurs ont le choix pour constater la quantité d'argent que contient un lingot d'or, je préfère celle où l'on se borne à un seul essai pour parvenir à ce but, & où l'argent fin, nécessaire au départ qu'on ajoute dans la coupelle à la matière de l'essai, ayant été pesé rigoureusement, devient la base du calcul qu'exige cette opération : on a dû même remarquer que toutes mes expériences tendent à perfectionner cette méthode, & à joindre un peu plus de certitude à sa simplicité.

Les Essayeurs intelligens, lorsqu'ils la mettent en usage, sont occupés de deux points essentiels ; l'un, d'employer la quantité de plomb nécessaire pour dépouiller la matière de l'essai de la totalité du cuivre qu'elle contient; l'autre, d'éviter que par une dose de plomb trop forte, & une trop grande activité du feu, la litharge n'entraîne dans la coupelle une portion de *fin* plus considérable que celle dont l'essai le mieux conduit éprouve toujours la perte.

Outre que les Essayeurs se trouvent par-là continuellement dans une sorte de perplexité, & ne sauroient acquérir la certitude de leurs opérations, ils tombent dans une erreur nécessaire, puisqu'ils n'ont aucun égard à la portion de *fin* que la coupelle a absorbée, puisque dans leur calcul ils déduisent toujours la totalité de l'argent de départ qu'ils ont ajouté, & que, par une conséquence nécessaire, la perte de cette portion de *fin* entraînée par la litharge, tombe sur l'argent qui faisoit partie de la matière de l'essai. Dès-lors il devient évident que la détermination du titre d'un lingot d'or tenant argent, est toujours, à l'égard de ce dernier métal, au-dessous de la quantité réelle que ce lingot en contient, & que le Négociant qui en est propriétaire, perd de toute nécessité, par un vice de l'opération, cette portion de *fin* négligée; il est certain, d'un autre côté, qu'elle devient plus

ou moins considérable, suivant l'intelligence des Essayeurs; que si cette portion de matière est composée d'argent en grande partie, elle recèle aussi une particule d'or, & que les Essayeurs, en se restreignant aux opérations attachées à leur méthode, ou feront perdre constamment aux propriétaires des lingots, cette portion de *fin*, ou seront toujours hors d'état de la bien apprécier s'ils se déterminent à y avoir égard.

Aux représentations que j'ai faites quelquefois sur l'attention que pouvoit plus ou moins mériter cette portion de *fin* entraînée par la litharge, on a opposé comme un motif plausible de la négliger, ou pour mieux dire, de la compenser heureusement, un vice même de l'opération; on a supposé que le bouton d'essai n'étant pas, pour l'ordinaire, affiné complètement, ou étant laissé à dessein en cet état, il pouvoit représenter, par le cuivre qu'il conservoit encore, le peu de *fin* qui s'étoit introduit dans la coupelle, & fournir la base d'un calcul exact, quoiqu'il n'eût pas pour point fixe la quantité positive d'argent que la matière de l'essai contenoit.

On voit au premier coup-d'œil, combien seroit vague une estimation pareille, & quelles incertitudes elle attacheroit à un Art, qui dans son genre, doit être regardé, en quelque manière, comme celui de la précision: si par un heureux hasard, cette espèce de compensation se trouvoit juste, l'Essayeur l'ignoreroit, comme il ne seroit jamais instruit des erreurs fréquentes dans lesquelles il tomberoit, en partant absolument de deux points qui lui seroient inconnus.

D'ailleurs, étoit-on averti encore de l'excédant de poids occasionné par la litharge, & qui s'annonce d'une manière constante dans les boutons des essais d'or? Prévoyoit-on que ce surcroît de pesanteur, joint à la partie incertaine d'alliage qu'on supposeroit dans ce même bouton, ne rendroit que plus difficile cette compensation prétendue, & que sous les apparences d'une sorte d'exactitude, on ne feroit, dans une route épineuse par elle-même, que des pas plus incertains?

Ce ne peut être donc qu'en portant à une pureté exacte l'or & l'argent contenus dans la matière d'un essai, & en

raſſemblant les parties qui s'en ſont ſéparées par une ſuite néceſſaire de l'opération, qu'on jugera avec certitude, de la quantité de l'un & l'autre de ces métaux qui ſera entrée dans la matière de cet eſſai, & qu'on pourra fonder un rapport juſte entre cette portion d'or & d'argent connue diſtinctement, & le lingot inconnu dans ſon mélange d'où elle aura été tirée. Le grand nombre d'expériences que j'ai rapportées dans ce Mémoire, conduiſent à ce but; & ſi elles annoncent aux Eſſayeurs un travail plus long que celui auquel ils ſont dans l'habitude de ſe reſtreindre, elles leur promettent plus de certitude que leur méthode ordinaire ne peut leur procurer.

Je ſuis bien éloigné ſans doute de prétendre qu'ils doivent s'aſſujettir aux opérations délicates, minutieuſes ſi l'on veut, dans leſquelles m'a entraîné l'objet du travail en lui-même, &, je l'avoue, le plaiſir d'être exact; mais ſans ſe propoſer d'acquérir une préciſion telle que des expériences fondamentales m'ont paru la demander de ma part, ils peuvent y parvenir juſqu'à un point ſatisfaiſant, partir au moins de quelques faits certains, & tenir la balance aſſez juſte dans le commerce des matières d'or tenant argent, pour qu'un Négociant, bien inſtruit de la quantité de l'un & de l'autre de ces métaux, contenue dans un lingot dont il demanderoit l'eſſai, reconnût l'exactitude du titre qu'on lui annonceroit: voici, d'après mes obſervations, la route à peu-près ſûre que je peux leur indiquer.

Les Eſſayeurs attentifs ſont partagés ordinairement, comme je l'ai dit plus haut, entre le deſir de ne laiſſer aucune partie d'alliage dans les boutons d'eſſais deſtinés à déterminer la quantité d'argent qui s'y trouve mêlée avec l'or, outre celle qu'ils y ont ajoutée pour parvenir au départ, & la crainte de laiſſer échapper dans la coupelle une portion trop forte des deux métaux précieux dont jamais ils ne tiennent compte. Dans cette poſition embarraſſante, ils proportionnent, autant que leurs lumières peuvent les guider, les doſes de plomb à la quantité d'alliage qu'ils ſoupçonnent dans la matière de l'eſſai, & ménagent la chaleur de leur fourneau,

en ſe réglant par un coup-d'œil auquel l'expérience les a formés.

Je les fais ſortir de cette eſpèce de perplexité, en les engageant à ne pas économiſer le plomb dans ces circonſtances, à le mettre même à différentes repriſes dans la coupelle, pour que ſon action ſoit plus ſûre, & à ne pas balancer d'y en ajouter de nouveau à la fin de l'opération, ſi quelques taches apparentes ſur le bouton d'eſſai leur donne lieu de croire qu'il n'eſt pas parfaitement épuré.

Loin encore de maintenir les Eſſayeurs dans une attention ſuivie, pour que la chaleur de leur fourneau ſoit ſoutenue dans un certain point de modération, je les préviens que le degré de chaleur le plus vif ne produira qu'un meilleur effet pour l'affinage du bouton d'eſſai; mais qu'il n'y a aucun inconvénient à craindre d'une chaleur moins forte, capable cependant d'entretenir la matière dans cette circulation modérée que connoiſſent les Eſſayeurs. Je peux leur dire, en un mot, qu'ils ne courent aucun riſque à mettre le bouton d'eſſai à l'épreuve la plus violente dans la coupelle, & qu'ils n'en ſeront que plus ſûrs de l'avoir dépouillé de l'alliage qu'il contenoit.

On ſent que d'une opération ainſi forcée, il doit réſulter un déchet aſſez conſidérable ſur le bouton; mais il n'eſt qu'apparent: bientôt la litharge reſſuſcitée, dans laquelle ce bouton a paſſé, rend un globule d'argent aurifère qui repréſente ce déchet, & prépare à un réſultat net de l'opération; mais comme elle n'eſt terminée qu'après le départ de ce même bouton d'eſſai, auquel appartient le globule que la litharge a rendu, il devient néceſſaire de ne former de l'un & l'autre qu'un unique bouton, en les faiſant fondre ſeuls dans une coupelle neuve, & à un degré de chaleur aſſez vif pour qu'on remarque dans la matière un mouvement léger de circulation: c'eſt à la faveur de cette dernière opération que le bouton d'eſſai ſe dépouille du peu de litharge dont j'ai averti qu'il reſtoit encore chargé, & qu'il ſe trouve réduit tant aux parties d'or & d'argent que la matière de l'eſſai

contenoit, qu'à celle qu'on y avoit ajoutée pour opérer le départ.

Après une telle opération, un Eſſayeur peut conſtater avec quelque confiance le poids du bouton qui en eſt réſulté, en déduire ſans héſitation la partie d'argent qu'il y avoit ajoutée, procéder au départ ordinaire, déduire une ſeconde fois ſur ce qui reſte du poids total, le poids particulier du cornet d'or, & ces deux objets une fois prélevés, regarder enfin tout ce qui reſte de ce calcul comme repréſentant la portion d'argent réelle que la matière de l'eſſai contenoit.

J'aurois deſiré de trouver une route plus courte & moins pénible aux Eſſayeurs que celle que je leur indique ici : je l'ai cherchée ſans ſuccès; mais tel eſt le ſort des connoiſſances humaines, & ſur-tout des recherches qui ont certains Arts pour objet. Il en a peu coûté peut-être pour en tirer d'abord une aſſez grande utilité : mais veut-on porter ces mêmes Arts au point de perfection dont ils ſont ſuſceptibles, les difficultés naiſſent à meſure qu'on approche du but; la préciſion échappe, & on eſt trop heureux de l'obtenir enfin, à la lumière des expériences, au prix du temps, & à force de travail.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Vue de la partie du Laboratoire où les Fourneaux ſont établis.

A, le Fourneau d'eſſai vu de face.

B, le fourneau à fondre en grand.

C, la porte de la pièce ſituée derrière les fourneaux, & où les ventouſes des deux fourneaux ſont pratiquées.

PLANCHE II.

La coupe géométrale du laboratoire priſe de profil, ainſi que de la pièce ſituée derrière les fourneaux, ſuivant la ligne *D E*, indiquée à la *planche première.*

F, la partie du laboratoire où les fourneaux ſont placés.

G, la pièce de derrière où les ventouses sont construites.

H, le fourneau d'essai coupé de profil.

I, courant d'air pris dans l'épaisseur du mur, & qui passe au travers de la grille du fourneau d'essai.

K, fenêtre au moyen de laquelle on peut augmenter ce courant d'air.

L, ouverture pratiquée au bas du mur pour augmenter le courant d'air qui entre dans la ventouse du grand fourneau *M M*.

O, tuyau du fourneau d'essai qui entre dans celui de la cheminée : il y a une trape de fer dans le tuyau de cette cheminée, & à la hauteur du sommet de la hotte, qu'on peut ouvrir & fermer à volonté ; elle ne donne passage, quand elle est fermée, qu'au tuyau du fourneau d'essai, & ôte toute autre communication de l'air du laboratoire avec celui du tuyau de la cheminée.

T, chape du fourneau d'essai.

S S, gros mur qui sépare les deux pièces.

V, la hotte de la cheminée.

PLANCHE III.

Figure 1, le fourneau d'essai vu de face comme dans la première planche.

H H H, massif de brique sur lequel ce fourneau est établi : il y a dans ce massif une cavité de cinq pouces, ou environ, en tout sens au-dessous de la grille qu'on ne peut voir ici que ponctuée.

A A, petites portes au-dessus l'une de l'autre, qui se ferment à coulisses.

B, chape qu'on ajoute, quand on veut, au chapiteau du fourneau.

C, ouverture de la chape.

Figure 4, plaque de fer indépendante de la chape, & qui sert à en fermer l'ouverture, après qu'on a garni le fourneau de charbon; lorsque cette plaque de fer est en place, elle s'y trouve maintenue par un petit rebord *z*; voyez ce rebord ou petite goutière *z* *(fig. 3)*, elle y est représentée de profil.

Figure 5, autre plaque de fer qu'on peut faire glisser au-dessous de la grille dans la coulisse *a*, *(fig. 1)*, & qui est destinée à empêcher, quand on le veut, que le courant d'air ne s'introduise dans le fourneau.

Figure 6, le plan du fourneau pris en la ligne ponctuée *D*; *E*, de la *figure 1* & de la *figure 2*.

1, *2*, *3*, petites portes des trois côtés du fourneau; la grille est dans le milieu du fond de ce fourneau.

G, courant d'air pris dans le mur *T T*.

H H, massif de briques.

Figure 2, la coupe du fourneau vu de face, laquelle est prise en la ligne ponctuée *I K*, du plan, *fig. 6*.

M M, massif de briques.

L, cavité au-dessous de la grille qui répond au courant d'air.

N, intérieur du fourneau.

P, moufle.

q q, côtés intérieurs du fourneau revêtus de terre à creusets.

Figure 3, coupe de l'élévation du fourneau vu de profil, comme on le voit dans la *planche II*; cette coupe est prise en la ligne ponctuée *R H*, indiquée au plan, *figure 6*.

M M, massif de briques.

A, cavité.

S, courant d'air établi dans le mur.

T T, mur.

V V V, intérieur du fourneau.

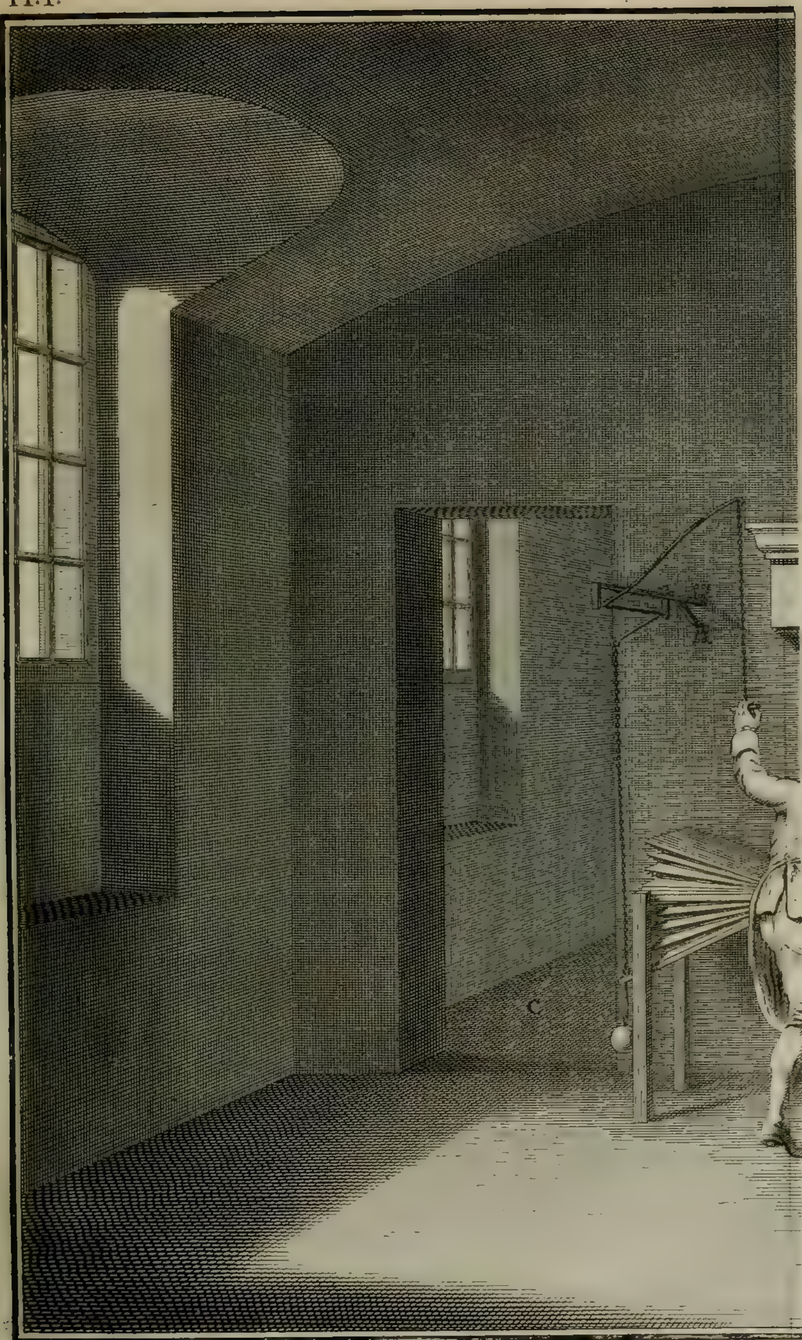
q, *q*, parois intérieures du fourneau, revêtues de terre à creusets.

d & *x*, petites portes du fourneau.

P, moufle coupée de profil.



Pl. 1.



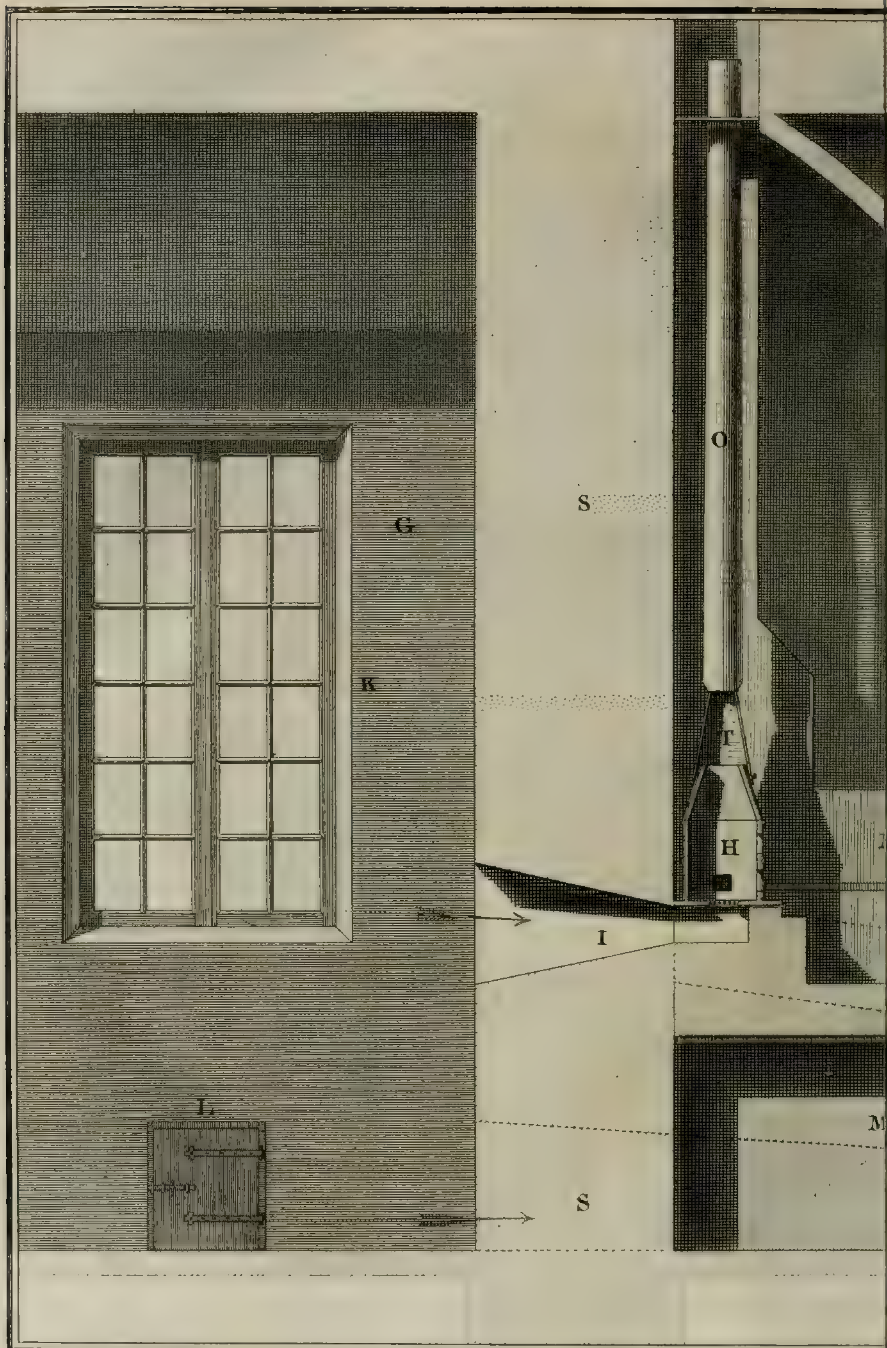
Fossier del

Mem. de l'Acad. R. des Sc. An. 1776. Page 430. Pl. XIII.

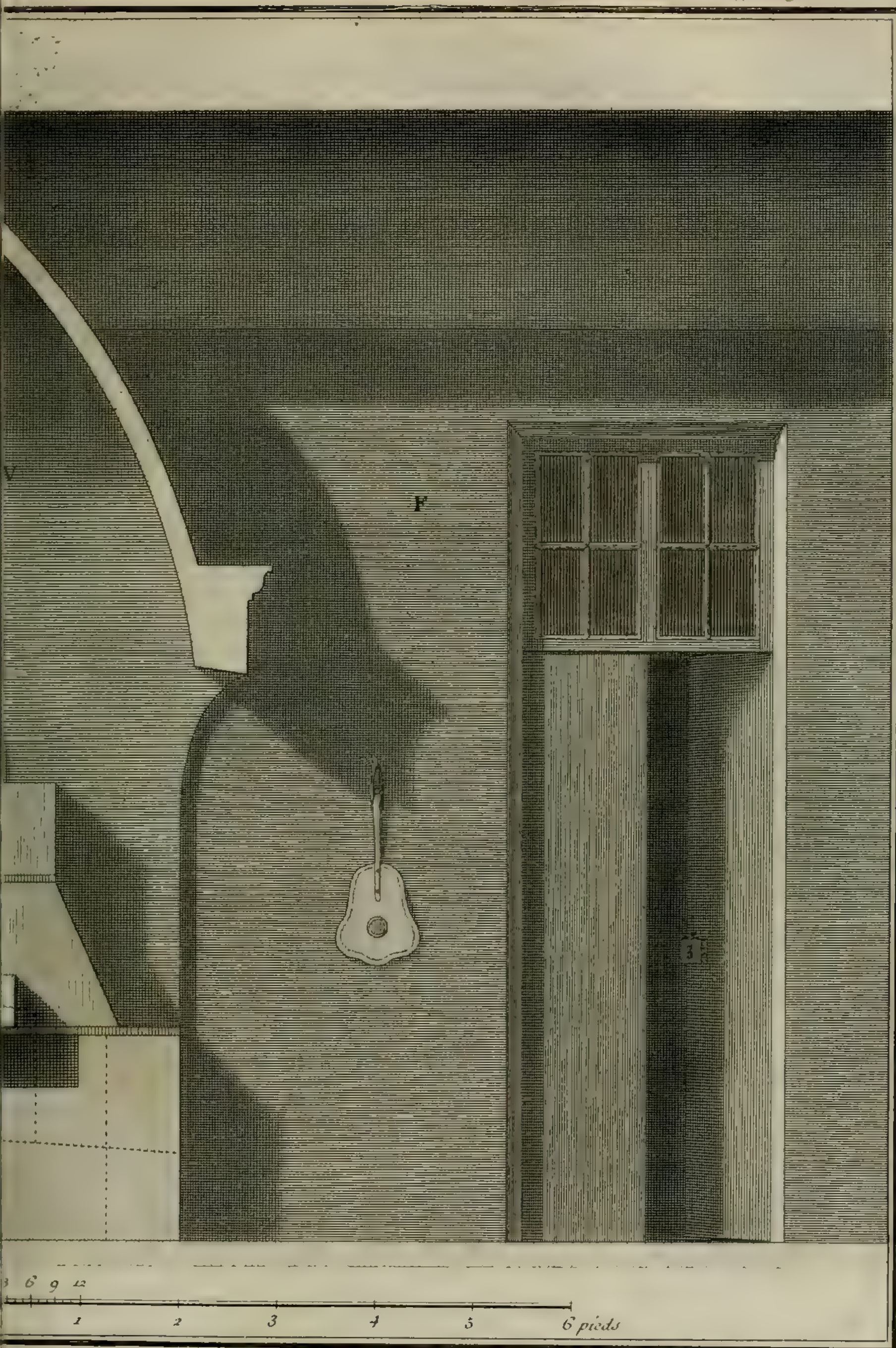


Fosner del

I le G sc



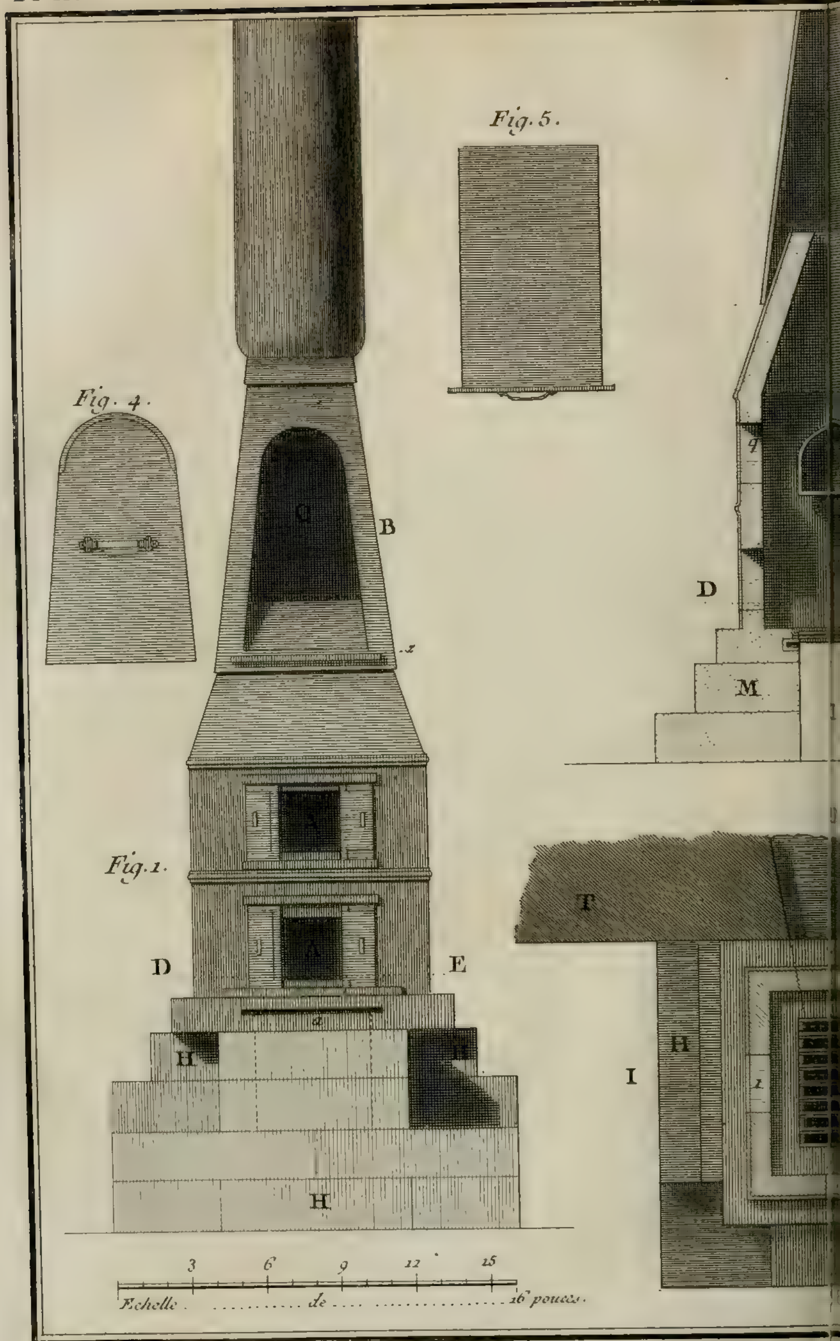
Fossier del.



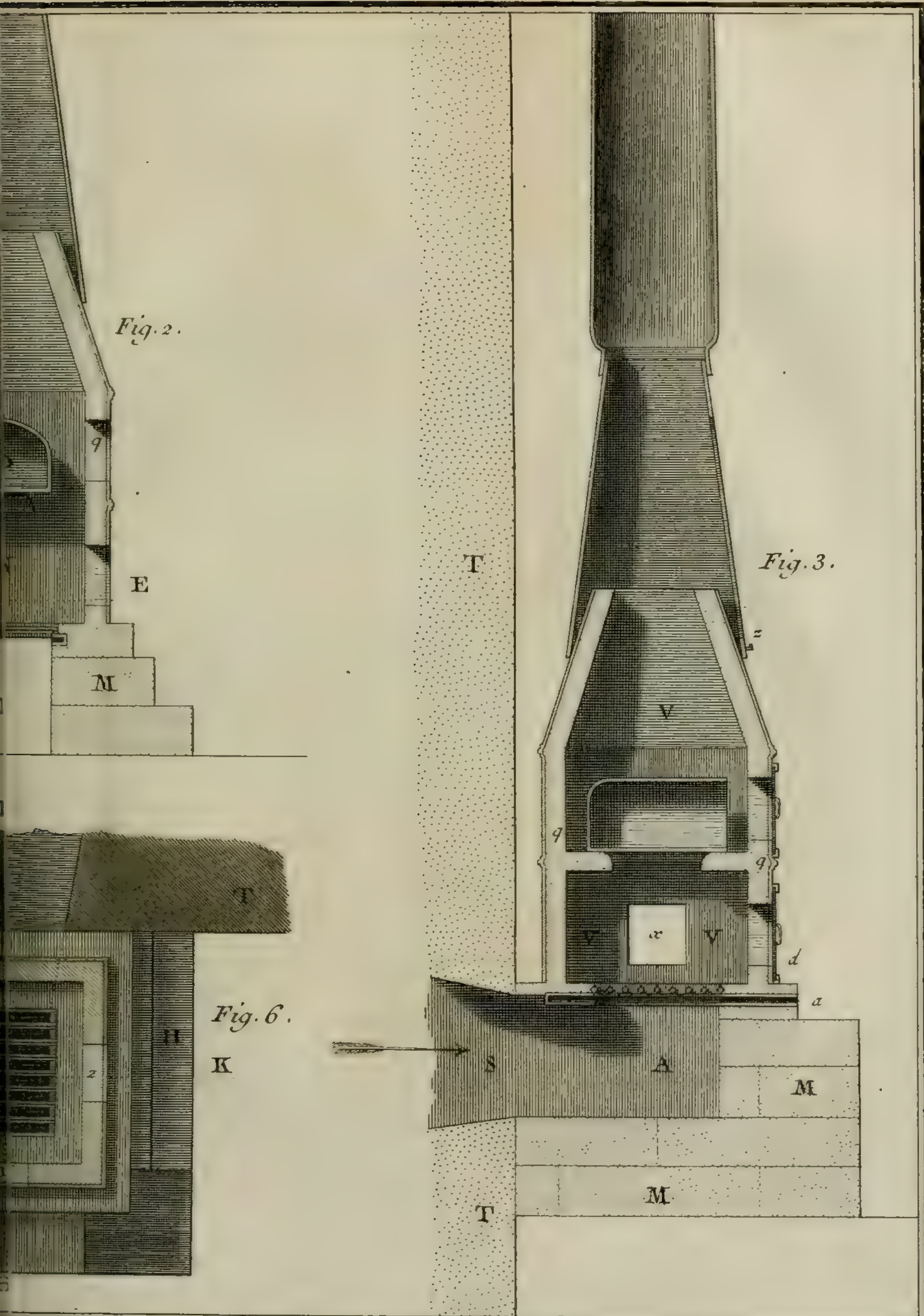
Y. le G.



Pl. III.



Fossier del.



Y. le G.



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE TOTALE DE LUNE, DU 30 JUILLET 1776.

Par M. BAILLY.

J'AI fait cette obſervation à l'Obſervatoire Royal, dans l'appartement de M. Jeaurat; j'étois aidé de M. l'abbé Briquet, qui comptoit à la Pendule, & qui a fait lui-même quelques obſervations : il a cru apercevoir la pénombre à $10^h\,4'$. Je me ſuis ſervi d'une lunette achromatique, dont le verre objectif a été travaillé par M. l'abbé Rochon; il groſſiſſoit environ cent fois. 3 Août 1776.

Commencement de l'Éclipſe	10^h	$19'$	$56''$.
Immerſion totale	11.	17	{ 6. / 11.
Émerſion ſoupçonnée	12.	51.	0.
Émerſion certaine; bord terminé	12.	53.	0.
L'Éclipſe eſt prête à finir	13.	50.	30.
Fin certaine	13.	52.	4.

OBSERVATIONS des Taches.

Galilée	10.	14.	0.
Héraclides	10.	28.	11.
Képler	10.	30.	5.
Copernic entre	10.	37.	0.
Tout Copernic	10.	39.	6.
Platon entre	10.	46.	16.
Tout Platon	10.	47.	11.
Tycho entre	10.	47.	56.
Tout *Tycho*	10.	49.	1.
Mare ſerenitatis *	10.	51.	21.

* M. l'abbé Briquet a obſervé les deux phaſes qui ſont déſignées par un aſtériſque.

Dionysius..............................	$10^h\ 57'\ 8''$.
Tout *Mare ſerenitatis* *......................	11. 0. 16.
Hermès..............................	11. 2. 26.
Tout *Hermès*..........................	11. 3. 26.
Proclus..............................	11. 8. 11.

L'obſervation de ces taches, excepté les deux dernières, eſt aſſujettie à une incertitude de 30 ſecondes, à cauſe d'une Pendule à demi-ſecondes à laquelle on comptoit; on y a eu égard par la ſuite.

Grimaldi ſort..........................	$12^h\ 55'\ 56''$.
Il eſt ſorti............................	12. 56. 40.
Tout Képler............................	13. 4. 40.
Héraclides ſort..........................	13. 7. 6.
Tout Héraclides.........................	13. 7. 52.
Tout *Mare ſerenitatis*..................	13. 43. 32.
Tout *Mare criſium*.....................	13. 49. 43.

Dans l'émerſion, l'ombre étoit forte; on n'apercevoit pas toujours les taches avant leur ſortie : c'eſt ce qui fait que je n'ai pu en obſerver davantage. Je remarquerai que la tache d'Héraclides a été vue dans l'ombre comme un point lumineux, plus de 15 ou 20 minutes après ſon entrée & avant ſa ſortie.



OBSERVATIONS

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE TOTALE DE LUNE, DU 30 JUILLET 1776.

Par M. CASSINI DE THURY.

J'AI fait cette Obſervation, de concert avec M.rs Jeaurat & Rochon, qui rendront compte de leurs Obſervations particulières: je me ſuis ſervi d'une lunette de 10 pieds de longueur; quoique je connoiſſe parfaitement la déviation du mural, j'avois tenté de prendre des hauteurs correſpondantes du Soleil, mais le ciel fut couvert le matin, & ne ſe découvrit que lorſque le Soleil étoit déjà trop élevé ou trop proche du Méridien. 31 Juillet 1776.

À 10h 19′ 0″, commencement certain.
10. 21. 45, *Grimaldi* dans l'ombre.
10. 29. 15, Képler ne paroît plus.
10. 38. 0, l'ombre à Copernic.
10. 40. 0, Copernic ne paroît plus.
10. 47. 0, Platon dans l'ombre.
10. 48. 0, l'ombre à *Tycho*.
10. 49. 40, *Tycho* dans l'ombre.
10. 52. 40, *Manilius* dans l'ombre.
10. 56. 45, *Menelaüs* dans l'ombre.
10. 59. 45, *Plinius*.
11. 9. 45, au bord de *Mare criſium*.
11. 12. 45, *Mare criſium* dans l'ombre.
11. 17. 45, Immerſion totale de la Lune.
11. 29. 52, Immerſion d'une Étoile avec la lunette de Dollond.

Un nuage, qui occupoit toute la partie du ciel & couvroit la Lune, a empêché d'obſerver ſon paſſage au Méridien; le ciel s'eſt éclairci; le nuage a diſparu.

À $12^h\ 53'\ 0''$,	Émerſion certaine.
12. 45. 6,	*Grimaldi* ſorti.
13. 7. 40,	Képler ſorti.
13. 11. 50,	*Tycho* ſorti.
13. 16. 50,	Copernic ſorti.
13. 23. 50,	Platon.
13. 30. 20,	*Manilius*.
13. 33. 20,	*Menelaüs*.
13. 38. 45,	*Plinius*.
13. 52. 45,	l'Éclipſe eſt certainement finie.

Le milieu de l'Éclipſe a été le 31 à $0^h\ 5'\ 25''$.

L'ombre de la Lune étoit bien terminée, mais ſi claire qu'on voyoit diſtinctement les taches au travers: le diſque de la Lune paroiſſoit au travers de l'ombre d'une couleur rougeâtre, & le bord oriental de la Lune de couleur argentine, de ſorte que l'on croyoit à la vue apercevoir un filet de lumière.

Dans l'obſervation de l'Éclipſe totale de Lune de 1740, qui eſt la ſeule que j'aie obſervée à Cette, & dont M. de la Caille a rendu compte la même année * (l'ayant fait de ſon côté à l'hermitage Saint-Victor), l'ombre de la Terre étoit également bien terminée, mais l'ombre paroiſſoit plus noire: nous avions remarqué qu'elle paroiſſoit courbée vers le milieu; mais je n'ai point remarqué de courbure dans cette dernière obſervation.

* Mém. Acad. page 433.

OBSERVATION
DU PASSAGE DE LA LUNE AU MÉRIDIEN,
Les jours qui ont précédé l'Éclipse.

Le 27 Juillet, le 1.er bord de la Lune a précédé μ du ♐ de 27′ 37″.
Avec une différence de hauteur........ 43. 30.
dont le bord supérieur de ☾ étoit plus élevé.

Le 28 Juillet, l'Étoile a précédé le bord de la Lune... 33. 24.
Avec une différence de hauteur........ 15. 20.
dont le bord supérieur de la ☾ étoit plus bas.



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE LUNE,

Arrivée la nuit du 30 au 31 Juillet 1776.

FAITE À L'HÔTEL DE CHAULNES.

Par M. DE FOUCHY.

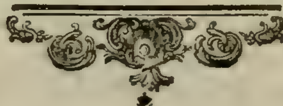
3 Août 1776.

LE temps a été très-ſerein pendant la durée de cette Éclipſe, excepté pendant une partie de l'obſervation totale, qu'un nuage a caché la Lune éclipſée aux Obſervateurs qui étoient au midi de Paris, tandis que ceux qui étoient au nord de la ville ne l'ont pas perdue de vue : ma pendule avoit été réglée par des hauteurs correſpondantes, priſes le 29, & par les paſſages du Soleil à une bonne Méridienne; l'obſervation a été faite avec une lunette de 7 pieds $\frac{1}{2}$. Voici les phaſes réduites au temps vrai.

À 10^h 18′ 5″, je juge l'Éclipſe commencée.
10. 20. 51, commencement de *Grimaldi.*
10. 21. 50, tout *Grimaldi.*
10. 27. 23, commencement d'Ariſtarque.
10. 28. 31, tout Ariſtaque.
10. 30. 28, commencement de *Mare humorum.*
10. 35. 45, tout *Mare humorum.*
10. 37. 45, commencement de Copernic.
10. 38. 55, tout Copernic.
10. 46. 6, commencement de Platon.
10. 47. 8, tout Platon.
10. 49. 6, tout *Tycho.*
10. 51. 37, commencement de *Manilius.*
10. 52. 46, tout *Manilius.*
10. 54. 10, *Menelaüs* commence.
10. 56. 20, tout *Menelaüs.*

11h	2'	6",	commencement de *Mare nectaris.*
11.	6.	29,	tout *Mare nectaris.*
11.	9.	27,	commencement de *Mare crisium.*
11.	12.	57,	tout *Mare crisium.*
11.	17.	34.	Immersion totale.
12.	52.	51,	Émersion.
12.	55.	45,	*Grimaldi* commence à se découvrir.
12.	56.	50,	tout *Grimaldi.*
1.	6.	20,	Aristarque commence.
1.	7.	32,	tout Aristarque.
1.	15.	48,	Copernic.
1.	22.	6,	Platon commence.
1.	24.	2,	tout Platon.
1.	30.	40,	*Manilius* commence.
1.	31.	54,	tout *Manilius.*
1.	34.	0,	*Menelaüs* commence.
1.	35.	6,	tout *Menelaüs.*
1.	46.	57,	*Mare crisium* commence.
1.	49.	25,	tout *Mare crisium.*
1.	51.	56,	fin de l'Éclipse.

L'ombre a été bien terminée pendant la durée de l'Éclipse; mais elle étoit si claire, qu'après l'immersion totale, on distinguoit facilement toutes les taches un peu considérables de la Lune, qui ressembloit pour lors à une vraie estampe de Sélénographie: cette circonstance même a rendu l'instant de l'émersion très-difficile à déterminer; mais peu après l'ombre est devenue plus épaisse, & elle l'a été au point qu'on n'apercevoit plus aucune tache dans la partie qu'elle couvroit.



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE TOTALE DE LUNE, DU 30 JUILLET 1776,

Faite à l'Obſervatoire Royal.

Par M. JEAURAT.

31 Juillet 1776. CETTE Obſervation a été faite par un beau temps, & avec M.rs Caſſini de Thury, Bailly & l'abbé de Rochon; M. l'abbé de Rochon & moi étions avec M. Caſſini au rez-de-chauſſée; la même pendule nous a ſervi à tous trois: M. Bailly étoit au premier, & avoit avec lui M. l'abbé Briquet, Prêtre habitué de Saint-Jacques, connu de nous par ſes travaux aſtronomiques.

Comme nous eſpérions pouvoir obſerver la Lune au Méridien, quoiqu'entièrement plongée dans l'ombre, j'avois d'avance calculé, avec les Tables de M. Clairaut & avec celles de M. Mayer, le paſſage de la Lune au Méridien, ainſi que les phaſes de cette Éclipſe: & il y a lieu de préſumer que ce calcul auroit été très-peu différent de l'obſervation, ſi un nuage ne nous avoit, dans cet inſtant, caché la Lune; car, ſelon mes calculs, l'annonce de la Connoiſſance des Temps (qui eſt de M. du Vaucel, Correſpondant de cette Académie) devoit être trop tôt d'environ 3 minutes, & effectivement l'obſervation a tardé ſur cette annonce de 2′ 50″. Je crois donc pouvoir conclure de cela, que les Tables de M.rs Clairaut & Mayer, donnoient pour cette Éclipſe une préciſion auſſi grande qu'on peut deſirer; & ce qu'il y a de certain, c'eſt que les Tables de ces deux célèbres Géomètres, concouroient à donner à 2 ſecondes près, la même longitude de la Lune pour $12^h\ 13'\ 50''$; ſavoir, $10^f\ 8^d\ 13'\ 50''$ ou $52''$, à l'inſtant de l'oppoſition. Voici les différentes phaſes que j'ai obſervées

avec une lunette achromatique de 3 pieds de foyer, & comme l'effet de son grossissement me paroissoit double de celui qu'il me falloit dans ce cas-ci; j'y ai adapté un oculaire qui n'amplifioit que de soixante fois le diamètre des objets.

Des observations qui suivent, il résulte que la durée entière de l'Éclipse a été de $3^h\ 33'\ 5''$; que la durée dans l'ombre étoit de $1^h\ 33'\ 0''$; que le milieu de l'Éclipse, par rapport à la durée entière, est arrivé à $12^h\ 5'\ 52''$; que ce milieu, par rapport à la durée totale dans l'ombre, est arrivé à $12^h\ 4'\ 10''$; & que ce même milieu, par rapport à Copernic, est arrivé à $12^h\ 57'\ 52''$: j'ajoute aussi que les temps, ainsi que ceux qui suivent, sont des temps vrais du Méridien de l'Observatoire royal de Paris.

Temps vrai	
À $10^h\ 13'\ 28''$,	on voit sur la Lune une foible pénombre.
10. 19. 20,	commencement certain de l'Éclipse.
10. 20. 55	*Grimaldi.*
10. 21. 35	
10. 29. 25,	commencement de Képler.
10. 30. 30,	milieu de Képler.
10. 31. 32,	fin de Képler.
10. 37. 10	Copernic.
10. 38. 58	
10. 47. 25	*Tycho.*
10. 48. 30	
10. 52. 15	*Manilius.*
10. 53. 20	
10. 54. 25	
10. 55. 25	*Plinius.*
10. 57. 25	
10. 58. 45	*Proclus.*
10. 59. 25	

Temps vrai.	
À 11h 16' 26",	fausse apparence de l'Immersion.
11. 17. 40,	Immersion certaine & totale de la Lune.
12. 50. 20,	fausse apparence d'Émersion ou forte pénombre.
12. 50. 40,	Émersion certaine.
12. 55. 20 12. 55. 40	*Grimaldus.*
13. 7. 0 13. 7. 10 13. 7. 20	Képler.
13. 9. 35 13. 10. 45	Tycho.
13. 16. 25 13. 16. 45	Copernic.
13. 21. 0 13. 21. 40	Platon.
13. 38. 20 13. 38. 30	*Plinius.*
13. 52. 25,	fin de l'Éclipse.

L'ombre étoit bien terminée ſur la Lune, & ſa courbure étoit ſenſible : pendant l'immerſion, le bord occidental du diſque de la Lune étoit rouge, & le bord oriental argentin; d'ailleurs, excepté le temps où un nuage a empêché d'obſerver la Lune au Méridien, on voyoit diſtinctement la totalité de ſon diſque, & même pluſieurs de ſes taches.



OBSERVATION

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE TOTALE DE LUNE, LA NUIT DU 30 AU 31 JUILLET 1776.

Faite à Paris à l'Obſervatoire de la Marine.

Par M. MESSIER.

LE ciel parfaitement beau & ſerein avant & depuis le commencement de l'Éclipſe juſqu'à l'immerſion totale, & depuis l'émerſion juſqu'à la fin; pendant une partie de la durée de la Lune dans l'ombre, un nuage aſſez étendu au-deſſous de la Lune & s'élevant du Midi, l'a cachée à différentes repriſes, & ſur-tout au moment de ſon paſſage au Méridien que je n'ai pu voir. Ce même nuage a dû faire manquer également ce paſſage aux Aſtronomes de Paris, placés au midi & ſous le même Méridien que mon Obſervatoire : je rapporterai dans mon Mémoire les momens que ce nuage a couvert & découvert la Lune. Lû le 7 Août 1776.

Pour l'obſervation, j'ai employé deux lunettes achromatiques à triple objectif, de même longueur l'une & l'autre, de 3 pieds & demi de foyer; la mienne, faite à Londres par Dollond; la ſeconde, faite à Paris par M. de l'Étang; elle appartient à M. Baudouin, maître des Requêtes : l'une & l'autre groſſiſſoient également, environ quarante fois le diamètre de l'objet, effet plus que ſuffiſant pour cette ſorte d'obſervation, qui procure beaucoup de lumière, ce qui eſt néceſſaire pour voir diſtinctement la Lune & les taches à travers l'ombre. Un groſſiſſement plus fort n'auroit pas rendu les mêmes effets : 1.° le diamètre de la Lune n'auroit pas paru en ſon entier, ou trop grand dans le champ de la lunette; 2.° la Lune n'auroit pas été ſi claire, & les taches ſe ſeroient confondues avec l'ombre, comme M. Bailly l'a annoncé dans la dernière Aſſemblée de l'Académie, en rendant compte de ſon obſervation. « Je me ſuis ſervi (rapporte M. Bailly) d'une lunette

» achromatique qui grossissoit environ cent fois; l'ombre dans » l'émersion, étoit si forte, qu'on n'apercevoit pas toujours les » taches avant leur sortie, & c'est ce qui fait que je n'ai pu en observer qu'un petit nombre ». J'ai évité cet inconvénient en ne faisant grossir mes deux lunettes que quarante fois, par ce moyen j'ai toujours vu les taches à travers l'ombre, & j'en ai observé un grand nombre. Mes deux lunettes étoient attachées l'une au-dessus de l'autre, sur une machine parallactique & parallèles entr'elles, de manière que la Lune paroissant dans l'une, elle paroissoit en même temps dans l'autre. A l'une de ces lunettes, qui étoit celle de Dollond, j'avois adapté un micromètre à fils qui a servi à mesurer, 1.° le point du limbe de la Lune où l'Éclipse a commencé, ainsi que le commencement de l'émersion; 2.° la distance des cornes de l'ombre à mesure que l'ombre couvroit la Lune dans l'immersion, & qu'elle la découvroit dans l'émersion; 3.° & pour la mesure du diamètre de la Lune. L'autre lunette fut employée à observer le commencement & la fin de l'Éclipse, ainsi que l'entrée & la sortie des taches.

OBSERVATIONS de l'immersion de la Lune dans l'ombre.

TEMPS VRAI.	N.os des TACHES.	
$9^h\ 50'\ 0''$	. . . .	Pénomb. que l'on commence à aperc. à la vue simple.
9. 54. 0	. . . .	Pénombre que l'on commence à soupç. à la lunette.
10. 10. 0	. . . .	Pénombre sensible.
10. 15. 41	. . . .	Pénombre plus forte au-dessus de *Grimaldus*.
10. 17. 41	. . . .	La pénombre très-augmentée.
10. 18. 16	Commenc. de l'Éclipse à 11′ du bord supérieur de la Lune.	
10. 21. 11	1	*Grimaldus* touche l'ombre.
10. 21. 58	1	*Grimaldus* à moitié dans l'ombre.
10. 28. 47	3	*Aristarchus* à moitié dans l'ombre.
10. 29. 44	4	*Keplerus* touche l'ombre.
10. 30. 56	4	*Keplerus* à moitié dans l'ombre.
10. 31. 10	5	*Gassendus* touche l'ombre.
10. 31. 46	5	*Gassendus* à moitié dans l'ombre.

TEMPS VRAI.	N.os des TACHES.	
10h 32′ 10″	4	*Keplerus* entre dans l'ombre.
10. 32. 20	5	*Gassendus* entre dans l'ombre.
10. 36. 58	8	*Heraclides* dans l'ombre.
10. 37. 38	11	*Copernicus* touche l'ombre.
10. 38. 28	11	*Copernicus* à moitié dans l'ombre.
10. 39. 21	11	*Copernicus* dans l'ombre.
10. 40. 44	12	*Helicon* dans l'ombre.
10. 40. 44	13	*Capuanus* dans l'ombre.
10. 45. 24	20	*Pitatus* à moitié dans l'ombre.
10. 46. 15	17	*Plato* touche l'ombre.
10. 46. 45	17	*Plato* à moitié dans l'ombre.
10. 47. 17	17	*Plato* dans l'ombre.
10. 48. 17	21	*Tycho* touche l'ombre.
10. 48. 54	21	*Tycho* à moitié dans l'ombre.
10. 49. 27	21	*Tycho* entièrement entré.
10. 49. 38	F.	*Mare serenitatis* touche l'ombre.
10. 49. 38	C.	*Mare imbrium* totalement dans l'ombre.
10. 50. 34	24	*Manilius* touche l'ombre.
10. 51. 31	24	*Manilius* dans l'ombre.
10. 54. 22	26	*Hermès* à moitié dans l'ombre.
10. 54. 56	E.	*Mare tranquillitatis* touche l'ombre.
10. 55. 28	F.	*Mare serenitatis* à moitié dans l'ombre.
11. 1. 14	F.	*Mare serenitatis* totalement entrée.
11. 3. 44	D.	*Mare nectaris* touche l'ombre.
11. 5. 18	31	*Fracastorius* à moitié dans l'ombre.
11. 6. 6	31	*Fracastorius* dans l'ombre.
11. 7. 43	D.	*Mare nectaris* totalement entrée.
11. 8. 28	E.	*Mare tranquillitatis* totalement dans l'ombre.
11. 9. 24	H.	*Mare crisium* touche l'ombre.
11. 9. 57	36	*Cléomedes* touche l'ombre.
11. 11. 29	H.	*Mare crisium* moitié dans l'ombre.
11. 13. 33	H.	*Mare crisium* totalement dans l'ombre.
11. 14. 23	G.	*Mare fœcunditatis* totalement dans l'ombre.
11. 16. 52	Immersion totale de la Lune dans l'ombre, entre les mers *Mare crisium* & *Mare fœcunditatis*.	

Distances des cornes de l'ombre pendant l'Immersion.

TEMPS VRAI.	PARTIES du MICROMÈTRE.	MIN. ET SEC. de DEGRÉ.
10h 24' 21"	947	15' 53"
10. 33. 43	1539	25. 48
10. 41. 58	1826	30. 37

Peu de minutes après que l'Éclipse fut commencée, il parut sur la partie éclipsée de la Lune, une légère nuance de couleur rouge, qui augmenta avec le progrès de l'ombre : cette couleur rouge devint considérable pendant tout le temps de l'immersion totale de la Lune dans l'ombre, excepté quelques minutes avant l'émersion que la couleur s'affoiblit par degré; le disque de la Lune parut en son entier pendant tout le temps de l'immersion totale, & les taches se distinguoient assez bien à travers l'ombre; cette couleur rouge qui la couvroit & son disque apparent avoient déjà été remarqués; la couleur rouge seulement, pendant l'immersion totale de la Lune dans l'ombre, dans les Éclipses de Lune des 13 Février & 8 Août 1729, 1.er Décembre 1732, 26 Mars & 20 Septembre 1736, 25 Février 1747, 19 Juin & 13 Décembre 1750.

Pendant l'immersion totale de la Lune dans l'ombre, le ciel étoit d'une beauté singulière, excepté le léger nuage qui étoit au midi à la hauteur de la Lune; la nuit étoit obscure, les Étoiles brilloient comme dans une belle nuit d'hiver; je profitai de ce moment pour parcourir le ciel.

Dans le temps de l'immersion totale, on voyoit aux environs de la Lune jusqu'aux plus petites Étoiles télescopiques; il en paroissoit cinq, presque sur la même ligne : deux de la septième à la huitième grandeur, deux autres de la neuvième & la cinquième télescopique, deux de ces Étoiles furent éclipsées pendant l'Éclipse totale, & j'observai les occultations.

OCCULTATIONS de deux Étoiles par la Lune dans le temps de son Immersion totale.

TEMPS VRAI.	
11h 29′ 55″	Immersion d'une Étoile de la septième à la huitième grandeur, au bord de la Lune que l'on voyoit très-bien, quoique dans l'ombre; l'Étoile parut pendant deux secondes à travers la lumière du bord de la Lune avant d'être éclipsée. Son immersion se fit 1′ 20″ au-dessus du bord inférieur de la Lune. Observation précise à la seconde.
11. 40. 48	Immersion d'une seconde Étoile de la neuvième grandeur, même circonstance & même précision.
11. 48. 27	Émersion de la première Étoile, douteuse à plusieurs minutes, je n'étois pas à la lunette au moment de sa sortie; elle paroissoit cependant encore toucher au bord de la Lune, mais comme elle étoit sortie près du bord inférieur, qu'elle sembloit suivre; il ne fut pas possible d'estimer le moment de sa sortie.
12. 46. 54½	Émersion de la seconde Étoile, à la demi-seconde, elle parut à 5′ 44″ du bord inférieur de la Lune; mesuré suivant son mouvement apparent.

Pour reconnoître ces Étoiles & en déterminer les positions, en les comparant à des Étoiles connues, je pris leurs configurations, & entr'elles des différences de passages en ascension droite, ainsi que des différences en déclinaison. Après la fin de l'Éclipse, je recherchai ces Étoiles, mais ce fut inutilement, la grande clarté de la Lune avoit effacé leur lumière. La nuit du 31 au 1.er Août, par un ciel serein, je recherchai ces Étoiles, les ayant reconnues, j'en déterminai les positions en les comparant par le moyen d'autres Étoiles, aux deux Étoiles γ & δ de la queue du Capricorne : voici leurs positions pour le temps de l'Éclipse.

ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. australe.	
310d 12′ 43″	19d 56′ 1″	Étoile de la septième à la huitième grandeur.
310. 21. 20	19. 49. 4	Étoile de la neuvième grandeur.
310. 28. 5	19. 40. 36	Étoile télescopique, onzième grandeur.
310. 31. 35	19. 37. 7	Étoile de la sept. à la huit. gr. éclip. la prem.
310. 46. 24	19. 24. 36	Étoile de la neuv. grand. éclipsée la seconde.
321. 55. 9	17. 39. 41	γ du ♑ 3.e gr. déd. de la *Conn. des Temps.*

Pendant la durée de l'Éclipſe totale, près de la moitié du diamètre de la Lune dans ſa partie nord étoit plus ſombre que dans la partie du midi; cette obſcurité produite par l'ombre varioit à meſure de ſon progrès; cette obſcurité fut très-ſenſible à la vue ſimple; après l'immerſion totale, cette obſcurité parut à l'orient de la Lune, paſſa au nord & au couchant. Quelques minutes avant l'émerſion, à $12^h 47' 47''$, la Lune s'éclaircit ſi conſidérablement que toutes les taches de la Lune paroiſſoient très-diſtinctement, & ſur-tout celles de la partie orientale où l'émerſion devoit ſe faire. Grimaldus étoit d'une apparence ſingulière, de manière que j'étois dans l'incertitude de ſavoir ſi l'émerſion étoit commencée ou non, & ce ne fut qu'environ deux minutes après que je reconnus les limites de l'ombre, & j'obſervai le commencement de l'émerſion; après que l'émerſion fut commencée, l'ombre devint plus forte & augmenta à meſure qu'elle s'avançoit ſur la Lune, ſans cependant perdre les taches que je diſtinguois aſſez bien à travers l'ombre. Quelques minutes après l'émerſion, la couleur rouge ſe diſſipa, & l'ombre parut d'un gris foncé ſemblable à une légère teinte d'encre de la Chine.

Effet du nuage pendant l'Éclipſe totale.

Temps vrai.	
$11^h 45' 28''$	Un nuage s'élève du midi & couvre la Lune, elle ſe découvre peu de temps après.
11. 51. 27	Le nuage augmente & recouvre encore la Lune.
11. 55. 27	La Lune ſort du nuage; elle y rentre peu de temps après & n'en ſort qu'une demi-minute environ après ſon paſſage au Méridien. Avant le commencement de l'émerſion, le nuage s'étoit diſſipé & le ciel étoit parfaitement beau.

OBSERVATIONS de l'Émersion de la Lune dans l'ombre.

TEMPS VRAI.	N.os des TACHES	
12h 52′ 20″	....	Commencement de l'émerſion, à 13′ 44″ du bord ſupérieur de la Lune.
12. 55. 8	1	*Grimaldus* ſort de l'ombre.
12. 55. 58	1	*Grimaldus* à moitié ſorti.
12. 56. 47	1	*Grimaldus* quitte l'ombre.
13. 1. 0	A.	*Mare humorum* ſort de l'ombre.
13. 3. 29	A.	*Mare humorum* à moitié hors de l'ombre.
13. 3. 45	5	*Gaſſendus* à moitié ſorti.
13. 5. 58	A.	*Mare humorum* quitte l'ombre.
13. 7. 22	3	*Ariſtarchus* à moitié ſorti.
13. 8. 18	4	*Keplerus* à moitié ſorti.
13. 9. 32	21	*Tycho* au bord de l'ombre.
13. 10. 34	21	*Tycho* à moitié ſorti.
13. 11. 38	21	*Tycho* ſort de l'ombre.
13. 15. 34	11	*Copernicus* au bord de l'ombre.
13. 15. 58	8	*Heraclides* quitte l'ombre.
13. 16. 14	11	*Copernicus* moitié hors de l'ombre.
13. 17. 4	11	*Copernicus* quitte l'ombre.
13. 19. 28	12	*Helicon* ſort de l'ombre.
13. 20. 28	15	*Eratoſthenes* quitte l'ombre.
13. 25. 12	7	*Harpalus* à moitié hors de l'ombre.
13. 29. 2	C.	*Mare imbrium* quitte l'ombre.
13. 29. 52	F.	*Mare ſerenitatis* au bord de l'ombre.
13. 30. 42	24	*Manilius* à moitié hors de l'ombre.
13. 32. 41	E.	*Mare tranquillitatis* au bord de l'ombre.
13. 33. 41	D.	*Mare nectaris* au bord de l'ombre.
13. 33. 41	25	*Menelaüs* à moitié hors de l'ombre.
13. 36. 10	D.	*Mare nectaris* à moitié ſortie.
13. 38. 20	D.	*Mare nectaris* quitte l'ombre.
13. 38. 20	E.	*Mare tranquillitatis* à moitié hors de l'ombre.
13. 39. 22	32	*Promontorium acutum* ſort de l'ombre.

TEMPS VRAI.	N.os des TACHES	
13. 40. 27	F.	*Mare ſerenitatis* quitte l'ombre.
13. 43. 49	G.	*Mare fœcunditatis* à moitié hors de l'ombre.
13. 44. 8	E.	*Mare tranquillitatis* quitte l'ombre.
13. 46. 21	H.	*Mare criſium* touche l'ombre.
13. 47. 9	35	*Proclus* à moitié hors de l'ombre.
13. 48. 33	H.	*Mare criſium* à moitié hors de l'cmbre.
13. 50. 42	H.	*Mare criſium* quitte l'ombre.
13. 52. 30	Fin de l'Eclipſe vis-à-vis *Mare criſium.*	
14. 1. 6	Pénombre légère.	
14. 6. 6	Pénombre encore ſenſible.	
14. 9. 5	Il n'en reſte qu'un ſoupçon à la lunette.	
14. 16. 5	La Lune claire & ſans pénombre à la lunette.	
14. 20. 0	Il reſte encore un léger ſoupçon de pénombre à la vue ſimple; mais à la lunette, il y avoit plus de 8 minutes que l'on n'en ſoupçonnoit plus.	

L'ombre pendant la durée de l'Éclipſe, me parut bien terminée, la pénombre très-claire & d'une nuance preſque égale, ſéparée de l'ombre ſans confuſion, & ne laiſſoit qu'une légère incertitude ſur les obſervations.

Diſtances des cornes de l'ombre dans l'Émerſicn.

TEMPS VRAI.	PARTIES du MICROMÈTRE.	DISTANCE des CORNES.	
12h 58′ 13″	1313	22′ 1″	
13. 5. 58	1825	30. 36	
13. 12. 44	1950	32. 41	
13. 14. 34	1973	33. 5	Plus grande diſtance des cornes qui étoit le diamètre de la Lune.
13. 22. 43	1927	32. 18	
13. 28. 2	1830	30. 41	

TEMPS

TEMPS VRAI.	PARTIES du MICROMÈTRE.	DISTANCE des CORNES.
13h 35′ 22″	1617	27′ 6″
13. 41. 10	1312	22. 0
13. 45. 26	1054	17. 40
13. 48. 0	800	13. 25
13. 49. 52	545	9. 8

Diamètre vertical apparent de la Lune, mesuré avant l'Éclipse, pendant l'Éclipse, vers le milieu de l'immersion totale, & à la fin.

TEMPS VRAI.	PARTIES du MICROMÈTRE.	DIAMÈTRE.
10h 3′ 43″	1968	33′ 2″
11. 21. 32	1974	33. 6
12. 12. 24	2005	33. 37
13. 14. 34	1973	33. 5
13. 57. 37	1974	33. 6
13. 59. 37	1974	33. 6

Le diamètre de la Lune, mesuré à $12^h\ 12'\ 24''$, temps du milieu environ de l'Éclipse, je trouvai ce diamètre augmenté d'environ 30 secondes sur les autres diamètres que j'avois déterminés : cette observation est assez singulière; je ne puis cependant la certifier, ne l'ayant pas répétée, & peut-être se seroit-il glissé quelques erreurs en écrivant les parties du micromètre; cependant j'étois assez attentif à toutes les mesures & à toutes les observations que j'ai faites; le moment de la mesure de ce diamètre étoit celui qui me donnoit le plus de relâche : j'étois seul à mon Observatoire, ainsi que pendant toute la durée de l'Éclipse.

Je rapporterai ici l'obſervation de cette Éclipſe, faite par M. le Préſident de Saron, M.rs de Bory & du Séjour, rue de l'Univerſité, 1",8 de temps à l'occident du Méridien de l'Obſervatoire royal; & une ſeconde obſervation, faite par M. Baudouin, Maître des Requêtes, rue Saint-Honoré, vis-à-vis les Capucins.

La pendule de M. de Saron fut réglée par des hauteurs d'étoiles de l'Aigle & d'*Arcturus (a)*.

Temps vrai.	
10h 21' 13"	commencement de l'Éclipſe.
10. 28. 53	l'ombre au milieu de *Képler*.
10. 38. 43	l'ombre au milieu de *Copernic*.
10. 48. 59	l'ombre au milieu de *Tycho*.
11. 17. 33	Immerſion totale.
11. 29. 48	occultation de la première Étoile.
11. 40. 38	occultation de la ſeconde Étoile.
11. 44. 57	Émerſion de la première Étoile.

Les occultations furent obſervées avec une lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$, & les obſervations de l'Éclipſe avec un téleſcope d'un pied de foyer, monté ſur une machine parallactique.

OBSERVATION de M. Baudouin, *rue Saint-Honoré, 2",3 de temps à l'occident de l'Obſervatoire Royal, avec une lunette achromatique de 3 pieds, qui groſſiſſoit environ ſoixante fois, & qui appartient à M.* Bertin, *Miniſtre.*

Temps vrai.	
10h 16' 30"	commencement de l'Éclipſe.
10. 29. 0	*Képler* entre dans l'ombre.
10. 30. 50	*Képler* entré.
10. 37. 50	*Copernic* touche l'ombre.

(a) La pendule ſonnoit les ſecondes, & on a reconnu dans la ſuite que la pendule ſonnant, avançoit, pendant une heure, de 32 ſecondes ſur le Temps vrai, & qu'en ne ſonnant pas, elle ſuivoit l'heure aſſez exactement.

Temps vrai.	
10h 38′ 50″	*Copernic* moitié dans l'ombre.
10. 39. 35	*Copernic* tout-à-fait entré.
10. 45. 40	*Platon* entre.
10. 46. 26	Milieu de *Platon*.
10. 47. 18	*Platon* entré.
10. 48. 20	*Tycho* entre.
10. 50. 10	*Tycho* entré.
10. 50. 15	*Menelaüs* & *Mare ſerenitatis* entrent dans l'ombre.
11. 1. 45	*Menelaüs* & *Mare ſerenitatis* entrés.
11. 7. 55	Entrée totale de *Mare nectaris*.
11. 9. 0	*Proclus* entre.
11. 10. 0	*Mare criſium* entrée.
11. 16. 55	Immerſion totale de la Lune dans l'ombre.
12. 50. 30	Commencement de l'Émerſion.
13. 7. 42	*Platon* ſort de l'ombre.
13. 9. 47	*Tycho* commence à ſortir.
13. 11. 28	Sortie totale de *Tycho*.
13. 12. 6	*Ariſtotelès* ſort.
13. 13. 6	*Eudoxes* ſort.
13. 25. 15	*Hermès* ſort.
13. 52. 15	Fin de l'Écliſpe.

Ces obſervations furent faites ſur une montre à ſecondes, réglée ſur le Temps vrai à la pendule de l'Obſervatoire de M. le Monnier.

À Nanci.

M. Maillette, Profeſſeur de Géographie en l'Univerſité de cette ville, m'a envoyé l'obſervation de l'Écliſpe de Lune du 30 Juillet, faite à Nanci avec un téleſcope Grégorien de 15 pouces $\frac{1}{2}$ de foyer ; la pendule réglée ſur les Étoiles fixes & par des hauteurs correſpondantes du Soleil.

NOMS DES TACHES OBSERVÉES & CORRESPONDANTES.	OBSERV. de M. MAILLETTE. Temps vrai.	OBSERV. de M. MESSIER.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS.	
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	
Commenc.t de l'Éclipſe ou Immerſ.	10. 32. 23	10. 18. 16	14. 7	
L'ombre à *Grimaldi*..........	10. 37. 22	10. 21. 11	16. 11	
Grimaldi tout dans l'ombre......	10. 38. 5			
l'ombre à *Képler*.............	10. 43. 48	10. 29. 44	14. 4	
Tout *Képler* dans l'ombre......	10. 44. 31	10. 32. 10	12. 21	
L'ombre à *Mare humorum*......	10. 45. 49			
Mare humorum tout dans l'ombre.	10. 50. 46			
l'ombre à *Héraclides*..........	10. 47. 40			
L'ombre à *Copernic*...........	10. 52. 58	10. 37. 38	15. 20	
Tout *Copernic* dans l'ombre.....	10. 54. 22	10. 40. 44	13. 38	
L'ombre à *Platon*............	11. 1. 44	10. 46. 15	15. 29	
Tout *Platon* dans l'ombre......	11. 2. 45	10. 47. 17	15. 28	Milieu
L'ombre à *Tycho*.............	11. 3. 45	10. 48. 17	15. 28	15′ 15″.
Tout *Tycho* dans l'ombre......	11. 5. 27	10. 49. 27	16. 0	
L'ombre à *Manilius*..........	11. 7. 40	12. 52. 20	15. 30	
L'ombre à *Mare ſerenitatis*.....	11. 7. 50			
L'ombre à *Pline (b)*..........	11. 10. 39			
Un grand nuage ſurvient, qui s'étend Eſt & Oueſt, fort large & épais, & empêche d'en voir davantage.				
Émerſion; 1.er bord de la Lune paroît, & les nuages ſurviennent..	13, 7. 50			
Mare humorum entièrement ſortie..	13. 23. 45	13. 5. 58	17. 47	
Tycho reparoît...............	13. 25. 50	13. 9. 32	16. 18	
Tycho hors de l'ombre........	13. 27. 30	13. 11. 38	15. 52	
Catherina paroît douteuſe *(c)*....	13. 48. 35			

(b) Comme je ne pouvois pas obſerver le commencement de l'Éclipſe, dans la chambre où étoit ma pendule, je me tranſportai dans le jardin qui étoit attenant à la maiſon, avec une montre à ſecondes; je mis la montre à l'heure de la pendule, à 10 heures, & l'heure des immerſions fut complète à cette montre: à l'arrivée du grand nuage, je rentrai chez moi & comparai la montre à la pendule; elle n'avançoit que de 3 ſecondes, il étoit alors 11h 15′; ainſi, en 1h 15′, la montre n'avoit avancée que de 3 ſecondes.

(c) D'épais nuages ſurvinrent, & il ne fut plus poſſible de rien voir juſqu'après la fin de l'Éclipſe. Il faut remarquer que je n'ai point vu les émerſions à travers les nuages, mais dans les parties claires du ciel que les nuages laiſſoient entr'eux.

À STRASBOURG.

M. Brackenhoffer, Profeſſeur de Mathématiques, m'a envoyé ſon obſervation faite à Straſbourg avec une lunette achromatique de 7 pieds, à deux verres.

L'immerſion des taches dans l'ombre a été rapportée à leur milieu.

NOMS DES TACHES OBSERVÉES & CORRESPONDANTES.	OBSERV. de M. BRACKENH. Temps vrai. H. M. S.	OBSERV. de M. MESSIER. H. M. S.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS. M. S.	
Commencement de l'Écliple.....	10. 40. 55	10. 18. 16	21. 39	
Immerſions des taches.				
Galileus	10. 44. 38			
Ariſtarchus	10. 51. 10	10. 28. 47	22. 23	
Késlerus	10. 54. 49	10. 30. 56	23. 53	
Copernicus	11. 0. 57	10. 38. 28	22. 29	
Bullialdus	11. 2. 29			
Helicon	11. 3. 19	10. 40. 44	22. 35	
Eratoſthenes	11. 5. 3			
Plato	11. 10. 22	10. 46. 45	23. 37	
Tycho	11. 11. 25	10. 48. 54	22. 31	
Manilius	11. 15. 3	10. 51. 2	24. 1	
Eudoxus & *Ariſtoteles*	11. 17. 45			
Menelaüs	11. 18. 35			Milieu 22′ 41″.
Dionyſius	11. 20. 1			
Plinius	11. 21. 5			
Promontorium acutum	11. 26. 45			
Fracaſtorius	11. 27. 55	11. 5. 18	22. 37	
Mare criſium entre	11. 31. 50	11. 9. 24	22. 26	
Mare criſium entrée	11. 35. 30	11. 13. 33	21. 57	
Langrenus	11. 36. 38			
Immerſion totale	11. 40. 12	11. 16. 52	23. 20	
Après l'immerſion totale de la Lune dans l'ombre, le ciel s'eſt couvert preſque juſqu'au moment de l'émerſion totale.				
Émerſion totale	14. 13. 54	13. 52. 30	21. 24	

À UTRECHT.

M. Hennert, Profeſſeur de Mathématiques, m'a envoyé ſon obſervation, & m'a mandé, « l'Éclipſe étoit déjà com- » mencée à $10^h\ 32'\ 50''$; les nuages empêchèrent d'obſerver plus exactement le commencement. »

NOMS DES TACHES OBSERVÉES & correſpondantes.	À UTRECHT.	À PARIS.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS.	
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	
L'Immerſion totale à..........	11. 28. 36	11. 16. 52	11. 44	milieu 11′ 15″.
L'Émerſion à...............	13. 3. 26	12. 52. 20	11. 6	
Et la fin à.................	14. 3. 24	13. 52. 30	10. 54	

Et il ajoute à la ſuite de ſon obſervation, « Je renonce, » pour la ſuite, aux Éclipſes de Lune ; j'ai encore appris par » celle-ci, que les Obſervations ne ſe peuvent pas faire exac- » tement.

» Je crois avoir aſſez exactement déterminé la différence » des Méridiens entre Paris & Utrecht, de $11'\ 15''$ à l'Orient; » & notre latitude ou hauteur du Pôle, de $52^d\ 5'$, un peu moins cependant, car je n'oſe compter ſur 20 ſecondes. »

À MONTPELLIER.

M. Poitevin, de l'Académie des Sciences de Montpellier, m'a envoyé ſon Obſervation faite à l'Obſervatoire de cette ville, qu'on verra à la page ſuivante.

NOMS DES TACHES OBSERVÉES & correspondantes.	À MONTPELL.	À PARIS.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.
Pénombre légère	10. 11. 3		
Pénombre sensible	10. 16. 33		
Pénombre très-forte	10. 22. 59		
Commencement certain de l'Éclipse.	10. 26. 20	10. 18. 16	8. 4
L'ombre à *Grimaldus*	10. 27. 50	10. 21. 11	6. 39
L'ombre à *Galilée*	10. 28. 41		
L'ombre à *Aristarque*	10. 35. 49	10. 28. 47	7. 2
L'ombre à *Copernic*	10. 45. 3	10. 38. 28	6. 35
L'ombre à *Platon*	10. 53. 49	10. 46. 45	7. 4
L'ombre à *Tycho*	10. 55. 34	10. 48. 17	7. 17
L'ombre au milieu de *Tycho*	10. 56. 27	10. 48. 54	7. 33
Tycho dans l'ombre	10. 57. 12	10. 49. 27	7. 45
L'ombre à *Manilius*	11. 3. 2		
L'ombre à *Mare crisium*	11. 15. 41	11. 9. 24	6. 17
L'ombre au milieu de *Mare crisium*	11. 18. 10	11. 11. 29	6. 41
Mare crisium dans l'ombre	11. 20. 0	11. 13. 33	6. 27 milieu 6′ 59″.
Imm. totale déterm. avec incertitude	11. 27. 4		
On aperçoit le bord de la Lune très-éclairci	12. 43. 55		
Émersion douteuse	12. 52. 2		
Émersion certaine	12. 55. 4		
Heraclides quitte l'ombre	13. 2. 29		
Mare humorum quitte l'ombre	13. 4. 24		
Galilée quitte l'ombre	13. 7. 23		
Aristarque de même	13. 13. 11		
Tycho est sorti	13. 18. 25	13. 11. 38	6. 47
Copernic est sorti	13. 23. 42	13. 17. 4	6. 38
Manilius sort	13. 36. 35		
Menelaüs sort	13. 39. 26		
Pline est sorti	13. 43. 25		
Fin de l'Éclipse	13. 51. 41		
Pénombre encore sensible	13. 57. 40		

Nota. J'ai rejeté les observations correspondantes, savoir, l'immersion totale de la Lune dans l'ombre; l'émersion, la sortie de *Mare humorum*, de *Manilius*, de *Menelaüs*, & la fin de l'Éclipse, comme donnant des résultats trop différens.

À STOCKHOLM.

Obſervation de la même Éclipſe de Lune, que m'a envoyé M. Wargentin, dans ſa lettre du 12 Septembre 1777.

NOMS DES TACHES OBSERVÉES & correſpondantes.	À STOCKHOLM. H. M. S.	À PARIS. H. M. S.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS. H. M. S.	
Commencement de l'Éclipſe, un peu plus tôt	11. 22. 40	10. 18. 16	1. 4. 24	rejetée.
Immerſion totale	12. 19. 45	11. 16. 52	1. 2. 53	milieu 1h 2′ 50″
Commencement de l'Émerſion	13. 56. 10	13. 52. 20	1. 3. 50	
Fin de l'Éclipſe	14. 54. 16	13. 52. 30	1. 1. 46	



MÉMOIRE

MÉMOIRE
SUR LES TACHES DU SOLEIL, ET SUR SA ROTATION.

Par M. DE LA LANDE.

DEPUIS plus de ſoixante ans, l'on n'a preſque rien fait ſur les taches du Soleil, ſur ſa rotation, & ſur la ſituation de ſon équateur & de ſes pôles. Lû en 1775, remis en 1779.

Cependant, l'équateur du Soleil a paru de tout temps aux Phyſiciens, un objet remarquable dans le ſyſtème du monde; Képler l'appeloit *Ecliptam regiam*, & le regardoit comme la règle primitive de tous les mouvemens planétaires, & du changement de latitude des Étoiles *(De Stella Martis, pag. 167 & ſuiv. Epitome, pag. 514, 914).* M. Caſſini jugeoit qu'on devoit rapporter les orbites des Planètes à l'équateur ſolaire, comme au cercle principal de la Nature, & au principe de la direction des mouvemens céleſtes; il regardoit encore le mouvement des nœuds, le déplacement de l'écliptique, & le changement de latitude des Étoiles, comme devant ſe rapporter à l'équateur ſolaire *(Mémoires de l'Académie, année 1734.)*

Depuis qu'on a reconnu que l'attraction des Planètes ſur la Terre eſt la cauſe du déplacement de l'écliptique & de la diminution de ſon obliquité, la dernière raiſon a diſparu, & l'équateur ſolaire eſt devenu un objet plus iſolé; c'eſt peut-être pour cela qu'il a ceſſé d'occuper l'attention des Aſtronomes. Cependant, je deſirois depuis bien des années de ſavoir ſi le phénomène de la préceſſion des équinoxes avoit lieu pour l'équateur ſolaire, & ſi les obſervations anciennes étoient aſſez exactes pour nous le faire connoître, ou du moins, de fixer pour le temps actuel la poſition de

ſes pôles, de manière à donner un terme de comparaiſon pour l'avenir.

En conſéquence, j'examinois toutes les années, le Soleil au mois de Juin, c'eſt le temps le plus favorable pour cette détermination, parce que c'eſt vers le 10 Juin que la Terre eſt dans le nœud de l'équateur ſolaire; la route apparente des taches eſt alors la plus inclinée à l'écliptique, & le changement de déclinaiſon étant plus rapide, ſe peut déterminer avec plus d'exactitude.

Pour cet effet, je cherchois quelque tache aſſez bien terminée, pour que ſon centre ne fût point équivoque, & aſſez groſſe pour eſpérer de la revoir après une révolution; tantôt je ne voyois que des taches irrégulières éparſes, mal terminées, tantôt je ne les découvrois que déjà trop avancées vers l'Orient, pour avoir une ſuite ſuffiſante d'obſervations.

Ce fut le 12 Juin 1775, que je vis pour la première fois, vers le bord oriental du Soleil, une tache iſolée, fort large, & bien terminée, qui ne devoit être entrée que de la veille ſur l'hémiſphère viſible; je me préparai à l'obſerver, & je l'ai ſuivie, ſans interruption, pendant les douze jours qu'elle a été ſur le diſque ſolaire: j'engageai en même temps M. Meſſier à la ſuivre de ſon côté dans ſon obſervatoire de la Marine, ainſi que M.r Dagelet dans mon obſervatoire du Collége Mazarin, tandis que je l'obſervois au Collége Royal, tous les matins. C'eſt la première fois qu'on a obtenu une ſuite continue de douze obſervations, faites avec ſoin, ſans interruption, par pluſieurs Aſtronomes à la fois, & avec de bons inſtrumens. Quoique nos obſervations n'aient pas été toujours parfaitement d'accord, j'ai été à portée de diſtinguer celles qui devoient être rejetées, & il en réſultera toujours la détermination la plus exacte que l'on ait eue juſqu'ici de l'équateur ſolaire, de ſon inclinaiſon & de ſes nœuds. J'ai enſuite voulu comparer les anciennes obſervations avec les miennes, & je me ſuis convaincu que l'on n'avoit eu juſqu'ici que des obſervations peu exactes,

auxquelles on a appliqué des méthodes insuffisantes, comme on le verra par la suite de ce Mémoire.

Le P. Scheiner & Hévélius n'observoient les taches du Soleil, qu'en recevant l'image du Soleil dans une chambre obscure, à travers une lunette; ils marquoient avec un fil-à-plomb le vertical sur la figure, & ils y rapportoient l'écliptique en calculant l'angle parallactique : le P. Scheiner prenoit cet angle sur un astrolabe, & Hévélius en avoit fait une Table pour la latitude de Dantzick *(Selenographia, pag. 103).* Ces observations ne pouvoient qu'à peine comporter une précision de 25 à 30 secondes.

M. de la Hire observoit les passages des taches au Méridien, & leurs hauteurs méridiennes; mais par ce moyen, il n'avoit qu'une seule observation, & les divisions de son mural ne comportoient pas une exactitude de plus de 15 secondes. Mes observations ont été faites avec un excellent micromètre appliqué à une lunette de 9 pieds, & doivent avoir une bien plus grande précision.

Méthode pour calculer la position d'une tache.

La méthode pour observer les taches du Soleil, & pour calculer leur longitude, vue du centre du Soleil, est expliquée dans mon *Astronomie;* mais comme je n'y ai pas donné d'exemple, il ne sera pas inutile d'en placer un ici, dans l'ordre & avec les abréviations qu'un fréquent usage de ces méthodes m'a fait adopter : j'y ajouterai la distinction des cas qui peuvent se présenter dans des circonstances différentes, & qui épargneront du temps ou des méprises aux autres Calculateurs.

Soit S le centre du Soleil; $PDCR$ la circonférence du disque solaire; EQ un parallèle à l'équateur; DSG le cercle horaire; HI une portion de l'écliptique; PSL le cercle de latitude; $CMNF$ l'équateur solaire; N le nœud descendant que nous voyons en été; TR le parallèle que la tache décrit; T le lieu de la tache; TK sa latitude; TM sa Fig. 1.

diſtance à l'équateur du Soleil, que j'appelle ſa *Déclinaiſon ſolaire.*

Fig. 1. Le 15 Juin 1775, à midi, j'obſervai la différence de paſſages entre le bord oriental *Q* du Soleil & la tache *T,* de $32'' \frac{3}{4}$ de temps : multipliant par quinze fois le coſinus de la déclinaiſon du Soleil, retranchant le produit du demi-diamètre du Soleil, j'ai la diſtance *SA* parallèlement à l'équateur 8′ 16″. J'obſervai auſſi la différence de déclinaiſon *TA* de 10 ſecondes au midi du Soleil; j'en conclus l'angle *S,* ou l'angle *TSG* de $88^d 51'$. Je cherche auſſi l'hypothénuſe *ST,* qui, diviſée par le demi-diamètre du Soleil, donne le ſinus de l'arc du globe ſolaire, dont *ST* eſt la projection, compris entre la tache & le point de la ſurface ſolaire, qui nous paroît répondre au centre du Soleil.

Quand la tache eſt fort près du bord du Soleil, & qu'on a meſuré cette petite diſtance avec beaucoup de préciſion, il vaut mieux diviſer la diſtance au centre du Soleil, par le rayon ſolaire, pour avoir le ſinus de l'arc *ST;* c'eſt ce que j'ai fait pour d'anciennes obſervations de M. de la Hire, qui avoit meſuré avec un micromètre la diſtance au bord le plus proche.

J'ôte l'angle de poſition *DSP,* $2^d 35'$, de l'angle *TSG,* & il reſte *TSL.* Après le ſolſtice d'été, le point *P* eſt à la gauche ou à l'orient du point *D*, juſqu'au ſolſtice d'hiver.

En général, l'angle de poſition s'ajoute à l'angle *S* AVANT le 21 Juin, ſi la tache eſt AU-DESSUS du centre, & À GAUCHE, ou avant ſon paſſage par le milieu du Soleil : ſi une de ces trois conditions change, ou toutes les trois enſemble, il faut le retrancher; s'il y en a deux qui changent, c'eſt toujours le ſigne + qui ſubſiſte.

Si la ſomme ſurpaſſe 90^d, c'eſt une preuve que la tache qui étoit au Nord du centre, par rapport à l'équateur, paſſe au Midi par rapport à l'écliptique, ou au contraire, c'eſt-à-dire, que ſi ſa différence de déclinaiſon, par rapport au centre du Soleil, étoit du côté du Midi, ſa différence de latitude eſt du côté du Nord.

Dans le triangle PST, considéré comme triangle sphérique sur le globe du Soleil, on connoît l'angle PST, le côté ST & le côté PS qui est toujours de 90 degrés; on cherche l'angle P: voici la formule. Le log. tang. de P est la somme de tang. ST, cos. S, tang. S; cet angle P se trouve ici de $1^{s}\,1^{d}\,34'$, qui, ôtés de la longitude de la Terre, $8^{s}\,24^{d}\,4'$, parce que la tache n'étoit pas encore parvenue au cercle de latitude PSL, donne la longitude héliocentrique de la tache $7^{s}\,22^{d}\,30'$ sur l'écliptique. Fig. 1.

On juge que la tache n'est pas encore arrivée au cercle de latitude, quand elle est à gauche du centre dans les différences de passages, ou plus près du second bord que du premier; si ce n'est lorsque l'angle de position s'étant trouvé plus grand que l'angle S, on en a retranché celui-ci, car alors la tache qui étoit à gauche du centre, par rapport au cercle de déclinaison, devient à droite par rapport au cercle de latitude.

Pour trouver ou le côté ou l'arc PT, & la latitude TK de la tache, on ajoute les log. de cos. ST, tang. ST, cos. S, & l'on a le sinus de la latitude, qui est ici de $1^{d}\,57'\,28''$. Le nœud N étant supposé à $8^{s}\,17^{d}$, la distance NK de la tache au nœud est de $24^{d}\,30'$: dans le triangle sphérique TKN, connoissant TK & KN, on trouve l'hypothénuse TN & l'angle $TNK = 4^{d}\,43'$; j'y ajoute l'angle KNM, inclinaison de l'équateur solaire MN sur l'écliptique $KN = 7^{d}\,30'$, & j'ai l'angle TNM; il faudroit le retrancher si la tache étoit plus avancée que le nœud, & que sa latitude fût également méridionale. Enfin, dans le triangle TMN, connoissant l'hypothénuse TN & l'angle $TNM = 12^{d}\,13'$, je trouve la déclinaison solaire $TN = 5^{d}\,3'$; elle est australe, puisque la latitude observée est australe, & que la tache n'avoit pas encore atteint le nœud.

Voici le détail du calcul qui servira d'exemple pour toutes les autres observations, dont je ne donnerai que le résultat: ce calcul n'exige pas 10 minutes de temps, comme je l'ai souvent éprouvé sans me presser; & les opérations graphiques, qu'on trouve dans les Élémens de M. Cassini ou

dans les Mémoires de M. de l'Iſle, ſeroient plus longues, ſans être auſſi exactes.

On vient de voir que j'avois obſervé le 15 Juin 1775, à midi, la différence d'aſcenſion droite 8′ 16″, dont la tache étoit à l'Orient du centre du Soleil ou à gauche, & la différence de déclinaiſon 10 ſecondes, dont elle étoit au Midi ou au-deſſous; il s'agit de trouver ſa déclinaiſon, par rapport à l'équateur du Soleil, ou ſa *déclinaiſon ſolaire*, en ſuppoſant le nœud à $8^{f}\,17^{d}$, & l'inclinaiſon de $7^{d}\,30'$.

8′ 16″	269548.	
10 —	100000.	
Tangente.........	169548.	88d 51′ *TSG.*
Sinus................ —	999991.	2. 35 angle de poſit.
Hypothénuſe...	259557.	86. 17 angle *S.*
Demi-diam. ☉ —	297589.	
Sinus *ST*........	971968.	

Tangente *ST*....	978940.	coſ. *ST*	993020.
Coſinus *S*.... +	881396.		
Somme......	860336.	+	860336.
Tangente *S* +	118509.	ſin. lat.	853356.
Tangente *P*......	978845.	latitude	1d 57′ 28″.
	1f 1d 34′.		
Longit. terreſtre..	8. 24. 4.		
Long. de la tache	7. 22. 30.		
Nœud................	8. 17. 0.		
Diſt. au Nœud..	0. 24. 30.		

Coſin. latit.........	999975	cotang. latit.	146619	ſin. hypot.	961883.
Coſin. diſt..........	995902	ſin. diſt........	961773	ſin. ſomme	932553.
Coſin. hypoth...	995877	cotang. angle	108383	ſin. déclin.	894436.
Cherchez le ſinus de l'angle	4d 43′			déclinaiſon ſolaire...	5d 3′
Inclinaiſon.......	7. 30.				
Somme ou différence...	12. 13.				

Situation apparente de l'Équateur.

Quand on obſerve les taches en hiver, elles montent vers le Nord; le nœud aſcendant eſt celui qui paroît ſur le diſque viſible du Soleil, le point *C* de l'équateur ſolaire eſt au-deſſous de l'écliptique *HSI*, & le point *F* au-deſſus, comme dans la *figure 3;* mais le 7 Mars & le 10 Septembre, les nœuds ſont en *H* & en *I* ſur le bord même du Soleil; au Printemps la partie viſible de l'équateur ſolaire eſt au Nord de l'écliptique *HI*, & en Automne au Midi, comme dans la *figure 5*, où il paroît en forme d'une demi-ellipſe dont le

petit axe est le sinus de $7^d\ 30'$, ou plus exactement de $7^d\ 20'$, comme nous le verrons bientôt.

La Terre, au commencement de Juin, voit l'équateur solaire sous la forme d'une ligne droite *CF*, inclinée de 7 degrés $\frac{1}{2}$ vers la droite. En avançant ensuite vers l'Orient dans le plan de l'écliptique *HI*, nous nous élevons peu-à-peu au-dessus de l'équateur solaire *CF*, & nous voyons l'équateur s'abaisser au-dessous, jusqu'à ce qu'au bout de trois mois nous soyons à égale distance des deux nœuds, & que nous les apercevions comme dans la *figure 5*, au 10 de Septembre, ou au nord de l'écliptique le 8 de Mars. Fig. 4.

Si l'on veut tracer sur une figure l'équateur solaire dans un temps quelconque, il faut chercher la distance de la Terre au nœud, ou à $2^s\ 18^d$, & $8^s\ 18^d$, & porter le sinus de cet arc sur le diamètre *HI*, qui représente l'écliptique à gauche ou à l'Orient, si c'est après le 9 de Juin ou de Décembre, & l'on aura le lieu apparent du nœud; on marquera au-dessus de l'écliptique d'un côté & au-dessous de l'autre, un arc égal à $7^d\ 20'$, multipliés par le cosinus de la distance de la Terre au nœud, & par ces deux points on tirera un diamètre qui sera celui de l'équateur solaire; il sera incliné en bas vers la droite, depuis le 8 Mars jusqu'au 10 Septembre; enfin, l'on décrira une demi-ellipse dont le demi-petit axe soit égal au sinus de l'élévation de la Terre au-dessus du plan de l'équateur solaire, trouvée par cette formule sin. $7^d\ 20'$ sin. dist. au ☊ = sin. élévation. On pourroit ensuite décrire les parallèles à l'équateur solaire, par la méthode que j'ai expliquée dans mon *Astronomie, article 1829*, pour décrire les parallèles terrestres dans les Éclipses, en prenant l'élévation pour la déclinaison, & la distance des parallèles à l'équateur solaire pour la latitude terrestre; ce seroit un moyen pour trouver facilement les déclinaisons des taches sur les figures de *Scheiner* & d'*Hevelius*.

Voici la Table des onze observations réduites & discutées, autant qu'il m'a été possible, en combinant celles des trois Observateurs pour chaque jour. J'ai omis celle du 12 qui ne

s'accordoit pas avec les autres, mais qui avoit été faite trop à la hâte, parce que j'aperçus trop tard la tache dont il s'agit, & que mes instrumens, non plus que ceux de M. Messier, n'étoient pas préparés pour cet objet. Quoique je n'aie mis que les minutes dans cette Table, j'ai pourtant employé la précision des secondes dans plusieurs articles de mes calculs, sur-tout dans les parties où je pouvois craindre dans le résultat quelques minutes d'erreur, en négligeant les secondes dans les données.

OBSERVATIONS de la tache qui a paru au mois de Juin 1775.

JOURS.	DIFFÉR. d'Ascension droite.	DIFFÉR. de Déclinaison.	LIEU de la TERRE.	ANGLE de position.	LONGIT. de la TACHE.	LATIT.	DÉCL.	ERREURS
	M. S.	*M. S.*	*D. M. S.*	*D. M.*	*S D. M.*	*D. M.*	*D. M.*	*M.*
13	13. 35 *ori.*	1. 2 nord	8. 22. 10	3. 23 à dr.	6. 22. 24	0. 50 B.	5. 16	+ 10
14	11. 3 ½	0. 24	8. 23. 7	2. 59	7. 8. 23	0. 38 A.	5. 18	+ 12
15	8. 16	0. 10 midi	8. 24. 4	2. 35	7. 22. 30	1. 57	5. 3	— 3
16	4. 51	0. 48 ½	8. 25. 2	2. 10	8. 7. 15	3. 36	4. 50	— 16
17	1. 15	1. 26	8. 25. 59	1. 45	8. 19. 27	5. 21	4. 59	— 7
18	2. 22 *occ.*	2. 7	8. 26. 56	1. 20	9. 5. 56	7. 31	5. 2	— 4
19	5. 36	2. 39	8. 27. 53	0. 55	9. 19. 9	9. 21	5. 18	+ 12
20	9. 4	3. 0	8. 28. 51	0. 30	10. 5. 33	10. 40	5. 1	— 5
21	11. 41	3. 11	8. 29. 48	0. 5	10. 18. 58	11. 35	4. 56	— 10
22	13. 42	3. 18	9. 0. 45	0. 20 à g.	11. 3. 25	12. 23	5. 7	+ 1
23	14. 57	3. 17	9. 1. 42	0. 44	11. 17. 28	12. 44	5. 14	+ 8
							Milieu. 5. 6	

Les déclinaisons ont été calculées en supposant le nœud à $2^s\,17^d$, & l'inclinaison $7^d\,30'$.

On voit, dans la dernière colonne, que les différences, par rapport à la déclinaison moyenne $5^d\,6'$, ne vont qu'une fois à 16 minutes, ce qui ne répond pas à 4 secondes dans l'observation. La somme des erreurs positives est 43 minutes, celle des erreurs négatives 45 minutes, ce qui paroît indiquer qu'on ne sauroit représenter mieux ces onze observations.

Méthodes

Méthodes pour déterminer l'Équateur ſolaire.

M. Caſſini avoit donné dans ſes *Élémens d'Aſtronomie*, la manière de déterminer la rotation & l'axe du Soleil par les obſervations; M. de l'Iſle avoit très-bien traité ce Problème dans ſes *Mémoires publiés en 1738;* M. Hauſen avoit écrit ſur ce ſujet en 1726, ſuivant M. Bernoulli, *Recueil pour les Aſtronomes, tome I, page 215*: mais le P. Boſcowich a le premier réſolu le Problème des taches du Soleil, par une méthode géométrique, dans une *Diſſertation imprimée à Rome;* le P. Pézenas en a donné une autre dans ſon *Aſtronomie des Marins*, & dans le ſecond volume de l'*Optique de Smith, édition d'Avignon, 1767, pag. 524.* On en trouve auſſi des ſolutions par M. de Silvabelle, dans le *tome IV des Mémoires préſentés à l'Académie;* par M. Jean-Albert Euler, dans les *Mémoires de Péterſbourg, t. XII, p. 285;* par M. Kæſtner, en *1770;* par M. Duval le Roy, dans les *Mémoires de l'Académie royale de Marine;* par M. Beckmark, dans une *Diſſertation latine ſur la rotation du Soleil, publiée à Upſal en 1776*, & citée par M. Bernoulli, dans le *3.ᵉ Cahier de ſes Nouvelles littéraires, page 28.* J'ai donné auſſi, dans mon *ASTRONOMIE*, pluſieurs méthodes géométriques & directes pour trouver la ſituation de l'équateur ſolaire, par le moyen de trois poſitions d'une tache obſervées par longitudes & par latitudes. M. du Séjour y a appliqué ſes formules dans les *Mémoires de 1775.* Enfin M. Charles, habile Profeſſeur de Mathématiques, a préſenté à l'Académie en 1778, une conſtruction extrêmement ſimple de ce Problème, appliquée à des obſervations de Juin 1777.

Mais toutes ces méthodes géométriques, élégantes & directes, m'ont paru inſuffiſantes quand j'ai voulu ſuivre ces recherches avec détail & avec exactitude; en voici la raiſon: les erreurs inévitables des obſervations, ſuffiſent pour produire pluſieurs degrés de différence ſur le nœud de l'équateur ſolaire; on ne ſauroit donc prendre au haſard trois obſervations, & enſuite trois autres dont les réſultats pourroient différer entr'eux de

15 à 20 degrés, pour le lieu du nœud. Il faut avoir une ſuite d'obſervations, les calculer d'abord toutes dans une hypothèſe quelconque, & juger par le progrès des erreurs, quelles ſont les obſervations qui doivent être préférées, & celles que la ſituation de la tache rend plus déciſives, ou pour l'inclinaiſon, ou pour le nœud; enfin choiſir celles qui tiennent le plus un juſte milieu entre les autres.

C'eſt ainſi que j'ai fait voir dans le calcul des oppoſitions des Planètes, que l'on devoit déterminer l'erreur des Tables par un grand nombre d'obſervations, & corriger les lieux calculés, par une erreur moyenne, pour en déduire l'oppoſition; méthode qu'ont adoptée depuis les Aſtronomes les plus exacts.

Quand parmi les obſervations d'une même tache, on en aura choiſi trois, déjà calculées, il ne reſtera que peu de travail à faire pour parvenir à les repréſenter exactement; l'uſage des méthodes ou des formules directes ſeroit incomparablement plus long, plus difficile & plus ſujet à erreur.

La rotation du Soleil n'étant pas parfaitement connue, on ne peut ſuppoſer autre choſe, ſi ce n'eſt l'uniformité du mouvement de la tache dans un parallèle à l'équateur du Soleil; & l'on ne peut pas ſuppoſer, comme on le fait pour les Planètes, que leur moyen mouvement dans un intervalle de temps donné ſoit exactement connu.

Je ſuppoſe qu'on ait trouvé par obſervation trois longitudes & trois latitudes d'une tache, & qu'on en ait conclu trois fois la déclinaiſon ſolaire. Si ces trois déclinaiſons ſont parfaitement égales, c'eſt une preuve que le nœud & l'inclinaiſon ſont véritablement tels qu'on les a ſuppoſés, ou du moins qu'ils ſatisfont aux trois obſervations; car ſi l'inclinaiſon eſt défectueuſe, elle influera beaucoup plus ſur les obſervations qui ſont loin du nœud, & produira des erreurs contraires dans celles qui ſont avant & après le nœud: de même ſi le lieu du nœud a été mal ſuppoſé, la déclinaiſon ſolaire ſera fort différente pour les obſervations voiſines du nœud, & ne changera pas pour celles qui ſont vers les limites; ainſi l'on ne ſauroit trouver la même déclinaiſon,

Soient *A, B, C,* trois positions d'une tache; si l'équateur du Soleil au lieu d'être placé suivant *ENQ* parallèlement au cercle *ABC* est supposé *EOQ*, en sorte que le nœud au lieu d'être en *N* soit supposé par erreur en *O*, les déclinaisons *AE, CQ* de la tache, vers les limites, ne changeront pas sensiblement, mais la déclinaison *BN* aux environs du nœud augmentera de toute la quantité *ND,* ou de l'erreur du nœud multipliée par le sinus de l'inclinaison, c'est environ 8 minutes pour chaque degré d'erreur sur le lieu du nœud. Fig. 6.

Méthode d'approximation.

Je supposerai donc, pour exemple, les trois observations suivantes, faites les 14, 18 & 21 Juin, & calculées par la méthode précédente.

JOURS.	LONGITUDE.	LATITUDE.	DÉCLIN.
	S. D. M.	*D. M.*	*D. M.*
Juin 14	7. 8. 35	1. 11 A.	5. 18
18	9. 5. 56	7. 31	5. 2
21	10. 18. 58	11. 35	4. 56

En supposant le nœud $8^s 17^d$, & l'inclinaison $7^d 30'$, je trouve pour les trois déclinaisons qui devroient être égales $5^d 18'$, $5^d 2'$ & $4^d 56'$; je commence d'abord par accorder les deux extrêmes qui diffèrent de 22 minutes; pour cet effet, je change l'inclinaison seulement & la dernière analogie, je trouve que 10 minutes de moins sur l'angle d'inclinaison réduisent ces déclinaisons à $5^d 11'$ & $5^d 5'$ qui ne diffèrent plus que de 6 minutes; ainsi j'ai diminué de 16 minutes leur différence en diminuant l'inclinaison de 10 minutes; or 16 : 10 :: 6 : 4; donc en ôtant encore 4 minutes de l'inclinaison, j'aurai deux déclinaisons égales; en effet, avec l'inclinaison de $7^d 16'$, je trouve pour toutes deux $5^d 9'$ de déclinaison solaire.

Avec cette même inclinaison $7^d 16'$, je calcule l'observation intermédiaire du 18 qui est plus près du nœud, & je

trouve $5^d\,6'$ pour la déclinaiſon ſolaire; c'eſt-à-dire, 3 minutes de moins que par les deux autres obſervations. Voilà donc une première hypothèſe qui ſatisfait à deux obſervations, & qui diffère de 3 minutes pour l'autre; il s'agit de prendre un autre lieu du nœud pour avoir une ſeconde hypothèſe. J'augmente de 5 degrés le lieu du nœud, & le ſuppoſant $8^f\,22^d$, je recommence les calculs indiqués ci-devant, je trouve avec l'inclinaiſon $7^d\,9'$ pour le 14 & le 21, la même déclinaiſon $5^d\,33'$; mais pour le 18, je trouve $5^d\,44'$ ou 11 minutes de plus.

Je diſpoſe donc le réſultat de ces deux hypothèſes de manière à en voir la différence dans les cinq articles, & à juger du changement qu'il faut faire à la première hypothèſe pour accorder les trois obſervations.

NŒUD.	INCLIN.	DÉCLIN. les 14 & 21.	DÉCLIN. le 18.	DIFFÉRENCES.
$8^f\,17^d\,0'$	$7^d\,16'$	$5^d\,9'$	$5^d\,6'$	3' de moins.
8. 22. 0	7. 9	5. 33	5. 44	11 de plus.
Diff. 5. 6	7	24	38	14

Puiſqu'un changement de 5 degrés dans le nœud a fait paſſer la différence de — 3' à + 11', c'eſt-à-dire, l'a fait augmenter de 14'; pour faire évanouir la différence de 3 minutes, il faut augmenter le nœud de $1^d\,4'$, car, $14' : 5^d\,0' :: 3' : 1^d\,4'$; de même, $14' : 7' :: 3 : 1\frac{1}{2}$, ainſi, l'inclinaiſon correſpondante ſera $7^d\,14'\frac{1}{2}$.

Troiſièmement, $14 : 24 :: 3 : 5$; donc, la déclinaiſon du 14 & du 21 ſera $5^d\,14'$.

Enfin, $14 : 38 :: 3 : 8$, ce qui donne $5^d\,14'$ pour la déclinaiſon ſolaire le 19.

Donc, le nœud $8^f\,18^d\,4'$, & l'inclinaiſon $7^d\,14'\frac{1}{2}$, repréſenteront ces obſervations, en donnant, pour toutes les trois, la même déclinaiſon ſolaire de la tache, $5^d\,14'$.

Il eſt néceſſaire en général de refaire le calcul en entier, avec cette troiſième hypothèſe, tant pour prévenir les erreurs de calcul, que pour remédier à l'inexactitude des parties proportionnelles, qui, ſur un changement de pluſieurs degrés, ne ſont pas rigoureuſement exactes: mais comme il ne faut que dix minutes de temps pour le calcul entier d'une hypothèſe, on ne doit pas négliger ce petit calcul pour mieux s'aſſurer du réſultat.

Au reſte, comme trois minutes ſur la déclinaiſon, ſuppoſent à peine une ſeconde dans l'obſervation, il eſt, pour ainſi dire, ſuperflu de chercher des hypothèſes plus exactes que trois minutes, à moins qu'on n'ait des obſervations faites avec le plus grand ſuccès, & des inſtrumens de la plus grande perfection, ce que l'on n'a point encore employé pour les taches du Soleil.

Cette méthode a l'avantage d'éviter toute incertitude ſur les ſignes, & toute occaſion d'erreur dans l'application des formules; de faire voir, par le calcul même, ce qu'il peut y avoir de diſcordance ou d'erreur ſur chaque obſervation, & de quelle manière elle influe ſur le réſultat; enfin, elle n'eſt pas auſſi longue que les méthodes directes, dont j'ai parlé ci-deſſus, malgré le tâtonnement qu'elle renferme.

Si l'on vouloit diminuer les fauſſes poſitions, & les eſſais que nous venons d'employer, on pourroit trouver les variations par les analogies différentielles. Soit E le pôle de l'écliptique; P le pôle de l'équateur ſolaire; T la tache; & faiſons varier l'inclinaiſon de l'équateur ſolaire, de manière que le pôle du Soleil paſſe de P en o; le changement PL de la déclinaiſon de l'Étoile ſera égal à Po coſ. P, ou Po, multiplié par le ſinus de l'aſcenſion droite ſolaire de la tache, comptée depuis le nœud & le long de l'équateur ſolaire. Fig. 2.

En faiſant varier le nœud, le pôle paſſe de P en p, en conſervant ſa diſtance au pôle E de l'Écliptique; & le changement de déclinaiſon Px qui en réſulte pour la tache, eſt égal à Pp ſinus inclinaiſon . coſinus aſcenſion droite.

Ainſi, lorſque dans la première hypothèſe, les deux déclinaiſons ne ſont pas égales, la correction à faire à l'inclinaiſon pour les rendre égales, eſt la différence des deux déclinaiſons, diviſée par la différence des ſinus des deux aſcenſions droites.

Si l'on appelle dI un petit changement ſur l'inclinaiſon, & que l'on faſſe varier le nœud d'une quantité dn, on ſaura combien cela doit influer ſur les deux déclinaiſons, calculées en premier lieu; car, $dn \text{ ſin.} I (\text{coſ.} a - \text{coſ.} b)$ eſt la différence entre les deux déclinaiſons qui réſulte du changement du nœud; il eſt égal à $dI (\text{ſin.} a - \text{ſin.} b)$, quand on fait varier l'inclinaiſon; donc le changement d'inclinaiſon dI qui doit ſuivre celui du nœud, afin que les deux déclinaiſons ſoient égales, eſt $dn \text{ ſin.} I \frac{\text{coſ.} a - \text{coſ.} b}{\text{ſin.} a - \text{ſin.} b}$. Au reſte, on a plutôt fait de le trouver par une ou deux fauſſes poſitions, comme je l'ai expliqué, que d'employer aucune eſpèce de formule.

Parmi mes onze obſervations, les premières & les dernières ſont les plus propres à déterminer l'inclinaiſon, les quatre du milieu à trouver le nœud, & les intermédiaires à confirmer les réſultats que les autres ont donnés.

Ayant pris les obſervations trois à trois, j'ai trouvé les réſultats ſuivans pour le lieu du nœud, l'inclinaiſon de l'équateur ſolaire, & la déclinaiſon ſolaire de la tache.

OBSERVATIONS COMBINÉES.		LIEU du NŒUD.	INCLIN.	DÉCLIN.
Par les Obſerv. des	15, 19 & 22	$2^{ſ}\ 12^{d}\ 30'$	$7^{d}\ 51'$	$4^{d}\ 37'$
	14, 18 & 21	2. 18. 4	7. 14½	5. 14
	13, 17 & 23	2. 20. 20	7. 21	5. 23
	Milieu.....	2. 16. 58	7. 29	5. 5

Je n'ai pas fait entrer dans ces calculs l'obſervation du 20 Juin, parce que mon obſervation n'a été faite que par la meſure du temps, & que celle de M. Meſſier ne s'accordoit pas avec les précédentes & les ſuivantes; je n'ai pas employé non plus celle du 16, parce qu'elle s'écartoit un peu trop de celles du 15 & du 17.

On pourroit auſſi calculer toutes les obſervations dans pluſieurs ſuppoſitions du nœud, l'inclinaiſon reſtant la même, pour voir où ſont les moindres différences, & quel lieu du nœud en approcheroit davantage.

Enſuite on calculeroit dans deux hypothèſes d'inclinaiſon, pour voir celle qui rendroit les erreurs plus petites; prenant alors le nœud & l'inclinaiſon des deux hypothèſes, on approcheroit, le plus qu'il eſt poſſible, d'une ſuite d'obſervations dans laquelle on ne peut ſéparer le nœud de l'inclinaiſon, parce que l'on n'a pas aſſez d'obſervations dans les limites & dans les nœuds.

Voici encore ſix obſervations d'une tache que j'obſervai en 1767, avec quelqu'attention, parce que c'étoit la plus méridionale que j'euſſe encore vu: ces obſervations furent faites avec le micromètre de mon quart-de-cercle de 3 pieds, placé dans le Méridien, ou à peu-près.

1767.	DIFFÉR. de Paſſage.	DIFFÉR. de Décſin. au bord auſt.	LONGITUDE.	LATITUDE.	DÉCLIN. ſolaire auſtrale.
Déc. 24	35" $\frac{3}{4}$	8' 19"	1^d 28' 23"	29^d 59'	27^d 15'
25	46 $\frac{1}{2}$	8. 36	2. 11. 16	28. 47	27. 41
27	72	9. 17	3. 7. 40	25. 26	27. 42
29	44 $\frac{1}{2}$	9. 40	4. 5. 29	22. 38	27. 57
31	22	9. 32	5. 0. 10	21. 19	28. 16
Janv. 2	10	9. 11	5. 25. 4	21. 4	28. 19

Ces déclinaiſons ſolaires ſont calculées en ſuppoſant 8^f 18^d

& $7^d\ 20'$; elles vont en croiſſant à meſure que la tache s'éloigne du nœud, cela m'indiquoit une correction à faire dans les élémens; j'ai donc employé les obſervations des 25 & 29 Décembre & 2 Janvier, & j'ai trouvé le lieu du nœud $2^f\ 14^d\ 30'$, l'inclinaiſon $7^d\ 12'$, & la déclinaiſon ſolaire de la tache $28^d\ 8'$ auſtrale; je n'ai pas calculé les trois autres obſervations, parce que la première donne viſiblement une déclinaiſon trop petite; d'ailleurs la ſeconde s'accorde avec la troiſième, & la cinquième avec la ſixième, en ſorte qu'ayant déjà employé la ſeconde & la cinquième, je n'aurois rien tiré de plus de la troiſième & de la ſixième.

Le P. Fixlmillner, célèbre Aſtronome, obſerva auſſi à Cremſmunſter, une tache, depuis le 1.er juſqu'au 12 Juin 1767; il a calculé ſes obſervations avec ſoin, il a trouvé la déclinaiſon boréale de la tache $25^d\ 40'$, l'inclinaiſon $7^d\ 8'$, & le lieu du nœud $2^f\ 21^d\ 5'$ *(Decennium Aſtronomicum, p. 30)*.

Examen des anciennes Obſervations.

Voyant que mes réſultats étoient ſi différens de ceux que les Aſtronomes avoient publiés juſqu'à préſent, j'ai voulu revenir ſur les anciennes obſervations, mais on en a publié très-peu; & ſur dix-huit volumes de l'Académie, depuis 1700 juſqu'à 1720, où il eſt parlé des taches du Soleil; il n'y en a que deux, ſavoir, ceux de 1703 & 1704, où les obſervations ſoient rapportées; on ne trouve dans tous les autres que des hypothèſes, des réflexions générales, ou des récits vagues de ce qui avoit paru de plus ſingulier dans ces taches, ſans aucun détail de poſitions aſtronomiques. En 1676 & 1688, on parla beaucoup des taches à l'Académie & dans le Journal des Savans, mais on ne publia pas d'obſervations; il n'y a dans le onzième Tome des anciens Mémoires de l'Académie, que cinq obſervations de M. de la Hire *(page 707)*, & quelques-unes dans l'Hiſtoire céleſte, publiée en 1741, par M. le Monnier.

M. de l'Iſle, dans ſes Mémoires publiés à Péterſbourg, en 1738,

1738, rapporte six observations du mois de Mai 1713; je les supposois d'autant plus exactes, qu'il les avoit employées dans sa théorie des taches du Soleil, la première qui ait été publiée; mais j'ai reconnu que la méthode par laquelle il faisoit ses observations n'étoit pas assez exacte; je les ai recalculées par ma méthode, & j'en ai conclu la déclinaison solaire, en supposant le lieu du nœud $1^s 26^d$, & l'inclinaison $6^d 35'$, tels que M. de l'Isle les avoit conclues de ces mêmes observations.

N.os	TEMPS DES OBSERVATIONS. *Année 1713.*	DIST. de la Tache au centre du SOLEIL, parallèle à l'Équateur	DIFF. de déclin. par rapport au centre du Soleil.	LONGITUDE.	LATITUD.	DÉCLIN. solaire australe.
I.	Mai 18 à $22^h 20'$	$13' 8''$	$0' 7''$	$6^s 2^d 42'$	$10^d 15'$	$15^d 30'$
II.	20 à 18. 15	8. 40	1. 35	6. 28. 9	12. 23	15. 23
III.	22 à 18. 15	2. 24	3. 48	7. 25. 51	15. 25	15. 20
IV.	25 à 5. 0	5. 43	6. 36	9. 1. 38	20. 4	16. 9
V.	25 à 23. 0	7. 40	7. 5	9. 11. 4	20. 40	15. 56
VI.	26 à 23. 15	9. $52\frac{1}{2}$	7. 40	9. 24. 45	21. 38	15. 58

Ces déclinaisons conclues étant assez différentes, puisqu'elles vont de $15^d 20'$ à $16^d 9'$, j'ai cru qu'il falloit les employer à rectifier les conclusions de M. de l'Isle, & en tirer le lieu du nœud par ma méthode.

	LIEU du NŒUD.	INCLIN.	DÉCLIN. solaire de la TACHE.
Par les Observations I, III & V, je trouve..........	$2^s 5^d 42'$	$7^d 3'$	$16^d 30'$
Par les Observ. II, IV & VI.	1. 16. 0	7. 33	14. 35
Le milieu est..........	1. 25. 51	7. 18	15. 32
Au lieu que suivant M. de l'Isle, c'étoit..........	1. 26. 0	6. 35	15. 45

On voit que M. de l'Iſle avoit aſſez bien pris le milieu entre les ſix obſervations, quant au lieu du nœud ; mais deux réſultats qui diffèrent de $19^d 42'$ pour le nœud, annonçent que ces obſervations n'étoient point ſuffiſantes pour cet objet ; elles étoient faites avec un ſimple réticule, par les paſſages des taches à des fils croiſés, ainſi la différence de déclinaiſon n'étoit conclue que de la meſure du temps, & je trouve que 4 ſecondes d'erreur ſur la première obſervation, faiſoient 39 minutes ſur la latitude de la tache, & 8 degrés ſur le lieu du nœud ; de plus, ces obſervations ne ſont éloignées que de huit jours, & elles ſont faites à une trop grande diſtance du nœud, dans lequel la Terre ne paſſe que le 10 de Juin ; enfin elles ſont en trop petit nombre pour pouvoir compter ſur ce réſultat ; paſſons donc à d'autres obſervations.

Parmi une dixaine de taches dont les obſervations ſont rapportées dans l'Hiſtoire céleſte, il y en a peu dont les obſervations ſoient en aſſez grand nombre pour en tirer quelque réſultat. J'ai voulu calculer celles de 1684, *pages 323 & ſuiv.* & celles de 1676, *pages 218 & ſuivantes ;* mais elles ſont ſi peu d'accord entr'elles, que je n'ai pu en faire uſage : il n'y avoit pas alors de micromètre aux lunettes des quarts-de-cercle, & il n'eſt pas étonnant que les différences de hauteurs ſoient en erreur de 12 à 15 ſecondes, ce qui détruit toute la préciſion dont on a beſoin dans ces matières.

ANNÉE *1684.*	LIEU du SOLEIL.	ANGLE de POSITION.	LONGIT. de la TACHE.	LATIT. Auſtrale.	DÉCLIN. ſolaire.
	S. D. M.	*D. M.*	*S. D. S.*	*D. M.*	*D. M.*
Juin.. 28	3. 7. 25	3. 12	6. 22. 12	5. 55	11. 52
29	3. 8. 22	3. 37	6. 7. 37	7. 31	12. 6
30	3. 9. 19	4. 1	7. 22. 34	8. 35	11. 31
Juillet 1	3. 10. 17	4. 26	8. 5. 11	10. 21	11. 44
7	3. 16. 0	6. 49	11. 3. 59	18. 7	10. 58
8	3. 16. 57	7. 13	11. 18. 57	16. 19	9. 0
9	3. 17. 54	7. 36	0. 2. 24	15. 26	8. 22
26	4. 4. 8	13. 41	8. 4. 24	9. 2	10. 32
28	4. 6. 3	14. 20	9. 1. 57	9. 48	7. 48

Les déclinaiſons ſolaires de la dernière colonne, ſuppoſent le nœud à $2^{s}\,16^{d}\,44'$, & l'inclinaiſon $7^{d}\,20'$; mais on y voit des différences qui ne peuvent s'accorder avec aucune hypothèſe; par exemple, l'obſervation du 7 & celle du 9 ſont vers les limites, à égales diſtances du nœud, & elles diffèrent de 2 degrés $\frac{1}{2}$: les obſervations du 26 & du 28, que l'on regardoit comme le retour de la même tache, s'accordent ſi peu qu'on ne peut rien décider à cet égard.

M. de la Hire, dans les Mémoires de l'Académie, pour l'*année 1703*, donne trois ſuites d'obſervations ſur les taches du Soleil; la première, du 25 Mai au 3 Juin; la ſeconde, du 19 Juin au 27; la troiſième, du 8 au 16 Juillet; il regardoit les deux premières comme deux apparitions de la même tache: mais le calcul m'a fait voir une différence de plus de 2 degrés dans la déclinaiſon, ce qui fait 8 à 10 ſecondes de différence dans leur poſition.

Dans la première apparition, il n'y a que les quatre premières obſervations qui ſoient un peu d'accord entr'elles; celle du 31 en diffère beaucoup, les autres ſont annoncées comme étant imparfaites: ainſi je n'ai pu en faire aucun uſage, & je ne les rapporterai point ici.

Dans la ſeconde ſuite, M. de la Hire donne la diſtance au bord le plus proche, obſervée avec le micromètre, & je les ai fait entrer dans le calcul avec les différences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, lorſque celles-ci ne s'accordoient pas bien.

Les obſervations rapportées dans la troiſième colonne, ſont des différences d'aſcenſion droite, excepté les trois qui ſont marquées d'une *L;* celles-ci ſont des différences de longitude, M. de la Hire n'ayant rapporté que ſes concluſions à cet égard, au lieu des obſervations primitives. Dans la quatrième colonne, on trouve pour les mêmes obſervations, la latitude géocentrique de la tache, au lieu de la différence de déclinaiſon qui eſt dans les autres obſervations.

ANNÉE 1703.		DIFFÉR. d'Afc. droite ou de Longit.	DIFFÉR. de déclin. ou de Latitude.	LONGITUDE héliocentrique.	LATIT. héliocentr.	DÉCLIN. folaire.
	H. M.	M. S.	M. S.	S. D. M.	D. M.	D. M.
Juin 18	16. 30	14. 17	0. 40 B.	6. 22. 8	3. 32 B.	2. 36 B.
19	16. 0	12. 20	0. 55	7. 6. 40	2. 41	2. 10
21	0. 0	9. 28 L.	0. 10	7. 22. 20	0. 36	2. 31
21	16. 0	6. 30 L.	0. 15 A.	8. 5. 41	0. 54½ A.	2. 47
23	21. 10	0. 50 L.	1. 10	9. 5. 1	4. 15	1. 54
25	0. 0	4. 42	1. 44	9. 20. 22	6. 42	2. 33
26	0. 0	7. 42	1. 54	10. 3. 16	7. 46½	2. 20
27	0. 0	10. 47	1. 34	10. 18. 51	7. 35	0. 58

La dernière obfervation diffère beaucoup des autres; mais comme la tache du 25 au 26 avoit changé de figure, il y a lieu de croire qu'au 27, le changement étoit encore plus confidérable, & que ce n'étoit plus le même centre.

Par les obfervations des 18, 21 & 24, je trouve le nœud à $2^f\,19^d$, l'inclinaifon de $7^d\,31'$, & la déclinaifon folaire $2^d\,45'$; j'ai voulu auffi calculer les obfervations des 19, 21, 26 : mais le réfultat eft fi différent de l'autre, que l'on voit évidemment que la déclinaifon du 21 eft trop grande, par rapport aux deux autres, pour pouvoir les concilier toutes trois : c'eft encore pire fi l'on a égard à la déclinaifon du 23, qui eft de beaucoup trop petite.

La troifième fuite d'obfervations de M. de la Hire, paroît avoir été faite avec plus d'exactitude ; l'Auteur ne donne que les différences de longitude & de latitude, mais il ajoute qu'elles font conclues de toutes les obfervations faites en plufieurs manières, pour plus grande certitude ; auffi s'accordent-elles beaucoup mieux que les précédentes, & je les regarde comme formant la feule fuite d'obfervations anciennes dont on puiffe faire ufage.

Numér. des Obser.	ANNÉE 1703.	DIFFÉR. en LONGIT,	LATIT.	LONGIT.	LATIT.	DÉCLIN. Auſtrale.
	H. M.	M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M.	D. M.
I.	Juill. 8 à 2. 15	9. 20 or	4. 53 A	8. 7. 2	18. 3	19. 11
II.	8 à 19. 0	7. 20	5. 10	8. 16. 43	19. 8	19. 0
III.	10 à 0. 0	3. 0	5. 40	9. 5. 36	21. 4	18. 30
IV.	10 à 18. 20	0. 20	6. 0	9. 16. 47	22. 22	18. 33
V.	11 à 19. 30	3. 36 oc	6. 25	8. 3. 34	24. 1	18. 29
VI.	12 à 19. 30	6. 40	6. 40	10. 17. 51	25. 1	18. 25
VII.	13 à 22. 15	9. 36	6. 50	11. 3. 37	25. 41	18. 23
VIII.	14 à 18. 30	11. 30	6. 50	11. 15. 57	25. 41	18. 11
IX.	16 à 1. 30	13. 40	6. 50	0. 7. 16	25. 41	18. 37½

	Nœud.	*Inclinaiſon.*	*Déclin. ſolaire.*
Les obſerv. II, V, VII, donnent...	2^{d} 18′ 48″....	6^{d} 45′....	19^{d} 12′.
Les obſerv. I, IV, IX...........	2. 21. 30....	6. 22.....	19. 31.
Et par un milieu...............	2. 20. 9....	6. 33.....	19. 22.

Ce réſultat eſt bien différent de celui de M. de la Hire, qui, probablement, n'avoit examiné ces obſervations que par une opération graphique: il donne à la *page 128*, le lieu du nœud $1^{ſ}\ 28^{d}$, & l'inclinaiſon $7^{d}\ 0'$; & à la *page 131*, $2^{ſ}\ 4^{d}$ par les obſervations même qui m'ont donné 16 degrés de plus.

Il y a dans les *Mémoires de l'Académie de l'année 1704*, cinq obſervations d'une tache qui parut au mois de Janvier 1704: comme celles-ci ſont dans le nœud aſcendant, j'ai voulu voir comment elles s'accorderoient avec les autres; j'ai trouvé qu'elles donnoient pour le nœud $2^{ſ}\ 19^{d}\ 30'$, & pour l'inclinaiſon $6^{d}\ 44'$. Voici les obſervations même, elles ſont toutes pour midi: les différences de déclinaiſon ſont toutes vers le Sud, par rapport au centre du Soleil.

ANNÉE 1704.	DIFFÉR. d'Ascension droite.	DIFFÉR. de Déclin.	LONGITUDE	LATIT. australe.	DÉCLIN. solaire.
Janv. 7	14' 34" *or.*	1' 42" ½	1^s 13^d 9'	12^d 15'	8^d 13'
10	6. 26	1. 12 ½	2. 26. 50	7. 27	8. 15
11	3. 1	1. 13	3. 10. 28	5. 50	8. 12
17	14. 29 *oc.*	3. 18	6. 2. 14	1. 41	8. 13

J'ai rejeté l'obſervation du 16 Janvier, qui s'écarte conſidérablement des autres, de manière même à ne pouvoir ſoupçonner qu'une faute d'impreſſion. Au moyen de ce qu'il ne me reſtoit qu'une ſeule obſervation à une grande diſtance du nœud, l'inclinaiſon que j'en ai déduite eſt beaucoup moins ſûre que le lieu du nœud; auſſi ce nœud s'accorde-t-il aſſez bien avec les déterminations précédentes & avec les ſuivantes. Les obſervations des 10 & 11, donnent l'une un peu plus, l'autre un peu moins que celles du 7 & du 17.

Réſultat de toutes les Obſervations.

Pour faire voir à quoi l'on peut s'en tenir pour le lieu du nœud de l'équateur ſolaire, & ſon inclinaiſon ſur l'écliptique, & quel degré d'incertitude il nous reſte à cet égard, je vais comparer les différens réſultats qui ont été donnés juſqu'à préſent, depuis 1678 que Dominique Caſſini publia ſes réſultats dans le *Journal des Savans.* J'aurois dû commencer par Scheiner, mais il ne s'explique point aſſez poſitivement ſur ces élémens; on voit cependant *(pages 556 & 558)*, qu'il eſtimoit l'inclinaiſon 7 degrés, & le nœud 2^s 11^d, puiſqu'il dit que c'étoit environ vers le 1.er Juin que le Soleil étoit dans le nœud de l'équateur ſolaire.

AUTEURS qui ont déterminé la position DE L'ÉQUATEUR SOLAIRE.	NŒUD ascendant.	INCLINAISON.
M. de la Hire, *Mémoires de l'Académie, 1703, page 128*......	1ˢ 28ᵈ 0′	7ᵈ 0′
M. Cassini, *Journal des Savans, 1678. Anciens Mémoires, tom. X, p. 601.*	2. 8. 0	7. 30
M. Cassini, *Élémens d'Astr. pag. 100.*	2. 10. 0	7. 30
Flamsteed, *Philos. Trans. n.° 157, pag. 535, 1684*...........	2. 16. 0	7. 0
M. de la Hire, *Mém. 1703, pag. 131.*	2. 4. 30	
Le P. Pézenas, *Optique de Smith, tome II, page 527*........	1. 8. 38	5. 14 *(a)*
M. de l'Isle, *Mémoires pour servir, &c. 1738, page 178*........	1. 26. 0	6. 35
Par trois Observations de M. de la Hire, des 19, 21 & 25 Juin 1703.	2. 19. 0	7. 31
Par trois Observations des 9, 12 & 14 Juillet 1703............	2. 18. 48	6. 45
Par trois Observations des 8, 11 & 16 Juillet 1703............	2. 21. 30	7. 51
Par celles de Janvier 1704.......	2. 20. 30	6. 44
Par les Obs. du P. Filxmillner, 1767.	2. 21. 5	7. 8
Par trois Observations des 13, 14 & 15 Juillet 1767. *Éph. Mil. 1779.*	2. 7. 8	7. 28 *(b)*
Par mes Observations des 25, 29 Déc. 1767, & 2 Janvier 1768.	2. 14. 30	7. 12
Par des Observat. du P. Filxmillner, en 1777 *(Éph. Berlin, 1780)*..	2. 19. 52	6. 19
Par mes Observations des 14, 18 & 21 Juin 1775..............	2. 18. 0	7. 15
Par mes Observations des 13, 17 & 23 Juin 1775..............	2. 20. 20	7. 21

(a) Il s'est glissé probablement une faute considérable dans ces calculs.

(b) Les observations sont trop peu éloignées entr'elles, pour qu'on puisse compter sur ce résultat.

En prenant le milieu entre mes deux derniers résultats de 1775, qui sont les plus d'accord & les plus sûrs, je trouve.	2^s 16^d $57'$ & 7^d $29'$.
En prenant le milieu entre les quatre résultats des anciennes observations, & ajoutant un degré pour la précession des équinoxes, afin de les réduire à 1775, & de pouvoir les comparer aux miennes, j'ai.	2. 20. 57 & 6. 51.
Enfin en prenant un milieu entre les résultats anciens & modernes, on aura pour 1775. . .	2. 18. 57 & 7. 10.
Mais comme les dernières observations me paroissent plus exactes, je m'en tiens à. . . .	2. 18. 0 & 7. 20.

Et je crois pouvoir établir cette détermination, comme plus exacte que celles de Scheiner, Cassini, la Hire, & de l'Isle, qui donnoient plusieurs degrés de moins pour la longitude du nœud.

Durée de la rotation du Soleil.

Pour trouver la durée de la rotation du Soleil, il faut calculer par deux observations, assez éloignées entr'elles, les ascensions droites solaires de la tache, mesurées le long de l'équateur du Soleil, la différence est le mouvement de la tache dans l'intervalle donné; d'où il est aisé de conclure le temps qu'il lui faut pour parcourir 360 degrés; c'est la durée de la rotation entière du Soleil. Mais une demi-seconde de temps sur l'ascension droite de la tache observée peut produire une erreur de plusieurs heures sur la durée de la rotation, si l'on n'a observé qu'une demi-révolution; on a donc toujours compris la nécessité qu'il y auroit de comparer des apparitions différentes d'une même tache, M.rs Cassini, Maraldi & de la Hire, l'ont fait plusieurs fois; mais ils n'avoient pas de certitude sur l'identité des taches, & sur leur immobilité; ils n'avoient pas, avec assez d'exactitude, la déclinaison solaire qui est la seule chose d'après laquelle on puisse juger qu'une tache est la même qu'on a vue dans d'autres apparitions; ainsi l'on n'a pu s'assurer de quelques heures sur

sur la durée de la rotation du Soleil; j'espérois que la tache observée au mois de Juin 1775, & qui étoit encore très-belle quand elle passa dans l'hémisphère supérieur ou invisible, pourroit au mois de Juillet nous apprendre quelque chose de précis sur la durée de sa révolution; mais à son retour, elle étoit si petite que je ne l'apercevois plus avec ma lunette de 9 pieds. M. Messier la voyoit encore avec une excellente lunette achromatique de Dollond, & il détermina sa position les 10, 11 & 12 Juillet; mais lorsque j'ai calculé sa déclinaison par le moyen de ces observations, je l'ai trouvée plus grande d'un degré & demi; elle étoit de $6^d\ 36'$, ce qui fait environ 24 secondes sur le disque du Soleil, ainsi ce n'étoit pas exactement le même centre, c'étoit tout au plus la partie méridionale de la tache du mois de Juin qui étoit restée visible; mais si nous supposons qu'elle eût au moins la même ascension droite, voici ce qui en résulte pour la durée de la rotation.

Le 14 Juin à midi, elle étoit éloignée du nœud de. . . . . . $38^d\ 47'$.
Le 12 Juillet, elle en étoit à . . . . $7.\ 39$.
Ainsi, elle avoit fait $391^d\ 8'$ en vingt-huit jours, c'est-à-dire 360 degrés en $25^j\ 18^h\ 30'$.

Le P. Scheiner, dans son immense ouvrage sur les Taches du Soleil, n'a pas osé assigner la durée de la rotation; il dit à la *page 548*, qu'il a toujours trouvé les retours entre vingt-six & vingt-sept jours, plus ou moins. A la *page 559*, il dit que plusieurs retours bien examinés, excèdent à peine vingt-cinq jours; que plusieurs vont à vingt-sept, & que quelques-uns paroissent aller jusqu'à vingt-huit. Si l'on suppose vingt-sept jours, il s'ensuivra que la durée de la rotation véritable ne lui paroissoit que de $25^j\ 3^h\frac{1}{2}$.

Ces retours de vingt-sept jours, étoient, à la fin du dernier siècle, dans l'opinion générale, à ce qu'il paroît par l'*Histoire de l'Académie pour 1700, page 118*; & par les *Mémoires de 1701, page 40*.

Dans les *Mémoires de 1701, page 77*, M. Cassini le fils,

dit que les retours n'excèdent guère 27^j 14^h; & à la *page 266*, il parle d'une tache qui sembloit être la même, & avoir reparu après huit retours de 27^j 14^h 20′, ce qui donnoit 25^j 15^h 40′ pour la durée de la rotation.

M. Maraldi, dans les *Mémoires de 1704*, dit que le retour ordinaire des taches est de vingt-sept jours & demi, comme on le trouve par quantité d'observations; on suppose la même chose dans l'*Histoire de 1707, pages 106 & suiv.*

Suivant l'*Histoire de l'Académie pour 1705*, *page 126*, le retour des taches est de 27^j 9^h ou 10^h; le milieu donneroit 25^j 11^h 30′ pour la rotation.

Suivant la conjecture de M. de la Hire (*Mém. 1700, page 287*) elle seroit de 25^j 9^h 34′.

Suivant M. Cassini, *Élémens d'Astronomie, page 104 (Anciens Mém. tome X, page 730)* la rotation seroit de 25^j 14^h 5′.

Suivant le P. Filxmillner, 25^j 15^h 42′, *Decennium Astronomicum*, 1776, *page 31*; ou 25^j 13^h 35′. *Éphémérides de Berlin*, 1780.

Ces résultats diffèrent de 9 heures.

Cependant, M. Cassini assure avoir trouvé entre ses observations & celles d'Hévélius & de Scheiner, six grands intervalles, qui s'accordent, à deux minutes près, avec 25^j 14^h 5′ de rotation. *Journal des Savans*, 1688, *page 167. Anciens Mém. tome X, page 730; Mém. 1702 & 1704, page 13.* Il avoit même trouvé un intervalle de huit cents trente-six révolutions d'une même tache. *Mém. de l'Académie, année 1702, page 133.*

Ces observations étoient celles des mois de Mai 1625, 1644, 1684, 1686 & 1688; mais M. Cassini ne publia point le détail des observations & des calculs, & l'on ne regardoit pas la rotation du Soleil comme décidée, lorsque je suis tombé sur quelque chose de plus satisfaisant, dont je vais rendre compte, après que j'aurai fait quelques remarques préliminaires.

Pour juger de la durée de la rotation du Soleil, il ne

ſuffiroit pas de comparer l'apparition des taches ou leur diſparition ſur le bord du Soleil, comme les anciens Obſervateurs le faiſoient quelquefois, parce que la poſition de la ſphère oblique du Soleil, par rapport à nous, doit produire ſur l'apparition des taches, des variations analogues à celles du lever & du coucher des Aſtres, dans la ſphère oblique de la Terre. Je vais en expliquer la règle générale qui fera voir facilement quelles ſont les taches dont l'apparition doit être plus ou moins longue.

Différence entre la durée de l'apparition & celle de la diſparition.

On ſait par les élémens de la ſphère, que la différence aſcenſionnelle a ſon ſinus égal à la tangente de la latitude, multipliée par la tangente de la déclinaiſon d'un Aſtre. *(Aſtronomie, art. 1026)* Tranſportant cette expreſſion à une tache du Soleil qui regarderoit la Terre ſe lever & ſe coucher, on voit que le ſinus de la demi-différence entre le demi-arc viſible, & le demi-arc inviſible d'une tache eſt égal à la tangente de ſa déclinaiſon ſolaire, multipliée par la tangente de l'élévation de la Terre au-deſſus du plan de l'Équateur ſolaire; mais celle-ci eſt ſenſiblement, & à une minute près, égale à la tangente de l'inclinaiſon $7^d\ 20'$ multipliée par le ſinus de la diſtance de la Terre au nœud meſurée le long de l'Écliptique; donc, le ſinus du quart de la différence des deux arcs eſt tang. $7^d\ 20'$, tang. décl. Sol. ſin. diſt. ☊, & comme le rayon eſt égal à un arc de $57^d\ 17'$ que les taches parcourent en 105 heures en apparence, le quart de la différence ſera ſenſiblement égal à 105^h tang. 7^d tang. déclin. ſin. diſt. Si l'on ſuppoſe une tache qui ait ſeulement $15^d\ 32'$, comme celle de 1713, on trouvera 15 degrés pour la différence entre les arcs viſibles & inviſibles dans le temps des limites. La différence augmenteroit beaucoup par des taches ſituées à 30 degrés de l'équateur ſolaire, comme on en a vu, même en 1777 & autrefois, ſuivant Scheiner, *Roſa urſina, pag. 568;* & Hévélius, *Selenographia, pag. 88.*

Pour comparer entre elles plus de cent taches obſervées par Scheiner & Hévélius, j'ai cru qu'il n'y avoit pas de moyen plus ſimple que de chercher graphiquement la décli-

naiſon de chacune par une figure, afin de ne comparer que celles qui auroient la même déclinaiſon. Le calcul eût été d'une longueur extrême; d'ailleurs, les obſervations n'exiſtant que ſur les figures de ces Auteurs, l'opération graphique avoit toute la préciſion des Obſervations que j'avois à diſcuter.

Ellipſes de l'Équateur ſolaire.

Pour faire cette figure, il falloit marquer à chaque jour de l'année la poſition de l'Écliptique & l'ouverture de l'équateur ſolaire, qui eſt égale à l'élévation de la Terre, au-deſſus du plan de l'Équateur. Si *EC* (*fig. 7*) repréſente l'écliptique, & *EQ* l'équateur ſolaire, & que la Terre ſoit dans un point *T* éloigné du nœud *E* de la quantité *ET*, on a ſin. *TL* = ſin. *E* ſin. *ET*, & cet arc *TL* eſt la déclinaiſon ſolaire de la Terre, ou l'obliquité de notre œil au-deſſus du plan de cet Équateur; c'eſt l'angle ſous lequel nous voyons ſon ouverture ou le petit axe de l'ellipſe qu'il nous préſente.

De même, la tangente du complément de l'angle *T* = tang. *E* coſ. *ET*, & le complément de cet angle *T* eſt une eſpèce d'angle de poſition, c'eſt celui que fait le cercle de latitude avec le Méridien ſolaire.

Avec ces deux formules, ſuppoſant l'angle *E* de $7^d\ 20'$ & le nœud *E* à $2^f\ 18^d$. J'ai calculé la Table ſuivante de l'ouverture de l'ellipſe & de la poſition du cercle de latitude pour divers temps de l'année, ou plutôt j'ai calculé le temps de l'année qui répond à chaque ouverture, de degré en degré, de même que chaque inclinaiſon de l'axe de l'Écliptique, par rapport à celui de l'Équateur ſolaire, à l'Orient ou à l'Occident, dans l'hémiſphère boréal du Soleil, ou inclinaiſon de l'Écliptique, par rapport au diamètre de l'Équateur ſolaire, au Nord ou au Midi, dans la partie occidentale. Au moyen de cette Table & de la *figure 8*, où j'en ai marqué les nombres principaux, il ſera aiſé de voir en tout temps de l'année, combien l'Équateur ſolaire nous paroît éloigné du centre du Soleil au-deſſus ou au-deſſous de l'Écliptique: or la ſituation de l'écliptique eſt toujours marquée dans les figures de nos deux Auteurs, comme je l'ai dit à la troiſième page de ce Mémoire.

TABLE de la figure & de la position de l'Équateur solaire, par rapport à l'écliptique en différens temps de l'année.

OUVERTURE de l'ELLIPSE.	LIEU du SOLEIL.	JOURS de L'ANNÉE.	INCLINAISON du cercle DE LATITUDE.	LIEU du SOLEIL.	JOURS de L'ANNÉE.
D. M.	*S. D. M.*	*Jours.*	*D. M.*	*S. D. M.*	*Jours.*
7. 20 *au Midi*	5. 18. 0	Sept. 10	7. 20 *à l'occ.*	8. 18. 0	Déc. 9
7. 0	6. 5. 18	28	7. 0	9. 5. 18	26
6. 0	6. 23. 1	Oct. 16	6. 0	9. 23. 1	Janv. 13
5. 0	7. 4. 56	28	5. 0	10. 4. 56	24
4. 0	7. 14. 52	Nov. 7	4. 0	10. 14. 52	Févr. 3
3. 0	7. 23. 48	16	3. 0	10. 23. 48	12
2. 0	8. 2. 8	24	2. 0	11. 2. 8	20
1. 0	8. 10. 8	Déc. 2	1. 0	11. 10. 8	28
0. 0	8. 18. 0	9	0. 0	11. 18. 0	Mars 8
1. 0 *au Nord*	8. 25. 52	17	1. 0 *à l'or.*	11. 25. 52	16
2. 0	9. 3. 52	25	2. 0	0. 3. 52	24
3. 0	9. 12. 12	Janv. 2	3. 0	0. 12. 12	Avril 1
4. 0	9. 21. 8	11	4. 0	0. 21. 8	10
5. 0	10. 1. 4	20	5. 0	1. 1. 4	21
6. 0	10. 12. 59	Févr. 1	6. 0	1. 12. 59	Mai 3
7. 0	11. 0. 42	19	7. 0	2. 0. 42	21
7. 20	11. 18. 0	Mars 8	7. 20	2. 18. 0	Juin 8
7. 0	0. 5. 18	25	7. 0	3. 5. 18	26
6. 0	0. 23. 1	Avril 12	6. 0	3. 23. 1	Juill. 15
5. 0	1. 4. 56	25	5. 0	4. 4. 56	28
4. 0	1. 14. 52	Mai 5	4. 0	4. 14. 52	Août 7
3. 0	1. 23. 48	14	3. 0	4. 23. 48	16
2. 0	2. 2. 8	23	2. 0	5. 2. 8	25
1. 0	2. 10. 8	31	1. 0	5. 10. 8	Sept. 2
0. 0	2. 18. 0	Juin 8	0. 0	5. 18. 0	10
1. 0 *au Midi*	2. 25. 52	17	1. 0 *à l'occ.*	5. 25. 52	18
2. 0	3. 3. 52	25	2. 0	6. 3. 52	26
3. 0	3. 12. 12	Juill. 4	3. 0	6. 12. 12	Oct. 5
4. 0	3. 21. 8	13	4. 0	6. 21. 8	14
5. 0	4. 1. 4	24	5. 0	7. 1. 4	24
6. 0	4. 12. 59	Août 5	6. 0	7. 12. 59	Nov. 5
7. 0	5. 0. 42	23	7. 0	8. 0. 42	22
7. 20	5. 18. 0	Sept. 10	7. 20	8. 18. 0	Déc. 9

On voit dans la *figure 8*, un extrait réduit à moitié du cercle d'obſervation, ſur lequel Scheiner a repréſenté toutes les taches. *EQ* eſt le diamètre de l'équateur ſolaire, que je ſuppoſe invariable & qui eſt toujours le grand axe de l'ellipſe qui doit exprimer l'équateur ſolaire; cette ellipſe, dans ſa partie viſible, paſſe en *A* ou à $7^d 20'$ au midi le 10 Septembre, & en *B* le 8 Mars; le cercle *CL* de latitude paſſe en *L* à $7^d 20'$ de l'axe de l'équateur ſolaire, du côté de l'Orient le 8 Juin, & à droite le 9 Décembre: la Table précédente ſuffiroit pour marquer tous les autres points.

Je ſuppoſe qu'une tache ſoit marquée en *T* dans la figure de Scheiner, paſſant par le milieu du Soleil ſur le cercle de latitude le 10 Septembre, où l'équateur ſolaire paſſe en *A;* la diſtance *TA* marque ſa déclinaiſon ſolaire du côté du midi, & en la portant vers la circonférence *EG,* je vois que cette ligne eſt le ſinus de 9 degrés & demi; c'eſt à peu-près la déclinaiſon ſolaire de la tache.

En effet, quand la Terre eſt à 90 degrés du nœud, cet Équateur a la forme d'une ellipſe *(fig. 5);* l'ellipſe paſſe au Fig. 8. point *A*, & le mouvement du Soleil autour de ſon Équateur, ne change point cette apparence, puiſque l'Équateur tournant dans ſon plan, ne change point d'aſpect, de ſituation, ni de figure, tant que la Terre répond au même point de l'Écliptique. Ainſi la diſtance de la tache au point *A* eſt bien la projection de ſa déclinaiſon ſolaire, & cette projection eſt ſenſiblement la différence entre le ſinus *TC* de la latitude de la tache, & le ſinus *AC* de l'obliquité ſous laquelle paroît alors l'Équateur ſolaire.

Cette opération, qui eſt fort ſimple, exigeroit quelques conſidérations de plus, ſi la déclinaiſon ſolaire d'une tache étoit fort grande; mais comme nous n'avons pas de tache remarquable, dont la déclinaiſon aille à 30 degrés, il n'y auroit que $1^d 19'$ d'erreur dans les cas extrêmes, & il n'a pas lieu dans les obſervations ſuivantes; mais ſi l'on vouloit y avoir égard, il ſuffiroit de tirer deux parallèles *AD, TF,* & l'arc *DF* ſeroit la déclinaiſon de la tache, plus exactement.

TABLE des Taches observées par Scheiner *& par* Hévélius, *avec le temps de leur passage au milieu du Soleil, & leur déclinaison par rapport à l'Équateur solaire.*

Dans le P. SCHEINER; *Rosa Ursina.*

PAGES.	ANNÉES.	MOIS.		DÉCLINAISONS.
165	1624	Décembre	18	7d ½ boréale.
167	1625	Janvier. .	5	8 australe; belle tache.
169	1625	Janvier. .	12	17 ½ australe.
171	1625	Janvier. .	18	7 ½ australe.
177	1625	Janvier. .	31	4 ½ australe.
177	1625	Février. .	1	7 ½ australe.
177	1625	Février. .	2	13 australe.
183	1625	Février. .	7	5 ½ australe.
185	1625	Février. .	15	6 australe.
185	1625	Février. .	17	21 boréale.
187	1625	Mars. . . .	2	13 australe.
187	1625	Février. .	25	7 australe.
187	1625	Février. .	27	16 ½ boréale.
189	1625	Mars.	8	12 boréale.
189	1625	Mars. . . .	25	18 ½ boréale.
191	1625	Mars . . .	28	12 ½ australe.
191	1625	Mars. . . .	31	15 australe.
197	1623	Mars. . . .	27	21 ½ boréale.
197	1623	Mars. . . .	25	11 ½ australe.
201	1625	Avril. . .	8	18 australe.
203	1625	Avril. . .	12	24 ½ australe.
205	1625	Avril. . .	12	23 ½ australe.
207	1625	Avril. . .	25	12 ½ australe (a).
209	1625	Mai. . . .	9	21 ½ boréale.
209	1625	Mai. . . .	9	19 ½ boréale.
209	1625	Mai. . . .	8	16 australe.
211	1625	Mai. . . .	16	7 ¼ australe; belle tache double.
213	1625	Mai. . . .	24	16 ¼ australe.
213	1625	Mai. . . .	27	13 ¼ boréale.
215	1625	Juin. . . .	12	5 australe; belle, à 2 noyaux (b).
225	1625	Juin. . . .	3	20 boréale.

(a) La même que le 28 Mars, suivant le P. Scheiner, *page 546.*
(b) La même que celle du 16 Mai, suivant le P. Scheiner, *page 547.*

PAGES.	ANNÉES.	MOIS.		DÉCLINAISONS.
215	1625	Juin....	6	12ᵈ $\frac{3}{4}$ auſtrale.
231	1625	Juin....	13	6 auſtrale.
231	1625	Juin....	13	14 $\frac{1}{4}$ auſtrale.
231	1625	Juin....	18	17 boréale.
233	1625	Juin....	19	19 boréale.
233	1625	Juin....	24	16 boréale.
233	1625	Juin....	26	16 $\frac{2}{3}$ auſtrale.
233	1625	Juin....	27	10 auſtrale.
233	1625	Juillet...	1	20 boréale.
235	1625	Juillet...	6	6 $\frac{1}{2}$ auſtrale.
235	1625	Juillet...	2	10 $\frac{2}{3}$ auſtrale.
237	1625	Juillet...	3	12 auſtrale.
239	1625	Juillet...	9	6 auſtrale *(c)*.
245	1625	Juillet...	16	21 $\frac{2}{3}$ boréale.
245	1625	Juillet...	14	0.
247	1625	Juillet...	31	14 auſtrale.
247	1625	Août....	1	17 $\frac{3}{4}$ boréale.
249	1625	Août....	12	21 $\frac{2}{3}$ boréale; belle double *(d)*.
249	1625	Août....	18	9 auſtrale.
251	1625	Août....	23	16 boréale.
253	1625	Septembre	1	16 auſtrale; belle à 2 noyaux.
253	1625	Septembre	9	18 $\frac{1}{2}$ boréale.
253	1625	Septembre	9	21 $\frac{1}{2}$ boréale; belle à 2 noyaux.
261	1625	Septembre	19	15 boréale.
261	1625	Septembre	19	6 auſtrale.
263	1625	Septembre	26	4 $\frac{1}{2}$ auſtrale.
263	1625	Septembre	28	8 $\frac{1}{3}$ auſtrale.
263	1625	Septembre	30	17 $\frac{1}{2}$ auſtrale.
265	1625	Octobre..	7	24 $\frac{1}{2}$ boréale.
265	1625	Octobre..	8	16 boréale.
265	1625	Octobre..	10	12 $\frac{1}{2}$ auſtrale.
267	1625	Octobre..	12	7 $\frac{1}{2}$ auſtrale.
267	1625	Octobre..	14	12 auſtrale.
267	1625	Octobre..	16	4 $\frac{1}{2}$ auſtrale.
267	1625	Octobre..	16	23 $\frac{1}{4}$ boréale.
271	1625	Octobre..	21	8 $\frac{1}{4}$ auſtrale.
271	1625	Octobre..	27	20 boréale.
273	1625	Novembre	4	11 $\frac{1}{2}$ auſtrale; belle à 2 pointes.
273	1625	Novembre	8	5 auſtrale.

(c) Cette tache eſt la même que celle du 13 Juin, ſuivant Scheiner, *page 548*.
(d) La même que celle du 16 Juillet, ſuivant Scheiner, *page 548*.

PAGES.	ANNÉES.	MOIS.		DÉCLINAISONS.
273	1625	Novembre	12	$3\frac{1}{2}$ auſtrale.
275	1625	Novembre	12	$7\frac{2}{3}$ auſtrale.
275	1625	Novembre	14	22 boréale.
275	1625	Novembre	15	$17\frac{1}{3}$ boréale.
277	1625	Novembre	16	$7\frac{1}{2}$ boréale.
277	1625	Novembre	26	9 auſtrale.
277	1625	Novembre	29	13 auſtrale; belle.
277	1625	Novembre	30	15 auſtrale.
279	1625	Décemb. .	2	$12\frac{1}{2}$ auſtrale.
285	1625	Décemb. .	5	$13\frac{1}{2}$ boréale.
285	1625	Décemb. .	8	6 boréale.
285	1625	Décemb. .	8	8 auſtrale.
285	1625	Décemb. .	8	$20\frac{1}{2}$ boréale.
287	1625	Décemb. .	11	$18\frac{1}{4}$ boréale.
289	1625	Décemb. .	13	16 boréale.
289	1625	Décemb. .	18	$4\frac{1}{2}$ auſtrale.
291	1625	Décemb. .	21	5 auſtrale.
291	1625	Décemb. .	27	11 boréale; belle.
291	1625	Décemb. .	31	15 auſtrale.
293	1626	Janvier. . .	7	$18\frac{1}{4}$ boréale.
293	1626	Janvier. . .	8	14 boréale.
293	1626	Janvier. . .	9	$9\frac{1}{4}$ auſtrale.
293	1626	Janvier. . .	9	$15\frac{1}{2}$ auſtrale.
295	1626	Janvier. . .	23	$13\frac{1}{4}$ auſtrale.
295	1626	Janvier. . .	24	$17\frac{2}{3}$ boréale.
295	1626	Janvier. . .	26	13 auſtrale.
295	1626	Janvier. . .	27	$15\frac{1}{2}$ auſtrale.
299	1626	Février. . .	7	13 auſtrale.
299	1626	Février. . .	8	$16\frac{1}{2}$ boréale.
299	1626	Février. . .	20	$13\frac{3}{4}$ boréale.
299	1626	Février. . .	23	$14\frac{1}{2}$ auſtrale.
303	1626	Mars. . . .	2	19 boréale.
305	1626	Mars. . . .	3	$3\frac{1}{3}$ boréale.
313	1626	Avril. . . .	13	6 auſtrale; belle.
313	1626	Avril. . . .	13	$16\frac{1}{2}$ auſtrale.
315	1626	Mai.	26	7 auſtrale.
315	1626	Mai.	26	13 boréale.
315	1626	Mai.	30	12 auſtrale; belle.
321	1626	Juin	22	21 boréale.
323	1626	Décemb. .	22	14 auſtrale.
325	1626	Juillet. . .	12	7 auſtrale; à trois pointes.
325	1627	Janvier . .	15	13 boréale; belle.

PAGES.	ANNÉES.	MOIS.		DÉCLINAISONS.
329	1627	Février...	10	9 australe.
329	1627	Février...	11	13 boréale.
329	1627	Février...	15	16 3/4 australe.
329	1626	Août....	12	5 australe, à trois noyaux.
333	1627	Mars....	8	10 australe, à trois noyaux.
333	1627	Mars....	9	11 1/2 boréale.
333	1626	Septembre	2	9 australe, à trois noyaux.
333	1626	Septembre	3	12 boréale.
333	1626	Septembre	4	15 boréale.
341	1627	Juin....	1	8 1/2 boréale.
342	1626	Novembre	28	4 1/2 boréale.
Dans HÉVÉLIUS, *Selenographia.*				
500	1642	Novembre	2	7 3/4 boréale, à deux noyaux.
501	1642	Novembre	11	9 1/4 boréale.
502	1643	Mai.....	25	7 1/2 boréale, à deux noyaux.
503	1643	Juin....	21	7 boréale.
503	1643	Juin....	19	9 1/4 australe.
504	1643	Juin....	26	8 1/2 boréale.
504	1643	Juin....	27	11 3/4 boréale.
504	1643	Juin....	25	5 1/3 boréale.
506	1643	Juillet....	21	6 1/2 boréale.
506	1643	Juillet....	22	15 boréale.
506	1643	Juillet....	24	1 boréale.
507	1643	Août....	13	9 1/3 boréale.
507	1643	Août....	4	9 1/4 australe.
508	1643	Août....	19	15 3/4 boréale, à deux noyaux.
508	1643	Août....	17	4 1/2 australe.
509	1643	Septembre	13	9 australe.
509	1643	Septembre	14	16 boréale.
509	1643	Septembre	19	13 1/2 australe.
511	1643	Octobre..	21	7 boréale.
511	1643	Octobre..	23	7 australe.
512	1643	Novembre	28	2 boréale.
512	1643	Novembre	29	7 boréale.
512	1643	Décemb..	25	11 3/4 australe.
512	1643	Février...	20	8 1/2 australe, belle.
514	1644	Février...	22	5 australe, à deux noyaux.
514	1644	Février...	22	7 1/4 boréale.
515	1644	Mars.....	28	0 1/2 boréale.
515	1644	Mars.....	30	10 australe.

PAGES.	ANNÉES.	MOIS.		DÉCLINAISONS.
516	1644	Avril....	8	10 ½ auſtrale.
516	1644	Avril....	11	6 boréale.
517	1644	Avril....	12	12 auſtrale.
517	1644	Avril....	12	18 auſtrale.
518	1644	Avril....	14	9 auſtrale.
519	1644	Mai.....	10	8 ¼ auſtr. la plus belle d'*Hevelius*.
519	1644	Mai.....	8	5 ½ boréale.
519	1644	Mai.....	22	2 auſtrale.
521	1644	Juin.....	3	8 boréale.
521	1644	Juin.....	6	8 auſtr. la même que le 10 Mai.
522	1644	Juin.....	18	2 ¼ auſtr. la même que le 22 Mai.
522	1644	Juin.....	3	10 auſtrale.
522	1644	Juillet...	5	6 auſtrale; belle.
522	1644	Juillet...	5	7 ½ boréale.
522	1644	Juillet...	6	11 ⅓ auſtrale.
523	1644	Juillet...	7	6 auſtrale.
524	1644	Juillet...	31	8 boréale.
524	1644	Août....	1	5 ⅓ auſtrale.
525	1644	Août....	27	6 auſtr. la même que le 5 Juillet.
525	1644	Octobre..	2	4 boréale.
525	1644	Octobre..	9	16 boréale.

Pour compléter un peu ce catalogue des taches anciennement obſervées, je vais y joindre vingt-cinq autres taches obſervées depuis ce temps-là, & que j'ai eu l'occaſion de calculer dans le cours de mes recherches ſur cette matière : j'en donnerai un plus grand nombre dans un ſecond Mémoire ſur le même ſujet. Si l'on avoit pris de temps en temps le même ſoin, nous ſerions certains actuellement de la nature des taches du Soleil, ou du moins de leur mobilité ou de leur fixité. M. Meſſier, depuis plus d'une année, s'étant occupé ſpécialement de cet objet, à ma ſollicitation, a fait un grand nombre d'obſervations que je calculerai lorſqu'il les aura publiées.

Je n'ai pas mis dans les obſervations ſuivantes le paſſage par le milieu du Soleil, comme dans les précédentes; mais on trouvera le détail des obſervations, ou dans ce Mémoire, ou dans le ſuivant.

Autres TACHES *observées depuis* HEVELIUS.

ANNÉES.	MOIS.	DÉCLINAISONS.
1676	28 Juin.	13d 9' austrele.
1676	Octobre, Nov. & Déc. . .	5. 0 australe.
1684	Juin. *Voy. les obs. ci-dessus.*	11. 30 australe.
1686	Avril.	15. 0 australe.
1703	Juin. *Voyez ci-dessus.*	2. 45 boréale.
1703	Juillet. *Idem*	19. 22 australe.
1704	Janvier. *Idem*	8. 14 australe.
1713	Mai. *Idem*	15. 32 australe
1752	1 Juillet.	14. 6 australe.
1752	17 Juillet. *Voyez ci-après.* . .	11. 40 boréale.
1752	2 Novembre.	8. 55 bor. *Opt. de Smith, t. II, p. 528.*
1764	15 Avril. *Idem*.	11. 55 bor. grosse tache.
1767	30 Janvier.	20. 5 australe. *Idem.*
1767	Avril.	19. 56 boréale.
1767	Juin.	25. 40 b. Fixlmilln. *p. 29.*
1767	Décembre. *Voyez ci-dessus.*	28. 8 australe.
1768	Mars.	22. 0 australe.
1768	Mars.	25. 20 australe.
1768	Mars.	16. 10 boréale.
1773	6 Juin.	6. 58 austr. grosse tache.
1775	Juin. *Voyez ci-dessus.* . . .	5. 19 australe.
1775	Juillet.	6. 36 australe.
1777	Février. *Voyez ci-après.* . .	12. 44 boréale.
1777	Juillet.	31. 10 boréale.
1778	Mai. *Voyez ci-après*	12. 27 bor. grosse tache.

Les observations de Scheiner & celles d'Hévélius, comparées entre elles, en supposant l'identité des taches, pourroient donner, à quelques minutes près, la durée de la rotation du Soleil, si on la connoissoit d'avance, à deux heures près; mais si l'incertitude est plus grande, on court risque de se tromper d'une révolution toute entière, & la grandeur de l'intervalle ne sert plus à rien.

J'ai donc commencé par chercher la durée de la rotation par les taches qui semblent avoir subsisté pendant plusieurs révolutions consécutives, pour avoir, s'il étoit possible, la

rotation, à deux heures près; le P. Scheiner l'avoit déjà entrepris pour quatre taches *(pages 546 & suiv.)* j'en ai examiné un grand nombre d'autres, mais je n'ai pu parvenir à des résultats satisfaisans.

L'Observation du 30 Octobre 1676, comparée avec celle du 18 Décembre, donne en cinquante jours moyens, deux révolutions complètes, moins $18^d\ 32'$ d'ascension droite solaire; ce qui donne $25^j\ 15^h\ 51'\ 8''$, ou $1^h\ 45'\ 46''$ de plus que dans M. Cassini; mais une seule seconde de temps ou 15 secondes de degré dans une des deux observations, qui font 4 degrés de la circonférence du Soleil, produiroit toute cette différence de $1^h\ \frac{3}{4}$ sur la période; ainsi, tant qu'on n'a que deux périodes d'observations, dans lesquelles plusieurs s'accordent mal, on ne peut s'assurer mieux qu'à deux heures près de la durée que nous cherchons; or, il y a si peu d'observations imprimées sur les taches du Soleil que je ne pouvois y trouver de quoi lever cette difficulté. Comparaison des anciennes taches.

Je me contentai donc d'abord d'essayer la période donnée par M. Cassini, pour voir comment elle s'accordoit avec les anciennes observations.

Les deux plus belles taches qu'il y ait dans Scheiner & Hévélius, sont celles qui passèrent par le milieu du Soleil le 16 Mai 1625 à 5 heures du soir, & le 9 Mai 1644 à 16 heures, l'une & l'autre à 7 degrés de déclinaison australe. L'intervalle qui est six mille neuf cents trente-trois jours $\frac{46}{100}$ divisé par 252, nombre des retours de la tache, donne $27^j\ 12^h\ 19'\ 44''$ pour chacun, ou $1'\ 16''$ de moins; il ne s'en faut que $\frac{1}{125}$ de révolution, c'est-à dire un peu plus de 5 heures, ou $2^d\ \frac{1}{2}$ sur le Soleil; ce qui n'est guère que la largeur de la tache. Si l'on se trompoit d'une heure sur la durée du retour, l'on auroit dix jours de mécompte, ainsi l'on ne peut pas craindre ici une heure d'incertitude; mais s'il y avoit $2^h\ 37'$ d'erreur, ce qui feroit deux cents cinquante trois révolutions, on auroit trouvé le même résultat, malgré l'erreur de $2^h\ 37'$; ainsi, s'il y a plus de deux heures d'incertitude dans la durée de la révolution, la comparaison des observations éloignées

de vingt ans, devient tout-à-fait inutile; or on a vu ci-dessus que cette incertitude s'y trouve réellement.

Ces deux grosses taches paroissent être celles qui avoient déterminé M. Cassini à établir cette durée de la rotation, lorsqu'il eut observé en 1684, 1686 & 1688 des taches pareilles *(Mém. Acad. 1702, page 133)*.

Les deux petites taches qui passèrent au milieu du Soleil le 16 Novembre 1625 à 2 heures, & le 21 Octobre 1643 à 15^h, ayant 7^d de déclinaison boréale, donnent $24''$ de plus; celles du 10 Février 1627 & du 14 Avril 1644, donnent $7'$ de moins; mais la première est une belle tache à deux noyaux, & celle de 1644 est la seconde de deux taches petites & irrégulières qui ne ressemblent point à celles de 1627, & qui sont plus distantes entre elles.

Les taches du 12 Novembre 1625 à 0^h du matin, & du 22 Mai 1644 à 3 heures du soir, qui sont entre 2 & 3 degrés de déclinaison australe, donnent après deux cents quarante-six périodes $11' 26''$ de moins que la période de M. Cassini.

Deux taches du P. Scheiner, situées à $21^d \frac{1}{2}$ de déclinaison boréale, sur un parallèle où il y en a rarement, l'une du 27 Mars 1623, & l'autre du 22 Juin 1626, donnent 21 minutes de moins.

Celles du 9 Juillet 1625 & du 1.er Août 1644, situées à 5 degrés de déclinaison australe, donnent $7' 27''$ de plus.

Je trouve à peu-près le même résultat, en comparant les taches de 1676 & de 1775 après quatorze cents sept révolutions. Le 19 Novembre 1676, l'ascension droite solaire d'une tache située à 5 degrés de déclinaison australe, étoit de $11^s 21^d$; le 23 Juin 1775, je la trouvai de $11^s 17^d$; la réduction à l'équateur solaire étant à peu-près nulle, & les 4 degrés de différence entre ces deux longitudes ne pouvant produire que 18 secondes sur la durée de révolution, je suppose qu'en quatre-vingt-dix-neuf ans, moins cent quarante-neuf jours ou trente-six mille neuf jours, la tache a fait quatorze cents sept révolutions, chacune sera de $25^j 14^h 13' 44''$, c'est $8' 12''$ de plus que celle que j'ai supposée. Il est

vrai qu'en ſuppoſant quatorze cents huit révolutions dans le même intervalle, on auroit ſeulement 18 minutes de moins au lieu de 8 minutes de plus; ainſi l'on ne peut pas ſe ſervir d'un auſſi long intervalle, à moins qu'on ne ſache, à quelques minutes près, la durée de la révolution.

Le 12 Avril 1644, & le 28 Juin 1676, on voit au milieu du Soleil, ſur le parallèle auſtral de 12 degrés, de belles taches, dont l'intervalle, onze mille ſix cents onze jours, diviſé par quatre cents vingt-deux révolutions, donne ſeulement 42 ſecondes à ôter de la révolution ſuppoſée; la ſeconde eſt une belle tache irrégulière à deux noyaux.

Celles du 2 Septembre 1626 & du 19 Juin 1643, à 9 degrés de déclinaiſon auſtrale, donnent pour deux cents vingt-trois révolutions, 10 minutes à ôter.

Celles du 5 Janvier 1625 & du 19 Juin 1643, donneroient pour deux cents quarante-cinq révolutions, 13′ à ôter.

Celles du 10 Février 1627 & du 3 Juillet 1644, donnent pour deux cents trente-une révolutions, 20 minutes à ôter.

Celles du 21 Octobre 1625 & du 8 Avril 1644, donnent pour deux cents quarante-cinq révolutions, 20 minutes à ajouter. Toutes celles-ci ont environ 9 degrés de déclinaiſon auſtrale. Ce parallèle du Soleil paroît être plus chargé de taches que la plupart des autres degrés de déclinaiſon ſolaire.

Inſuffiſance de ces comparaiſons.

Je fis de même un grand nombre de comparaiſons des taches de Scheiner avec celles d'Hévélius, ſituées ſur le même parallèle; je trouvai pluſieurs périodes qui s'accordoient à 20 minutes près, plus ou moins; mais elles ne me paroiſſoient pas ſuffire pour établir l'identité, il falloit avoir trois apparitions d'une même tache à des intervalles égaux, pour lever à cet égard tous les doutes; il falloit auſſi que ce fût une de ces taches remarquables, de ces groſſes taches qui attirent l'attention des Aſtronomes, & qui ſe voient même ſans lunette; car s'il y a dans le Soleil un noyau ſolide, & que ſes éminences couvertes ordinairement par le fluide igné, cauſent les taches que nous voyons quand le fluide s'abaiſſe ou ſe retire, ce ſont les plus grandes montagnes qui doivent

former les plus grandes taches, & reparoître le plus ſouvent.

Quatre apparitions d'une très-grande tache.

On avoit publié ſi peu d'obſervations ſur les taches du Soleil, que je ne pouvois trouver de quoi me ſatisfaire ni éclaircir mes doutes. Mais, le 5 Mai 1778, le ciel s'étant découvert, je vis ſur le Soleil une très-groſſe tache, que l'on entrevoyoit même à la vue ſimple avec un verre noir, je l'obſervai pendant pluſieurs jours, je calculai ſa déclinaiſon ſolaire, que je trouvai de $12^d \frac{1}{2}$ au nord de l'Équateur ſolaire, & elle reparut de nouveau à la fin de Mai. En recourant à mes obſervations antérieures, je vis qu'à la fin de Février 1777, j'avois déjà obſervé une très-belle tache qui avoit $12^d \frac{3}{4}$ de déclinaiſon, & M. Meſſier l'avoit auſſi obſervée; je remontai aux années précédentes, & je trouvai qu'une grande tache vue par M. Darquier à Toulouſe, le 15 Avril 1764, avoit eu 12 degrés de déclinaiſon boréale.

Les regiſtres des obſervations que je faiſois à Berlin en 1752, pour la diſtance de la Lune à la Terre, m'ont fourni encore une belle tache à $11^d \frac{2}{3}$ de déclinaiſon.

Enfin au mois de Novembre de cette année 1778, & peu de temps avant l'impreſſion de ce Mémoire, une belle tache viſible à la vue ſimple eſt encore revenue preſque au même point du Soleil, & M. Méchain l'a obſervée quatre fois; il eſt vrai qu'elle a $14^d \frac{1}{2}$ de déclinaiſon, ou même plus; mais les différences ne paſſoient guère les limites des variétés que préſentent ſouvent les obſervations d'une même tache obſervée pendant pluſieurs jours de ſuite; ainſi je pouvois les regarder comme étant une même tache; il ne s'agiſſoit que de voir s'il y avoit une durée de rotation qui pût repréſenter les cinq apparitions.

Rotation de $25^j\ 10^h$.

La rotation adoptée par M. Caſſini, de $25^j\ 14^h\ 5'\ 22''$ ne ſatisfaiſoit à aucun des intervalles entre les obſervations de ces cinq taches; il y avoit plus de 40 degrés de trop pour le mouvement obſervé, depuis 1777 juſqu'à 1778; il a donc fallu eſſayer d'autres périodes, & j'ai eu la ſatisfaction de voir qu'en employant $25^j\ 10^h$, je ſatisfaiſois à tout.

Voici les obſervations de ces cinq apparitions, avec les conſéquences

conséquences que j'en ai tirées, en supposant le nœud à 2^s 18^d, & l'inclinaison de 7^d 20'.

Celles de la fin de Mai & du commencement de Juin, se trouveront dans mon second Mémoire, avec beaucoup d'autres observations.

ANN.	MOIS, JOURS & HEURES.	DIFFÉRENCES de passage entre la Tache & le bord ou le centre du Soleil.	DIFFÉRENCES de déclinaison entre la Tache & le bord du Soleil.	ASCENS. droite solaire de la Tache.	DÉCLIN. solaire boréale.
		S.	M. S.	M. S. D.	D. M.
1752	17 Juillet à midi....	68 au bord suivant..	13. 59 bord sup.	9. 25. 44	10. 52
1752	19 Juillet.........	91	12. 58	10. 18. 42	12. 32
1752	20 Juillet.........	108 ½	12. 35	11. 7. 29	11. 34
1764	15 Avril..........	41 ½ bord précédent	13. 24 ....//.	7. 11. 12	11. 55
1777	18 Février........	15 ½ bord suivant..	7. 22	2. 22. 24	13. 31
1777	19 Février........	22 ½	7. 31	3. 6. 10	13. 18
1777	26 Février........	22 ½ bord précédent	14. 52	6. 14. 58	12. 19
1777	1 Mars..........	2	18. 21	7. 27. 35	11. 50
1778	5 Mai..........	53 ½ bord suivant..	9. 53	6. 25. 48	11. 59
1778	8 Mai..........	39 bord précédent..	14. 3	8. 11. 48	12. 18
1778	11 Mai......//..	11	17. 1	9. 16. 1	12. 34
1778	12 Mai..........	4	17. 37	10. 1. 48	12. 57
1778	11 Nov. à 9^h ½ mat..	32,7 après le centre.	16. 56 bord inf.	0. 22. 52	16. 4
1778	13 Nov. à 9^h ½ mat..	4,5 après le centre.	13. 19 bord sup.	1. 21. 39	14. 21
1778	18 Nov. à 0^h ½ du soir	18 bord précédent.	7. 31	4. 2. 12	15. 26
1778	19 Nov. à 1^h du soir	13,5 bord précédent	7. 16	4. 15. 1	14. 38

l'Observation du 18 Février 1777, comparée avec celle du 8 Mai 1778, donne 25^j 9^h 56'.
l'Observation du 19 Février 1777, comparée avec celle du 12 Mai 1778, donne 25. 10. 33.
l'Observation du 26 Février 1777, comparée avec celle du 11 Mai 1778, donne 25. 10. 41.
l'Observation du 1 Mars 1777, comparée avec celle du 5 Mai 1778, donne 25. 10. 14.

Le milieu est 25^j 10^h 21', & les extrêmes diffèrent de 45 minutes, mais le premier résultat, qui donne le moins, répond au temps où les taches étoient les plus voisines du centre du Soleil, & par conséquent le mouvement plus sensible & les conclusions moins douteuses.

Ayant réduit les quatre obſervations de 1777 au 23 Février, je trouve pour l'aſcenſion droite $5^{ſ} 2^{d} 47'$; & par les quatre obſervations du mois de Novembre 1778, je trouve pour le 15, $2^{ſ} 20^{d} 2'$, l'intervalle eſt de ſix cents trente jours, qui donnent vingt-quatre révolutions plus $9^{ſ} 17^{d} 15'$, & chacune de $25^{j} 9^{h} 43'$. Cette quantité eſt plus petite que la précédente, mais le milieu ne s'éloigne pas de $25^{j} 10^{h}$, & les différentes obſervations s'accordent plus avec cette période, que les obſervations même ne s'accordent entr'elles; au reſte, les intervalles plus longs diminuent cette incertitude.

En comparant l'obſervation du 15 Avril 1764, avec celle du 26 Février 1777, l'intervalle étant de cent quatre-vingt-cinq rotations moins $26^{d} 14'$ en quatre mille ſept cents jours, je trouve $25^{j} 9^{h} 51'$ pour la rotation.

L'obſervation du 17 Juillet 1752, comparée avec celle du 15 Avril 1764, pour un intervalle de quatre mille deux cents quatre-vingt-dix jours, ou cent ſoixante-neuf rotations moins $2^{ſ} 14^{d} 32'$, donne $25^{j} 9^{h} 58'$, comme la précédente comparaiſon.

Enfin, ſi l'on prend deux obſervations extrêmes, comme le 20 Juillet 1752 & le 11 Mai 1778, on trouve en neuf mille quatre cents vingt-ſix jours, trois cents ſoixante-onze rotations moins $51^{d} 28'$, ce qui fait pour chacune $25^{j} 10^{h}$.

Je trouve même une ſixième tache dans Hévélius, à la même déclinaiſon, qui paſſa au milieu du Soleil, le 27 Juin 1643, l'intervalle de trente-neuf mille huit cents trente-deux jours ne donne que $2' 47''$ à ajouter à ma période; mais cette tache n'eſt pas aſſez remarquable pour former une preuve de mon hypothèſe.

Cette durée eſt plus petite de $4^{h} 4' 15''$, que ſuivant M. Caſſini, & elle donne pour le retour des taches, par rapport à nous, $27^{j} 7^{h} 37' 28''$, ou 27,3177, au lieu de $27^{j} 12^{h} 20'$ ou $21'$ que trouvoit M. Caſſini, en 1688 (*Mémoires de l'Académie, 1702, page 133*).

Mais ma détermination approche beaucoup de $25^{j} 9^{h} 34'$ que trouvoit M. de la Hire, c'eſt-à-dire, $27^{j} 7^{h} 7'$ pour le retour des taches (*Mémoires de l'Académie, année 1700,*

page 287). M. de la Hire n'avoit qu'un ſeul retour, mais j'en ai trois ou quatre parfaitement d'accord entr'eux.

Voilà donc, ce me ſemble, une tache dont la place eſt fixe ſur le Soleil, & qui donne, avec une exactitude que je n'eſpérois plus, la vraie durée de la rotation du Soleil ſur ſon axe, 25 jours & 10 heures.

Si cette période ne ſe vérifie pas encore ſur les autres taches, c'eſt peut-être parce qu'on les a trop peu obſervées juſqu'à préſent pour pouvoir y démêler les retours; ou bien que la cauſe locale qui a produit cette grande tache quatre ou cinq fois, eſt jointe à quelque circonſtance particulière dans ce point du diſque ſolaire.

Au reſte, je trouve auſſi dans les anciennes obſervations rapportées ci-deſſus, pluſieurs taches qui s'accordent avec les $25^j\ 10^h$ de rotation, comme j'en trouvois ci-devant avec celle de M. Caſſini.

Par exemple, en comparant une belle tache à deux noyaux, qui paſſa par le milieu du Soleil le 12 Juin 1625, & qui étoit la même que celle du 16 Mai, ſuivant Scheiner, *pages 211, 215, 547,* avec une pareille qui, ſuivant *Hévélius, page 514,* y paſſa le 22 Février 1644, toutes deux à 5 degrés de déclinaiſon auſtrale, je trouve en ſix mille huit cents vingt-huit jours, deux cents cinquante retours ou révolutions ſynodiques des taches au milieu du Soleil; c'eſt-à-dire que chaque retour ſeroit de $27^j\ 7^h\ 29'\frac{1}{2}$, plus court de 8 minutes ſeulement que par ma détermination : quand on prend la première, qui eſt celle du 16 Mai 1625, on trouve ſeulement $4'\frac{1}{2}$ de moins que ſuivant ma période.

La tache du 30 Mai 1626, comparée avec celles des 25 Décembre 1643, 12 Avril & 16 Juillet 1644, ſatiſfait encore à très-peu près à cette période; toutes ces taches avoient à peu-près 12 degrés de déclinaiſon ſolaire auſtrale; la première comparaiſon donne 10 minutes de moins, la ſeconde 12 minutes de moins, la troiſième 7 minutes de plus.

Deux taches à 9 degrés de déclinaiſon auſtrale, l'une du

9 Janvier 1626, l'autre du 8 Avril 1644, donnent deux cents quarante-quatre révolutions en ſix mille ſix cents ſoixante-quatre jours, chacune de $27^j 7^h 28' \frac{1}{2}$; c'eſt 9 minutes de moins que ſuivant ma période.

Aux environs du même parallèle, je trouve encore les taches du 21 Octobre 1625 & du 3 Juillet 1644, qui pour un intervalle de ſix mille huit cents trente jours, donnent deux cents cinquante révolutions, trop grandes ſeulement de $3' \frac{1}{2}$ chacune.

Celle du 14 Avril 1644, ne s'en écarte pas beaucoup; car elle donne pour chaque retour $27^j 7^h 52'$, ou $15'$ de trop; mais les deux belles taches des 16 Mai 1625 & 10 Mai 1644, donnent 30 minutes de moins.

Dans toutes ces comparaiſons, je n'ai pas cherché une préciſion rigoureuſe, que les obſervations de ce temps-là ne comportent pas, & les heures que j'ai négligées dans les paſſages par le milieu du Soleil, pourroient faire 5 à 6 minutes de différence ſur la durée de chaque retour; mais ſi l'incertitude eſt réduite à ſi peu de choſe, je croirai avoir rempli l'objet de mes recherches ſur la rotation du Soleil.

La tache dont les obſervations ſont dans les anciens *Mémoires de l'Académie, tome X, page 708,* & celle de M. de l'Iſle, dont j'ai rapporté les obſervations ci-deſſus, donnent $25^j 10^h 5'$.

Deux taches, qui ont 25 degrés de déclinaiſon ſolaire auſtrale, obſervées les 4 Mars 1768 & 5 Juin 1777 à 7 ſignes environ de longitude, donnent cent trente-trois révolutions, chacune de $25^j 9^h 54'$ *(a)*.

Au reſte, je n'ai rapporté ces comparaiſons que pour faire voir que dans le grand nombre d'obſervations, il s'en trouve qui ſatisfont à ma période, comme à celle de M. Caſſini; mais ſi je n'avois pas d'autres vérifications, je croirois n'avoir pas rempli mon objet.

(a) On trouvera ces obſervations avec beaucoup d'autres, dans un ſecond Mémoire ſur les taches du Soleil, qui paroîtra dans les *Mémoires de 1778*.

L'on ne pouvoit eſpérer d'avoir exactement la durée de la rotation, que lorſqu'après avoir obſervé & calculé un grand nombre de taches par une méthode exacte, comme celle que j'ai indiquée ci-deſſus, on auroit trouvé une déclinaiſon parfaitement égale dans pluſieurs retours, avec des intervalles de temps égaux ou proportionnels aux arcs parcourus: M. Caſſini crut l'avoir trouvée dans le dernier ſiècle; mais les taches de 1684, 1686 & 1688, dont M. Caſſini s'eſt ſervi, n'étoient point comme les miennes, de grandes & belles taches; il me ſemble donc qu'il n'y a pas la même probabilité pour ſon réſultat.

Ainſi, il paroît vraiſemblable que les taches du Soleil ſont fixes, & qu'elles reparoiſſoient à la même place, après un nombre de périodes de $27^{j}\ 7^{h}\ 37'\ 28''$, quoique les mêmes taches diſparoiſſent pendant des années entières, couvertes probablement par le reflux de la matière ignée & fluide, qui eſt à la ſurface du Soleil.

Dans le temps que je ſuppoſois la rotation abſolue, par rapport aux Équinoxes, de $25^{j}\ 14^{h}\ 5'\ 22''$, ce qui donne le mouvement diurne des taches de $14^{d}\ 4'\ 10'',62$, je m'en étois ſervi pour calculer une Table du mouvement de rotation pour les années, les jours & les heures; je l'ai calculée de nouveau avec $25^{j}\ 10^{h}$: l'objet de cette Table eſt de réduire toutes les obſervations d'une même tache, à une ſeule époque, afin d'avoir plus exactement une poſition réſultante d'une apparition toute entière, & de la comparer à une autre apparition. Je ſuppoſe, par exemple, qu'on eût douze jours d'obſervations ſur une tache, & cela, en deux apparitions différentes: pour en déduire exactement la durée d'une ſeule révolution, l'on auroit cent quarante-quatre comparaiſons à faire, au lieu qu'une ſeule ſuffiroit ſi l'on avoit réduit les douze obſervations de chaque apparition à une ſeule, par le mouvement déjà connu, & qui l'eſt aſſez exactement pour un intervalle de cinq à ſix jours. Ces Tables ſerviront auſſi à reconnoître ſi une tache eſt la même qu'une autre tache obſervée plus anciennement, ſans réduire tout l'intervalle en jours & en fractions de jours. Par exemple, il y a deux

ans huit jours & demi entre l'apparition, au même degré de longitude de deux belles taches, à 5 ou 7 degrés de déclinaison australe, le 6 Juin 1773 & le 15 Juin 1775; or, en deux ans & huit jours & demi, je trouve $0^s\ 20^d\ 3'\ 56''$ de mouvement, au lieu de 0 signes; ce n'est donc pas la même tache, indépendamment de la petite différence des déclinaisons; ou du moins, elle ne donne pas la durée de rotation, qui m'a servi à calculer la Table suivante: il faudroit supposer la rotation de $25^j\ 11^h\ 34'$, au lieu de $25^j\ 10^h\ 0'$, pour accorder ces deux apparitions. Mais j'y ai ajouté les mouvemens pour la rotation de $25^j\ 14^h\ 5'\ 22''$, *page 504*.

La vérification de cette Table est facile, car en cent années Juliennes, il y a quatre cents trente-sept rotations & 30 heures de plus, & le mouvement séculaire, $17^d 42'\ 18''$, est en effet le mouvement pour 30 heures. De plus, le mouvement annuel est égal au mouvement de 60 jours, puisque deux révolutions font $50^j\ 20^h$, & que 14 font $355^j\ 20^h$; il manque de part & d'autre 9^j & 4^h, auquel répond, par conséquent, soit le mouvement de 30 jours, soit celui de 365, c'est-à-dire, $4^s 9^d\ 50'\ 10''$.

Quoique la première Table me paroisse être celle dont on doit se servir, je n'ai pas cru que la seconde fut inutile, & je l'ai placée à la suite de l'autre, *page 504*. On y verra la différence que produisent sur le mouvement des taches 4 heures de changement sur la durée de la période qu'on suppose; ainsi, quand deux apparitions de taches ne s'accorderont pas avec ma Table *(page 503)* on verra d'un coup-d'œil si elles s'accordent mieux avec la durée de la rotation employée par M. Cassini, & qui m'a servi à calculer l'autre Table, ou plutôt, on verra combien il s'en faut que la seconde tache en soit à la même place que la première.

Ma Table me sert aussi à voir comment s'accordent entr'elles deux observations d'une tache, faites à quelques jours de distance l'une de l'autre, aussitôt que jes ai calculées, car l'ascension droite solaire de la tache doit augmenter tous les jours de $14^d\ 9'\ 50''$, & pour chaque heure de $35'\ 25''$.

TABLE du mouvement des Taches sur l'Équateur solaire, ou sur ses parallèles, ou des degrés de rotation du Soleil, en supposant la durée de chaque rotation 25^j 10^h 0'.

Jours.	Mouvement. Sig. Deg. Min. Sec.
1	0. 14. 9. 50
2	0. 28. 19. 40
3	1. 12. 29. 30
4	1. 26. 39. 21
5	2. 10. 49. 11
6	2. 24. 59. 1
7	3. 9. 8. 51
8	3. 23. 18. 41
9	4. 7. 28. 31
10	4. 21. 38. 22
11	5. 5. 48. 12
12	5. 19. 58. 2
13	6. 4. 7. 52
14	6. 18. 17. 42
15	7. 2. 27. 32
16	7. 16. 37. 23
17	8. 0. 47. 13
18	8. 14. 57. 3
19	8. 29. 6. 53
20	9. 13. 16. 43
21	9. 27. 26. 33
22	10. 11. 36. 24
23	10. 25. 46. 14
24	11. 9. 56. 4
25	11. 24. 5. 54
26	0. 8. 15. 44
27	0. 22. 25. 34
28	1. 6. 35. 25
29	1. 20. 45. 15
30	2. 4. 55. 5
60	4. 9. 50. 10
120	8. 19. 40. 20
180	0. 29. 30. 30
240	5. 9. 20. 39
300	9. 19. 10. 49
360	1. 29. 0. 59

H. M. S.	Mouvement D. M. S. / M. S. / S.
1	0. 35. 25
2	1. 10. 49
3	1. 46. 14
4	2. 21. 38
5	2. 57. 3
6	3. 32. 28
7	4. 7. 52
8	4. 43. 17
9	5. 18. 41
10	5. 54. 6
11	6. 29. 30
12	7. 4. 55
13	7. 40. 20
14	8. 15. 44
15	8. 51. 9
16	9. 26. 33
17	10. 1. 58
18	10. 37. 23
19	11. 12. 47
20	11. 48. 12
21	12. 23. 36
22	12. 59. 1
23	13. 34. 26
24	14. 9. 50
25	14. 45. 15
26	15. 20. 39
27	15. 56. 4
28	16. 31. 29
29	17. 6. 53
30	17. 42. 18
40	23. 36. 24
50	29. 30. 30
60	35. 24. 36

Années	Mouvement. Sig. Deg. Min. Sec.
1	4. 9. 50. 10
2	8. 19. 40. 20
3	0. 29. 30. 30
4	5. 23. 30. 30
8	11. 17. 0. 59
16	11. 4. 1. 58
31	10. 8. 3. 56
64	8. 16. 7. 52
100	0. 17. 42. 18

Révolut.	Jours. Heur.
1	25. 10
2	50. 20
3	76. 6
4	101. 16
5	127. 2
6	152. 12
7	177. 22
8	203. 8
9	228. 18
10	254. 4
20	508. 8
30	762. 12
40	1016. 16
50	1270. 20
60	1525. 0
70	1779. 4
80	2033. 8
90	2287. 12
100	2541. 16

TABLE du mouvement des Taches, en ſuppoſant la rotation de $25^j\ 14^h\ 5'\ 22''$, *ou* $25^j\,58706$.

JOURS.	MOUVEMENT. Sig. Deg. Min. Sec.	H. M. S.	D. M. S. / M. S. T. / S. T.
1	0. 14. 4. 11	1	0. 35. 10
2	0. 28. 8. 21	2	1. 10. 21
3	1. 12. 12. 32	3	1. 45. 31
4	1. 26. 16. 42	4	2. 20. 42
5	2. 10. 20. 53	5	2. 55. 52
6	2. 24. 25. 4	6	3. 31. 3
7	3. 8. 29. 14	7	4. 6. 13
8	3. 22. 33. 25	8	4. 31. 24
9	4. 6. 37. 36	9	5. 16. 34
10	4. 20. 41. 46	10	5. 51. 45
11	5. 4. 45. 57	11	6. 26. 55
12	5. 18. 50. 7	12	7. 2. 5
13	6. 2. 54. 18	13	7. 37. 16
14	6. 16. 58. 28	14	8. 12. 26
15	7. 1. 2. 39	15	8. 47. 37
16	7. 15. 6. 50	16	9. 22. 47
17	7. 29. 11. 1	17	9. 57. 58
18	8. 13. 15. 11	18	10. 33. 8
19	8. 27. 19. 22	19	11. 8. 18
20	9. 11. 23. 32	20	11. 43. 29
21	9. 25. 27. 43	21	12. 18. 39
22	10. 9. 31. 54	22	12. 53. 50
23	10. 23. 36. 4	23	13. 29. 0
24	11. 7. 40. 15	24	14. 4. 11
25	11. 21. 44. 25	30	17. 35. 14
26	0. 5. 48. 56	40	23. 26. 58
27	0. 19. 52. 47	50	29. 18. 43
28	1. 3. 56. 57	60	35. 10. 27
29	1. 18. 1. 8		
30	2. 2. 5. 19		
60	4. 4. 10. 37		
120	8. 8. 21. 14		
180	0. 12. 31. 52		
240	4. 16. 42. 29		
300	8. 20. 53. 6		
360	0. 25. 3. 43		

ANNÉES	MOUVEMENT. Sig. Deg. Min. Sec.
1.C	3. 5. 24. 36
2.C	6. 10. 59. 13
3.C	9. 16. 13. 49
4.B	1. 5. 42. 36
8.B	2. 11. 25. 12
16.B	4. 22. 50. 24
32.B	9. 15. 40. 48
64.B	7. 1. 21. 36
100.B	5. 22. 45. 0

RÉVOL.	Jours. H. M. S.
1	25. 14. 5. 22
2	51. 4. 10. 44
3	76. 18. 16. 6
4	102. 8. 21. 28
5	127. 22. 26. 50
6	153. 12. 32. 12
7	179. 2. 37. 34
8	204. 16. 42. 56
9	230. 6. 48. 18
10	255. 20. 53. 40
20	511. 17. 47. 20
30	767. 14. 41. 0
40	1023. 11. 34. 40
50	1279. 8. 28. 20
60	1535. 5. 22. 0
70	1791. 2. 15. 50
80	2046. 23. 9. 20
90	2302. 20. 3. 0
100	2558. 16. 56. 40

La méthode la plus exacte pour trouver la révolution d'une tache, telle que je l'ai expliquée ci-dessus, donne la révolution périodique ou absolue; mais la révolution synodique, par rapport à la Terre ou le retour à la conjonction, qui surpasse la première de $45^h\ 37'\ 28''$ selon moi, peut s'en déduire en cherchant la différence des deux par cette proportion : 360^d plus le mouvement moyen du Soleil, dans l'espace d'une révolution synodique à peu-près connue, sont à 360 degrés, comme cette révolution synodique est à la révolution périodique correspondante : la quantité dont elle diffère de la première, est marquée dans la Table suivante pour différentes valeurs de la révolution synodique ou du retour des taches.

RETOURS des TACHES.	QUANTITÉS à ôter pour avoir la durée de la ROTATION.	DIFFÉR.
$27^j\ 0^h$	$1^j\ 20^h\ 36'\ 18''$	$24'\ 0''$
27. 3	1. 21. 0. 18	24. 5
27. 6	1. 21. 24. 23	24. 10
27. 9	1. 21. 48. 33	24. 16
27. 12	1. 22. 12. 49	24. 21
27. 15	1. 22. 37. 10	24. 28
27. 18	1. 23. 1. 38	24. 35
27. 21	1. 23. 26. 13	24. 41
28. 0	1. 23. 50. 54	

L'on pourra réduire, par le moyen de cette Table, les révolutions synodiques des taches trouvées par différens Auteurs, ou déduites de différentes comparaisons de leurs passages par le milieu du Soleil, à des révolutions périodiques moyennes ou durées de rotation, les seules qui soient constantes, & qu'on doive employer dans des comparaisons exactes.

Les Taches sont adhérentes au Soleil.

J'AI SUPPOSÉ jusqu'ici les taches adhérentes à la surface du Soleil, & je ne vois aucune espèce de vraisemblance dans une autre supposition : M. J. A. Euler le fils, dans les *Mémoires de Péterſbourg, tome XII;* & M. Bernoulli dans son *Recueil pour les Astronomes, 1771, tome I, page 215,* observent qu'en prenant quatre observations au lieu de trois, on pourra, par diverses suppositions, reconnoître si la sphère des taches & le rayon du globe qui les renferme, sont exactement les mêmes que ceux du Soleil; mais on a vu, par ce qui précède, que les observations s'accordent, autant que leur imperfection le comporte, avec la supposition de l'adhérence à la surface du Soleil, & il faudroit que la différence fût bien sensible pour qu'on pût s'en apercevoir à une si grande distance. Si les taches étoient à quelque distance du Soleil, la force centrifuge empêcheroit qu'elles ne pussent se maintenir sur le même parallèle, la direction de la ligne tangente à chaque parallèle allant toujours rencontrer le plan de l'Équateur, les taches s'en approcheroient sans cesse; elles ne pourroient pas tourner dans les petits cercles qui sont parallèles à l'Équateur.

Si les taches n'étoient pas à la surface du Soleil, les observations faites vers les extrémités, donneroient toujours un mouvement plus grand que les autres; l'arc visible seroit sensiblement plus court que l'arc invisible, & plus court que suivant les règles & les formules que j'ai données ci-dessus, ce qui ne s'observe point : le cas où l'on eût pu le mieux s'en apercevoir, est celui où de grandes taches ont été vues sur le limbe même du Soleil, y formant une espèce d'échancrure; & s'il y avoit quelque apparence dans cette distance des taches à la surface du Soleil, on ne pourroit espérer de la déterminer que quand il se présentera des circonstances pareilles : mais il y a si long-temps qu'on a négligé les taches du Soleil, que j'ai cru devoir faire mes efforts pour rappeler l'attention des Astronomes vers cette partie, & les engager à profiter des circonstances qui se présenteront pour fixer nos incertitudes dans cette partie.

De la nature des Taches du Soleil.

Les obſervations contenues dans ce Mémoire, amènent eſſentiellement des réflexions ſur les hypothèſes que l'on a faites pour la cauſe phyſique des taches du Soleil. On crut d'abord qu'elles n'étoient qu'une écume ſurnageant à la ſurface du fluide aqueux : il ſemble qu'on avoit encore cette idée en 1719, après avoir vu un grand nombre de taches qui paroiſſoient ne tenir à rien de fixe ou d'immobile dans ce grand corps *(Hiſtoire de l'Académie de 1719, page 76).* La première objection qui ſe préſente contre cette idée, vient de ce que les taches ont un mouvement régulier, & ne changent pas de place pendant la durée de leur apparition, & même, à ce qu'il paroît actuellement, pendant pluſieurs années.

J'ai donc penſé que les taches étoient plutôt les éminences d'un noyau ſolide, découvertes & recouvertes alternativement par le flux & le reflux de la matière ignée où elles ſont preſque toujours plongées, & je propoſai cette hypothèſe dans mon ASTRONOMIE, quoique je ne puſſe pas encore la prouver comme aujourd'hui. Les nébuloſités qui environnent les taches & qui reſſemblent à des bancs de ſable, préſentent l'idée d'un bas-fond, qu'on aperçoit à l'endroit où la matière fluide a moins de profondeur.

Pour donner plus de vraiſemblance à cette hypothèſe, il falloit retrouver dans différentes années une tache qui eût exactement la même déclinaiſon ſolaire; mais on s'en étoit trop peu occupé juſqu'à préſent pour que ces retours euſſent pû être conſtatés.

Je ne diſſimulerai pas une objection qui s'eſt préſentée à moi dans le cours de mes obſervations. Le 10 Juin 1777, une groſſe & belle tache qui paroiſſoit depuis le 4, diminuoit de largeur & paroiſſoit ſe diviſer, comme ſi la matière fluide eût gagné le ſommet, cependant le même jour il s'en étoit formé trois petites fort près de la nébuloſité de la grande tache, ce qui ſuppoſeroit que la matière fluide s'eſt abaiſſée

dans cette région du Soleil : or elle ne peut pas s'élever & s'abaisser en même temps dans la même partie ; mais ne pourroit-on pas supposer que ce fluide a de la viscosité, & qu'il ne prend pas tout de suite son niveau dans toutes ses parties ?

M. de Buffon regarde le feu du Soleil comme causé ou entretenu par le mouvement rapide & continuel des Planètes & des Comètes autour de son globe : dans cette hypothèse, les taches seroient occasionnées par le refroidissement de quelques parties de sa surface, ou le ralentissement causé dans le mouvement de ces parties lorsque les Planètes ou les Comètes agissent en plus grand nombre sur d'autres parties. Dans des fourneaux de fer fondu, tout ce qui ralentit le feu, une seule bûche de bois vert, suffit pour occasionner des scories ou des taches dans la matière en fusion.

M. Derham a supposé que les taches étoient des volumes immenses de fumée, produits par des volcans ou éruptions de feu, qui éclatent à la surface du Soleil *(Transactions philosophiques, n.° 330, page 270).* Cette hypothèse paroît avoir été adoptée par M. le Professeur Winthrop *(Cogitata de Cometis, p. 25),* & par M. Oliver *(Essai sur les Comètes, Amsteldam, 1777, p. 23 & 48) ;* mais la durée & la fixité des taches me paroissent écarter encore cette hypothèse.

Hypothèse de M. Wilson.

Enfin M. Wilson, Professeur d'Astronomie à Glasgow, a proposé une nouvelle hypothèse dans les *Transactions philosophiques de 1774, vol. LXIV, part. 1, p. 7 & suiv.) ;* c'est la Pièce qui avoit remporté le Prix de l'Académie de Copenhague en 1771. Le 24 Novembre 1769, regardant le Soleil avec un bon télescope de 26 pouces de foyer, qui grossissoit cent douze fois, il vit une tache qui, en approchant du bord du Soleil, avoit entièrement perdu à la partie opposée la nébulosité ou l'atmosphère dont elle étoit environnée les jours précédens : le 11 Décembre, il vit cette tache reparoître à l'autre bord du Soleil, & la nébulosité ne paroissoit pas encore du côté qui regardoit le centre du Soleil. Il assure avoir fait plus de quarante observations

ſemblables, & il lui paroît qu'en général lorſque ſa tache eſt environ à une minute du bord du Soleil, plus ou moins, le même phénomène a lieu.

Cette obſervation a fait croire à M. Wilſon, que les taches du Soleil étoient de vaſtes gouffres, formés dans la matière lumineuſe du Soleil par des vapeurs élaſtiques, émanées de l'intérieur du globe ſolaire, & qui écartent rapidement cette eſpèce d'atmoſphère ou de brouillard denſe, épais & lumineux, qui recouvre le corps noir & opaque du Soleil. Le noyau d'une tache ſeroit ainſi le fond de la cavité; l'atmoſphère ſeroit le courant incliné de matière qui coule de tous côtés pour remplir la cavité, mais que nous ne voyons pas d'un côté, lorſque la ſituation oblique de la tache fait que notre rayon viſuel raſe le bord tourné de notre côté: le calcul appliqué à cette ſuppoſition, donne pour la profondeur de ces cavités, une quantité égale au rayon de la Terre, ou la centième partie du demi-diamètre du Soleil.

Dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1771, publiés en 1774, ainſi que dans les *Tranſactions de 1774*, on voit une figure des taches obſervées ſur le Soleil, le 3 Juin 1769, par M. Meſſier, & il y en a une qui eſt dans le même cas que celle dont parle M. Wilſon, ce qui ſemble conſtater encore le fait; d'ailleurs, on explique par-là comment les taches du Soleil ſe forment aſſez promptement & diſparoiſſent très-lentement. L'auteur fait voir de même, qu'on explique très-bien toutes les circonſtances des obſervations, faites par le P. Scheiner, & par M.rs Caſſini, Maraldi & de la Hire.

Cependant, il faut convenir que ces obſervations ſont ſi difficiles à faire, qu'on ne peut guère les regarder comme bien concluantes: quand une tache eſt très-près du bord du Soleil, elle eſt ſi étroite, qu'à peine peut-on apercevoir l'atmoſphère, qui, par elle-même, eſt très-légère; la partie de cette atmoſphère, qui eſt tournée vers le bord du Soleil, doit être encore plus étroite que la partie oppoſée, puiſqu'elle eſt vue plus obliquement; dans ces cas-là, on a peine à diſtinguer la partie de cette nébuloſité qui doit être la plus

apparente: comment peut-on être bien sûr que la partie opposée n'existe pas, & établir un système sur cette observation équivoque?

Le 2 Juin 1777, j'ai vu une grosse tache qui approchoit du bord occidental, il me sembloit que l'atmosphère étoit aussi peu sensible du côté du bord que du côté opposé. Le 22 Juillet 1777 & le 13 Janvier 1779, j'ai vu plus distinctement sur des taches qui alloient sortir, qu'il y avoit de la nébulosité des deux côtés.

Parmi les observations imprimées, il y en a qui sont formellement contraires à cette hypothèse, & qui me persuadent que du moins le fait n'a pas toujours lieu. M. de la Hire observoit les 3 & 18 Juin 1703, des taches à 8 & à 20 secondes du bord du Soleil; & il dit précisément qu'il voyoit le nuage ou l'atmosphère obscure qui environnoit chaque tache *(Mémoires de l'Académie, année 1703, pages 122 & 123)*, ce qui est contraire à l'observation de M. Willson. Le 30 Novembre 1676, M. de la Hire vit une tache qui n'étoit pas à une minute du bord du Soleil, ayant une nébulosité des deux côtés, suivant la figure qui est à la *planche IV* de l'*Histoire Céleste*, publiée par M. le Monnier.

M. Cassini dit aussi dans le *Journal des Savans* de *1684*, que la tache du 5 Mai, qui étoit à moins d'une minute du bord, étoit dans une nébulosité qui représentoit une nacelle chargée de la tache. On lit dans l'*Histoire de l'Académie de 1720, page 96*, que la tache du mois de Décembre 1719, étoit si grosse, que quand elle arriva au bord occidental du Soleil, elle y fit une échancrure noire, au lieu que des taches plus petites disparoissent entièrement sur le bord du Soleil. On lit la même chose de celle du 3 Juin 1703 *(Mém. 1703, p. 122)*: or si les taches étoient des cavités, & qu'elles fussent au-dessous du niveau de la surface du Soleil, on n'en verroit absolument rien sur le bord du Soleil.
Fig. 9. Soit *OT* le rayon visuel tangente au bord du Soleil en *T*; on voit qu'il passeroit sur la bouche du gouffre de la tache, sans que nous pussions en rien apercevoir, à moins qu'il ne

fût assez vaste pour que le sinus verse de l'arc qu'il occupe devînt sensible, ce qui ne sauroit être.

Supposons une tache qui ait 40 secondes de diamètre, il y en a peu d'aussi grandes, son diamètre occupe tout au plus 1d 12', dont le sinus verse est 0,00022; cela ne fait qu'un cinquième de seconde, quantité absolument insensible dans les observations.

Voici encore des observations qui militent un peu contre la nouvelle hypothèse de M. Wilson. Le 20 Août 1775, le ciel s'étant éclairci, je vis trois taches assez belles, qui n'y avoient pas paru le 18, quoiqu'elles fussent déjà très-avancées; le lendemain 21, il y en avoit une quatrième; mais le 23, il n'y en avoit plus que deux, & il y en avoit deux qui s'étoient effacées: or, si les taches étoient des cavités, elles seroient plus long-temps à se remplir à proportion qu'elles seroient plus larges: les taches ne disparoîtroient pas d'un jour à l'autre, tandis qu'il y en a qui paroissent pendant douze jours, sans être plus considérables que celles qu'on voit ainsi s'évanouir. On pourroit dire que celles qui disparoissent étoient moins profondes; mais dans ce cas, elles auroient moins d'atmosphère: c'est ce que les observations ne prouvent pas, mais que peut-être on pourra constater par la suite.

Le 3 Juin 1777, il y avoit au milieu du Soleil une grosse tache, environnée d'une grande nébulosité, dans laquelle étoit renfermée une autre tache noire & petite, séparée de la grande; la nébulosité ne se dirigeoit pas vers la petite; elle étoit arrondie également tout autour de l'assemblage des deux taches: cette forme exclut l'idée d'un courant qui seroit nécessairement dirigé vers chacune de ces deux cavités, à proportion de leur grandeur & de leur figure.

Le 10 Juin 1777, une autre tache fort grosse, environnée d'une large nébulosité, s'étoit presque divisée; la partie septentrionale étoit devenue fort mince, & la nébulosité n'avoit changé ni de forme, ni de grandeur, elle auroit dû être moins large autour d'un gouffre déjà à moitié plein.

Mais ce qui me paroît absolument incompatible avec

l'hypothèse de M. Wilson, ce sont ces grandes nébulosités éparses, dans lesquelles il y a très-peu de taches noires, telles que je les ai observées plusieurs fois, & sur-tout le 12 Juin & le 24 Septembre 1778.

Le 28 Juin 1777, il y avoit une immense nébulosité, dans laquelle étoient dispersés quatre à cinq noyaux, qui avoient augmenté depuis trois jours, sans que la nébulosité, qui étoit vers les noyaux, différât de celle qui étoit dans les autres parties. Le 24 Juillet 1777, il y avoit une très-grande nébulosité autour de deux taches fort petites. Le 2 Août, une tache qui étoit noire deux jours auparavant, avoit acquis une partie lumineuse dans le milieu, & cependant la nébulosité étoit toujours très-grande : cela prouve que la nébulosité n'est pas un courant déterminé par les noyaux, & relatif à ces mêmes noyaux.

M. Wilson lui-même a observé cinq fois un autre phénomène qui paroît également résister à son hypothèse; c'est une tache qui perd son ombre ou son atmosphère du côté où il se forme une autre tache, en sorte que dans l'intervalle des deux taches, il n'y a pas de nébulosité : si la matière couloit de toutes parts, on la verroit principalement dans l'intervalle étroit des deux taches, où elle auroit une double facilité pour se répandre. Au reste, ce phénomène avoit déjà été observé par le P. Scheiner *(page 210)* : il dit même qu'alors on voit dans l'intervalle des deux taches une facule plus brillante que le reste du Soleil.

Au contraire mon hypothèse représente assez bien ce phénomène : entre deux montagnes très-hautes, il y a une vallée profonde, & quand elle est remplie de fluide, on n'y doit pas voir le fond incliné comme là où la profondeur du fluide étant peu considérable, laisse entrevoir le fond; du moins c'est ainsi que je crois pouvoir expliquer, quant à présent, les ombres qui environnent les taches, & celles qui se convertissent en ombre ou en nébulosités : mais je ne vois aucun moyen, dans l'hypothèse de M. Wilson, d'expliquer ces longues traînées d'ombres & de facules, telles qu'*Hévélius*

en

en obſerva le 20 Juillet 1643, dont la longueur occupoit un tiers du Soleil, & dans leſquelles il n'y avoit point de taches. Il me ſemble donc que j'ai rendu aſſez probable mon hypothèſe des éminences du noyau ſolaire : ce ſont ces éminences que nous voyons ſous la forme de taches lors du reflux de la matière ignée qui les recouvre communément.

Du déplacement de notre Syſtème ſolaire.

Il me reſte à dire un mot ſur un effet de la rotation ſolaire, dont les Phyſiciens n'ont point encore parlé, mais qui ſera peut-être un jour un phénomène bien remarquable dans la Coſmologie; c'eſt le mouvement de tranſlation du Soleil & de tout notre ſyſtème planétaire.

Le mouvement de rotation, conſidéré comme l'effet phyſique d'une cauſe quelconque, eſt produit par une impulſion communiquée hors du centre. Jean Bernoulli calcule pour chaque Planète le point où cette force doit avoir été appliquée, à proportion de la vîteſſe de ſa rotation *(Opera, t. IV, p. 283)*; mais une force quelconque imprimée à un corps, & capable de le faire tourner autour de ſon centre, ne peut manquer auſſi de déplacer le centre, & l'on ne ſauroit concevoir l'un ſans l'autre. Il paroît donc très-vraiſemblable que le Soleil a un mouvement réel dans l'eſpace abſolu; mais comme il entraîne néceſſairement la Terre, de même que toutes les Planètes & les Comètes qui tournent autour de lui, nous ne pouvons nous apercevoir de ce mouvement, à moins que par la ſuite des ſiècles le Soleil ne ſoit arrivé ſenſiblement plus près des Étoiles qui ſont vers une région du Ciel, que de celles qui ſont oppoſées; alors les diſtances apparentes des Étoiles entr'elles auront augmenté d'un côté & diminué de l'autre; ce qui nous apprendra de quel côté ſe fait le mouvement de tranſlation du ſyſtème ſolaire : mais il n'y a pour ainſi-dire que quelques inſtans d'écoulés depuis que l'on obſerve; & la diſtance des

Étoiles est immense; il est donc assez naturel qu'on n'ait fait jusqu'ici aucune remarque à ce sujet *(a)*.

Arcturus nous présente un indice bien marqué de ce déplacement progressif; car cette Étoile depuis un siècle n'a cessé d'avancer vers le Midi. M. le Monnier trouve le changement de 4′ 5″ par siècle *(Mém. de l'Acad. 1769, p. 21)*, & la parallaxe annuelle d'*Arcturus* n'étant pas d'une seconde, il s'ensuit que le déplacement réel de cette Étoile est de plus de quatre-vingts millions de lieues par année. Si nous ne voyons pas dans les autres Étoiles de pareils mouvemens, c'est que peut-être elles n'ont pas reçu l'impulsion primitive qui cause dans le Soleil le mouvement de rotation, & dans *Arcturus* le mouvement de translation.

Il peut se faire aussi que le Soleil & la plupart des Étoiles soient, avec leurs systèmes, dans une espèce d'équilibre entre tous les autres systèmes environnans; & dans ce cas, il n'y auroit qu'une circulation périodique du centre du Soleil autour du centre de gravité universel; mais il n'en seroit pas moins vrai que le Soleil doit avoir un mouvement de translation, qui nous est indiqué par son mouvement de rotation.

(a) Si les positions des Étoiles, observées par Hipparque il y a près de deux mille ans, avoient plus de précision, on pourroit commencer à voir si les différences de longitudes sont plus grandes d'un côté & plus petites de l'autre que celles qui avoient lieu de son temps; mais un jour viendra où cette comparaison pourra nous apprendre quelque chose sur la question dont il s'agit.



Taches du Soleil

Fig. 1.

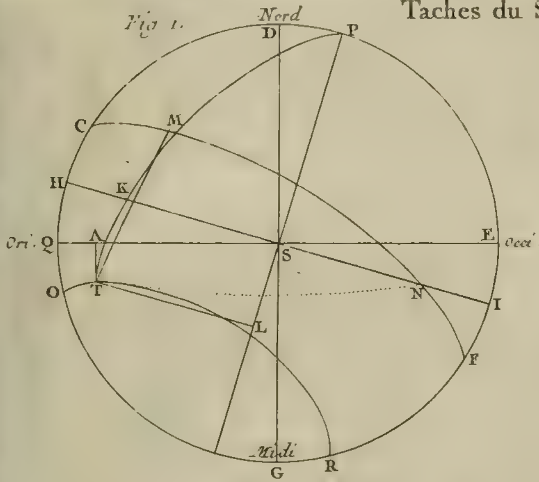


Fig. 2.

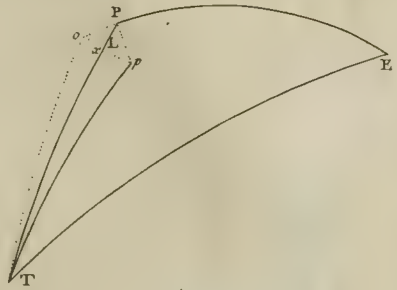


Fig. 6.

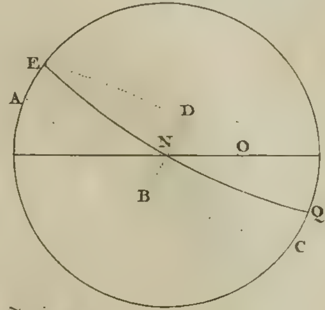
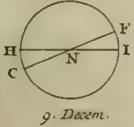
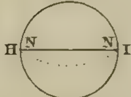


Fig. 3.



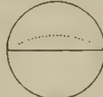
9. Decem.

Fig. 5.



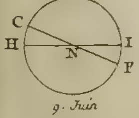
10. Sept.

Fig. 5 N° 2.



8. Mars.

Fig. 4



9. Juin

Fig. 7.

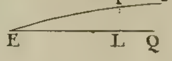


Fig. 8.

8. Juin. 10. Avril. 8. Mars. 12. Févr. 9. Dec.

7. Août. 10. Sept. 5. Oct.

80 70 60 50 40 30 20 10

L

Axe de l'Ecliptique

G

B

8. Mars.

2. Janv. 14. Mai.

9. Decem. 8. Juin.

Diametre de l'Equat. Sol.

E C Q

16. Nov. 4. Juillet

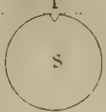
D

10. Sept

A

F T

Fig. 9.



MÉMOIRE
SUR LA SITUATION RESPECTIVE DES GROS VAISSEAUX DU CŒUR ET DES POUMONS.

Par M. SABATIER.

LORSQU'ON ſait attention à la quantité prodigieuſe de vaiſſeaux de toute eſpèce qui entrent dans la compoſition de la machine animale, & à leurs entrelaſſemens multipliés, on a lieu d'être ſurpris que les liqueurs qu'ils contiennent les parcourent avec tant de facilité. La preſſion qu'ils exercent les uns ſur les autres ſembleroit devoir augmenter les obſtacles que la petiteſſe du plus grand nombre, & leurs diverſes inflexions apportent à la marche de ces liqueurs. Sans doute, les anaſtomoſes qui les uniſſent, ſont un des moyens dont la Nature ſe ſert pour diminuer, & peut-être pour détruire entièrement les effets de la preſſion dont il s'agit, puiſqu'elles ſont ſi fréquentes entre les vaiſſeaux d'un petit diamètre, & dans les lieux où les engorgemens pourroient avoir les ſuites les plus fâcheuſes. Les gros vaiſſeaux, & ſur-tout ceux qui avoiſinent le cœur & les poumons n'en offrent point; mais leur ſituation reſpective paroît y ſuppléer; elle eſt telle en effet, que malgré leur proximité & leurs adhéſions, ils ne portent pas les uns ſur les autres, & qu'ils préſentent une voie libre aux torrens de ſang qui les traverſent. Le but du Mémoire que je ſoumets à l'Académie, eſt d'expoſer cette ſituation que les Auteurs n'ont pas décrite avec aſſez d'exactitude; je parlerai ſucceſſivement de celle des veines-caves, de l'artère pulmonaire, des veines du même nom, & de celle de l'aorte, le dernier des gros vaiſſeaux du cœur, dans l'ordre de la circulation; après quoi je 15 Juin 1776.

ferai quelques remarques ſur la poſition de la trachée artère, & ſur celle des bronches qui, quoiqu'elles ne renferment aucun liquide, doivent cependant être miſes au nombre des vaiſſeaux des poumons.

Les veines-caves ramènent au cœur le ſang que l'aorte avoit diſtribué à preſque toutes les parties du corps; elles ſont au nombre de deux, l'une ſupérieure ou deſcendante, l'autre inférieure ou aſcendante, & s'ouvrent dans l'oreillette droite l'une au-deſſus de l'autre. On a cru long-temps qu'elles ne faiſoient qu'un tronc continu, dont la partie la plus large étoit attachée aux bords de l'oreillette, à peu-près comme ſi l'on avoit emporté les trois quarts de la circonférence d'un tuyau droit, & qu'on l'eût appliqué à l'ouverture d'une veſſie. Véſale eſt un de ceux qui ont le plus accrédité cette erreur, & l'on peut s'en étonner, avec d'autant plus de raiſon, qu'il a fait repréſenter les veines-caves avec l'inclinaiſon qui leur eſt naturelle. Ce n'eſt que dans ces derniers temps que l'on a connu que les veines en queſtion, étoient ſéparées par l'oreillette, dont les fibres ſont en plus grande quantité & ont un arrangement différent de celles qui leur ſont propres; mais leur direction n'a point excité l'attention des Anatomiſtes. Preſque tous ont penſé qu'elles étoient placées ſur la même ligne, de ſorte que le ſang qui revient par la ſupérieure pèſe ſur celui qui eſt amené par l'inférieure. Quelques-uns, en conſéquence, ont admis à l'endroit de leur rencontre un tubercule autrefois décrit par Lower, dont l'uſage eſt de briſer les deux courans prêts à ſe heurter, & de les diriger vers l'embouchure de l'oreillette droite. On ne trouve à la place de ce tubercule, qu'une élévation médiocre formée par une ſubſtance charnue, & qui ne peut avoir l'uſage qu'on lui attribue; mais ſa préſence eſt inutile, puiſque les veines-caves ſont inclinées de droite à gauche, & que le ſang qu'elles contiennent ſe porte naturellement de ce dernier côté.

L'inclinaiſon dont je parle devient fort ſenſible, lorſqu'au lieu de les examiner ſeulement dans le trajet qu'elles parcourent

au-dedans du péricarde, on les ſuit, la ſupérieure juſqu'à l'endroit où elle eſt formée par la réunion des ſouclavières, l'inférieure juſqu'à celui où elle ſort du foie, & où elle traverſe le diaphragme; on reconnoît alors que la première deſcend obliquement de haut en bas, & de droite à gauche, en formant une ſorte de courbure dont la convexité eſt à droite, & que la ſeconde monte dans la même direction, & fait avec le bas de l'oreillette un angle rentrant du côté droit, & ſaillant du côté gauche.

Le ſang de la veine-cave ſupérieure ne fait donc aucun effort contre celui que l'inférieure contient, & l'obliquité qui vient d'être décrite, donne à ce fluide la direction la plus favorable au mouvement par lequel il eſt continuellement entraîné vers les poumons; mais cette obliquité n'eſt pas la ſeule que préſentent les veines-caves. La ſupérieure deſcend manifeſtement de derrière en devant, & l'inférieure monte de devant en arrière, de ſorte que le ſang de la première vient frapper la paroi inférieure & antérieure de l'oreillette droite, & que celui de la ſeconde exerce ſon action ſur la paroi poſtérieure & ſupérieure de ce ſac membraneux. Il eſt facile de concevoir que les choſes doivent ſe paſſer ainſi, lorſqu'on ſe rappelle que la veine-cave ſupérieure eſt en quelque ſorte pouſſée en avant par l'aorte & par les vaiſſeaux pulmonaires, au-devant deſquels elle eſt ſituée, & que l'inférieure reçoit fort près de ſon inſertion à l'oreillette droite, les veines hépatiques qui viennent s'y rendre de bas en haut & de devant en arrière. Celle de ces veines qui eſt à droite, & dont la groſſeur eſt preſqu'égale à la ſienne, doit principalement influer ſur le cours du ſang qui la traverſe, & le diriger de devant en arrière & de bas en haut. Cela eſt plus remarquable dans le fœtus & dans les ſujets fort jeunes, que dans ceux qui ſont un peu plus avancés en âge & dans les adultes, parce que le volume du foie, & ſur-tout celui du lobe gauche de ce viſcère, repouſſe le cœur de bas en haut, & lui fait faire une eſpèce de baſcule

qui en relève la pointe: auſſi avant la naiſſance tout le ſang de la veine-cave inférieure paſſe-t-il de droite à gauche à travers le trou ovale, pendant que celui de la ſupérieure tombe en entier & ſans mélange dans l'oreillette droite. Lorſque l'enfant a reſpiré, & après les premières années de la vie, l'effort du ſang de l'oreillette gauche contre la valvule du trou ovale, l'expanſion que prennent les poumons & qui oblige le diaphragme à deſcendre vers le bas-ventre, & la diminution ſucceſſive du volume du foie, ramènent les choſes à l'état où elles doivent reſter, & forcent le ſang de la veine-cave inférieure à ſe porter vers l'oreillette & le ventricule droit: néanmoins, il ne ceſſe jamais de heurter contre la paroi de l'oreillette à laquelle répondoit le trou ovale; & pour le plus ſouvent, il reſte à la partie ſupérieure de la foſſe ovale qui remplace ce trou, une ouverture d'une ou deux lignes de diamètre, au moyen de laquelle une petite partie du ſang de la veine-cave inférieure paſſe immédiatement de droite à gauche, & va, ſans avoir traverſé les poumons, ſe mêler à celui que le ventricule de ce côté doit lancer dans l'aorte.

Le ventricule droit donne naiſſance au tronc de l'artère pulmonaire: ce tronc s'élève de ſa partie ſupérieure, poſtérieure & gauche; il monte de devant en arrière, & de droite à gauche, & décrit une arcade aſſez conſidérable, dont la convexité eſt à droite, en devant & en haut, & dont la concavité eſt à gauche, en arrière & en bas. Lorſqu'il a parcouru deux pouces de chemin, il ſe partage en deux groſſes branches, qui ſont les artères pulmonaires droite & gauche; la première plus groſſe & plus longue, ſe porte preſque tranſverſalement derrière le tronc de l'aorte qui la cache en entier; la ſeconde moins groſſe & plus courte, continue de monter dans la direction du tronc d'où elles tirent leur origine, & parallèlement au bord inférieur de la croſſe de l'aorte. Toutes deux s'engagent dans les poumons, la droite plus bas, la gauche un peu plus haut, & s'y cour-

bent de haut en bas, de ſorte que chacune d'elles forme une arcade particulière, de la convexité de laquelle s'élèvent quelques rameaux pour la partie ſupérieure de ces viſcères, mais qui en fournit beaucoup d'autres de ſa concavité, & ſur-tout de ſa dernière extrémité, leſquels deſcendent vers leur partie moyenne & vers leur partie inférieure, que l'on ſait offrir plus de volume que le reſte de leur étendue. Les artères pulmonaires ſont en quelque ſorte cachées antérieurement, à leur entrée dans les poumons, par les veines qui leur répondent, & ſur-tout par les ſupérieures.

Ces veines ſont au nombre de quatre, deux appartiennent au poumon droit, & deux au poumon gauche; elles viennent ſe rendre dans un ſac muſculeux & membraneux, qui eſt connu du plus grand nombre des Anatomiſtes, ſous le nom d'*oreillette gauche du cœur*, mais que quelques-uns appellent le *ſinus des veines pulmonaires*, pour le diſtinguer d'une eſpèce d'appendice qui tient à la partie antérieure de ce ſac, & qu'ils croyent être la ſeule partie qui mérite le nom d'*oreillette*. La différence apparente qui ſe remarque entre ſes parois & celles de l'oreillette droite, aura ſûrement donné lieu à cette diſtinction. En effet l'intérieur de l'oreillette droite, préſente un grand nombre de colonnes charnues & ſaillantes, diverſement inclinées les unes ſur les autres, entre leſquelles ſe remarquent des enfoncemens de toute eſpèce, & dont la forme & les dimenſions varient à l'infini, au lieu que la cavité connue ſous le nom d'*oreillette gauche* n'a rien de ſemblable, que ſon épaiſſeur eſt la même par-tout, & que ſa ſurface intérieure eſt liſſe & ſans élévation, excepté à l'endroit de ſon appendice; mais ſi l'on y fait attention, l'on obſervera la même choſe à l'oreillette droite, & l'on verra que le lieu auquel répondent les veines-caves eſt également liſſe & ſans élévation, & que les colonnes charnues qui s'y rencontrent ne répondent qu'à ſa partie antérieure, de ſorte que la même raiſon qui fait diſtinguer le ſac muſculeux qui tient à la baſe du ventricule gauche du cœur, en ſinus des

veines pulmonaires & en oreillette gauche, devroit également faire distinguer celui qui communique avec le ventricule droit, en sinus des veines-caves & en oreillette droite, ainsi que l'ont fait Boërhaave, & quelques autres après lui.

La grosseur des veines pulmonaires droites est un peu plus considérable que celle des veines pulmonaires gauches; on remarque aussi qu'elles sont plus longues, & qu'elles sortent de leur poumon un peu plus bas, ce qui dépend de la situation du cœur dont la partie droite est plus inclinée que la gauche, & ce qui les met à l'abri de la pression de l'aorte derrière le tronc de laquelle ces veines sont placées; elles ne peuvent être aisément aperçues au-dedans du péricarde où elles sont cachées par la rencontre des deux veines-caves, ou si l'on veut, par le sinus au moyen duquel les veines-caves communiquent avec l'oreillette droite. Les veines pulmonaires gauches, au contraire, se montrent à nu au-dedans de ce sac où elles parcourent quelque chemin. De ces quatre veines, deux sont supérieures, & deux sont inférieures, une de chaque côté; les supérieures beaucoup plus grosses, descendent de devant en arrière, & de dehors en dedans; elles sont situées au-devant des artères pulmonaires dont elles croisent la direction. Les inférieures montent obliquement de derrière en devant, & de dehors en dedans aussi; ces dernières sont situées derrière l'extrémité de l'arcade que forment les artères pulmonaires, & croisent pareillement leur direction; d'où il résulte que ces artères sont en quelque sorte entre les unes & les autres, & que le sang qui coule dans les veines pulmonaires forme quatre courans, dont deux descendent de devant en arrière, & deux montent de derrière en devant, sans jamais se nuire.

L'aorte à laquelle ce sang est transmis par le ventricule gauche, s'élève de la partie supérieure, antérieure & droite de ce ventricule; elle monte d'abord de gauche à droite, & de derrière en devant à contre-sens de l'artère pulmonaire, après quoi elle se porte de droite à gauche, & de devant en arrière.

Lorsqu'elle

Lorſqu'elle eſt parvenue au niveau de la troiſième vertèbre du dos, elle continue à deſcendre dans la même direction juſqu'à la partie gauche du corps de la cinquième; la courbure qu'elle décrit dans ce long trajet, eſt ce qu'on appelle la *croſſe de l'aorte.* La convexité de cette courbure ſe préſente d'abord en devant & à droite, puis en haut, & ſa concavité en arrière & à gauche, puis en bas. Cette dernière reçoit l'artère pulmonaire droite, la trachée artère au-delà de laquelle ſe trouve l'œſophage, & la bronche gauche, leſquelles y doivent être à l'abri de toute eſpèce de compreſſion. Perſonne n'ignore en effet qu'un tuyau flexible & tortueux que l'on remplit ſubitement & avec force, tend à s'alonger, & que s'il eſt courbé de manière à ne pouvoir ſe redreſſer en entier, il décrit un arc plus grand qu'à l'ordinaire; il ne peut donc comprimer les corps qu'il embraſſe. Or, telle eſt la diſpoſition de l'aorte relativement aux parties qui ſont logées dans la concavité que préſente ſa croſſe, & en cela, on ne peut trop admirer la ſageſſe de la Nature, qui devant raſſembler dans un eſpace peu étendu, & placer les uns près des autres des vaiſſeaux auſſi conſidérables, & dont les fonctions ſont ſi importantes pour la conſervation de la vie, les a rangés de la manière la plus favorable à l'exercice de ces fonctions.

Le lieu où la croſſe de l'aorte finit, & où cette artère vient s'appliquer à la cinquième vertèbre du dos, pour deſcendre le long des autres vertèbres de cette claſſe, m'a offert une particularité qui mérite d'être rapportée. J'ai vu que la colonne de l'épine étoit, pour ainſi dire, enfoncée en cet endroit, & qu'elle y formoit une ſorte de courbure, dont la concavité étoit à gauche, & dont la convexité regardoit la cavité droite de la poitrine. Cette courbure eſt plus ou moins ſenſible, & plus ou moins étendue; je l'ai trouvée très-marquée en quelques ſujets dont le reſte de la charpente oſſeuſe étoit parfaitement conſtitué, & qui étoient d'une taille fort au-deſſus de la médiocre, pendant qu'en d'autres, il n'y avoit qu'une ſorte d'aplatiſſement que j'aurois

eu peine à reconnoître, si je n'eusse été prévenu : elle commence dès la troisième vertèbre du dos, & ne finit que vers la huitième ou la neuvième : souvent aussi, elle intéresse un moins grand nombre de ces os. On ne peut douter qu'elle ne soit l'effet de l'action de l'aorte sur les vertèbres qu'elle déjette ou qu'elle aplatit, soit que cette artère exerce une véritable pression sur elles, ou, ce qui est bien plus vraisemblable, qu'elle les empêche de croître du côté qui lui répond; mais la courbure dont il s'agit n'a pas toujours lieu ; je dois même dire que j'ai rencontré beaucoup de sujets en qui je n'en voyois pas la moindre apparence, & dont les vertèbres n'avoient souffert ni déplacement, ni changement de forme dans leur corps. Peut-être, cela n'arrive-t-il qu'à ceux qui ont été foibles & délicats pendant les premières années de leur vie. Du reste, si, comme je l'ai très-souvent observé, la plupart des rachitiques en qui l'épine a perdu sa rectitude, ont cette colonne contournée à sa partie supérieure, de manière que sa convexité se trouve à droite, & que la gibbosité qui en résulte soit de ce côté, l'observation que je viens de rapporter en fournira une explication bien naturelle, puisque la maladie qui altère la solidité de leurs os, doit plutôt disposer la colonne vertébrale à se courber dans le sens où elle a déjà commencé à le faire, que dans tout autre.

La trachée artère, dont il me reste à parler, parvenue à la partie inférieure du cou, s'engage dans le tissu cellulaire de la partie postérieure du médiastin, & descend le long de la partie supérieure & moyenne de la poitrine, jusque vis-à-vis la sixième vertèbre du dos : sa direction est sensiblement oblique de gauche à droite, dans toute sa longueur, & sur-tout à sa dernière extrémité, disposition qui la rapproche du lieu où l'aorte fait le plus de saillie en devant, & qui la met à l'abri de la compression que cette artère pourroit exercer sur elle. Cependant, il m'est plusieurs fois arrivé de la trouver légèrement aplatie, un peu au-dessus de sa bifurcation. Les branches qu'elle produit ne commencent à s'écarter l'une

de l'autre, qu'au niveau du bord inférieur de la crosse de l'aorte; elles vont chacune gagner le poumon de son côté: celle qui est à gauche, plus longue & plus étroite, s'y porte avec une obliquité médiocre & telle que l'on pourroit dire que sa situation approche de la transversale; elle passe à travers la partie gauche de l'arcade que forme la crosse de l'aorte. Pour l'ordinaire, on la trouve légèrement courbée de devant en arrière à sa première origine, sans doute pour faire place à l'œsophage qui la croise postérieurement: celle qui est à droite, plus courte & plus large, descend avec beaucoup moins d'obliquité; sa direction, semblable à celle du tronc qui leur donne naissance, feroit croire qu'elle est la continuation de ce tronc, pendant que celle qui va au poumon gauche n'en est qu'une branche; elle se porte en même-temps plus en arrière que l'autre, & laisse par ce moyen un passage libre à l'artère pulmonaire qui se trouve entr'elle & la crosse de l'aorte. La première pénètre la substance du poumon gauche, plus haut que la seconde ne s'insinue au-dedans du poumon droit, de sorte que la racine de tous les vaisseaux pulmonaires gauches est plus élevée que celle des mêmes vaisseaux du côté droit; lorsqu'elles sont arrivées au-dedans de ces viscères, elles s'engagent toutes deux dans l'arcade que j'ai dit être formée par chacune des artères pulmonaires, lesquelles ne peuvent pas plus les comprimer, & gêner l'entrée & la sortie de l'air dans les poumons, que celle qui est faite par l'aorte, ne peut comprimer la bronche gauche & l'artère pulmonaire droite qui en sont pareillement embrassées; après quoi elles se partagent en une infinité de ramifications qui se répandent dans toutes les parties de la substance des poumons.

Il seroit aussi curieux qu'utile de connoître quelle est leur marche au-dedans de ces viscères, & sur-tout, quel en est le rapport avec celle de l'artère & des veines pulmonaires. Quelques-uns, frappés par une fausse analogie, ont cru qu'elles les accompagnoient par-tout, comme l'artère hépatique & le pore biliaire accompagnent la veine-porte dans

l'intérieur du foie, Willis a même aſſigné la diſpoſition que ces vaiſſeaux obſervent entr'eux. Selon lui, les ramifications qui appartiennent aux bronches ſont au milieu, celles des veines ſont au-deſſus, & celles des artères au-deſſous. Le célèbre Morgagny, prié autrefois par Michelotti, de s'aſſurer s'il y avoit quelque choſe de conſtant à ce ſujet, a trouvé de la variété, non-ſeulement, entre le poumon droit & le poumon gauche, mais encore entre la partie ſupérieure, moyenne & inférieure du poumon du même côté. Mes obſervations m'ont confirmé la même choſe : elles m'ont appris de plus, qu'il n'eſt peut-être aucune partie dans la machine animale, dont la ſtructure intérieure ſoit moins connue & plus difficile à développer que celle des poumons.



SUITE DES RECHERCHES SUR PLUSIEURS POINTS DU SYSTÈME DU MONDE.

Par M. DE LA PLACE.

XXXV.

Sur les Oscillations de l'atmosphère.

LE fluide qui forme notre atmosphère est élastique, & sa densité varie suivant une fonction de la pression & de la chaleur; celle-ci n'est pas constante pour un point donné de l'atmosphère; comme elle est principalement occasionnée par la présence du Soleil, elle change à chaque instant du jour, par le mouvement de rotation de la Terre qui présente successivement à cet Astre les différens points de sa surface, & à chaque jour de l'année, par l'inclinaison de l'écliptique sur l'Équateur, qui rend inégale la durée des différens jours, & qui augmente ou diminue les hauteurs méridiennes du Soleil. On voit aisément que les variations de la chaleur, qui résultent de ces différentes causes, doivent exciter dans l'atmosphère des oscillations qu'il paroît impossible de soumettre au calcul, parce que la loi de ces variations, suivant les différentes latitudes & les différentes hauteurs de l'air au-dessus de la surface de la Terre, n'a pas encore été suffisamment déterminée; d'ailleurs un si grand nombre de circonstances influent sur ces variations, que dans le cas même où l'on auroit toutes les données nécessaires pour résoudre ce Problème, on rencontreroit vraisemblablement du côté de l'analyse, des difficultés insurmontables. Dans cette impossibilité d'assujettir à un calcul rigoureux les oscillations de l'atmosphère, il ne nous reste qu'à faire sur son état, les suppositions les plus approchantes de sa Nature, & qui soient en même

Remis le 25 Déc. 1778.

temps ſuſceptibles d'être traitées par les méthodes que nous offre l'analyſe ; or dans le nombre infini de ces hypothèſes, la plus naturelle, & tout-à-la-fois la plus ſimple, eſt celle dans laquelle on ſuppoſe à tous les points de l'atmoſphère, un même degré de chaleur toujours conſtant & égal au milieu arithmétique de tous les degrés de chaleur que la maſſe entière de l'air éprouve à chaque inſtant ; j'adopterai conſéquemment cette ſuppoſition dans les recherches ſuivantes : je ſuis bien éloigné de la regarder comme exacte ; mais elle ſuffit pour donner une idée approchée du genre d'oſcillations que l'action du Soleil & de la Lune peut exciter dans l'atmoſphère. Je ſuppoſerai de plus qu'à un degré de chaleur conſtant, la denſité de l'air eſt proportionnelle à la force comprimante, ce qui eſt vrai à très-peu-près, ſur-tout lorſque les variations de denſité ſont fort petites ; il en réſulte qu'à la rigueur, la hauteur de l'atmoſphère eſt très-grande, & même infinie par rapport au rayon de la Terre ; mais il eſt facile de s'aſſurer qu'en partant de cette loi ſur la variation de la denſité de l'air, ce fluide eſt exceſſivement rare à la hauteur d'un petit nombre de lieues au-deſſus de la ſurface de la Terre ; en ſorte que dans la recherche de ſes oſcillations, on peut ſans craindre aucune erreur ſenſible, négliger ſon action au-deſſus d'une médiocre hauteur.

Il réſulte des calculs ſuivans, que l'action du Soleil & de la Lune, n'excite dans l'atmoſphère que des mouvemens périodiques analogues à ceux de la mer, mais trop foibles pour pouvoir être obſervés ; d'où il ſuit que le mouvement conſtant de l'air d'orient en occident, que l'on obſerve dans la Zone torride, ſous le nom de *Vents aliſés,* n'eſt point occaſionné par les attractions de ces deux Aſtres ; l'effet le plus ſenſible qu'elles produiſent, eſt une légère variation dans la hauteur du Baromètre ; cette variation eſt d'environ un quart de ligne à l'Équateur où elle eſt à ſon *maximum ;* mais elle peut être beaucoup augmentée par les circonſtances locales, telles que de hautes montagnes qui en reſſerrant l'atmoſphère en rendroient ſenſibles au Baromètre, les plus petites oſcil-

lations. Une chose digne de remarque, est que dans les suppositions les plus vraisemblables sur la profondeur de la mer, la marche des variations du Baromètre à l'Équateur, est contraire à celle des marées, c'est-à-dire, que l'instant de la haute mer est celui de la plus grande dépression du mercure, & réciproquement: Comme il est très-intéressant de s'assurer de l'existence & de la loi de ces variations, je finis par exposer une méthode fort simple pour cet objet, & par inviter les Observateurs à suivre d'une manière particulière un phénomène aussi curieux.

Considérons une molécule de l'atmosphère, dont à l'origine du mouvement, δ' soit la densité; $s + s'$ le rayon mené du centre de la Terre à cette molécule; s représentant la partie de ce rayon qui va du centre de la Terre à la surface de la mer considérée dans l'état d'équilibre; & s' représentant l'autre partie comprise entre cette surface & la molécule; soit θ l'angle formé par ce rayon & par l'axe de rotation du sphéroïde terrestre; ϖ la longitude de la molécule par rapport à un méridien fixe, ou qui ne participe point au mouvement de rotation de la Terre; supposons qu'après le temps t, δ' se change en $\delta'(1 + \alpha p)$; s en $s + \alpha r$; s' en $s' + \alpha r'$; θ en $\theta + \alpha u'$; & ϖ en $\varpi + nt + \alpha v'$, nt représentant le mouvement de rotation de la Terre, & α étant un coëfficient extrêmement petit; cela posé, imaginons que la molécule atmosphérique est un petit prisme rectangle dont les trois dimensions sont, $\partial s' . [1 + \alpha(\frac{\partial r'}{\partial s'})]$,

$$(s + s' + \alpha r + \alpha r') . \partial\theta . [1 + \alpha(\frac{\partial u'}{\partial\theta})], \text{ \&}$$

$$(s + s' + \alpha r + \alpha r') . \partial\varpi . \text{fin.}(\theta + \alpha u') . [1 + \alpha(\frac{\partial v'}{\partial\varpi})];$$

la solidité de ce prisme sera, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$\delta' . \partial s' . \partial\theta . \partial\varpi .$$

$$\times \text{fin.}\theta . \begin{cases} (s + s')^2 . [1 + \alpha(\frac{\partial r'}{\partial s'}) + \alpha(\frac{\partial u'}{\partial\theta}) + \alpha(\frac{\partial v'}{\partial\varpi}) + \alpha u' . \frac{\text{cof.}\theta}{\text{fin.}\theta} + \alpha p] \\ + 2\alpha(s + s') . (r + r'). \end{cases}$$

Dans l'inſtant ſuivant, ce priſme ſe changera dans un ſolide d'une autre figure; mais il eſt aiſé de s'aſſurer qu'en calculant la maſſe de ce nouveau ſolide, comme s'il étoit un priſme rectangle , on ne négligera que des quantités infiniment petites du ſecond ordre, par rappo t à celles que l'on conſidère ; on peut donc ſuppoſer nulle la différentielle de la quantité précédente, priſe en ne faiſant varier que le temps t, ce qui demande que l'on ait

$$(s+s')^2 . \sin.\theta . \left[1+\alpha\left(\frac{\partial r'}{\partial s'}\right)+\alpha\left(\frac{\partial u'}{\partial \theta}\right)+\alpha\left(\frac{\partial v'}{\partial \varpi}\right)+\alpha u' . \frac{\cos.\theta}{\sin.\theta}+\alpha p\right]$$

$$+ 2\alpha(s+s').(r+r').\sin.\theta = \varphi.(s+s', \theta, \varpi)$$

$\varphi\,(s+s', \theta, \varpi)$ étant une fonction indépendante du temps t; or on a à l'origine du mouvement, $r = 0$, $r' = 0$, $u' = 0$, & $v' = 0$; donc

$$\varphi(s+s', \theta, \varpi) = (s+s')^2 . \sin.\theta;$$

on aura ainſi

$$0 = \left(\frac{\partial r'}{\partial s'}\right)+\left(\frac{\partial u'}{\partial \theta}\right)+\left(\frac{\partial v'}{\partial \varpi}\right)+u' . \frac{\cos.\theta}{\sin.\theta}+p+\frac{r+r'}{s+s'},$$

& comme r & r' peuvent être négligées relativement à u', par des conſidérations analogues à celles de l'*article IV*, on aura

$$0 = \left(\frac{\partial r'}{\partial s'}\right)+\left(\frac{\partial u'}{\partial \theta}\right)+\left(\frac{\partial v'}{\partial \varpi}\right)+u' . \frac{\cos.\theta}{\sin.\theta}+\alpha p; \quad (1')$$

équation qui, pour les fluides élaſtiques, répond à l'équation (1) de l'*article II*, relative aux fluides incompreſſibles.

Il eſt aiſé de voir que l'équation (3) de l'*article IV* aura encore lieu pour le cas que nous diſcutons ici, pourvu que l'on y change s en $s+s'$, ∂s en $\partial s'$, δ en $\delta'(1+\alpha p)$, u en u', & v en v'; on aura ainſi

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha(s+s')^2\partial\theta . \left\{\left(\frac{\partial\partial u'}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right) . \sin.\theta . \cos.\theta\right\} \\
&+ \alpha(s+s')^2\partial\varpi . \left\{\sin.\theta^2 . \left(\frac{\partial\partial v'}{\partial t^2}\right) + 2n\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right) . \sin.\theta . \cos.\theta\right\} \\
&- 2\alpha n(s+s')\partial s' . \sin.\theta^2 . \left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right) - \frac{n^2}{2} d . \left\{(s+s'+\alpha r+\alpha r') \right. \\
&\left. . \sin.(\theta+\alpha u')\right\}^2 \\
= &- F df - F' df' - \&c. - \frac{dp}{\delta'(1+\alpha p)}
\end{aligned}\right\} ; (3')$$

La

La caractéristique d servant à désigner, comme dans l'*article cité*, les différences des quantités prises en regardant le temps t comme constant, ou, ce qui revient au même, en ne considérant que θ, ϖ & s comme variables; les différences df, df', &c. représentant les élémens des directions des forces F, F', &c. qui animent la molécule atmosphérique, & p exprimant la pression qu'elle éprouve.

Considérons maintenant l'air & les eaux de la mer, tels qu'ils étoient à l'origine du mouvement, c'est-à-dire, dans l'état d'équilibre, & cherchons l'équation de l'équilibre pour une molécule de l'atmosphère, dont la distance au centre de la Terre soit $s + s' + \alpha r + \alpha r'$, dont la longitude soit $\varpi + nt + \alpha v'$, & pour laquelle l'angle θ soit $\theta + \alpha u'$. Si l'on nomme, comme ci-dessus, δ' la densité de l'atmosphère, qui répond aux quantités θ, & $s + s'$, & p' la pression correspondante à ces mêmes quantités; si de plus, on considère que, dans l'état d'équilibre, δ' & p' sont les mêmes pour toutes les molécules également élevées au-dessus du niveau de la mer; il est aisé d'en conclure que la densité de la molécule dont il s'agit, est $\delta' + \alpha r' \left(\frac{\partial \delta'}{\partial s'}\right)$, en négligeant les quantités de l'ordre α^2, & que la pression qu'elle éprouve est $p' + \alpha r' \left(\frac{\partial p'}{\partial s'}\right)$; nommons présentement G l'attraction du sphéroïde terrestre, des eaux de la mer, & de l'air, sur cette molécule, & $\mathcal{G}$ la droite suivant laquelle elle agit; nous aurons dans le cas de l'équilibre, $Fdf + F'df' + \&c. = G \,.\, d\mathcal{G}$, & comme ce même cas donne $\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right) = 0$, $\left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right) = 0$, l'équation $(3')$ se changera dans la suivante,

$$-\frac{n^2}{2}\, d.\{(s + s' + \alpha r + \alpha r') \,.\, \text{sin.}(\theta + \alpha u')\}^2 = -G d\mathcal{G} - \frac{d.\left[p' + \alpha r' \left(\frac{\partial p'}{\partial s'}\right)\right]}{\delta' + \alpha r' \left(\frac{\partial \delta'}{\partial s'}\right)};$$

en retranchant cette équation de l'équation (3'), on aura

$$\alpha(s+s')^2.\partial\theta.\left[\left(\frac{\partial\partial u'}{\partial t^2}\right)-2n\left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right).\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta\right]$$

$$+\alpha(s+s')^2.\partial\varpi.\left[\text{fin.}\theta^2.\left(\frac{\partial\partial v'}{\partial t^2}\right)+2n\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right).\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta\right]$$

$$-2\alpha n(s+s').\partial s'.\text{fin.}\theta^2\left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right)$$

$$=G.d\zeta-F.df-F'.df'-\&\text{c.}-\frac{dp}{\delta'(1+\alpha\rho)}+\frac{d.[p'+\alpha r'(\frac{\partial p'}{\partial s'})]}{\delta'+\alpha r'(\frac{\partial \delta'}{\partial s'})}.$$

Suppofons $p'=l'g\delta'$, g repréfentant la pefanteur, & l' étant une très-petite quantité conftante pour un même degré de chaleur, & qui, comme on le verra dans la fuite, eft $\frac{1}{722}$ du rayon terreftre, ou à très-peu-près égale à deux lieues; nous aurons $p=l'g\delta'.(1+\alpha\rho)$, ce qui donne en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$\frac{d.\{p'+\alpha r'.(\frac{\partial p'}{\partial s'})\}}{\delta'+\alpha r'.(\frac{\partial \delta'}{\partial s'})}-\frac{dp}{\delta'(1+\alpha\rho)}=-\alpha l'g.d.\left\{\rho-\frac{r'.(\frac{\partial\delta'}{\partial s'})}{\delta'}\right\}.$$

Il eft clair que $\alpha\{\delta'\rho-r'.(\frac{\partial\delta'}{\partial s'})\}$ exprime la différence de denfité de deux molécules d'air qui occupent le même lieu, la première dans l'état de mouvement, & la feconde dans l'état d'équilibre; mais ces deux molécules font différemment fituées au-deffus de la furface de la mer, dont les eaux s'élèvent (*art. V*) de la quantité αy, au-deffus de leur furface d'équilibre. Il fuit de-là que pour avoir la différence de denfité de deux molécules d'air, fituées fur le même rayon, & également élevées au-deffus de la furface de la mer, la première dans l'état de mouvement, & la feconde dans l'état d'équilibre, il faut ajouter à la différence précédente, le terme $\alpha y.(\frac{\partial\delta'}{\partial s'})$, ce qui donne $\alpha\{\delta'.\rho+(y-r').(\frac{\partial\delta'}{\partial s'})\}$ pour la différence cherchée: or la loi des denfités

de l'air dont nous partons dans ces recherches, donne

$$-\left(\frac{\partial \delta'}{\partial s'}\right) = \frac{\delta'}{l'};$$

la quantité précédente devient ainsi $\alpha \delta' . (\rho + \frac{r' - y}{l'});$ représentons-la par $\frac{\alpha \delta' y'}{l'}$, & nous aurons

$$-\alpha l' g d . \left\{ \rho - r' . \frac{\left(\frac{\partial \delta'}{\partial s'}\right)}{\delta'} \right\} = -\alpha g dy' - \alpha g dy.$$

Présentement, il est aisé de s'assurer par l'*article V*, qu'en supposant δ' extrêmement petit, on a à très-peu-près, $GdG - Fdf - F'df' - \&c. = -\alpha y A d\varepsilon + S[d.\frac{1}{f} - (d.\frac{1}{f'})]$; $-\alpha y A d\varepsilon$ étant relatif à l'attraction de la mer; $S.[d\frac{1}{f} - (d\frac{1}{f'})]$ étant relatif à l'attraction de l'Astre que l'on suppose agir sur l'atmosphère, & ces deux quantités étant telles que nous les avons définies dans ce même *art. V*; on aura donc

$$\left.\begin{array}{l} \alpha (s + s')^2 . \partial \theta . [(\frac{\partial \partial u'}{\partial t^2}) - 2n(\frac{\partial v'}{\partial t}) . \text{sin.}\,\theta . \text{cos.}\,\theta] \\ + \alpha (s + s')^2 . \partial \varpi . [\text{sin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial \partial v'}{\partial t^2}) + 2n(\frac{\partial u'}{\partial t}) . \text{sin.}\,\theta . \text{cos.}\,\theta] \\ - 2\alpha n (s + s') . \partial s' . \text{sin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial v'}{\partial t}) = -\alpha y A . d\varepsilon \\ - \alpha g . (dy' + dy) + S . [d . \frac{1}{f} - (d . \frac{1}{f'})]. \end{array}\right\} ; (4')$$

Il résulte de cette équation, que $(\frac{\partial y'}{\partial s'})$ n'est que de l'ordre $\frac{n^2}{g} u'$, & comme on a $y' = l'\rho + r' - y$; il est clair que $(\frac{\partial r'}{\partial s'})$ sera pareillement du même ordre; en négligeant donc cette quantité dans l'équation (1'), elle donnera

$$\rho = -\left(\frac{\partial u'}{\partial \theta}\right) - \left(\frac{\partial v'}{\partial \varpi}\right) - u' . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta};$$

on aura enfuite aux quantités près de l'ordre $\frac{n^2}{g} u'$, r' conftant pour toutes les molécules d'air fituées fur le même rayon; or à la furface de la mer, $r' = y$; on pourra donc fuppofer à r', cette valeur pour toutes les hauteurs de l'atmofphère; la quantité $\alpha \delta' . (\rho + \frac{r' - y}{l'})$, fe réduira ainfi à $\alpha \delta' \rho$, & ce terme exprimera la différence de denfité de deux molécules d'air fituées fur le même rayon, & également élevées au-deffus de la furface de la mer, la première dans l'état de mouvement, & la feconde dans l'état d'équilibre; de plus, on aura $y' = l' \rho$; partant

$$y' = -l' . \left[\left(\frac{\partial u'}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial v'}{\partial \varpi}\right) + u' . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right]; \quad (5').$$

Si l'on confidère le mouvement des molécules d'air contiguës à la furface de la mer, ou celui des molécules d'une même couche aërienne parallèle à cette furface, il faudra fuppofer $\partial s' = 0$; l'équation (4') donnera par les *art. V* & *VI*, les deux fuivantes, en y fuppofant $s + s' = 1$,

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{\partial \partial u'}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right) . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta \\ = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \theta}\right) - g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta\left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right)\end{array}\right\}; \quad (6')$$

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{\partial \partial v'}{\partial t^2}\right) . \text{fin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right) . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta \\ = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}\right) - g\left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) + \delta\left(\frac{\partial D}{\partial \varpi}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right)\end{array}\right\}; \quad (7')$$

D étant tel que nous l'avons défini dans l'*article XXII;* & R étant comme dans le même article, égal à

$$K . [\text{cof.}\,\theta . \text{cof.}\,\nu + \text{fin.}\,\theta . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,(nt + \varpi - \varphi)]^2;$$

au moyen des équations (5'), (6') & (7'), on déterminera les ofcillations de l'atmofphère, lorfqu'on aura déterminé celles de la mer; fi l'on fuppofe en effet, $\gamma = 1$, dans l'équation (6) de l'*article XXII*, & qu'on la retranche de

l'équation ($5'$); si l'on retranche pareillement les équations (6) & (7) du même article, des équations ($6'$) & ($7'$); on aura en faisant $u' - u = u''$, & $v' - v = v''$,

$$\frac{y}{l} - \frac{y'}{l'} = \left(\frac{\partial u''}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial v''}{\partial \varpi}\right) + u''.\frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta},$$

$$\left(\frac{\partial\partial u''}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v''}{\partial t}\right).\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \theta}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial v''}{\partial t^2}\right).\text{fin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u''}{\partial t}\right).\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}\right);$$

on cherchera donc y par les méthodes que nous avons données précédemment pour cet objet; on déterminera ensuite par les mêmes méthodes, y', u'' & v''; d'où il sera facile de conclure tout ce qui est relatif aux oscillations de l'atmosphère.

XXXVI.

CONSIDÉRONS d'abord le cas où l'air recouvre immédiatement le sphéroïde terrestre; on aura $y = 0$, $D = 0$, & les équations ($5'$), ($6'$) & ($7'$) deviendront

$$y' = -l'.\left[\left(\frac{\partial u'}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial v'}{\partial \varpi}\right) + u'.\frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right],$$

$$\left(\frac{\partial\partial u'}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right).\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right),$$

$$\left(\frac{\partial\partial v'}{\partial t^2}\right).\text{fin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right).\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}\right) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right);$$

en comparant ces équations aux équations (6), (7) & (9) de l'*art. XXII*, on voit qu'elles sont les mêmes que celles d'un fluide incompressible & infiniment rare, dont la profondeur est l', & dont $\alpha y'$ exprime la hauteur au-dessus de la surface d'équilibre; il nous sera donc facile par la méthode de l'*art. XXVII*, d'avoir $\alpha y'$, lorsqu'on connoîtra l': pour cela nous observerons qu'à la surface de la mer, la pression $l'\delta' g$ de l'atmosphère, équivaut à celle d'une colonne d'eau de 32 pieds; d'ailleurs si l'on nomme δ la densité de l'eau, on a $\delta = 850\,\delta'$; on aura donc $l'\delta' g = 32^{p}.850\,\delta' g$, ce qui donne $l' = 32^{p}.850 = 2^{\text{lieues}}$ à très-peu-près, la lieue étant supposée de 13573 pieds. Cette profondeur est une de

celles pour lesquelles nous avons déterminé dans l'*article XXVII* les oscillations de la mer ; on aura donc en adoptant toutes les dénominations du même article,

$$\alpha y' = 0^{p},7629 \cdot \left(\frac{1+3 \cdot \text{cos.}\, 2\theta}{6}\right) \cdot \left[\text{cos.}\, v^2 - \tfrac{1}{2} \text{sin.}\, v^2 + e \cdot (\text{cos.}\, v'^2 - \tfrac{1}{2} \text{sin.}\, v'^2)\right]$$

$$+ 0^{p},7629 \cdot \text{sin.}\, \theta^2 \cdot \left\{\begin{matrix} 0,5 + 3,0980 \cdot \text{sin.}\, \theta^2 \\ + 1,6237 \cdot \text{sin.}\, \theta^4 \\ + 0,3619 \cdot \text{sin.}\, \theta^6 \\ + 0,04596 \cdot \text{sin.}\, \theta^8 \\ + 0,00379 \cdot \text{sin.}\, \theta^{10} \\ + 0,000211 \cdot \text{sin.}\, \theta^{12} \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} e \cdot \text{sin.}\, v'^2 \\ \cdot \text{cos.}\, (2nt + 2\varpi - 2\varphi') \\ + \text{sin.}\, v^2 \\ \cdot \text{cos.}\, (2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{matrix}\right\}$$

Pour déterminer présentement la variation du Baromètre, correspondante à $\alpha y'$, rappelons-nous que $\alpha y' = \alpha l' \rho$, & considérons que $\alpha \delta' \rho$, exprime dans le cas présent, la variation de densité de l'atmosphère, pour un lieu fixe pris au-dessus de la surface de la Terre ; la variation du Baromètre sera donc à sa hauteur moyenne que nous supposerons de 28 pouces, comme $\alpha \delta' \rho$ est à δ' ; d'où il suit que cette variation est égale à $28^{po.} \frac{\alpha y'}{l'}$; or on a

$$\frac{28^{po.} \cdot 0^{p},7629}{l'} = \frac{28^{lig.},0,7629 \cdot 12}{32 \cdot 850} = 0^{lig.},009424 ;$$

partant la variation du Baromètre est égale à

$$0^{lig.},009424 \cdot \left(\frac{1+3 \cdot \text{cos.}\, 2\theta}{6}\right) \cdot \left[\text{cos.}\, v^2 - \tfrac{1}{2} \cdot \text{sin.}\, v^2 + e \cdot (\text{cos.}\, v'^2 - \tfrac{1}{2} \text{sin.}\, v'^2)\right]$$

$$+ 0^{li},009424 \cdot \text{sin.}\, \theta^2 \cdot \left\{\begin{matrix} 0,5 + 3,0980 \cdot \text{sin.}\, \theta^2 \\ + 1,6237 \cdot \text{sin.}\, \theta^4 \\ + 0,3619 \cdot \text{sin.}\, \theta^6 \\ + 0,04596 \cdot \text{sin.}\, \theta^8 \\ + 0,00379 \cdot \text{sin.}\, \theta^{10} \\ + 0,000211 \cdot \text{sin.}\, \theta^{12} \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} e \cdot \text{sin.}\, v'^2 \\ \cdot \text{cos.}\, (2nt + 2\varpi - 2\varphi') \\ + \text{sin.}\, v^2 \\ \text{cos.}\, (2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{matrix}\right\}$$

On voit ainſi que les variations du Baromètre ſont aſſujetties aux mêmes loix que le flux & le reflux de la mer, & qu'en vertu de l'action du Soleil & de la Lune, il s'élève & s'abaiſſe alternativement deux fois par jour; mais ces variations ſont très-peu ſenſibles, car ſi l'on ſuppoſe le Soleil & la Lune dans leurs moyennes diſtances, & en conjonction ou en oppoſition dans le plan de l'équateur, & que l'on faſſe avec M. Daniel Bernoulli, $e = \frac{5}{2}$, on trouve $0^{\text{lig.}},3716$ pour la différence de la plus grande elévation à la plus grande dépreſſion du mercure dans le Baromètre à l'Équateur, dans l'intervalle de la haute à la baſſe mer; cette différence diminue en approchant des Pôles, en ſorte qu'à la latitude de 45 degrés, elle eſt plus de quatre fois moindre qu'à l'Équateur, & par conſéquent tout-à-fait inſenſible.

Conſidérons maintenant le cas de la Nature dans lequel l'air ſurnage au-deſſus de l'Océan; il eſt aiſé de voir que les oſcillations de l'atmoſphère dépendent alors de la profondeur & de la denſité de la mer; nous ſuppoſerons ici comme dans l'*art. XXVII*, cette denſité très-petite relativement à celle du ſphéroïde terreſtre, & comme il réſulte du même article, qu'en attribuant à la mer, une profondeur moyenne de quatre lieues, on ſatisfait aſſez bien aux obſervations du flux & du reflux, nous adopterons cette ſuppoſition dans les calculs ſuivans; nous aurons ainſi par l'article cité, en n'ayant égard qu'à l'action du Soleil

$$\alpha y = 0^{\text{p}},7629 \cdot \left(\frac{1 + 3 \cdot \text{coſ.}\, 2\theta}{6}\right) \cdot \left(\text{coſ.}\, \nu^2 - \tfrac{1}{2}\, \text{ſin.}\, \nu^2\right)$$

$$+ 0^{\text{p}},7629 \cdot \text{ſin.}\,\theta^2 \cdot \left\{\begin{array}{l} 0,5 + 0,3752 \cdot \text{ſin.}\,\theta^2 \\ \quad + 0,0783 \cdot \text{ſin.}\,\theta^4 \\ \quad + 0,00787 \cdot \text{ſin.}\,\theta^6 \\ \quad + 0,00047 \cdot \text{ſin.}\,\theta^8 \\ \quad + 0,00002 \cdot \text{ſin.}\,\theta^{10} \end{array}\right\} \cdot \text{ſin.}\,\nu^2 \cdot \text{coſ.}\,(2nt + 2\varpi - 2\varphi)$$

Cela poſé, ſi l'on traite les équations (5'), (6') & (7') par la méthode des *articles XXIV & ſuivans*, on trouvera d'abord

par l'*article XXV*, que la partie de l'expreſſion de $\alpha y'$, qui répond aux termes $\alpha K . \text{coſ.} \theta^2 . \text{coſ.} \nu^2 + \frac{\alpha K}{2} . \text{ſin.} \theta^2 . \text{ſin.} \nu^2$, & $0^p,7629 . (\frac{1 + 3 . \text{coſ.} 2\theta}{6}) . (\text{coſ.} \nu^2 - \frac{1}{2} \text{ſin.} \nu^2)$, des expreſſions de αR & de αy, eſt nulle, parce qu'en n'ayant égard qu'à ces termes, on a $0 = -g . (\frac{\partial y}{\partial \theta}) + (\frac{\partial R}{\partial \theta})$; on trouvera enſuite par l'*art. XXVI*, que la partie de l'expreſſion de $\alpha y'$, qui répond au terme $2K . \text{ſin.} \nu . \text{coſ.} \nu . \text{ſin.} \theta . \text{coſ.} \theta . \text{coſ.} (nt + \varpi - \varphi)$, de l'expreſſion de R eſt encore nulle; enfin on trouvera par les *articles XXIV & XXVII*, que ſi l'on nomme a le coëfficient de $\text{coſ.} (2nt + 2\varpi - 2\varphi)$, dans l'expreſſion de y; a' & a'', ceux du même coſinus dans les expreſſions de y', & de $y' + y - \frac{R}{g}$, on aura à très-peu-près,

$$0 = x^2 . (1 - xx) . (\frac{\partial\partial a''}{\partial x^2}) - x . (\frac{\partial a''}{\partial x}) - 2a'' . (4 - xx) + \frac{4n^2}{l'g} . a' . x^4,$$

x étant égal à $\text{ſin.} \theta$; or ſi l'on fait $\frac{K . \text{ſin.} \nu^2}{g} = \mathcal{C}$, on aura $a'' = a' + a - \frac{\mathcal{C}}{2g} x^2$; partant $a' = a'' - a + \frac{\mathcal{C}}{2} x^2$; de plus, l' étant égal à deux lieues, on a par l'*art. XXVII*, $\frac{2n^2}{l'g} = 5$; & par le même article, on a $\frac{\alpha K}{g} = 0^p,7629$; l'équation précédente deviendra donc en y ſubſtituant au lieu de a, ſa valeur,

$$\alpha x^2 . (1 - xx) . (\frac{\partial\partial a''}{\partial x^2}) - \alpha x . (\frac{\partial a''}{\partial x}) - 2\alpha a'' . (4 - xx - 5x^4)$$

$$= 7^p,629 . \text{ſin.} \nu^2 . x^8 . \left\{ \begin{array}{l} 0,3752 + 0,0783 . x^2 \\ \quad + 0,00787 . x^4 \\ \quad + 0,00047 . x^6 \\ \quad + 0,00002 . x^8 \end{array} \right\}; \quad (r)$$

Pour

Pour intégrer cette équation, on ſuppoſera, conformément à la méthode de l'*art. XXVII,*

$$\alpha a'' = 7^p,629 . \text{ſin.} v^2 . x^4 . \left\{ \begin{array}{l} A + A^{(1)} . x^2 + A^{(2)} . x^4 + A^{(3)} . x^6 \\ + A^{(4)} . x^8 + A^{(5)} . x^{10} + A^{(6)} . x^{12} \end{array} \right\}$$

& l'on aura les huit équations ſuivantes,

$$\begin{array}{rrrl} 16 . A^{(1)} - & 10 . A & & = 0, \\ 40 . A^{(2)} - & 28 . A^{(1)} + & 10 . A & = 0,3752, \\ 72 . A^{(3)} - & 54 . A^{(2)} + & 10 . A^{(1)} & = 0,0783, \\ 112 . A^{(4)} - & 88 . A^{(3)} + & 10 . A^{(2)} & = 0,00787, \\ 160 . A^{(5)} - & 130 . A^{(4)} + & 10 . A^{(3)} & = 0,00047, \\ 216 . A^{(6)} - & 180 . A^{(5)} + & 10 . A^{(4)} & = 0,00002, \\ - & 238 . A^{(6)} + & 10 . A^{(5)} & = 0, \\ & & 10 . A^{(6)} & = 0; \ (s) \end{array}$$

En ne conſidérant que les ſept premières, on aura

$$\begin{array}{ll} A = - 0,2344; & A^{(1)} = - 0,1465; \\ A^{(2)} = - 0,03457; & A^{(3)} = - 0,004402, \\ A^{(4)} = - 0,0003649; & A^{(5)} = - 0,00002135; \\ A^{(6)} = - 0,0000008970. & \end{array}$$

Maintenant, il eſt clair que ſi l'on ajoutoit au ſecond membre de l'équation *(r)* le terme

$$- 7^{\text{pieds}}, 629 . 0,00000897 . \text{ſin.} v^2 . x^{20},$$

on auroit au lieu de l'équation *(s)* la ſuivante,

$$10 A^{(6)} = - 0,00000897,$$

ce qui donneroit pour $A^{(6)}$ la même valeur que précédemment; d'où il ſuit que l'expreſſion précédente de $\alpha a''$ ſatisferoit alors exactement à l'équation *(r)*; or le terme

$$- 7^{\text{pieds}}, 619 . 0,00000897 . \text{ſin.} v^2 x^{20},$$

étant excessivement petit par rapport aux autres termes de cette équation, peut lui être ajouté sans craindre aucune erreur sensible; on doit donc regarder comme fort approchée la valeur précédente de $\alpha a''$: il est facile d'en conclure la valeur de $\alpha y''$, car on a, par ce qui précède,

$$\alpha y' = \alpha a'.\text{cos.}(2nt + 2\varpi - 2\varphi)$$

$$= \left[\alpha a'' - \alpha a' + \alpha\frac{\epsilon}{2}x^2\right].\text{cos.}(2nt + 2\varpi - 2\varphi).$$

Pour déterminer présentement les variations de la hauteur du Baromètre, nous nous rappellerons d'abord, que $\alpha y' = \alpha l' \rho$, & que $\alpha \delta' \rho$ exprime la différence de densité de deux molécules d'air également élevées au-dessus de la surface de la mer, la première dans l'état de mouvement, & la seconde dans l'équilibre; nous considérerons ensuite, que le Baromètre étant fixé au-dessus de la surface de la Terre, est moins élevé au-dessus de la mer que dans le cas d'équilibre, de la quantité αy; la variation de densité des molécules d'air qui pressent la surface du mercure, est donc égale à

$$\alpha\delta'\rho - \alpha y\left(\frac{\partial \delta'}{\partial s'}\right) = \alpha\delta'\rho + \frac{\alpha\delta' y}{l'} = \frac{\alpha\delta'}{l'}.(y' + y);$$

d'où il suit, que pour avoir la variation des hauteurs du Baromètre, il faut ajouter les valeurs de $\alpha y'$ & de αy, & les multiplier par le rapport de 28 pouces à 32 pieds.850; on aura ainsi, en vertu des actions réunies du Soleil & de la Lune, la variation de la hauteur du Baromètre, égale à

$$0^{\text{lig.}},009424.\left(\frac{1 + 3\,\text{cos.}\,2\theta}{6}\right).\left[\text{cos.}\,\nu^2 - \tfrac{1}{2}\text{sin.}\,\nu^2 + e\left(\text{cos.}\,\nu'^2 - \tfrac{1}{2}\text{sin.}\,\nu'^2\right)\right]$$

$$+\, 0^{\text{lig.}},009424.\text{sin.}\,\theta^2.\left\{\begin{matrix} 0,5 - 2,344.\text{sin.}\,\theta^2 \\ - 1,465.\text{sin.}\,\theta^4 \\ - 0,346.\text{sin.}\,\theta^6 \\ - 0,044.\text{sin.}\,\theta^8 \\ - 0,004.\text{sin.}\,\theta^{10} \end{matrix}\right\}.\left\{\begin{matrix} e\,\text{sin.}\,\nu'^2.\text{cos.}(2nt + 2\varpi - 2\varphi') \\ + \text{sin.}\,\nu^2.\text{cos.}(2nt + 2\varpi - 2\varphi) \end{matrix}\right\}.$$

Dans les nouvelles & pleines Lunes des Équinoxes, & en

ſuppoſant $e = \frac{5}{2}$, la différence de la plus grande élévation à la plus grande dépreſſion du mercure dans le Baromètre, à l'Équateur, eſt égale à $0^{\text{lignes}},244$; mais, ce qui eſt très-remarquable, l'inſtant de la plus grande dépreſſion eſt celui de la haute mer, & réciproquement; & comme il n'eſt pas vraiſemblable que la profondeur de la mer ſoit beaucoup moindre que quatre lieues, puiſqu'on auroit autrement des marées trop peu conſidérables, il en réſulte que cette ſingularité a lieu dans les ſuppoſitions les plus probables ſur la profondeur de la mer, en ſorte que ſi, par une longue ſuite d'obſervations barométriques, on parvenoit à démêler les effets de l'action du Soleil & de la Lune ſur l'atmoſphère, il y a beaucoup d'apparence que dans les lieux ſitués près de l'Équateur, on trouveroit la marche des oſcillations du Baromètre contraire à celle des marées: il ſuit au moins de nos calculs, qu'il eſt très-différent dans la recherche des variations du Baromètre, de conſidérer l'air comme recouvrant immédiatement le ſphéroïde terreſtre, ou comme ſurnageant au-deſſus de l'Océan.

Il eſt facile, au moyen des valeurs précédentes de y' & de y, de déterminer les vîteſſes $\alpha\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right)$, & $\alpha\left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta$ de l'air dans le ſens du méridien & dans celui du parallèle; il ſuffit pour cela de ſubſtituer ces valeurs dans les équations (6') & (7') de l'*article précédent*, & de ſatisfaire enſuite à ces équations, en y ſuppoſant $\delta = 0$. En faiſant ce calcul, on trouvera que la vîteſſe de l'atmoſphère réſultante de l'action du Soleil & de la Lune, eſt inappréciable par l'obſervation, & qu'il eſt impoſſible de la démêler d'avec toute les variations auxquelles les vents ſont aſſujettis: pour le faire voir, déterminons le mouvement d'une molécule aërienne, ſituée ſous l'Équateur lorſque l'aſtre attirant eſt dans le plan de ce grand cercle; on aura dans ce cas $u' = 0$, & l'équation (7') de l'*article précédent* deviendra,

$$\alpha\left(\frac{\partial\partial v'}{\partial t^2}\right) = -\alpha g\,.\left(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}\right) - \alpha g\left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) - \alpha K.\text{ſin.}\,(2nt + 2\varpi - 2\varphi);$$

en ſubſtituant dans cette équation, au lieu de $(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}) + (\frac{\partial y}{\partial \varpi})$, ſa valeur $- 2(a' + a) . \text{ſin.} (2nt + 2\varpi - 2\varphi)$, on aura, en obſervant que $2\alpha g (a' + a) - \alpha K = 2\alpha g a''$,

$$\alpha (\frac{\partial \partial v'}{\partial t^2}) = - 2g . 7^{\text{pieds}},629 . 0,4203 . \text{ſin.} (2nt + 2\varpi - 2\varphi),$$

ce qui donne en intégrant,

$$\alpha (\frac{\partial v'}{\partial t}) = H + \frac{g}{n} . 7^{\text{pieds}},629 . 0,4203 . \text{coſ.} (2nt + 2\varpi - 2\varphi),$$

H étant une conſtante arbitraire : or ſi l'on ſuppoſe que l'élément ∂t du temps ſoit d'une ſeconde, $\alpha \partial v'$ repréſentera l'eſpace parcouru dans l'intervalle d'une ſeconde; de plus, en nommant T le temps d'une révolution de la Terre ſur ſon axe, on a nT égal à 360^d, le rayon étant pris pour l'unité; par conſéquent $nT = \frac{2.355}{113}$, ce qui donne

$$n\partial t = \frac{2.355}{113} . \frac{1''}{23^h 56'} = \frac{355}{113} . \frac{1}{30.1436};$$

d'ailleurs $\frac{g}{n^2} = \frac{1}{289}$, on aura donc

$$\frac{g}{n^2} . n\partial t . 7^{\text{pieds}},629 . 0,4203 = 0^{\text{pieds}},06758;$$

partant

$$\alpha \partial v' = \alpha H' + 0^p,06758 . \text{coſ.} (2nt + 2\varpi - 2\varphi).$$

La conſtante $\alpha H'$ étant égale à $H\partial t$; ſi cette conſtante n'étoit pas nulle, il en réſulteroit à l'Équateur un vent conſtant d'Occident en Orient, ou d'Orient en Occident, ſuivant qu'elle ſeroit poſitive ou négative, & l'on pourroit expliquer par-là les vents aliſés que l'on obſerve ſous la Zone torride; mais la valeur de cette conſtante dépend du mouvement initial de l'atmoſphère, & nous avons obſervé dans l'*art. XXI,* que la vîteſſe qu'elle a pu produire, a dû être anéantie depuis long-temps, en vertu des réſiſtances en tout genre que les molécules de l'air éprouvent en oſcillant; d'où l'on peut généralement conclure, que les vents aliſés ne ſont point

occasionnés par l'action du Soleil & de la Lune sur l'atmosphère.

Si l'on suppose ces deux Astres en opposition, ou en conjonction dans le plan de l'Équateur, & si l'on fait $e = \frac{5}{2}$, on aura $0^p,2365$ pour le plus grand espace qu'une molécule d'air parcoure dans l'intervalle d'une seconde, en vertu de leurs actions réunies : or il paroît impossible de s'assurer par l'observation, de l'existence d'un vent aussi peu considérable, dans une atmosphère d'ailleurs très-agitée ; mais il n'en est pas ainsi des variations barométriques, vu sur-tout l'extrême précision dont les variations du Baromètre sont susceptibles ; dans ce cas, on pourra faire usage de la méthode suivante, pour démêler ces variations d'avec celles que le Baromètre peut éprouver par d'autres causes.

Nous supposons ici que l'on ait un excellent Baromètre garni d'un *Nonnius*, pour observer jusqu'aux petites fractions de lignes. Cela posé, concevons que dans les syzygies, l'instant de la plus grande dépression barométrique soit celui de midi, l'instant de la plus grande hauteur aura lieu environ six heures après ; on observera conséquemment la hauteur du Baromètre à ces deux instans, & l'on retranchera la première de la seconde : le jour suivant, on fera une observation semblable, en ayant égard au retard du flux atmosphérique, à raison du mouvement relatif de la Lune, par rapport au Soleil ; & pour déterminer ce retard, on suivra la même règle dont on fait usage dans les Ports pour déterminer le retard des marées ; en comparant ainsi une longue suite d'observations, & rejetant pour plus d'exactitude, celles dans lesquelles les variations du Baromètre auront été très-considérables dans un petit intervalle de temps, en vertu des grands changemens que l'atmosphère a subi d'ailleurs ; on fera une somme de toutes les différences que l'on aura trouvées, & en la divisant par le nombre des observations, on aura à très-peu-près la quantité moyenne des variations barométriques qui résultent de l'action du Soleil & de la Lune.

Le système d'observations dont nous venons de parler,

ſuppoſe que dans les ſyzygies, l'inſtant de la plus grande dépreſſion arrive à midi; mais comme dans nos Ports, le moment de la haute mer arrive preſque toujours plus tard que ſuivant la théorie, la même choſe peut avoir lieu pour l'atmoſphère. De-là réſulte la néceſſité de former pluſieurs ſyſtèmes d'obſervations ſemblables au précédent, avec cette différence, qu'au lieu de fixer l'inſtant de la plus grande dépreſſion barométrique à o heure, on le fixera ſucceſſivement à $0^h\,30'$, à 1 heure, à $1^h\,30'$, à 2 heures, à $2^h\,30'$, à 3 heures, &c. & le ſyſtème qui donnera la plus grande variation, eſt celui qu'il faut préférer. Lorſqu'on ſe ſera bien aſſuré par-là, du véritable inſtant de la plus grande dépreſſion du Baromètre pour le lieu où l'on obſerve, on pourra facilement déterminer la loi de ſes variations relativement aux différentes poſitions du Soleil & de la Lune. Tout cela ſuppoſe que l'action de ces deux Aſtres ſur le Baromètre eſt ſenſible; or nous avons vu qu'à l'Équateur, elle le fait varier d'un quart de ligne à peu-près; mais cette variation peut être conſidérablement augmentée par les circonſtances locales, & ſurpaſſer une & même deux lignes, ainſi que nous voyons la mer s'élever dans beaucoup d'endroits, quinze ou vingt fois plus que ſuivant le calcul. Quoiqu'il ſoit impoſſible d'indiquer avec certitude, autrement que par l'expérience, les lieux où ces variations barométriques ſont les plus conſidérables, il paroît cependant que ce ſont principalement ceux qui, ſitués près de l'Équateur, ſont traverſés par de hautes montagnes qui en reſſerrant l'atmoſphère, peuvent en rendre ſenſibles les plus légères oſcillations. Un phénomène auſſi curieux mérite aſſurément l'attention des Obſervateurs, & nous les invitons à le ſuivre d'une manière particulière.

XXXVII.

Sur les Ondes.

Si l'on agite une eau tranquille, on voit auſſi-tôt ſe former autour du centre d'agitation, des cercles qui s'agrandiſſent

ſans ceſſe, en s'éloignant de ce point; ces cercles formés par les élévations & les abaiſſemens ſucceſſifs du fluide, ont été nommés *Ondes*. Newton eſt le ſeul que je ſache, qui ſe ſoit propoſé d'en déterminer la nature (*Livre II des Principes, propoſ. 46*); ce grand Géomètre conſidérant une eau ſtagnante renfermée dans un canal infiniment étroit, & d'une largeur conſtante, ſuppoſe que la ſuperficie de cette eau monte & deſcend par des ondes ſucceſſives, dont nous repréſenterons par *A, C, E,* &c. les ſommets, & par *B, D, F,* &c. les points les plus bas; en comparant ces aſcenſions & deſcenſions alternatives aux oſcillations de l'eau dans un canal recourbé, il trouve que ſi l'on prend un pendule dont la longueur ſoit égale à la largeur *AC* ou *BD* des ondes, elles parcourront, en avançant, un eſpace égal à cette longueur, dans le même temps durant lequel le pendule achèvera une oſcillation; d'où il ſuit que la vîteſſe des ondes eſt en raiſon ſoudoublée de leur largeur; il étend enſuite ces réſultats aux ondes formées dans un canal d'une longueur & d'une largeur indéfinies, où par conſéquent elles ſe propagent circulairement; mais il obſerve qu'alors le temps de la propagation n'eſt déterminé par-là, qu'à peu-près. On ſent aiſément que cette théorie étant fondée ſur l'analogie des ondes avec les oſcillations de l'eau renfermée dans un canal recourbé, analogie que Newton ſuppoſe ſans la démontrer, ſes réſultats ſont très-incertains; il eſt donc utile de traiter de nouveau cette matière, en n'employant que les principes les plus inconteſtables du mouvement des fluides; c'eſt ce que je me propoſe de faire dans cet article, en ne me permettant d'autre ſuppoſition que celle des ondulations infiniment petites; je ne conſidérerai ici que le cas traité par Newton, & dans lequel on ſuppoſe l'eau renfermée dans un canal infiniment étroit, d'une longueur indéfinie, & dont la profondeur & la largeur ſont conſtantes; je réſerve pour un autre Mémoire, la diſcuſſion du cas où le canal a une longueur & une largeur indéfinies.

La manière la plus ſimple de concevoir la formation des

ondes, eſt d'imaginer une courbe quelconque plongée dans le fluide, juſqu'à une profondeur très-petite, & retenue dans cet état, juſqu'à ce que tout le fluide ſoit en équilibre; en la retirant enſuite hors du canal, il eſt clair que le fluide tendra à reprendre ſon état d'équilibre, en formant des ondes ſucceſſives; la nature & la propagation des ondes ainſi formées, ſeront l'objet des recherches ſuivantes.

Soit l la profondeur du canal dans l'état d'équilibre; X & Z les deux coordonnées horizontales & verticales qui déterminent à l'origine du mouvement, la poſition d'un point quelconque du fluide; $X + \alpha x$, & $Z + \alpha z$, les coordonnées qui déterminent la poſition de ce même point après le temps t, α étant ſuppoſé infiniment petit; ſi l'on conſidère préſentement un parallélipipède infiniment petit, dont la largeur ſoit égale à la largeur infiniment petite du canal, que nous déſignerons par ε; dont la longueur ſoit $\partial X . [1 + \alpha (\frac{dx}{\partial X})]$, & dont la hauteur ſoit $\partial Z . [1 + \alpha (\frac{\partial z}{\partial Z})]$; en nommant δ la denſité du fluide, & négligeant les quantités de l'ordre α^2, on aura pour l'expreſſion de la maſſe de ce parallélipipède, $\delta \varepsilon . \partial X . \partial Z . [1 + \alpha (\frac{\partial x}{\partial X}) + \alpha (\frac{\partial z}{\partial Z})]$; dans l'inſtant ſuivant, ce parallélipipède ſe changera dans un ſolide d'une autre figure, mais il eſt facile de s'aſſurer que ſi l'on calcule la maſſe de ce nouveau ſolide, comme s'il étoit un priſme rectangle, on ne négligera que des quantités infiniment petites du ſecond ordre, par rapport à celles que l'on conſidère; on peut donc ſuppoſer nulle la différentielle de la quantité précédente priſe en ne faiſant varier que le temps t, ce qui exige que cette quantité ſoit égale à une fonction indépendante du temps; on aura donc

$$\delta \varepsilon . \partial X . \partial Y . [1 + \alpha (\frac{\partial x}{\partial X}) + \varepsilon . (\frac{\partial z}{\partial Z})] = \delta \varepsilon . \partial X . \partial Y . \varphi (X, Y);$$

$\varphi (X, Y)$ étant une fonction quelconque de X & de Y ſans t; mais x & z étant nuls à l'origine du mouvement, cette fonction

fonction se trouve déterminée & égale à l'unité; partant, on aura

$$o = \left(\frac{\partial x}{\partial X}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial Z}\right); \ (R)$$

Si l'on nomme ensuite p la pression qu'éprouve la molécule fluide, & g la pesanteur, l'équation (B) de l'*article III* donnera dans le cas présent,

$$o = gd.(z + \alpha z) + \alpha \partial X . \left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2}\right) + \alpha \partial Z . \left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2}\right) + \frac{dp}{\delta}; \ (S)$$

La caractéristique d servant, comme dans l'*article cité*, à désigner les différentielles des quantités prises en regardant le temps t comme constant; cette équation a encore lieu par le même article pour tous les points de la surface extérieure du fluide, pourvu qu'on y suppose $dp = o$, & que les différences ∂X & ∂Z soient celles de la surface même.

Pour que l'équation précédente soit possible, il faut que $\partial X . \left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2}\right) + \partial Z . \left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2}\right)$ soit une différence exacte, & qu'ainsi l'on ait $\left(\frac{\partial^3 x}{\partial t^2 . \partial Z}\right) = \left(\frac{\partial^3 z}{\partial t^2 . \partial X}\right)$; en intégrant cette équation deux fois de suite par rapport à t, & observant que par la formation précédente des ondes, on a $x = o$, $z = o$, $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) = o$, & $\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) = o$ lorsque $t = o$, on aura $\left(\frac{\partial x}{\partial Z}\right) = \left(\frac{\partial z}{\partial X}\right)$; partant $\left(\frac{\partial \partial x}{\partial X . \partial Z}\right) = \left(\frac{\partial \partial z}{\partial X^2}\right)$: or l'équation ($R$) donne $\left(\frac{\partial \partial x}{\partial X . \partial Z}\right) = -\left(\frac{\partial \partial z}{\partial Z^2}\right)$; on aura donc

$$o = \left(\frac{\partial \partial z}{\partial X^2}\right) + \left(\frac{\partial \partial z}{\partial Z^2}\right).$$

Cette équation est aux différences partielles du second ordre, & son intégrale complette est, comme l'on sait,

$$z = \varphi\{X + Z\sqrt{(-1)}\} + \psi\{X - Z\sqrt{(-1)}\},$$

$\varphi(X)$ & $\psi(X)$ étant des fonctions quelconques arbitraires de X, qui renferment le temps t; les deux équations

$$\left(\frac{\partial x}{\partial X}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial Z}\right) = 0 \;\&\; \left(\frac{\partial x}{\partial Z}\right) = \left(\frac{\partial z}{\partial X}\right),$$

donneront enſuite

$$x = -\sqrt{(-1)}\,.\,\{\varphi[X + Z\sqrt{(-1)}] - \psi[X - Z\sqrt{(-1)}]\}.$$

On doit obſerver ici que Z étant nul, on a $z = 0$, quels que ſoient X & t; on a donc $\varphi(X) = -\psi(X)$: partant,

$$z = \varphi[X + Z\sqrt{(-1)}] - \varphi[X - Z\sqrt{(-1)}],$$
$$x = -\sqrt{(-1)}\,.\,\{\varphi[X + Z\sqrt{(-1)}] + \varphi[X - Z\sqrt{(-1)}]\},$$

on aura, au moyen de ces équations, les valeurs de x & de z relatives à tous les points du fluide, lorſqu'on aura déterminé ces valeurs en X & en t pour tous les points de la ſurface; or l'équation (S) devient à la ſurface,

$$0 = gd\,.\,(Z + \alpha z) + \alpha\partial X\,.\left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + \alpha\partial Z\,.\left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right);$$

d'où il ſuit que ∂Z eſt de l'ordre α. Soit donc à la ſurface du fluide, $Z = l + \alpha u$, u étant une fonction quelconque de X; on aura, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$0 = g\left(\frac{\partial u}{\partial X}\right) + g\left(\frac{\partial z}{\partial X}\right) + \left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right); \quad (T)$$

Il faut maintenant ſatisfaire à cette équation & à ces deux-ci,

$$z = \varphi[X + l\sqrt{(-1)}] - \varphi[X - l\sqrt{(-1)}],$$
$$x = -\sqrt{(-1)}\,.\,\{\varphi[X + l\sqrt{(-1)}] + \varphi[X - l\sqrt{(-1)}]\}:$$

or cela paroît très-difficile en général, c'eſt-à-dire en donnant à u une valeur quelconque arbitraire; il ne nous reſte donc qu'à y ſatisfaire dans des ſuppoſitions particulières pour u.

Supposons $u = a \cdot (\text{cos.}\, \frac{X}{c} - \text{cos.}\, \frac{h}{c})$, de manière que l'on ait $u = 0$, tant que X n'est pas compris entre les limites $+ h$ & $- h$, ce qui revient à faire au-delà de ces limites $\text{cos.}\, \frac{X}{c}$ constamment égal à $\text{cos.}\, \frac{h}{c}$; l'équation (T) devient alors

$$0 = -\frac{ga}{c} \cdot \text{fin.}\, \frac{X}{c} + g\left(\frac{\partial z}{\partial X}\right) + \left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right); \quad (T')$$

On peut y satisfaire & remplir toutes les conditions du mouvement, en supposant

$$x = A \cdot \text{fin.}\, \frac{X}{c} \cdot \left\{ e^{\frac{Z}{c}} + e^{\frac{-Z}{c}} \right\},$$

$$z = -A \cdot \text{cos.}\, \frac{X}{c} \cdot \left\{ e^{\frac{Z}{c}} - e^{\frac{-Z}{c}} \right\},$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité, & A étant fonction de t seul ; car il est aisé de voir, que ces valeurs de x & de z, satisfont aux équations

$$\left(\frac{\partial x}{\partial X}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial Z}\right) = 0, \left(\frac{\partial x}{\partial Z}\right) = \left(\frac{\partial z}{\partial X}\right);$$

& à la condition de $z = 0$ lorsque $Z = 0$. Si l'on change dans ces valeurs, Z en l, & qu'ensuite, on les substitue dans l'équation (T'), on aura

$$0 = -\frac{ga}{c} + \frac{gA}{c} \cdot \left\{ e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{l}{c}} \right\} + \frac{\partial\partial A}{\partial t^2} \cdot \left\{ e^{\frac{l}{c}} + e^{\frac{-l}{c}} \right\}.$$

Si l'on intègre cette équation, en ayant soin de déterminer les constantes arbitraires, de manière qu'à l'origine du mouvement, on ait $A = 0$, & $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$, on trouvera facilement

$$A = \frac{a}{e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}} \cdot \{1 - \text{cof.}\, nt\},$$

n étant égale à $\sqrt{\left\{\frac{g\left(e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}\right)}{e^{\frac{l}{c}} + e^{\frac{-l}{c}}}\right\}}$; partant on a généralement

$$x = a \cdot \frac{\left\{e^{\frac{z}{c}} + e^{\frac{-z}{c}}\right\}}{e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}} \cdot \text{fin.}\, \frac{X}{c} \cdot \{1 - \text{cof.}\, nt\},$$

$$z = -a \frac{\left\{e^{\frac{z}{c}} - e^{\frac{-z}{c}}\right\}}{e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}} \cdot \text{cof.}\, \frac{X}{c} \cdot \{1 - \text{cof.}\, nt\}.$$

Il réfulte de ces expreffions, que les molécules intérieures du fluide ofcillent d'une manière femblable à celles de la furface, avec cette feule différence, que leur mouvement dans le fens vertical, eft moindre dans la raifon de $e^{\frac{z}{c}} - e^{\frac{-z}{c}}$, à $e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}$, & que leur mouvement dans le fens horizontal, eft moindre dans la raifon de $e^{\frac{z}{c}} + e^{\frac{-z}{c}}$, à $e^{\frac{l}{c}} + e^{\frac{-l}{c}}$; d'où il fuit, que fi c eft peu confidérable, le mouvement du fluide fera prefque infenfible à une médiocre profondeur: il ne s'agit donc plus que de bien déterminer, pour tous les points fitués à la furface du fluide, la fignification des valeurs précédentes de x & de z, qui, ayant été données par l'intégration d'équations aux différences partielles, doivent être plutôt regardées comme des fymboles, que comme de véritables expreffions analytiques. Si l'on confidéroit en effet fous ce dernier

rapport, le facteur $1 - \text{cof.}\, nt$, qu'elles renferment, on feroit naturellement porté à conclure que la masse entière du fluide doit s'ébranler dès le premier instant du mouvement, & que chaque molécule fera éternellement des oscillations, dont la durée est égale à $\frac{360^d}{n}$: or, l'une & l'autre de ces conséquences est démentie par l'expérience, qui nous montre que les parties du fluide s'ébranlent successivement, & que chaque molécule ne fait qu'un nombre fini d'oscillations, déterminé par la nature de l'ébranlement primitif, après quoi, elle reste en repos. La solution de cette difficulté mérite une attention particulière, en ce qu'elle renferme une application délicate du Calcul intégral aux différences partielles.

L'expression de z, devient à la surface du fluide,

$$z = a \cdot \text{cof.}\frac{X}{c} \cdot \{\text{cof.}\, nt - 1\} = a\{\tfrac{1}{2} \cdot \text{cof.}(\tfrac{X}{c} - nt) + \tfrac{1}{2} \cdot \text{cof.}(\tfrac{X}{c} + nt) - \text{cof.}\tfrac{X}{c}\}:$$

la hauteur de la molécule fluide au-dessus du niveau du canal, étant égale à $\alpha u + \alpha z$, sera conséquemment égale à

$$\alpha a \cdot \{\tfrac{1}{2} \cdot \text{cof.}(\tfrac{X}{c} - nt) + \tfrac{1}{2} \cdot \text{cof.}(\tfrac{X}{c} + nt) - \text{cof.}\tfrac{h}{c}\};$$

il faut donc déterminer la fonction arbitraire $\varphi\,(X)$ de l'expression générale de $\alpha u + \alpha z$, de manière que cette expression soit égale à la quantité précédente : or, on doit se rappeler ici, que t étant nul, la valeur de $\alpha u + \alpha z$ est nulle, quel que soit X, lorsqu'il cesse d'être compris entre les limites $+ h$ & $- h$, en sorte que l'on a au-delà de ces limites, $\text{cof.}\frac{X}{c} = \text{cof.}\frac{h}{c}$. Cette considération doit donc nous guider dans la détermination des valeurs de $\text{cof.}(\frac{X}{c} \pm nt)$, & nous devons supposer ce cosinus constamment égal à $\text{cof.}\frac{h}{c}$, lorsque l'angle $\frac{X}{c} \pm nt$ n'est pas compris entre les limites $+ \frac{h}{c}$ & $- \frac{h}{c}$; d'où

résulte cette conséquence, savoir que la molécule déterminée par les coordonnées X & Z, ne commence à s'ébranler que lorsque le temps t est tel que l'angle $\frac{X}{c} \pm nt$ commence à être compris entre ces limites, & qu'elle cesse d'être ébranlée lorsque cet angle cesse d'y être compris.

Ne considérons ici que les valeurs positives de X (on pourra faire des remarques entièrement semblables sur les valeurs négatives); supposons de plus, X plus grand que h, on aura dans ce cas $\text{cos.}\left(\frac{X}{c} + nt\right) = \text{cos.}\, \frac{h}{c}$, & l'expression précédente de $\alpha u + \alpha z$ deviendra

$$\frac{\alpha a}{2} \cdot \left\{ \text{cos.}\left(\frac{X}{c} - nt\right) - \text{cos.}\, \frac{h}{c} \right\};$$

la molécule fluide ne commencera donc à s'ébranler que lorsqu'on aura $\frac{X}{c} - nt = \frac{h}{c}$, ce qui donne $t = \frac{X-h}{nc}$; elle cessera de s'ébranler lorsqu'on aura $\frac{X}{c} - nt = -\frac{h}{c}$, ce qui donne $t = \frac{X+h}{nc}$; partant la durée de l'ébranlement sera $\frac{2h}{nc}$. Le temps de l'oscillation d'un pendule dont b représente la longueur, est $\pi \sqrt{\left(\frac{b}{g}\right)}$, π exprimant le rapport de la demi-circonférence au rayon; nommant donc T ce temps, on aura pour le temps après lequel la molécule fluide commence à s'ébranler,

$$t = \frac{X-h}{nc} = \frac{(X-h) \cdot \sqrt{\left(e^{\frac{l}{c}} + e^{\frac{-l}{c}}\right)}}{\pi\sqrt{(bc)} \cdot \sqrt{\left(e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}\right)}} \cdot T,$$

& le temps de l'ébranlement sera

$$\frac{2h}{nc} = \frac{2h.T.\sqrt{\left(e^{\frac{l}{c}} + e^{\frac{-l}{c}}\right)}}{\pi\sqrt{(bc)}.\sqrt{\left(e^{\frac{l}{c}} - e^{\frac{-l}{c}}\right)}}.$$

Si la profondeur l du fluide est considérable par rapport à c, le temps t sera à très-peu près égal à $\frac{X-h}{\pi\sqrt{(bc)}}.T$; d'où il suit, qu'alors la profondeur plus ou moins grande du canal, n'influe que d'une manière insensible sur le temps de la propagation des ondes : si dans ce même cas h est très-petit, on aura sensiblement $t = \frac{X}{\pi\sqrt{(bc)}}.T$; or la largeur de l'onde, ou ce qui revient au même, l'étendue de la partie fluide ébranlée dans le même instant, est égale à $2h$; cette largeur influe donc extrêmement peu sur le temps de la propagation, ce qui est bien contraire au résultat de Newton, suivant lequel ce temps est réciproquement comme la racine quarrée de h, au lieu que suivant notre théorie, il est réciproquement comme la racine quarrée de c.

Le cas que nous venons de discuter est très-remarquable, en ce qu'il embrasse tous ceux dans lesquels on suppose les ondes formées par l'immersion d'une courbe très-peu plongée dans l'eau; car si l'on nomme r le rayon osculateur de la courbe au point le plus bas qui plonge dans l'eau, on aura à très-peu près $\alpha u = r(\text{cos}.\frac{X}{r} - \text{cos}.\frac{h}{r})$, $\frac{h^2}{r}$ étant ici supposé de l'ordre α; on aura donc par ce qui précède, & en négligeant h par rapport à X,

$$t = \frac{X}{\pi\sqrt{(rb)}}.T.\sqrt{\left\{\frac{e^{\frac{l}{r}} + e^{\frac{-l}{r}}}{e^{\frac{l}{r}} - e^{\frac{-l}{r}}}\right\}};$$

d'où il suit que la courbe étant plongée plus ou moins profondément dans l'eau, le temps de la propagation des ondes

à une diſtance donnée, ſera toujours le même, à peu-près comme le temps des oſcillations d'un pendule eſt conſtant, quels que ſoient les arcs qu'il décrit, pourvu qu'ils ſoient fort petits. Si l eſt très-grand par rapport à r, on aura $t = \frac{X}{\pi\sqrt{(rb)}} . T$; en ſorte que dans ce cas, les temps de la propagation des ondes engendrées par différentes courbes, ou par la même dans différentes ſituations, ſont réciproquement comme les racines quarrées des rayons oſculateurs, & les vîteſſes des ondes ſont directement comme ces mêmes racines; il n'en eſt donc pas de la vîteſſe des ondes comme de celle du ſon, qui, comme l'on ſait, eſt indépendante de l'ébranlement primitif de l'air.



LONGITUDES ET LATITUDES, ASCENSIONS DROITES ET DÉCLINAISONS DES ÉTOILES

Qui environnoient le Disque lunaire au temps de la dernière Éclipse du 30 Juillet 1776.

Par M. LE MONNIER.

LES plus anciennes Observations que j'ai faites de ces Étoiles à leur passage par le Méridien, sont du mois de Novembre 1744, comme il est facile de le vérifier à la *page 25 du IV.me Livre de mes Observations de la Lune, imprimées & remises au Dépôt de la Marine,* dont l'accès & les communications sont devenus libres cette année-ci par les ordres du Roi, que M. de Sartine, Ministre d'État, a procuré pour cet effet aux Académies des Sciences, &c. Celles des 4 & 8 Novembre, en les comparant avec α de l'Aigle & avec β du Capricorne, m'ont donné pour ce temps-là, 7 Août 1776.

Ascensions droites moyennes.	*Déclinaisons moyennes méridionales.*
310d 03′ 20″.	19d 44′ 26″.
310. 20. 05.	18. 52. 23.
311. 16. 00.	20. 00. 03.

La moyenne de ces trois Étoiles, de la sixième à la septième grandeur, est marquée pour lors quadruple sur mon registre; & si j'avois employé une lunette plus longue que celle de mon quart-de-cercle mural de 5 pieds, j'aurois pu observer les trois autres plus petites Étoiles, qui m'ont paru sur la même ligne droite inclinée de 30 à 40 degrés, avec le parallèle ou fil horizontal, vers le Nord-est & dans la lunette qui renverse : ayant supposé l'obliquité de l'écliptique apparente

de $23^d\ 28'\ 30''$, j'en ai déduit les longitudes & latitudes ſuivantes, les ayant réduites à l'année 1750.

Étoiles ſous le Verſeau & au-deſſus de la queue du Capricorne.

	Latitudes méridionales.
1750 ♒ $7^d\ 21'\ 49''$.	$1^d\ 18'\ 31''$.
1750 ♒ 7. 50. 29.	0. 32. $13\frac{1}{2}$ Étoile quadruple.
1750 ♒ 8. 23. 47.	1. 51. 17.

J'ai encore obſervé la dernière de ces Étoiles le jour même de l'Éclipſe de Lune,

Et ſuppoſant ſon aſcenſ. droite appar. le 30 Juillet au ſoir. $311^d\ 43'\ 12''\frac{1}{2}$.
Et j'en ai déduit l'aſcenſion droite du centre de la Lune. 310. 39. $03\frac{1}{2}$.
Et ſa déclinaiſon méridionale.................... 18. 23. 35.

Voici les paſſages obſervés à la pendule de Graham, & avec le grand quart-de-cercle mural de 8 pieds de rayon.

$20^d\ 39'\ 53''\frac{1}{4}$ paſſage du 1.er bord } de la Lune en 2′ 25″.
20. 42. $18\frac{1}{4}$ paſſage du 2.d bord }
Le bord inférieur........ $68^d\ 25'\ 50''$.
Donc $20^h\ 41'\ 05''\frac{3}{4}$, le centre à $68^d\ 08'\frac{1}{2}$ par les ſegmens.
20. 45. $30\frac{1}{3}$ l'Étoile................ 68. 42. 55.

Ainſi l'Étoile a paſſé au Méridien après la Lune $0^h\ 4'\ 24''\ 35'''$, qui valent $1^d\ 06'\ 09''$, & le temps vrai du paſſage de la Lune, ſans avoir égard à la déviation du plan du limbe du quart-de-cercle, étoit $11^h\ 59'\ 35''\frac{1}{4}$; d'où l'on tire ſa longitude au Verſeau $8^d\ 10'\ 54''\frac{1}{2}$, avec $0^d\ 09'\ 20''$ de latitude auſtrale & à $0^h\ 05'\ 31''$ de temps moyen. Les Tables de Flamſtéed donnent au même inſtant $10^f\ 08^d\ 08'\ 50''$ du Verſeau, & celles de Clairaut $26''\frac{1}{4}$ encore plus petite, ou $2'\ 31''$ moins avancée que ſelon l'obſervation.

On pourra comparer avec les autres Tables cette longitude & latitude obſervées, ainſi que le milieu de l'Éclipſe que j'ai déduit à $0^h\ 4'\ 45''$ le 31 Juillet au matin, par l'immerſion dans l'ombre à $11^h\ 16'\ 40''$ & par l'émerſion que j'ai vue de même auſſi diſtinctement à $12^h\ 52'\ 50''$ temps vrai; mais il faudroit avoir égard au mouvement inégal de la Lune

qui a dû s'accélérer, puisque la Lune tendoit à son pé.igée, dont elle étoit encore éloignée d'un signe au temps de l'Éclipse.

L'émersion s'est faite aussi, à cause du changement de la Lune en latitude, un peu plus au Sud du disque que n'y a paru le commencement; j'ai déterminé celui-ci à $10^h\ 19' 07'' \frac{1}{2}$, lorsque les Tables l'auroient dû donner, ainsi qu'aux autres taches, beaucoup plus tard : or le point du limbe répondoit dans ces deux cas au *Palus Maræotis*, & vis-à-vis le mont *Acabe*, & sous le Nil, qui n'est marqué que dans la Sénélographie d'Hevelius. Or pour mieux juger de la trace de l'ombre, le *grand Lac noir* qui est à la partie boréale sur le disque a été touché par l'ombre $2' 5''$ avant le mont *Sinaï*, situé vers la partie australe du disque lunaire : l'immersion & l'émersion de cette tache-ci dans l'ombre, est arrivée de temps vrai à $10^h 48' 25''$, & à $13^h\ 10' 35''$, en sorte que la durée dans l'ombre a surpassé celle du disque de la Lune, évaluée ci-dessus à $1^h\ 36'\ 10''$, de $0^h\ 46'\ 00''$; la tache observée étoit donc trop éloignée du centre du disque apparent, auquel il faudroit comparer les immersions & les émersions de ces taches, pour en déduire le milieu de l'Eclipse.

La période ou saros représente une autre Éclipse observée à Paris cent huit ans auparavant, que les premiers Astronomes de l'Académie observèrent horizontale dans le lieu le plus élevé, une minute au Nord de la Bibliothèque du Roi, le 26 Mai au matin de l'an 1668. L'Historien François de l'Académie donne à $3^h\ 47'$ le milieu de cette Éclipse, qui ne fut que de 10 doigts, la Lune ayant une latitude trop grande au Sud; le commencement se fit à $2^h\ 12'\ 47''$ du matin, & il est dit que l'ombre de la Terre ayant commencé sur la partie orientale, vers le mont Porphirites, elle s'est étendue jusqu'au mont *Sinaï;* enfin le diamètre de la Lune parut alors de $33' 28''$.

Ismaël Bouillaud l'avoit observée pareillement au village d'Issy, dans la maison de M. Thévenot, & en a fait le calcul sur les Tables Philolaïques : il dit dans son registre manuscrit, *Cæpit e regione montis Germaniciani : non attigit montem Sinai*

non obscurati fuerunt digiti X. Il donne le commencement le 26 Mai au matin à $2^h\ 12'\ 42''$, l'étoile *Arcturus* étant élevée de $30^d\ 58'$, & quatre doigts lorsque l'ombre touchoit le mont Ætna à $14^h\ 41'\ 48''$, *Arcturus* étant élevé de $26^d\ 14'$ enfin 9 doigts, mais un peu douteux, à cause que l'ombre paroissoit mal terminée à $15^h\ 10'\ 43''$, *Arcturus* étant haut de $21^d\ 30'$; & il avertit que la Lune n'étant qu'à 3 degrés de l'horizon tout au plus, au moins restoit-il deux doigts d'éclairés sur le disque apparent.

Quoique M. Bouillaud ait conclu que l'observation de cette Éclipse s'accorde avec les Tables Philolaïques, dont il donne le calcul en entier, il ne sera pas inutile d'examiner ici ce que peuvent donner les phases qu'il a observées, & d'abord par le calcul du commencement, lequel ayant été observé par M. Picard & les autres Astronomes de l'Académie, dont il cite l'observation dans ses registres, doit exciter d'autant mieux notre curiosité, que les Tables Newtoniennes de Flamstéed indiquent l'anomalie moyenne $5^s\ 14^d\ 10'$, c'est-à-dire, que la Lune étoit $0\frac{1}{2}$ signe plus près cette fois-là de son périgée.

Remarques et Additions.

Éclipses comparées.

I. La durée du passage du disque lunaire a été observée au Méridien de $0^h\ 2'\ 25''$ à la Pendule, & la révolution de la Lune au Méridien, par un mouvement composé qui a dû compléter les 360 degrés, a été de $25^h\ 3'$ à la Pendule, ce qui donne en minutes de degrés $34'\ 43''\ \frac{1}{2}$; ou bien convertissant les $2'\ 25''$ de temps en degrés, suivant l'ancienne méthode, on aura $36'\ 15''$ moins $1'\ 21''\ 33'''$, c'est-à-dire, $34'\ 43''\ 27'''$: la Lune s'étoit avancée vers l'Est de $13^d\ 29'\frac{4}{5}$ en vingt-quatre heures selon l'Almanach, & à proportion de $1'\ 21''\ 33'''$ pendant la durée du passage de son diamètre horizontal. La déclinaison méridionale étoit $18^d\ 23'$, & il faut réduire l'arc de $34'\ 43''\frac{1}{2}$ du parallèle à l'Équateur à celui d'un grand cercle, c'est-à-dire, à $32'\ 57''\ \frac{1}{4}$ pour le diamètre horizontal

de la Lune que l'on cherche; d'ailleurs au Méridien, le diamètre vertical qu'on prétend avoir été mesuré de 33′ 37″, paroît trop grand; si l'on y ajoute 4 secondes pour la réfraction, & ôtant 13 secondes pour la réduction à l'horizon, ce qu'il étoit essentiel de vérifier ici.

II. J'ai aussi calculé par les Tables des Institutions, l'Éclipse de 1768, & à l'heure du commencement observé par M. Picard, qui ne diffère que de 5 secondes de temps de ce qui a été vu pareillement par Bouillaud, je trouve la Lune au Sagittaire 4^d 30′ 53″; sa latitude méridionale 0^d 31′ 53″; le lieu opposé au Soleil étoit alors au Sagittaire 5^d 23′ 48″; le demi-diamètre du Soleil 15′ 52″ $\frac{1}{2}$; la parallaxe 60′ 32″ $\frac{1}{2}$, & augmentant de 25 à 30 secondes le demi-diamètre de l'ombre, on aura 45′ 10″; d'où l'on tire la différence en longitude, par les quarrés, à l'instant du commencement de l'Éclipse, de 53′ 3″ $\frac{1}{2}$; ce qui excède à peine de 8 secondes de degrés ce que nous indiquent les Tables Newtoniennes.

Les autres phases de l'Éclipse de 1768, sont trop vagues pour en faire usage, puisque la phase de six doigts n'y est pas rapportée, au moins aux histoires & manuscrits déjà cités.

Si les Tables Newtoniennes s'accordoient aux observations aux temps de l'Éclipse de 1768, peut-être ne seroient-elles plus dans le cas de l'erreur, si on y eût ajouté une équation de plus, savoir l'accélération du mouvement de la Lune qu'on y avoit indiquée, & que j'ai ébauchée déjà de 1′ $\frac{1}{2}$, ou 1′ 34″ en cent ans dans l'Astronomie nautique lunaire, ainsi qu'aux Institutions astronomiques, *page 156*. Sur cela je renvoie aux autres observations de Bouillaud, comparées aux nôtres.

À Toulouse, M.rs Garipuy ont vu le commencement au nord du *Palus Maræotis*, à .... 10^h 15′ 30″.

L'Immersion à .... 11. 13. 35.

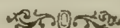
L'Émersion à .... 12. 49. 25.

Et au sud la fin à .... 13. 48. 55.

Or la plus austr. ou principale des Étoiles a passé à 5′ du bord austr. de ☾,

À 11^h 36′ 08″ $\frac{1}{2}$, Immersion sous le disque d'une Étoile plus boréale.

À 12. 39. 22 $\frac{1}{2}$, Émersion: à une autre lunette, elle s'est faite à 12^h 39′ 24″,



DE L'AMPLITUDE DU SOLEIL À SON COUCHER, OBSERVÉE À SAINT-SULPICE.

Par M. LE MONNIER.

Lû le 20 Déc. 1776.

IL y a déjà deux ans que j'ai annoncé le projet de ce travail, dans nos Assemblées, & le Gouvernement vient d'en prendre connoissance, le Ministère ayant d'ailleurs fait délivrer des fonds pour achever sans interruption le grand Portail qui fait face à l'ouest, & qui surpasse déjà 25 toises de hauteur. *Voy. les Mém. de 1774, p. 253.*

À 5400 toises, où se termine l'horizon qu'on y découvre, je trouve que 10 minutes y répondent à près de 16 toises d'élévation sur ce Portail. Je ferai bientôt voir le double avantage pour l'Astronomie, d'observer l'amplitude dans ce lieu, qui d'ailleurs offre une des moindres traversées d'air épais & fumées sur les maisons & jardins du faubourg Saint-Germain; ce qui est un avantage réel, principalement dans une saison où règnent le plus souvent des vents du Sud.

Comme il sera désormais libre à l'Observateur de s'établir sur l'une des tours du Portail, & d'y placer solidement les instrumens nécessaires à l'abri de toute insulte, je ferai tout mon possible pour y établir dans l'horizon, tant les vrais points cardinaux, que les amplitudes occidentales des solstices d'hiver & d'été : celle-ci, comme je l'ai fait voir, est augmentée d'environ 45 minutes pour l'effet de la réfraction horizontale, & l'autre au contraire en doit être presqu'autant diminuée. Je vais donc commencer par les azimuts du solstice d'hiver, que j'avois déjà ébauchés le 10 de ce mois, le bord suivant ou austral du Soleil ayant quitté l'objet que j'apercevois dans l'horizon sensible à $4^h\ 3'\ 31''$, ce qui m'a donné l'amplitude du centre $36^d\ 29'\frac{1}{2}$, & par conséquent celle de l'objet fixe, & duquel le Soleil se séparoit de $36^d\ 45'\frac{3}{4}$: le même calcul

donne auſſi à cet inſtant le centre du Soleil à 89^d 59′ 55″ du Zénith.

Le 19 Décembre, les vents du Sud remontant à peine à l'Oueſt - nord - oueſt, ayant rétabli un ciel ſerein, & le Thermomètre étant aſſez conſtamment à 5 degrés, le Baromètre à 27 pouces $\frac{1}{2}$, j'ai vu très-diſtinctement le coucher du Soleil, ſavoir à 3^h 59′ 15″ lorſque le bord inférieur a touché le ſol, & à 4^h 03′ 24″$\frac{1}{2}$ lorſqu'il a diſparu; le point le plus élevé de la circonférence étant directement ſous l'objet aperçu le 10 de ce mois, lorſque ſon bord ſuivant avoit quitté le vertical de ce point remarquable dans l'horizon ſenſible : le calcul me donne pour le deuxième de ces inſtans obſervés, ſavoir 4^h 3′ 24″ $\frac{1}{2}$, la diſtance du Soleil au Zénith 90^d 19′ 55″ $\frac{1}{2}$, & l'amplitude 36^d 45′ $\frac{2}{5}$; mais on aura plus exactement cette amplitude, pour la comparaiſon de cet objet ſtable avec un autre de pareille nature, qui eſt plus au Sud où le 1.er bord du Soleil a paſſé à 4^h 00′ 37″ $\frac{1}{2}$: la diſtance des deux objets ne tardera pas à être meſurée au micromètre.

Il m'eſt déjà facile de comparer ces obſervations avec celles que j'ai faites à l'Obſervatoire en 1741, le 21 Décembre, & qui ſont déjà imprimées dans le Recueil de mes Obſervations de la Lune. Mon quart-de-cercle mobile étoit alors placé dans la Tour occidentale, à la hauteur de la grande Salle, & je vis diſparoître le bord ſupérieur du Soleil à hauteur de 0^d 43′ 15 à 20″ : à la vérité le ſol où les derniers rayons du Soleil ont diſparu n'étoit guère éloigné que de 3000 toiſes, ſavoir ſur la butte de Châtillon. La proximité du lieu le faiſoit paroître irrégulier & planté d'arbres ou bois taillis, & j'aurois bien ſouhaité pour lors m'en éloigner trois fois davantage, en me plaçant ſur les hauteurs aux environs de Romainville, en m'approchant de la forêt de Bondi, la rondeur de la Terre & un ſol plus élevé m'auroient fait apercevoir plus long-temps le Soleil, & même juſque dans l'horizon ſenſible.

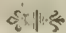
Je me contentai donc pour lors de meſurer la réfraction du bord ſupérieur du Soleil, lorſque peu de temps avant ſon coucher apparent, ſavoir à 3^h 59′ 04″, il m'a paru élevé de

$0^d\ 55'\ 07''\frac{1}{2}$; la saison semblable à celle que nous espérons cette année, n'indiquoit point de gelée à cause des vents de Sud : ainsi la réfraction à cette hauteur fut trouvée 3' moindre qu'à pareille hauteur à l'orient & après le lever du Soleil en 1740, & je l'ai conclue fort exactement de $24'\ 43''\frac{1}{2}$.

On est donc fondé à demander, d'après une observation aussi exacte, quelle a dû être ce jour-là la réfraction horizontale; mais deux difficultés nouvelles se présentent ici, & rendent la question plus compliquée : il faudroit d'abord demander si la réfraction est la même pour l'attouchement du bord inférieur à l'horizon sensible que pour le bord supérieur, à cause de la décomposition des rayons; en un mot, si le diamètre du Soleil emploie plus de 4' 12" à se plonger pour lors dans l'horizon, que ce qui s'en déduit par le calcul?

En second lieu, on demande suivant quelle loi la réfraction doit-elle augmenter depuis 89 degrés de distance au Zénith, jusqu'à l'instant où elle doit paroître horizontale absolument? Dans le dernier siècle, on l'a fait s'accroître de $4'\frac{2}{3}$ & de $5'\frac{2}{3}$; mais lorsque M. Halley a publié, il y a plus de cinquante ans, la Table des réfractions de M. Newton, l'accroissement a paru de $10'\frac{2}{3}$ à $12'\frac{1}{3}$, ou deux fois $6'\frac{1}{6}$: ajoutant que Taïlor, après avoir examiné la nature de la courbe que décrivent alors les rayons dans l'atmosphère, l'a trouvée difficile à traiter, & bien plus compliquée qu'à de plus grandes hauteurs. Enfin M. Bouguer, qui a construit sa Table par les observations faites au Pérou & à Chimboraço, n'admet pour le niveau de la mer que 6 minutes depuis 89 degrés de distance au Zénith jusqu'à l'horizon pour l'accroissement de la réfraction.

Il est donc visible que toutes ces considérations demandent, dans des saisons constantes & réglées aux environs des solstices, un travail suivi & qui ne peut être limité à une seule année; & c'est ce dont je me propose de rendre compte successivement à l'Assemblée, lorsqu'il me sera possible de faire à Saint-Sulpice dans un lieu clos & à l'abri du vent une longue suite d'observations.



CONSTELLATION

CONSTELLATION
DU
SOLITAIRE.

Par M. LE MONNIER.

Lû le 21 Août 1776.

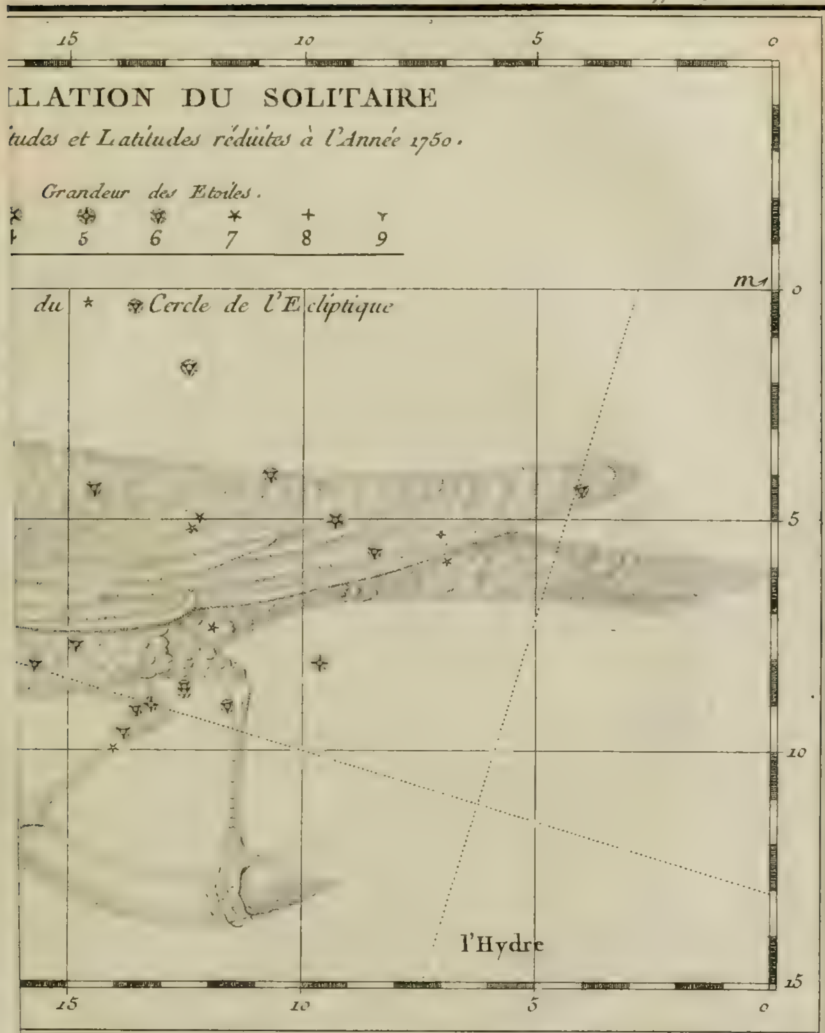
ASCENSIONS DROITES.	DÉCLINAISONS	LONGITUDES.	LATITUDES.
210d 24′ 54″	17d 07′ 32″½ S.	♏ 4d 12′ 33″	4d 20′ 12″½ au Sud.
212. 31. 30	19. 34. 20	6. 55. 00	5. 52. 00
212. 53. 05	18. 48. 50	7. 02. 30	5. 15. 10
212. 53. 35	18. 49. 07½	7. 02. 55	5. 13. 37½
214. 12. 10	19. 35. 05	8. 28. 35	5. 32. 15
214. 28. 48	22. 19. 10	♏ 9. 38. 07½	8. 01. 52½
215. 12. 00	19. 20. 07½	9. 16. 55	4. 58. 42½
216. 50. 20	18. 50. 05	10. 35. 35	4. 01. 05
217. 01. 40	22. 20. 15	11. 53. 20	7. 15. 45
217. 53. 37½	24. 23. 10	13. 18. 20	8. 57. 12½
220. 46. 20	20. 16. 52½	♏ 14. 34. 35	4. 14. 27½
221. 02. 20	16. 19. 22½	13. 37. 10	0. 23. 30
222. 16. 30	16. 36. 30	14. 40. 17½	0. 21. 52½
222. 22. 20	24. 16. 45	17. 13. 17½	7. 36. 55
222. 55. 10	21. 27. 07½	16. 51. 57½	4. 45. 37½
223. 01. 02½	21. 22. 09	16. 48. 40	4. 20. 07½
225. 29. 00	21. 26. 40	♏ 19. 09. 10	4. 04. 07½
228. 30. 45	24. 14. 55	22. 36. 17½	6. 01. 25
229. 02. 57½	19. 50. 17½	21. 55. 12½	1. 37. 12½
229. 36. 07½	23. 36. 42½	23. 28. 02½	5. 07. 49
230. 57. 02½	20. 10. 15	23. 43. 42½	1. 29. 30
231. 08. 05	18. 27. 25	23. 28. 47½	0. 13. 07½ N.

Le grand vide si apparent sous les bassins de la Balance, & qu'on aperçoit dans les zodiaques de Senex & d'Heulland, m'avoit déterminé il y a long-temps à vérifier dans les crépuscules, & à chaque mois lunaire, la position des plus petites Etoiles de la sixième à la neuvième grandeur, puisqu'on les aperçoit dans le ciel avec les nouvelles lunettes achromatiques ordinaires, quoiqu'on les ait omises dans les Catalogues.

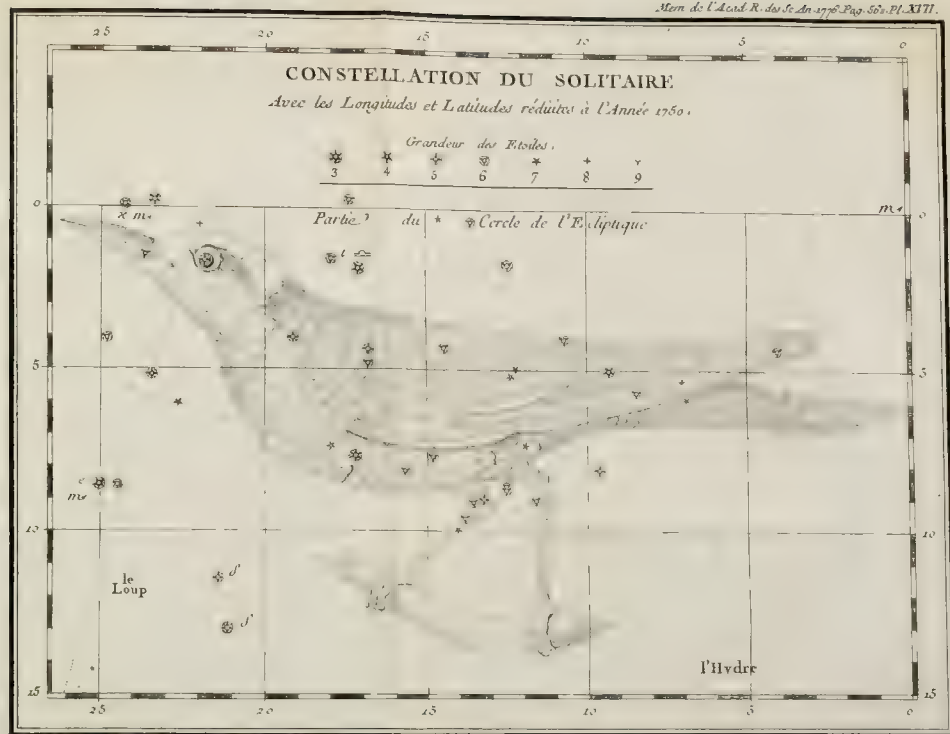
La Lune, comme je viens de le dire, rencontre à chaque mois ces Étoiles; en sorte que leurs occultations nous donnent aussi sûrement que les autres Étoiles du zodiaque éclipsées par la Lune, les positions géographiques terrestres, puisque les latitudes des Etoiles aident à déterminer la longitude de cet Astre, aux instans des occultations instantanées, comme j'en ai averti dès l'année 1741.

J'ai observé la plus grande partie de ces Étoiles à mes deux quarts-de-cercles muraux, & la figure de la constellation du Solitaire (oiseau des Indes & des Philippines) a été préférée, en mémoire du voyage en l'île Rodrigue, m'ayant été fournie par M.[rs] Pingré & Brisson: voyez le *tome II de l'Ornithologie :* cette constellation sera voisine du Corbeau & de l'Hydre sur nos planisphères & globes célestes.




15
10
5
0
LLATION DU SOLITAIRE
tudes et Latitudes réduites à l'Année 1750.
Grandeur des Etoiles.
5
6
7
8
9
du
Cercle de l'Ecliptique
l'Hydre
10
15

Y. le Gouaz Sc.


CONSTELLATION DU SOLITAIRE
Avec les Longitudes et Latitudes réduites à l'Année 1750.
Grandeur des Etoiles.
3 4 5 6 7 8 9
Partie du Cercle de l'Ecliptique
le Loup
l'Hydre
25 20 15 10 5 0
Y le Gouaz Sc.

EXAMEN
DE LA
COMBINAISON DE L'ACIDE CONCRET DU TARTRE AVEC LE ZINC.

Quatrième Mémoire.

Par M. DE LASSONE.

DANS l'examen & l'analyſe que les Chimiſtes ont fait du Zinc, en le ſoumettant à l'action des acides, ils ont négligé de rechercher les effets comparés de l'acide concret du tartre; je crois que M. Pott, & l'Auteur du *Traité de la diſſolution des Métaux*, publié en françois en 1775, ſont les ſeuls qui aient fait mention de cette combinaiſon; mais ce qu'ils en diſent en peu de mots, & d'une manière générique, ſe borne preſque à énoncer la diſſolubilité du zinc par ce foible acide concret. On peut conſulter la Diſſertation particulière de M. Pott, ſur ce minéral, & l'autre Auteur, *page 212* de l'Ouvrage cité. 24 Juillet 1776.

En variant cette expérience, & en la ſuivant plus particulièrement dans les détails dont elle eſt ſuſceptible, il m'a paru qu'elle offroit des phénomènes qui n'ont point été obſervés, & qui méritent d'être connus.

Je mis dans une capſule de verre profonde, demi-once de limaille de zinc & une once de crême de tartre en poudre fine, après les avoir triturées pour en faire un mélange exact; je n'y verſai d'abord de l'eau diſtillée froide, qu'autant qu'il en fallut pour réduire la maſſe ſeulement en une pâte bien liquide. Le vaiſſeau fut placé ſur un bain de ſable, qui ne communiquoit qu'une douce chaleur; à peine ces deux matières eurent été humectées, qu'elles commencèrent à agir très-viſiblement l'une ſur l'autre. En remuant avec une ſpatule de verre, il ſe développa d'abord beaucoup de bulles

d'air, qui se succédoient rapidement, & qui n'étoient pas des signes équivoques d'une vraie effervescence. Dès que cette première action fut animée par la chaleur communiquée, bientôt elle devint plus forte; j'avois soin d'agiter plusieurs fois, chaque jour, le mélange; & ce mouvement excitoit toujours une effervescence vive & bruiante. L'air qui se dégageoit alors & s'échappoit en grande quantité, occasionnoit un gonflement considérable de toute la masse; pour e tretenir à peu-près le même degré d'humectation, j'avois soin d'ajouter de temps en temps un peu d'eau distillée. Au bout de six jours la limaille de zinc avoit déjà perdu en partie son brillant métallique; le mélange avoit pris beaucoup de liant & de viscosité: devenu semblable à une pâte qui fermente, il s'étoit tellement gonflé & raréfié, que je fus obligé de le mettre dans une capsule plus grande, quoique la première fût capable de contenir environ douze onces de liqueur.

Les premiers jours, ces matières en se pénétrant donnèrent une odeur comme vineuse & un peu aromatique, assez semblable à celle que produisent le fer & le tartre quand on les humecte pour en faire les boules martiales. Je continuai ainsi deux mois de suite à digérer au même degré d'une chaleur très-douce, en remuant souvent avec une spatule de verre, & en ajoutant par intervalles un peu d'eau distillée, à mesure que l'évaporation insensible rendoit la matière trop épaisse; & presque pendant tout ce temps le mouvement répété & l'affusion d'une nouvelle portion d'eau ne cessèrent de renouveler le bouillonnement, l'effervescence & le gonflement; de jour en jour le mélange devint plus visqueux, plus tenace & plus collant. Le brillant métallique disparut entièrement; alors la masse assez semblable à une gomme opaque & blanchâtre, ou à une espèce de glu très-épaisse, paroissoit couverte & pénétrée d'un grand nombre de points noirâtres.

Enfin, lorsqu'après plus de trois mois, ces deux matières ainsi altérées par une pénétration réciproque, ne donnèrent plus aucun signe d'action, soit par le développement des bulles

d'air, ſoit par le gonflement; en remuant avec la ſpatule, & en ajoutant une portion d'eau, je jugeai que l'opération avoit été pouſſée auſſi loin qu'elle devoit l'être.

Je fis un partage de la matière, les deux tiers furent réſervés pour un examen ultérieur, l'autre tiers fut mis dans une petite capſule ſur un bain de ſable, où je le laiſſai condenſer inſenſiblement & ſécher; il perdit difficilement l'eau qui le rendoit ſi gluant & ſi viſqueux. Parvenue enfin au point de deſſiccation, cette matière ſaline eût toute l'apparence d'une gomme, & ſa couleur auparavant blanchâtre prit une teinte jaune aſſez foncée, en conſervant dans ſes parties condenſées une ſorte de diaphanéité. Appliquée ſur la langue, elle n'imprima qu'une ſaveur fade; je n'y démêlai rien de décidément ſalin ni de métallique; j'en mis une portion en poudre, je la mêlai dans l'eau diſtillée, en agitant & ſecouant ſortement le vaiſſeau à diverſes repriſes. L'eau devint blanche & laiteuſe; mais par le repos & par le dépôt d'un grand nombre de flocons blanchâtres, cette eau reprit ſa tranſparence, conſervant néanmoins dans toutes ſes parties une ſorte de nuage qui la rendoit un peu louche; la chaleur ne favoriſa pas davantage la diſſolution; effectivement cette ſubſtance gommeuſe, n'eſt pas à proprement parler ſoluble; je m'en ſuis encore mieux convaincu par l'examen ultérieur de la même matière non deſſéchée, que j'avois réſervée pour la ſoumettre à l'ébullition, & pour eſſayer par-là de mieux démêler le caractère de cette combinaiſon.

Je délayai ce magma gommeux dans un poêlon d'argent avec environ deux pintes d'eau, & je le fis bouillir plus de demi-heure; la liqueur devint blanche & laiteuſe, il ſe forma à ſa ſurface une pellicule mince & blanchâtre, elle paroiſſoit graiſſeuſe; mais l'ayant priſe entre les doigts, je reconnus qu'elle poiſſoit fortement, & qu'elle étoit inodore; elle n'étoit donc point graiſſeuſe, encore moins ſaline, car je ne lui trouvai pas la moindre ſaveur; je décantai la liqueur ſur un entonnoir de papier, elle paſſa difficilement & lentement, mais claire & légèrement citrine. En la goûtant, je n'y trouvai

qu'une ſaveur fade & nullement ſaline; le filtre retint un magma fort épais, & qui poiſſoit; au fond du poêlon étoit reſtée une bonne quantité de matière griſe tirant ſur le bleu. Quoique diviſée en parcelles différentes, je parvins aiſément à n'en former qu'une maſſe, en rapprochant & comprimant avec une ſpatule toutes ces parties déſunies, parce qu'elles étoient collantes & viſqueuſes; je fis bouillir encore plus de trois quarts d'heure ce réſidu dans pareille quantité d'eau que j'y verſai. La liqueur blanche & laiteuſe fut filtrée comme la première, & laiſſa de même un enduit épais & collant ſur les parois du filtre; je réitérai juſqu'à ſix fois l'affuſion de la nouvelle eau, & l'ébullition ſur la matière qui reſtoit, dans la vue d'en extraire toute la matière ſaline qu'elle pouvoit contenir. Enfin elle fut réduite à une très-petite quantité, qui ne peſoit plus qu'environ douze grains; elle étoit pulvérulente, ſans liaiſon, douce au toucher, & ne rendoit plus l'eau blanche ni même louche; c'étoit du zinc entièrement déflogiſtiqué.

Je réunis toutes les liqueurs filtrées, & les fis évaporer dans un poêlon d'argent, à une chaleur modérée; lorſque l'évaporation fut au tiers, il parut à la ſurface une pellicule mince, terne, très-douce au tact, poiſſant fortement & ſans aucune ſaveur; pendant l'évaporation, il ne s'étoit échappé aucun miaſme odorant. La liqueur retirée du feu & abandonnée au repos, laiſſa dépoſer une matière blanchâtre, légère, comme mucilagineuſe, & ſemblable à celle que le filtre avoit retenue, & avec laquelle je la mêlai; l'évaporation de la même liqueur fut encore pouſſée juſqu'à la diminution des trois quarts, ce qui reſtoit avoit un peu plus de conſiſtance, mais étoit encore ſans ſaveur. Il s'y forma une nouvelle pellicule mince, pareille à celle dont j'ai déjà parlé; & du ſoir au matin, il ſe fit auſſi un dépôt abondant & viſqueux; je décantai la liqueur dans une capſule, que j'expoſai à la chaleur d'un bain de ſable; lorſqu'elle fût réduite à deux onces, je la refiltrai, pour ſéparer un nouveau dépôt; elle paſſa claire, mais très-colorée; je lui trouvai alors une ſaveur

un peu métallique : cette ſaveur, qu'elle imprimoit ſur les papilles de la langue, avoit une aſtriction très-marquée. Il ne parut point de nouvelle pellicule; je crus devoir faire évaporer davantage la liqueur, & la réduire à-peu-près à demi-once. Par le refroidiſſement, elle prit la conſiſtance d'un magma fort épais, d'une couleur brune foncée; je trouvai dans le fond du vaiſſeau de petits criſtaux aiguillés, & ſur les parois une eſpèce d'enduit jaunatre, ſavonneux & ſalin, d'une ſaveur douceâtre, aſſez ſemblable à celle du ſucre de Saturne. Le magma mis ſur un charbon ardent ſe bourſoufla, & répandit une vapeur odorante, comme celle de la crême de tartre.

Je réunis enſuite toutes les matières arrêtées ſur les filtres; la maſſe avant ſa deſſiccation étoit d'un blanc ſale, collante, viſqueuſe, très-douce au tact, & n'ayant qu'une ſaveur fade; en ſéchant ſur un bain de ſable tempéré, elle prit beaucoup de retraite; ſa couleur devint d'un gris foncé; elle happoit la langue, & y laiſſoit une impreſſion un peu douceâtre; jetée ſur un charbon embraſé, elle donna une vraie odeur de tartre brûlé.

Je procédai de même, & en employant de ſemblables proportions, c'eſt-à-dire, une once de crême de tartre & demi-once des fleurs de zinc les plus ſubtiles; pendant tout le temps de la digeſtion, il n'y eût pas la moindre apparence de dégagement d'air, ni de bourſouflement du mélange. Les matières ne formèrent point, comme avec la limaille de zinc, un magma épais & viſqueux; après avoir continué long-temps la digeſtion au même degré de feu, & en ajoutant de l'eau diſtillée, lorſque cela étoit néceſſaire, je fis bouillir demi-heure la matière avec une pinte d'eau dans un vaiſſeau d'argent; la liqueur devenue trouble & laiteuſe fût décantée & filtrée à travers le papier; elle paſſa claire. Sur la matière reſtée dans le vaiſſeau, je verſai une pareille quantité d'eau, qui fut auſſi entretenue bouillante demi-heure, & enſuite filtrée; je réitérai ces opérations juſqu'à ce que l'eau chaque fois renouvelée ſe fut chargée en bouillant de toute la matière,

qui avoit été mise dans le vaisseau d'argent. Les liqueurs filtrées, claires, sans couleur, & n'ayant qu'une saveur fade, furent mêlées & ensuite évaporées; lorsqu'elles eurent été réduites à peu près à la moitié de leur volume, le reste se troubla, & laissa ensuite déposer une poudre blanche, très-fine & très-subtile; je versai le tout sur le même filtre qui m'avoit déjà servi, & qui retint cette portion de terre précipitée. Quoique la nouvelle liqueur filtrée fût déjà bien rapprochée, elle n'avoit encore aucune saveur sensiblement saline; & comme en poursuivant l'évaporation, je vis qu'il ne se formoit ni pellicule, ni dépôt, & que la liqueur ne s'épaississoit point, je continuai cette réduction, jusqu'à ce qu'il ne restât plus qu'environ deux gros d'un fluide coloré en jaune foncé, dont je trouvai alors la saveur fade, douceâtre, desagréable & métallique; en un mot semblable par ces caractères à cette espèce d'eau mère, que j'avois obtenue à la fin de l'évaporation de toute l'eau filtrée, après l'avoir fait bouillir sur le mélange combiné de la crême de tartre & de la limaille de zinc; mais je n'eus aucuns cristaux, ni enduit savonneux & salin.

Je rassemblai ensuite & réunis tout ce que les filtres avoient retenus; & par la desficcation à feu lent j'obtins une matière d'un blanc grisâtre, dépourvue de liant, absolument pulvérulente, n'ayant qu'une saveur fade & point saline. Son poids, à l'exception d'à-peu-près un scrupule ou vingt-quatre grains, égaloit celui des deux matières que j'avois d'abord employées. Un peu de cette poudre projetée sur un charbon ardent frappoit l'odorat comme le tartre qui brûle.

En la faisant digérer dans le vinaigre distillé, les fleurs de zinc sont dissoutes; & dans le fond on retrouve la crême de tartre bien isolée, mais un peu colorée, terreuse & dépourvue d'acidité.

En répétant la même expérience avec la masse concrète, que produit la combinaison de la crême du tartre & du zinc en limaille, on obtient les mêmes effets. Il n'y a de différence que dans la couleur plus foncée de la crême de

tartre,

tartre, après ſon divorce avec le zinc, qui paroît lui avoir fourni une portion de ſon principe inflammable & colorant, avec lequel il eſt évident qu'il a une grande affinité.

Il me reſtoit à examiner ſi je ne parviendrois pas à faire plus facilement cette même combinaiſon de l'acide tartareux & du zinc, en projetant ſucceſſivement & immédiatement ces deux matières dans l'eau bouillante, & les ſoumettant ainſi tout de ſuite à ſon action, pour rendre la diſſolution plus efficace & plus rapide.

Je fis fondre une once de crême de tartre en poudre dans une livre d'eau bouillante; j'y projetai enſuite peu-à-peu deux gros de zinc en limaille : ce mélange produiſit une très-vive effervescence, elle s'accrut au point que ſi je n'euſſe pas promptement retiré du feu le vaiſſeau, la liqueur eût débordé, & ſe fût en partie répandue : cette effervescence rendit promptement l'eau trouble & laiteuſe. Je continuai l'ébullition deux heures, en ajoutant de l'eau, à meſure qu'elle diminuoit par la rapidité de l'évaporation; après ce temps, l'effervescence dépendante de la réaction des deux matières ne paroiſſoit pas entièrement ceſſée : je filtrai la liqueur pour retenir ſur le papier la matière, qui rendoit l'eau blanchâtre & opaque, & pour avoir ſéparément la combinaiſon purement ſaline; cette liqueur filtrée étoit claire & limpide, elle avoit une légère ſaveur métallique, où l'on ne démêloit rien d'acide. Je la fis évaporer doucement ſur un bain de ſable dans une capſule de verre, elle prit ſans ſe troubler une teinte jaune & ſe couvrit d'une pellicule mince & ſaline, qui n'étoit qu'une petite portion de crême de tartre; l'évaporation fut continuée juſqu'à la réduction à peu-près de moitié : la capſule fut enſuite dépoſée dans un endroit frais, il ſe forma de petits criſtaux; égoûtés ſur le papier gris, ils reſtèrent fort jaunes; mis ſur un charbon embraſé ils donnèrent l'odeur du tartre, c'étoit un vrai ſel de zinc tartareux : cette même liqueur fut encore évaporée aux trois-quarts, ſans qu'il ſe formât de nouvelle pellicule à ſa ſurface; mais il ſe précipita une petite quantité d'une poudre jaunâtre, qui n'étoit qu'une

chaux de zinc coloré, que je retins ſur le papier en reſiltrant; malgré cette dernière réduction, il ne ſe forma plus de criſtaux. Je fis encore évaporer, & la liqueur enfin rapprochée à ce point, & d'une couleur plus foncée, s'épaiſſit, & prit à peu-près la conſiſtance d'un ſyrop; elle dépoſa ſur les parois de la capſule un enduit comme mucilagineux & ſalin, formé par un amas de petits criſtaux imparfaits réunis en une eſpèce de rainceaux ou de barbes de plume *(a)*, & dans le fond elle laiſſa précipiter un magma très-épais, ſavonneux & ſalin, que je jugeai par eſtimation devoir peſer environ demi-once; cette liqueur ſyrupeuſe, ainſi chargée de zinc tartariſé, avoit une ſaveur âcre, acerbe & fortement métallique.

La matière reſtée ſur les filtres n'étoit ni tenace, ni compacte; lentement deſſéchée elle ſe mettoit d'abord en poudre; c'étoit un combiné de crême de tartre & de zinc: ce qui fut prouvé par une nouvelle extraction que j'en fis avec l'eau bouillante, & que je filtrai. Mais comme il me reſta encore beaucoup de zinc dépouillé de tartre, par conſéquent inſoluble, j'ajoutai de nouvel acide tartareux: procédant ainſi par des ébullitions & des filtrations réitérées, je parvins à combiner complettement le zinc avec ce diſſolvant tartareux, & à faire paſſer par le filtre toutes ces diſſolutions, les réduiſant enſuite à cette eſpèce de magma ſavonneux & ſalin dont j'ai déjà parlé.

Réſumons en peu de mots les détails, & rapprochons en même temps les inductions qui en réſultent.

1.° L'action réciproque & la combinaiſon du zinc métalliſé, de ſa chaux & de l'acide concret du tartre ſont bien réelles.

2.° Cette combinaiſon faite ſelon le premier procédé, en humectant peu-à-peu, & digérant long-temps à une douce chaleur, ou même à froid, le mélange dans les proportions de deux parties de crême de tartre & d'une partie de zinc, forme un mixte demi-ſalin, où les deux matières paroiſſent d'abord ſaturées l'une par l'autre; cependant quand on veut

---

(a) L'auteur du *Traité de la Diſſolution des Métaux* a obſervé ces criſtaux.

étendre enſuite par l'eau bouillante & filtrer la diſſolution, on reconnoît que cette maſſe n'eſt réellement ſoluble que dans quelques-unes de ſes parties, & que la plus grande portion, quoiqu'encore combinée avec le tartre, n'eſt ſuſceptible que d'être diviſée & non-diſſoute par l'eau. Si l'on ſe hâtoit d'en inférer que l'acide concret du tartre ne peut jamais diſſoudre le zinc qu'imparfaitement & incomplètement, on avanceroit une erreur qui eſt bien démontrée par la dernière expérience, où la combinaiſon fut faite, en projetant d'abord les deux matières dans l'eau bouillante, & les ſoumettant tout de ſuite à ſon action coopérante; mais ſi l'on a vu par les détails de ce procédé que je ſuis venu à bout de réduire la totalité du zinc en un état ſalin, & de le faire paſſer ainſi par le filtre, après ſon union avec le tartre; on doit ſe rappeler auſſi qu'ayant d'abord employé moitié plus de crême de tartre, c'eſt-à-dire, une quantité quadruple, relativement à celle du zinc, j'ajoutai encore ſucceſſivement de nouvelles portions de ce diſſolvant concret, juſqu'à ce qu'il eût ſaiſi tout le zinc, & l'eût fait paſſer avec lui à travers le filtre de papier.

3.° Il eſt donc évident que le zinc eſt ſoluble en entier par l'acide tartareux; mais que pour obtenir cette combinaiſon ſaline bien complette, il faut au moins ſept à huit parties de tartre contre une de zinc. Donc, en procédant, comme je l'ai fait dans la première expérience, on forme une combinaiſon qui offre à la vérité des phénomènes curieux; mais qui n'a que les apparences d'une ſubſtance ſaline. Or, pour lui en donner tous les caractères, il ſuffira d'adapter la quantité requiſe de crême de tartre : alors l'un & l'autre procédé, ne différant que par le temps plus ou moins long de la préparation, auront des réſultats à peu-près pareils.

4.° Si l'on conſidère que dans la première expérience le mélange de la crême de tartre & du zinc métalliſé devient tenace, collant & viſqueux; on voit que ces effets dépendent uniquement de l'action lente qu'exercent l'un ſur l'autre, par leur pénétration réciproque, le principe phlogiſtique & in-

flammable du zinc, & la portion huileuſe du tartre, au moyen d'une ſimple digeſtion long-temps continuée, & ſans éprouver ni l'un ni l'autre une trop vive action du feu; car ce phénomène n'a pas lieu de même, lorſque l'on procède à une combinaiſon plus rapide par la voie de l'ébullition, & par conſéquent avec un degré de chaleur beaucoup plus intenſe. L'état pulvérulent de la combinaiſon, quand on procède avec les fleurs de zinc, eſt une nouvelle preuve que le phlogiſtique du zinc en ſe combinant lui-même coopère à produire cette viſcoſité.

Il eſt vraiſemblable que le gas ou principe aërien qui ne ſe dégage & ne s'échappe que d'une manière incomplette, ſur-tout en procédant par la voie de la digeſtion, eſt une des cauſes principales de cette ténacité, que prennent les deux ſubſtances ainſi combinées; car pluſieurs phénomènes autoriſent déjà à penſer que le gas ou principe aërien, qui entre comme partie conſtituante dans la compoſition de beaucoup de corps, doit être conſidéré comme une eſpece de gluten naturel, ſervant à lier & à former l'agrégation des molécules primitives. Boërhaave *(b)* éclairé par les belles expériences de Hales *(c)* avoit déjà conſidéré une des grandes propriétés de l'air ſous ce point de vue.

5.° Par conſéquent le tartre attaque le zinc métalliſé & s'y combine autant & peut-être plus encore par ſon *latus* huileux, que par celui de l'acide; puiſque d'ailleurs j'ai déjà fait obſerver que la crême de tartre, forcée par l'action du vinaigre diſtillé de ſe ſéparer du zinc, paroît lui ſouſtraire en ſe précipitant, entraîner & retenir une portion du principe huileux & colorant.

6.° La combinaiſon dans ce mixte ſalin, favoriſée par cette double affinité, ſemble aſſez intime & difficile à détruire; car les agens les plus capables de produire cet effet n'opèrent preſque rien. L'alkali fixe en liqueur, digéré pluſieurs jours

---

(b) *Chimia Thuraria, Arſiſ.* art. de aëre.

(c) Statique des Végétaux.

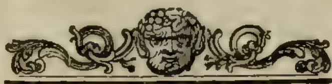
de ſuite ſur ce mélange, n'a ſur lui aucune action; l'alkali volatil en liqueur, à la faveur d'une ſimple digeſtion continuée, en diſſout une certaine quantité. Mais ayant fait évaporer cette liqueur ſaturée, il me reſta une maſſe sèche, que je reconnus être le même mélange de tartre & de zinc, qui n'avoit pas ſouffert la moindre altération.

7.° On peut préſumer que cette double affinité eſt auſſi la cauſe pour laquelle l'acide acéteux diſtillé, qui contient dans ſa mixtion intrinsèque plus de principe huileux que les acides minéraux, ſe charge, après la diſſolution du zinc, d'une aſſez grande quantité de ce minéral, ſelon la remarque de M. Hellot *(d)*, & avant cet Académicien françois, de M. Henckel, dans ſon Introduction à la Minéralogie.

Je ne dois pas terminer ce que j'avois à dire dans ce Mémoire, de la combinaiſon de l'acide concret du tartre avec le zinc, ſans faire remarquer que par le petit nombre d'expériences que j'ai tentées avec ce mixte ſalin, employé comme médicament externe dans certaines maladies des yeux, où il pouvoit convenir, j'ai cru lui reconnoître une efficacité ſupérieure à celle de la tuthie ou des fleurs de zinc ſimples, comme on s'en ſert ordinairement *(e)*. Il eſt à deſirer que ceux qui s'occupent particulièrement du traitement méthodique de ces maladies, éprouvent ce nouveau topique.

(d) Voyez ſes Mémoires ſur le Zinc.

(e) Je me ſuis ſervi du mélange gommeux préparé par le premier procédé. On mêle 1 gros de cette matière dans la quantité de 3 onces d'eau commune, ou d'une eau ophtalmique appropriée, en ſecouant fortement, pour procurer la diviſion autant qu'il eſt poſſible, & rendre l'eau blanchâtre ou laiteuſe : ce qu'il faut répéter toutes les fois qu'on fait uſage de cette eau.



OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

FAITES EN 1776 À PÉRINALDO,

Dans le Comté de Nice.

Par M. MARALDI.

Obſervations des Éclipſes des Satellites de JUPITER, *faites avec une lunette achromatique de 3 pieds, dont l'ouverture eſt de 27 lignes.*

Remis le 8 Février 1777.

MOIS & JOURS.		TEMPS VRAI.	
Janvier...	12	$5^h\ 45'\ 18''$	Émerſion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
	12	8. 35. 54	Émerſion du ſecond Satellite; il fait très-beau; on voit très-diſtinctement les bandes.
	19	7. 38. 11	Émerſion du premier Satellite; il fait beau; on voit bien les bandes.
Février...	13	8. 21. 38	Émerſion du ſecond Satellite; il fait parfaitement beau.
	18	9. 44. 22	Émerſion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
	20	8. 24. 56	Il me ſemble voir une petite aſpérité au bord de Jupiter, qui pourroit être le ſecond Satellite; mais lorſque je ſuis retourné à la lunette, je n'ai plus rien aperçu. Il fait beau; le temps très-calme; les bandes ſe voyent très-diſtinctement. J'ai obſervé depuis $8^h\ 20'$ juſqu'à $8^h\ 40'$, je ſuis perſuadé que l'immerſion du ſecond Satellite n'a pas été viſible avec ma lunette.
	20	11. 0. 41	Émerſion du ſecond Satellite; il fait très-beau, & on voit très-diſtinctement les bandes.
	26	6. 6. 57	Immerſion du troiſième Satellite; il fait fort beau, mais il fait encore jour, & il fait un peu de vent qui agite la lunette, ce qui m'a fait perdre de vue le Satellite pluſieurs fois.
	26	8. 44. 10	Émerſion du troiſième Satellite; il fait parfaitement beau.

MOIS & JOURS.	TEMPS VRAI.	
Mars.... 4	$10^h\ 7'\ 55''$	Immerſion du troiſième Satellite; Jupiter mal terminé; on ne voit preſque pas les bandes.
5	9. 8. 48	Émerſion du premier Satellite; Jupiter un peu ſombre, mais il eſt bien terminé, & on voit bien les bandes.
16	8. 19. 2	Émerſion du ſecond Satellite; il fait un peu de brouillard; cependant, Jupiter eſt bien terminé.
28	8. 28. 45	Émerſion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
29	9. 43. 58	Il paroît que le quatrième Satellite commence de diminuer.
	9. 58. 15	Il diſparoît pendant 15 ou 20 ſecondes, & reparoît.
	10. 0. 32	Immerſion totale certaine du quatrième Satellite; il fait parfaitement beau; Jupiter eſt bien terminé, & on voit diſtinctement les bandes.
	11. 19. 44	Jupiter ſe cache derrière les maiſons; je n'ai pas encore vu le quatrième Satellite.
Avril... 9	9. 6. 28	Émerſion du troiſième Satellite; il fait aſſez beau, & on voit aſſez diſtinctement les bandes.
Août... 18	15. 3. 36	Immerſion du premier Satellite très-douteuſe. Ciel embraſé; ♃ mal terminé; on ne voit point les bandes.

Pendant les mois de Juillet, Août & Septembre, il a fait des brouillards ſi grands, & ſi fréquens, que je n'ai pu faire aucune obſervation exacte.

Octobre. 12	17. 30. 16	Émerſion du troiſième Satellite; il fait beau; on voit bien les bandes.
16	13. 56. 8	Émerſion du quatrième Satellite; il fait parfaitement beau.
19	13. 57. 59	Immerſion du premier Satellite; Jupiter eſt un peu ſombre & tremblant; on voit cependant les bandes.
19	18. 16. 18	Immerſion du troiſième Satellite; il fait grand jour, cependant on voit parfaitement les autres Satellites, & même le premier qui venoit de ſortir de derrière le diſque de ♃, quand je me ſuis mis à l'obſervation.
22	14. 8. 0	Immerſion du ſecond Satellite; il fait beau; on voit bien les bandes.
Novembre. 2	17. 46. 23	Immerſion du premier Satellite; il fait parfaitement beau; on voit très-diſtinctement les bandes.

MOIS & JOURS.		TEMPS VRAI.	
Novembre.	4	12h 14′ 37″	Immerfion du premier Satellite ; Jupiter eft fombre, on ne voit pas bien les bandes.
	11	14. 7. 50	Immerfion du premier Satellite; il fait beau ; on voit diftinctement les bandes.
	18	15. 59. 46	Immerfion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
	24	14. 4. 56	Immerfion du troifiéme Satellite; il fait beau; on voit affez bien les bandes ; mais Jupiter eft environné d'une petite nébulofité.
	24	17. 23. 17	Émerfion du troifième Satellite ; il fait parfaitement beau; on voit très-bien les bandes; Jupiter eft bien terminé ; il fe pourroit faire cependant que j'euffe marqué cette Émerfion un peu tard , parce que le Satellite eft forti de l'ombre plus proche de Jupiter, que je ne l'attendois.
	27	12. 19. 34	Immerfion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
	30	16. 13. 46	Immerfion du fecond Satellite; il fait très-beau; on voit parfaitement les bandes.
Décembre..	1	18. 1. 41	Immerfion du troifième Satellite; il fait très-beau.
	4	14. 9. 47	Immerfion du premier Satellite; il fait beau ; on voit diftinctement les bandes.
	7	18. 46. 44	Immerfion du fecond Satellite ; il fait parfaitement beau ; on voit très-diftinctement les bandes.
	11	8. 1. 26	Immerfion du fecond Satellite; Jupiter mal terminé, & ondoyant; on ne voit point les bandes.
	11	16. 0. 17	Immerfion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
	13	10. 28. 28	Immerfion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
	18	10. 34. 4	Immerfion du fecond Satellite ; il y a des vapeurs; Jupiter eft terne, cependant il eft bien terminé, & on voit bien les bandes.
	25	13. 7. 1	Immerfion du fecond Satellite ; il fait beau ; on voit bien les bandes. Grand clair de ☾ qui eft proche de ♃.
	27	14. 8. 25	Immerfion du premier Satellite ; il fait beau; on voit diftinctement les bandes; mais il fait un peu de vent qui agite la lunette , & m'a fait perdre plufieurs fois le Satellite de vue.
	30	9. 41. 55	Émerfion du troifième Satellite; il fait beau ; on voit diftinctement les bandes.

Obfervation

Observation de l'Éclipse de Lune, du 30 Juillet 1776, faite avec une lunette ordinaire de 6 pieds, garnie d'un micromètre composé de treize fils, dont les extrêmes comprenoient le diamètre de la Lune.

MOIS & JOURS.		TEMPS VRAI.	
Juillet....	30	$10^h\ 31'\ 25''$	Pénombre à la vue simple.
	30	10. 36. 25	Pénombre forte.
	30	10. 38. 55	Commencement douteux.
	30	10. 40. 0	Commencement certain.
	30	10. 42. 22	L'ombre à *Grimaldi*.
	30	10. 43. 36	Tout *Grimaldi* dans l'ombre, & l'ombre à Galilée.
	30	10. 45. 12	— L'Éclipse est d'un doigt & demi.
	30	10. 47. 13	— L'Éclipse est de deux doigts.
	30	10. 48. 49	L'ombre à Aristarque.
	30	10 49. 59.	Aristarque dans l'ombre, & l'ombre à Képler.
	30	10. 51. 28	L'ombre à *Gassendi* & au bord de *Mare A.*
	30	10. 51. 45	Tout Képler dans l'ombre.
	30	10. 53. 5	— trois doigts.
	30	10. 56. 23	— quatre doigts, & tout *Mare A* dans l'ombre.
	30	10. 58. 0	L'ombre à Copernic.
	30	10. 59. 30	L'ombre à Ératosthène, & Copernic dans l'ombre.
	30	11. 1. 28	— cinq doigts.
	30	11. 6. 20	— six doigts.
	30	11. 7. 13	L'ombre à Platon.
	30	11. 8. 35	Tout Platon dans l'ombre, & l'ombre à *Tycho*.
	30	11. 10. 9	Tout *Tycho* dans l'ombre.
	30	11. 11. 49	— sept doigts.

MOIS & JOURS.		TEMPS VRAI.	
Juillet. . . .	30	11h 12′ 55″	L'ombre à *Manilius*.
	30	11. 15. 0	Tout *Manilius* dans l'ombre.
	30	11. 16. 23	L'ombre à *Menelaüs*.
	30	11. 17. 49	*Menelaüs* dans l'ombre.
	30	11. 18. 25	— huit doigts.
	30	11. 20. 15	L'ombre à *Plinius*.
	30	11. 22. 52	— neuf doigts.
	30	11. 26. 25	— dix doigts.
	30	11. 29. 29	— L'ombre au bord de *Mare crisium*.
	30	11. 32. 21	— onze doigts.
	30	11. 33. 39	Tout *Mare crisium* couvert.
	30	11. 36. 35	Immersion totale douteuse.
	30	11. 37. 50	Immersion totale certaine.

On a toujours vu la Lune, & ses bords bien terminés pendant tout le temps qu'elle a été dans l'ombre.

	30	12. 57. 23	Le bord de la Lune commence à s'éclaircir.
	30	13. 11. 25	Commencement douteux de l'émersion.
	30	13. 13. 46	Commencement certain.
	30	13. 17. 2	L'ombre à *Grimaldi*.
	30	13. 18. 38	*Grimaldi* hors de l'ombre.
	30	13. 18. 53	— L'Éclipse est de onze doigts.
	30	13. 22. 42	L'ombre à Galilée.
	30	13. 23. 58	L'ombre à *Gassendi* & à *Mare A*.
	30	13. 25. 44	— dix doigts
	30	13. 28. 27	Tout *Mare A* hors de l'ombre, & l'ombre à Aristarque.
	30	13. 29. 34	Aristarque hors de l'ombre.
	30	13. 30. 47	— neuf doigts.
	30	13. 31. 43	Képler à moitié sorti.

MOIS & JOURS.	TEMPS VRAI.	
Juillet. . . . 30	13h 33′ 13″	Képler hors de l'ombre.
30	13. 36. 20	— huit doigts, & Copernic ſort.
30	13. 40. 31	— Copernic ſorti.
30	13. 41. 49	— ſept doigts.
30	13. 46. 50	L'ombre à Platon.
30	13. 47. 47	— ſix doigts, & Platon ſorti.
30	13. 52. 33	— cinq doigts.
30	13. 54. 48	*Manilius* hors de l'ombre.
30	13. 56. 8	*Menelaüs* hors de l'ombre.
30	13. 58. 36	— quatre doigts.
30	13. 59. 45	Pline ſort.
30	13. 3. 2	— deux doigts.
30	13. 8. 12	L'ombre au bord de *Mare criſium.*
30	13. 8. 34	— un doigt.
30	13. 12. 42	Fin douteuſe.
30	13. 13. 57	Fin certaine.



OBSERVATIONS

De l'Occultation de l'étoile μ *de la* Baleine *par la Lune, le 27 Janvier 1776; & d'*Aldebaran, *la nuit du 29 au 30 du même mois; faites à l'Obſervatoire de la Marine.*

Par M. MESSIER.

21 Février 1776.

LA *Connoiſſance des Temps* annonçoit pour le mois de Janvier, ces deux Occultations, ſavoir, le 27 μ de la Baleine, l'immerſion pour $9^h\ 25'$ du ſoir, & l'émerſion $10^h\ 42'$; la ſeconde, *Aldebaran*, le 30 au matin, l'immerſion pour minuit $10'$, & l'émerſion $1^h\ 10'$.

Le ciel fut beau & ſerein pendant l'une & l'autre obſervation; mais le froid exceſſif qu'il faiſoit alors, penſa me les faire manquer: la Pendule de mon obſervatoire en fut arrêtée la nuit du 26 au 27. Je la mis en mouvement le 27, quelques minutes avant midi, pour obſerver le Soleil au Méridien, & j'eus ſoin de faire porter pendant le reſte de la journée du feu à pluſieurs repriſes à mon Obſervatoire, pour lui conſerver ſon mouvement au moins juſqu'au lendemain midi: ces précautions furent inutiles, elle s'arrêta encore le 28 à $4^h\ 20'$ du matin; mais pour lors l'obſervation étoit faite. J'employai pour cette obſervation ma lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$, montée ſur ſa machine parallactique: un Thermomètre au mercure, que j'avois dans ce moment à côté de moi, marquoit 13 degrés au-deſſous de zéro; mon haleine, qui étoit fort abondante à cauſe de ce grand froid, ſe portoit ſur les oculaires de la lunette, de manière qu'il n'étoit plus poſſible de diſtinguer l'objet. Je me ſervis de pluſieurs moyens pour empêcher cet inconvénient, j'y réuſſis en partie; mais la chaleur de mon œil appliqué à la lunette, ſe portoit

également ſur les oculaires, & produiſoit à peu-près les mêmes effets, mais plus lentement, en ſorte que j'eus le temps de faire l'obſervation.

	Temps vrai.
L'Étoile paroiſſoit encore à....................	9h 28′ 11″.
Ayant quitté la lunette pour m'aſſurer de la ſeconde de la Pendule; revenu à l'inſtrument, l'Étoile ne paroiſſoit plus, elle étoit entrée au bord obſcur de la Lune....	9. 28. 18.
À l'Émerſion, je commençois à voir l'Étoile à.....	10. 25. 52.
Elle étoit déjà détachée du bord éclairé de la Lune, & il pouvoit y avoir 5 ſecondes que l'Émerſion étoit arrivée à............................	10. 25. 47.

L'Étoile étoit ſortie un peu au-deſſus de *Mare criſium*.

Pour déduire le Temps vrai de ces obſervations, j'ai employé le midi obſervé le 27, & j'ai ſuppoſé le mouvement de la Pendule en vingt-quatre heures, qui étoit réglée ſur les Fixes par les midis obſervés les jours précédens, comme des 22, 24, 25 & 26, qui ont donné ſon mouvement en vingt-quatre heures, ſavoir;

Du 22 au 24 Janvier 1776....8′ 23″ 45‴....	4′ 11″ 52‴ ½.
Du 24 au 25..............................	4. 11. 7½.
Du 25 au 26..............................	4. 11. 7½.

Par ces différences, l'on voit qu'il ne peut y avoir qu'une très-légère incertitude ſur la détermination du Temps vrai de ces obſervations.

Pour l'obſervation d'*Aldebaran* par la Lune, la nuit du 29 au 30 Janvier, les mêmes difficultés ſe rencontrèrent comme à l'obſervation précédente; le 29 avant midi, je trouvai de même la Pendule arrêtée par le froid; avant d'obſerver le midi le 29, je la mis en mouvement, & j'obſervai le Soleil au Méridien; pour conſerver ſa marche, je fis également porter du feu à pluſieurs repriſes à mon Obſervatoire, la Pendule continua d'aller juſqu'au lendemain 30 à 4 heures du matin. J'obſervai le 29 au ſoir les paſſages du premier bord de la Lune, & *Aldebaran* au Méridien.

	Temps vrai.
Paſſage du premier bord de la Lune au Méridien..	9h 6′ 4″ ¼.
Paſſage d'*Aldebaran*......................	9. 16. 24 ¾.

Différence de hauteur entre le bord inférieur de la Lune & *Aldebaran* 40′ 57″; *Aldebaran* ſupérieur au bord inférieur de la Lune.

Pour l'obſervation de l'occultation, j'éprouvai les mêmes difficultés qu'à l'obſervation du 27 : le Thermomètre marquoit alors 13 degrés au-deſſous de zéro ; mais comme l'Étoile avoit beaucoup de lumière, je réuſſis parfaitement à l'une & l'autre obſervation.

	Temps vrai.
Aldebaran entra derrière le bord obſcur de la Lune dans la direction de *Mare criſium*, à............	12h 19′ 27 ½.
L'Étoile reparut à l'Émerſion ſur le bord éclairé au-deſſous de la même tache, à.................	13. 21. 23.
Elle ſe détacha du bord éclairé une ſeconde après à..	13. 21. 24.

Pour déterminer le Temps vrai de ces obſervations, j'ai employé les mêmes moyens qu'à l'obſervation μ de la Baleine; j'avois obſervé le midi le 29, & la Pendule avoit continué d'aller juſqu'au-delà de l'obſervation; pour avoir ſon mouvement en vingt-quatre heures, je l'ai déduit des midis obſervés, ſavoir :

Du 28 au 29 Janvier 1773................	4′ 2″ 22‴ ½.
Du 31 au 1.er Février 1774...............	4. 2. 0.
Du 29 au 30 Janvier 1775................	4. 2. 55 ½.
Du 1 au 2 Février 1776.................	4. 3. 0.

L'on voit, par ces différences, qu'il ne peut y avoir dans la réduction des obſervations au Temps vrai, qu'une très-légère incertitude.



OBSERVATION D'UNE BANDE OBSCURE QUI PAROÎT SUR LE GLOBE DE SATURNE.

Par M. MESSIER.

IL eſt rare de voir & d'obſerver des bandes obſcures ſur le diſque de Saturne, ſemblables à celles que l'on aperçoit ſur le globe de Jupiter; je ne connois parmi les Aſtronomes que Jean-Dominique & Jacques Caſſini, qui en aient obſervé une & quelquefois deux, avec des lunettes de 34, 40 & 114 pieds; ces Obſervations ſont rapportées dans les *Mémoires de l'Académie, aux années 1675, 1677, 1683, 1696, 1708 & 1719.*

Lû le 24 Mai 1776.

Dans mes Journaux d'obſervations, il y eſt rapporté au 12 Octobre 1762, la note ſuivante « Dans l'intervalle de deux obſervations, j'ai examiné Jupiter & Saturne, avec « l'excellent téleſcope grégorien de M. le Préſident de Saron « de 30 pouces de foyer, ſon groſſiſſement cent quatre fois; « le ciel étoit parfaitement beau, Jupiter & Saturne bien ter- « minés; je deſſinai les bandes de Jupiter qu'on voyoit diſtinc- « tement; je deſſinai auſſi Saturne & ſon anneau; ſur le globe « de Saturne, j'y obſervai diſtinctement une bande obſcure, « un peu courbée, la convexité tournée vers le centre de la « Planète ». Cette bande obſcure étoit placée ſur le globe, à l'oppoſite de celle que j'ai obſervée en 1776; c'eſt-à-dire, dans la partie ſupérieure du diſque, en ſuppoſant la figure renverſée, comme dans la planche.

Il eſt rapporté de même dans mes Journaux d'obſervations,

que le 28 Mars 1766, étant à Colombe, par un beau ciel, je dirigeai à Saturne la lunette achromatique de M. le Marquis de Courtanvaux, de 10 pieds 7 pouces de foyer; je vis sur le globe de la Planète, des bandes obscures, comme on en voit sur le disque de Jupiter, elles étoient extrêmement foibles & difficiles à apercevoir, quoique le ciel fut serein; cette observation est publiée dans le cinquante-neuvième Volume des Transactions philosophiques, *page 454*.

Depuis 1766, j'ai souvent examiné Saturne, mais avec des lunettes qui n'étoient pas de la force de celle de M. le Marquis de Courtanvaux; depuis que j'en ai une achromatique de 3 pieds & demi, faite à Londres par Dollond, & qui est une des meilleures sortie des mains de cet habile Artiste. Je l'ai souvent examiné, & le 14 de ce mois (Maï 1776), ayant du monde à mon Observatoire & leur faisant voir Saturne à ma lunette avec différens grossissemens; je vis vers les 9 heures du soir avec le grossissement de cent cinquante, Saturne bien terminé, l'ombre de l'anneau projeté sur le disque de la Planète, tenoit à la partie supérieure de son anneau qui passoit au-devant du globe de Saturne; & dans la partie inférieure, une bande obscure sensiblement droite, d'une lumière foible & claire, assez large, beaucoup moins apparente que les bandes de Jupiter; cette bande obscure, je l'ai tracée sur la figure de Saturne, que je présente à l'Académie; elle est renversée comme la donnoit l'instrument.

Le lendemain 15 Mai, la bande paroissoit être la même.

Le 22 & hier 23, les apparences de la bande obscure étoient moins sensibles, on ne pouvoit la voir qu'avec beaucoup de difficulté; la Lune qui étoit sur l'horizon, & le ciel peut-être moins beau que le 14 & le 15, pouvoient y contribuer.

Je ne donne cette observation à l'Académie, que pour prévenir les Astronomes qui sont munis de bonnes lunettes, & qui n'ayant pas encore vu Saturne avec des bandes puissent les voir & s'en assurer; je me propose de suivre cette observation.

Suite

Suite des Obſervations ſur la bande obſcure de Saturne, depuis la lecture de cette annonce à l'Académie.

Le 24 Mai 1776, vers les 9 heures du ſoir, la Lune ſur l'horizon, ſa lumière n'empêcha pas de voir la bande obſcure, comme elle eſt tracée ſur la figure; elle étoit plus apparente que le 22 & le 23, & moins apparente que le 14 & le 15.

Le 26, entre 8 & 9 heures, la bande paroiſſoit très-bien, avec le groſſiſſement de cent cinquante fois; le crépuſcule qui régnoit alors étoit favorable & plus avantageux qu'une nuit obſcure. M. l'Abbé Boſcovich qui étoit à mon Obſervatoire, ne put que la ſoupçonner.

Le 27, entre 8 & 9 heures du ſoir, la bande ſe voyoit comme le 14 & le 15.

Le 28 à la même heure, quoique Saturne fût dans le voiſinage de la Lune, je vis la bande; mais moins apparente que la veille.

Le 4 Juin, vers 9 heures, je vis la bande obſcure.

Le 15, entre 8 & 9 heures, je vis la bande, mais elle étoit foible, il étoit difficile de l'apercevoir; le ciel n'étoit pas parfaitement beau.

Le 19, beau temps. Le ſoir je me rendis chez Caroché, Faiſeur d'inſtrumens, il venoit de conſtruire un téleſcope grégorien de 4 pieds de foyer, le grand miroir ayant 6 pouces de diamètre, ſon groſſiſſement étoit de cent cinquante fois & de deux cents cinquante : ce dernier groſſiſſement, quoique conſidérable, faiſoit très-bien, ce qui étoit une preuve de la bonté de ce téleſcope; j'examinai Saturne avec cet inſtrument, & je diſtinguois la bande obſcure comme les jours précédens.

Le 20, vers les 8 heures du ſoir, je vis la bande de Saturne avec ma lunette.

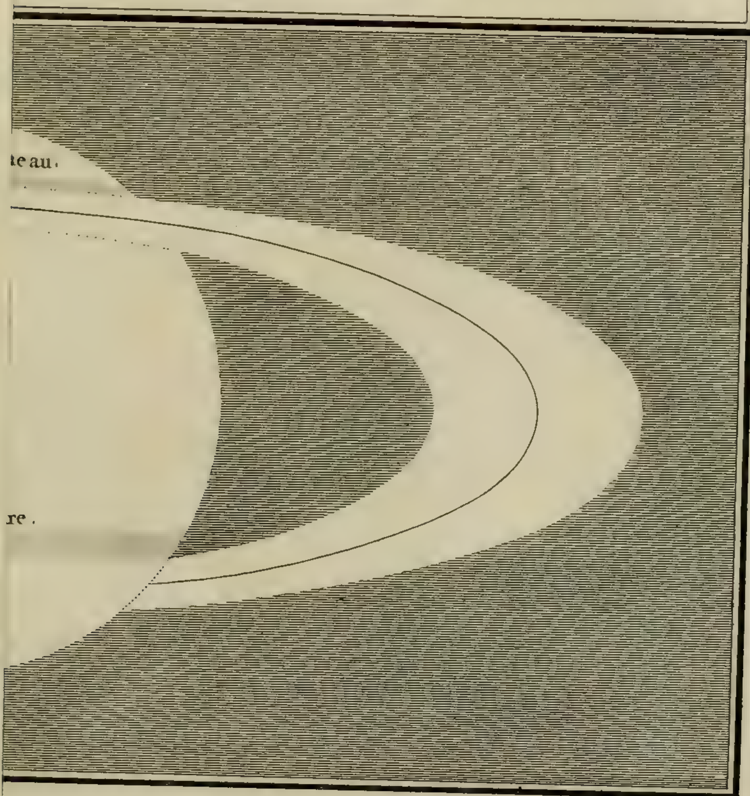
Le 26 Juillet 1776, entre 8 & 9 heures, le ciel parfaitement beau, je vis encore la bande obſcure de Saturne qui s'étoit un peu rapprochée du centre de la Planète; on ne pouvoit l'apercevoir que bien difficilement, il falloit être prévenu qu'elle exiſtoit, connoître ſa poſition, pour pouvoir la juger & la diſtinguer.

Après avoir fait part à l'Académie, dans ſon Aſſemblée du 24 Mai, de cette obſervation, M. l'Abbé de Rochon annonça qu'il obſervoit cette bande obſcure depuis pluſieurs jours, & il en préſenta le deſſin à l'Académie.



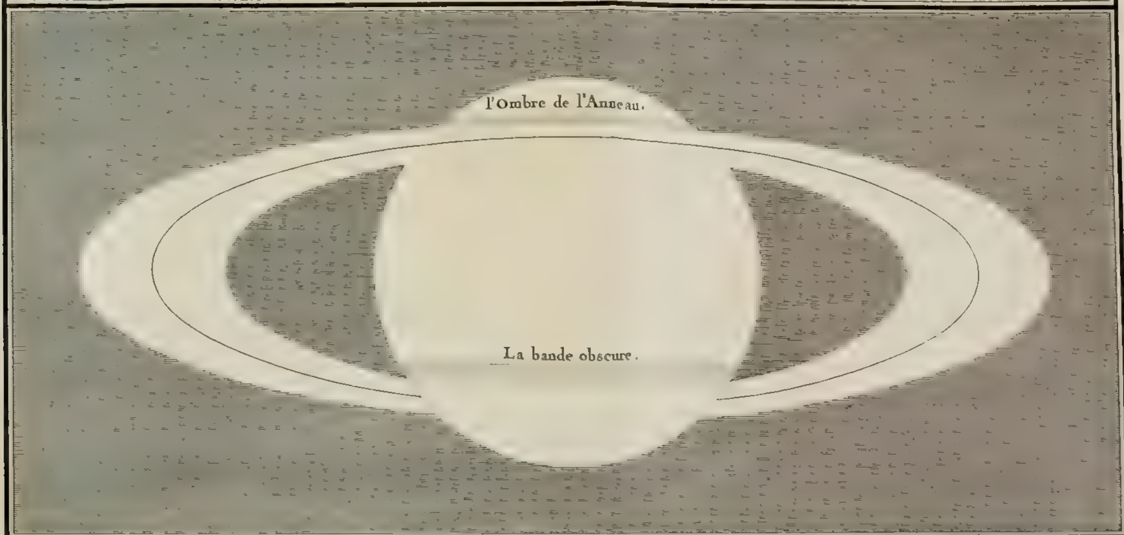
NE

l'a donné l'Instrument.



SATURNE

Sa figure renversée comme l'a donné l'Instrument.



Gravé par Y. le Gouaz d'après le Dessein de M. Messier

NOUVELLES RECHERCHES
SUR L'ÉQUILIBRE
DES VOÛTES EN DÔME.

Par M. l'Abbé BOSSUT.

I. DANS le Mémoire que j'ai déjà donné à l'Académie * sur l'équilibre des Voûtes, j'ai examiné les conditions qui doivent exifter entre les forces qui pouffent les vouffoirs d'une voûte produite par le mouvement parallèle d'une courbe quelconque, & la figure de cette voûte, afin que toutes fes parties fe faffent mutuellement équilibre. La même théorie peut être appliquée à l'équilibre des voûtes en dôme, c'eft-à-dire des voûtes produites par la révolution d'une courbe quelconque autour de fon axe. Lû le 2 Sept. 1778.

II. SOIT donc *ACO* une courbe quelconque, qui, par fa révolution autour de la montée verticale *OC*, produit le folide qui rempliroit l'intérieur d'un dôme. De même que dans les voûtes engendrées par un mouvement parallèle, on confidère la voûte entière comme formée de l'affemblage de plufieurs voûtes infiniment minces, & pofées parallèlement les unes à côté des autres, il faut imaginer dans les voûtes en dôme une infinité de plans qui fe coupent fuivant l'axe *OC*, & qui déterminent une fuite de voûtes faifant angle entr'elles & augmentant en épaiffeur depuis le fommet jufqu'aux impoftes; enfuite il faut chercher les conditions de l'équilibre pour l'une quelconque de ces voûtes partielles: ces conditions fe trouvent exactement de la même manière que pour les voûtes en berceau. Je fuppofe donc ici qu'on faffe la même conftruction, les mêmes raifonnemens que Fig. 1.

* *Mémoires de l'Académie, année 1774, page 534.*

dans le *Mémoire précédent (Section I, articles II, III, IV, V, VI & VIII)*; & je nomme

CR . . . . x.
CR' . . . . x'.
CR'' . . . . x''.
MR . . . . y.
NR' . . . . y'.
PR'' . . . . y''.

Chacun des trois élémens MN, NP, PQ, que je suppose égaux entr'eux . . . . ds.
Le rayon osculateur MI . . . . R.
Le rayon osculateur suivant NT . . . . R'.
L'angle élémentaire décrit par l'ordonnée MR, autour du point R, pour le rayon 1 . . . . ϖ.
La force absolue qui pousse le trapèze élémentaire décrit par MN, & correspondant à l'angle ϖ . . . . F.
La force consécutive à F . . . . F'.
La force qui agit sur chaque point du trapèze qu'on vient d'indiquer . . . . φ.
La force consécutive à φ . . . . φ'.
L'angle CZF de la force F ou φ avec l'axe . . . . u.
L'angle CGF' de la force F' ou φ' avec l'axe . . . . u'.

Cela posé, en procédant comme dans les articles cités du premier Mémoire, nous aurons ici d'abord

$$\frac{F}{F'} = \frac{R'}{R} \cdot \left(\frac{dy'' \operatorname{cof.} u' + dx'' \operatorname{fin.} u'}{dy \operatorname{cof.} u + dx \operatorname{fin.} u} \right);$$

ensuite

$$F = \varpi \cdot \varphi y ds; \; F' = \varpi \cdot \varphi' y' ds = F + dF$$
$$= \varpi \cdot \varphi y ds + \varpi ds \cdot d(\varphi y);$$

d'où résulte l'équation

$$\varphi y \operatorname{cof.} u (2 R ddy + dR dy) + \varphi y \operatorname{fin.} u (2 R ddx + dR dx)$$
$$+ R dy \cdot d(\varphi y \operatorname{cof.} u) + R dx \;\; d(\varphi y \operatorname{fin.} u) = 0.$$

III. Cette équation sert à déterminer la nature de la courbe ACO, lorsque la loi des forces φ est donnée; uo bien

réciproquement, la loi des forces ϕ, lorsque la courbe ACO est donnée. On voit que ces deux Problèmes sont analogues à ceux qui ont été résolus pour les voûtes en berceau (*Sect. I, art. IX, X, XI, XII, XIII, XVI & XVII du Mémoire précédent*). Je me borne à un exemple de chacun d'eux pour les voûtes en dôme.

IV. Supposons que les forces ϕ soient constantes & verticales, & qu'il faille trouver la nature de la courbe ACO; on aura $\cos. u = 1$, $\sin. u = 0$, $d\phi = 0$; & notre équation générale deviendra $y(2Rddy + dRdy) + Rdy^2 = 0$, ou bien $2Rydyddy + ydRdy^2 + Rdy^3 = 0$, dont l'intégrale est $Rydy^2 = Ads^2$. Mettant pour R sa valeur $-\frac{dsdx}{ddy}$, on aura $Adsddy + ydy^2dx = 0$.

J'écris cette équation sous la forme $A\frac{ddy}{ds} + \frac{ydy^2dx}{ds^2} = 0$, ou bien $Ad\left(\frac{dy}{ds}\right) + \frac{ydy^2dx}{ds^2} = 0$; ce qui donne $Adsddy - Adydds + ydy^2dx = 0$; équation où il n'y a plus aucune différentielle constante. Faisons maintenant dy constant, nous aurons $-Adds + ydydx = 0$.

Soit $ds = zdy$, on aura $-Adz + ydx = 0$; ou bien [à cause de $dx = \sqrt{(ds^2 - dy^2)} = dy\sqrt{(zz - 1)}$], $-Adz + ydy\sqrt{(zz - 1)} = 0$; ou enfin $ydy = \frac{Adz}{\sqrt{(zz-1)}}$, dont l'intégrale est $\frac{y^2}{2} = Al\left(\frac{z + \sqrt{(zz - 1)}}{B}\right)$. Donc y est une fonction connue de z; & à cause de $dx = zdy$, on voit que x sera pareillement une fonction connue de z. Les deux coordonnées x & y seront donc exprimées en fonctions de la même variable; & on pourra construire la courbe ACO.

On voit que cette courbe est différente de la *chaînette renversée*; tandis que dans la même hypothèse des forces ϕ, la courbe doit être une chaînette renversée, pour les voûtes en berceau. C'est donc mal-à propos que plusieurs Praticiens

emploient la chaînette renversée pour les voûtes en dôme, lorsque tous les points des voussoirs sont supposés pressés verticalement avec des forces égales.

V. Pour exemple du second Problème, supposons que les directions des forces φ étant verticales, la courbe ACO soit un quart d'ellipse, dont le demi-axe $OA = a$, & le demi-axe $OC = b$; il s'agit de trouver la valeur de φ.

D'abord l'équation fondamentale de l'*article II*, deviendra ici $\varphi y(2Rddy + dRdy) + Rdy.d(\varphi y) = 0$, ou bien $\varphi y(2Rdyddy + dRdy^2) + Rdy^2.d(\varphi y) = 0$, dont l'intégrale est $\varphi yRdy^2 = Ads^2$; donc $\varphi = \frac{Ads^2}{Rydy^2}$.

Or, par la nature de l'ellipse, on a

$$\frac{ds^2}{Rydy^2} = \frac{a^2 b}{y(aa - yy)\sqrt{(a^4 - a^2y^2 + b^2y^2)}}.$$

Ainsi on aura φ en fonctions de y. La constante A doit être déterminée par la condition qu'au sommet C, la valeur de φ soit donnée.

VI. Il est indubitable qu'une voûte, de quelque nature qu'elle soit, auroit toute la solidité dont elle est susceptible, si conformément aux principes établis dans le Mémoire précédent & dans celui-ci, les forces qui poussent les voussoirs, & la figure de l'intrados, étoient tellement combinées, que toutes les parties de la voûte fussent en équilibre, de proche en proche, sur l'étendue entière de chaque ceintre partiel; car alors elle n'auroit pas plus de tendance à se rompre en un point qu'en un autre; & les pieds-droits n'auroient à soutenir que la seule poussée résultante des voussoirs extrêmes qui s'appuyent sur eux; mais cet état d'équilibre mathématique & rigoureux, est comme impossible à obtenir dans la pratique. Quel que soit l'objet d'une voûte, les circonstances locales de son emplacement ne permettent presque jamais de soumettre la figure & les poids dont elle est chargée, aux proportions que nous avons indiquées; d'ailleurs les erreurs

inévitables qui ſe gliſſent dans la coupe des vouſſoirs, les liaiſons du mortier qui varient ſouvent d'un vouſſoir à l'autre, les changemens de figure que la voûte ſubit pendant la conſtruction, à raiſon de ceux qui arrivent au ceintre de charpente deſtiné à la ſoutenir, l'affaiſſement plus ou moins ſenſible qu'elle éprouve quand la clef eſt poſée, ſont autant de nouvelles cauſes qui troublent & altèrent les meſures déterminées par la théorie. Mais s'il eſt impoſſible de parvenir ſur ce ſujet à des réſultats précis, la théorie peut du moins éclairer la pratique juſqu'à un certain point; elle peut diriger l'attention du Conſtructeur vers les parties qui ont le plus beſoin d'être renforcées, relativement à l'état phyſique & actuel des choſes.

VII. L'expérience fait voir, comme nous l'avons déjà remarqué dans le Mémoire précédent, que la plupart des voûtes qui ſe rompent, ſe partagent ou ſe décompoſent en trois parties, dont l'une, celle du milieu, eſt comme un coin qui tend à écarter les deux autres qu'on peut regarder chacune comme ne faiſant qu'un même corps avec le pied-droit correſpondant. Cette hypothèſe eſt le fondement de la plupart des calculs que les Mécaniciens ont faits pour déterminer l'épaiſſeur des pieds-droits dans les voûtes en berceau. Mon plan exigeoit que je donnaſſe la ſolution du même Problème, quoiqu'il n'ait d'ailleurs aucune difficulté; enſuite j'ai déterminé, ſuivant la même hypothèſe, l'épaiſſeur des pieds-droits pour les voûtes en dôme : Problème que perſonne n'avoit réſolu.

VIII. On a encore obſervé que certaines voûtes ſe fendent de manière que la partie ſupérieure étant un corps ſéparé, les deux autres forment chacune avec le pied-droit correſpondant, un même tout qui ſe diviſe par aſſiſes horizontales, à différens points de la hauteur, ſelon les différentes formes & les différentes dimenſions de chacun de ces deux maſſifs. D'après cette obſervation, j'ai déterminé, pour les voutes en berceau, la forme extérieure & les dimenſions que chacun

de ces mêmes massifs doit avoir depuis le joint qui le sépare d'avec la partie supérieure de la voûte, jusqu'au bas du pied-droit, afin d'être en équilibre avec les forces qui tendent à le rompre sur tous les points de la hauteur. Voici, pour les voûtes en dôme, la solution du même Problème, que je me suis contenté d'indiquer à la fin de mon premier Mémoire.

Fig. 2. IX. Je suppose donc un dôme qui tende à se rompre, à une certaine hauteur donnée, suivant les directions des joints XZ, $X'Z'$, symétriquement perpendiculaires à la courbe d'intrados. Que la partie supérieure forme un corps solide & continu; que les parties inférieures soient censées ne faire chacune qu'un même tout avec le pied-droit correspondant; que ce tout soit composé de couches ou tranches horizontales suivant chacune desquelles il puisse se diviser, en tournant à charnière, sur l'extrémité extérieure: il est question de trouver la figure que doit avoir l'intrados de la voûte, depuis les joints XZ, $X'Z'$, jusqu'au bas des pieds-droits, afin que sur cette hauteur, la voûte résiste suffisamment en chaque point aux forces qui tendent à la rompre.

X. Faisons ici la même construction que dans mon premier Mémoire (*Sect. II, art. III, IV & V*). Imaginons, suivant l'axe COY de la voûte, deux plans verticaux cYL, CYL, qui forment entr'eux un angle infiniment petit, & qui étant prolongés de part & d'autre de l'axe, déterminent deux onglets correspondans & égaux; menons par l'axe un troisième plan cYF, qui, prolongé de part & d'autre, coupe en deux parties égales chacun des deux angles opposés par le sommet que forment les deux premiers plans; menons encore le plan Rpr, où les mêmes lignes désignent les mêmes choses que dans le Mémoire cité. Enfin, prenons QN pour représenter la force qui résulte, lorsqu'on ajoute ensemble le poids du double onglet supérieur du dôme, & le poids du double onglet correspondant de la lanterne dont la voûte peut être chargée; & décomposons d'ailleurs la force QN, comme précédemment, & comme la figure l'indique.

XI.

XI. Toutes ces préparations étant établies, je considère xPF comme une courbe continue, dont la verticale gAD est l'axe, & je vais chercher la nature de cette courbe, de manière que pour une tranche quelconque $mnrp$, il y ait équilibre autour de l'axe de rotation rPp, entre la force horizontale Gf, la force verticale Gq, la pression que supporte la tranche $mnrp$, en vertu du poids des tranches supérieures, & la force d'adhérence qui lie la tranche $mnrp$ avec celle qui lui est contiguë.

Soient:
- le sinus total . . . . $= 1$.
- l'angle OQG . . . . $= m$.
- l'angle LYl ou pRr . . . . $= \varpi$.
- le rayon AO . . . . $= a$.
- la partie AV ou DH . . . . $= b$.
- Rz . . . . $= y$.
- l'abscisse gM . . . . $= x$.
- l'ordonnée correspondante MP . . . . $= u$.
- le double onglet produit par la révolution de l'axe $ZCZ'X'cX$ autour de Cc . . . . $= 2\varpi.S$.
- (S étant une quantité donnée par la figure du dôme).
- la hauteur de la lanterne . . . . $= 2f$.
- le rayon de la base . . . . $= r$.

Je suppose que toutes les parties de la voûte soient de la même matière, ou qu'elles aient été réduites à l'homogénéité, pour abréger un peu le calcul.

XII. Il est évident d'abord qu'on aura

1.° Force $Gh = \frac{2\varpi.(S + r^2f)\,\text{sin.}\,m}{\text{sin.}\,2m}$;

Force $Gf = \varpi(S + r^2f)\,\text{tang.}\,m$;

Force $Gq = \varpi(S + r^2f)$,

Ainsi, par rapport à l'axe pPr, le moment de la force

$Gf = \varpi . x(S + r^2 f)$ tang. m; & celui de la force $Gq = \varpi (b + u).(S + r^2 f)$.

2.° Le petit trapèze $eygd = \varpi . ydy$, dont l'intégrale $\frac{\varpi . y^2}{2} + A$ devient $\frac{\varpi (a + u)^2}{2} - \frac{\varpi a^2}{2}$, ou bien $\frac{\varpi (2au + uu)}{2}$, en obſervant qu'elle doit s'évanouir lorſque $y = a$, & devenir complette lorſque $y = a + u$. Le moment du même trapèze $eygd$, par rapport au point M, eſt $\varpi . ydy(y - a)$, dont l'intégrale $\frac{\varpi y^3}{3} - \frac{\varpi a y^2}{2} + B$ devient, par les mêmes conſidérations, $\frac{\varpi (3au^2 + 2u^3)}{6}$. Donc la diſtance du centre de gravité du ſolide $\pi\lambda mnrp$ à l'axe gD, eſt $\frac{\int dx(3au^2 + 2u^3)}{3\int dx(2au + uu)}$; & la diſtance du même centre à la verticale PT, eſt $u - \frac{\int dx(3au^2 + 2u^3)}{3\int dx(2au + uu)}$. Ainſi le moment du ſolide $\pi\lambda mnrp$, par rapport à l'axe pPr, eſt $\varpi u \int \frac{dx(2au + uu)}{2} - \varpi \int \frac{dx(3au^2 + 2u^3)}{6}$.

3.° La force d'adhérence étant ſuppoſée proportionnelle à la ſurface, ſi l'on nomme Q le poids qui exprime l'adhérence pour une ſurface donnée cc, il eſt évident que le moment de l'adhérence du trapèze $eygd$ avec le trapèze contigu, relativement au point P, eſt $- \frac{Q\varpi}{cc} . ydy(a + u - y)$, dont l'intégrale, pour la ſurface entière $mnrp$, eſt $\frac{Q\varpi (3au^2 + u^3)}{6cc}$.

XIII. Maintenant il faut pour l'équilibre, que le moment de la force Gf ne ſoit pas plus grand que la ſomme des momens de la force Gq, du poids $\pi\lambda mnrp$, & de l'adhérence de la ſurface $mnrp$; ainſi k étant un coëfficient

arbitraire dont la moindre valeur n'eſt jamais au-deſſous de 1, on aura l'équation fondamentale,

$$k\varpi x(S + r^2 f) \text{ tang. } m = \varpi(b + u) . (S + r^2 f) + \varpi u \int \frac{dx(2au + uu)}{2} - \varpi \int \frac{dx(3au^2 + 2u^3)}{6} + \frac{Q\varpi(3au^2 + u^3)}{6ce}.$$

En faiſant, pour abréger un peu, $S + r^2 f = M$, $k \text{ tang. } m = g$, $\frac{Q}{cc} = N$; l'équation précédente deviendra

$$gMx = (b + u)M + u\int \frac{dx(2au + uu)}{2} - \int \frac{dx(3au^2 + 2u^3)}{6} + \frac{N(3au^2 + u^3)}{6}.$$

Je différencie deux fois de ſuite cette équation, en faiſant du conſtant; par-là j'obtiens

$$gMddx = dxdu(2au + uu) + \frac{ddx(3au^2 + u^3)}{6} + du^2(Na + Nu).$$

Enſuite je ſuppoſe $dx = zdu$, $ddx = dzdu$; ce qui change l'équation précédente en celle-ci, toutes réductions faites,

$$\left(\frac{3au^2 + u^3}{6} - gM\right)dz + zdu(2au + uu) + du(Na + Nu) = 0.$$

Multipliant tout par $\frac{3au^2 + u^3}{6} - gM$, & changeant la forme du ſecond terme, on aura

$$\left(\frac{3au^2 + u^3}{6} - gM\right)^2 dz + zd\left(\frac{3au^2 + u^3}{6} - gM\right)^2 + Ndu\left(\frac{a^2u^2}{2} + \frac{2au^3}{3} + \frac{u^4}{6} - gMu - gMa\right) = 0,$$

dont l'intégrale eſt

$$z\left(\frac{3au^2 + u^3}{6} - gM\right)^2 + N\left(\frac{a^2u^3 + au^4}{6} + \frac{u^5}{30} - \frac{gMu^2}{2} - gMau\right) = A.$$

Éliminant z par le moyen de sa valeur $\frac{dx}{du}$, & séparant les indéterminées, on trouvera

$$dx = \frac{du\left[A - N\left(\frac{a^2u^3 + au^4}{6}\right) + \frac{u^5}{30} - \frac{gMu^2}{2} - gMau\right]}{\left(\frac{3au^2 + u^3}{6} - gM\right)^2},$$

équation qui s'intègre par les méthodes connues pour les fractions rationnelles.

Dans le Mémoire précédent, section I, article XVII, ligne 9, *au lieu de* $R = \frac{\sqrt{(a^4 - a^2y^2 + b^2y^2)}}{a^4b}$, *lisez* $R = \frac{\sqrt[3]{(a^4 - a^2y^2 + b^2y^2)^2}}{a^4b}$.

Corrigez en conséquence les expressions dépendantes de R.

Section II, article VI, ligne 8, *au lieu de* f sa hauteur, *lisez* $2f$ sa hauteur; ligne 9, *au lieu de* $\pi r^2 f$, *lisez* $2\pi r^2 f$; article X, ligne 16, *au lieu de* par π, *lisez* par 2π; ligne 22, *au lieu de* $S =$ &c. *lisez* $2S =$ &c. En conséquence, on trouvera *(article XII)* 1.er cas, $2f = 10$, $r^2f = 281{,}25$; $S = 695$; $t = 3{,}58$: & 2.e cas, $2f = 20$, $r^2f = 562{,}5$; $S = 695$; $t = 4{,}69$.



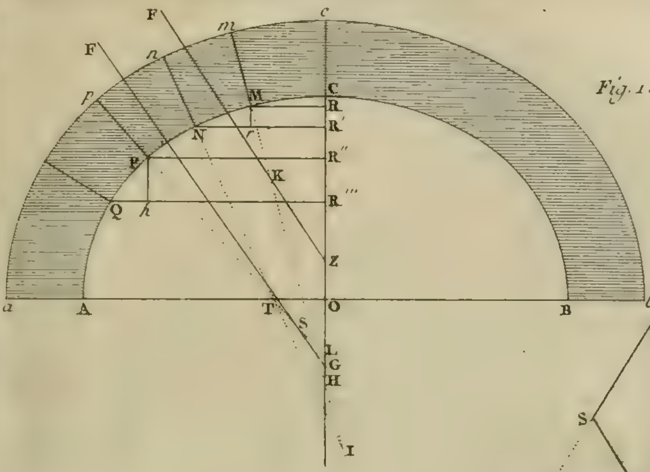


Fig. 2.

MÉMOIRE
CONTENANT
LES OBSERVATIONS
DE LA XIe COMÈTE

*Obſervée à Paris, de l'Obſervatoire de la Marine, & du Collége de Louis-le-Grand; depuis le 14 Juin, juſqu'au 3 Octobre matin 1770 *.*

Par M. MESSIER.

LE 14 Juin, le ciel fut ſerein pendant la journée, ainſi que pendant la nuit du 14 au 15; je paſſai une partie de cette nuit dans mon Obſervatoire, pour y obſerver l'oppoſition de Jupiter au Soleil, que je comparai à pluſieurs Etoiles: dans l'intervalle de mes obſervations, je fus curieux de parcourir le ciel, & ſur-tout la conſtellation du Sagittaire, qui étoit dans le voiſinage & à la gauche de cette Planète; cette conſtellation contient un grand nombre d'amas d'Étoiles, & quelques nébuleuſes, dont j'avois déterminé les poſitions en 1764; j'en reconnus pluſieurs, & je vis vers les 11 heures du ſoir (le 14), une nébuloſité d'une lumière très-foible, occupant un très-petit eſpace; le centre en étoit brillant, & il étoit difficile de reconnoître ſi c'étoit une Comète ou une nébuleuſe. J'employois alors une lunette de nuit, qui étoit fort claire, je la quittai pour examiner cette nébuloſité avec un Téleſcope grégorien de 30 pouces de foyer, qui amplifioit

La Comète découverte le 14 Juin, à 11^h du ſoir.

* C'eſt la LVIIIe Comète dont l'orbite a été calculée.

Voyez à la fin de ce Mémoire, les recherches de M. Lexell, ſur le temps de la révolution périodique de cette Comète, qu'il détermine de cinq ans & demi.

cent quatre fois l'objet : cet inſtrument ne me fit rien voir de plus que ce que j'avois vu avec la lunette de nuit. Je fis un deſſin de la poſition de cette lumière à l'égard des Étoiles qui l'environnoient; elle étoit au centre de l'inſtrument; deux Étoiles de la huitième grandeur touchoient les bords de l'ouverture du téleſcope. Vers une heure du matin, j'examinai de nouveau cette lumière, & je ne reconnus aucun changement ſenſible dans ſa poſition; elle étoit aſſez ſemblable à la nébuleuſe qui eſt entre la tête & l'arc du Sagittaire; je la pris pour cette nébuleuſe, n'y ayant remarqué aucun mouvement par rapport aux Étoiles fixes, dans l'eſpace de 2 heures de temps.

La Comète reſſembloit à la nébuleuſe qui eſt entre l'arc & la tête du Sagittaire.

Le ciel fut en grande partie ſerein la nuit du 15 au 16; j'obſervai, comme la nuit précédente, Jupiter au méridien avec différentes Étoiles, & dans l'intervalle des obſervations, je recherchai ſans eſpérance que ce dût être une Comète, la nébuloſité que j'avois vue la nuit précédente: je fus fort étonné de ne plus trouver la même configuration que j'avois remarquée entre cette nébuloſité & les deux Étoiles de la huitième grandeur. Je ſoupçonnai alors que ce pouvoit être une Comète, ou une autre nébuleuſe, qui eſt voiſine de celle qui eſt entre la tête & l'arc du Sagittaire; je pris exactement ſa poſition à l'égard d'une Étoile de ſeptième grandeur qui en étoit voiſine, & peu éloignée de ſon parallèle: près de cette Étoile étoit une troiſième nébuleuſe, que j'avois obſervée le 4 Juin 1764; ce fut un terme de comparaiſon pour les nuits ſuivantes, ce qui me fit reconnoître dans la ſuite, que c'étoit une Comète qui commençoit à paroître entre la tête & l'extrémité de l'arc ſeptentrional du Sagittaire. Voici mes obſervations faites avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi de longueur, garnie d'un micromètre à fils, & montée ſur une machine parallactique, placée, à peu de choſe près, dans le plan du Méridien.

La nuit du 14 au 15, la Comète vue pour la première fois, étoit près de deux Étoiles, l'une & l'autre eſtimée de la huitième grandeur; & par la ſituation que j'avois remarquée de la Comète à l'égard de ces deux Étoiles, j'eſtimai ſa poſition

à 11^{h} 30′, temps vrai; ascension droite de la Comète 272^{d} 54′; déclinaison australe 16^{d} 46′.

La nuit du 15 au 16, le ciel en grande partie serein, je comparai la Comète à une Étoile de la septième grandeur qui n'étoit pas connue, mais que j'observai plusieurs fois, en la comparant à des Étoiles déjà déterminées; son ascension droite étoit de 271^{d} 44′ 7″, & sa déclinaison australe de 15^{d} 54′ 8″ : c'est l'Étoile *n.° 13* de la seconde Table qui est à la suite de ce Mémoire. A 11^{h} 23′ 21″, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de 1^{d} 13′ 45″; la Comète inférieure à l'Étoile de 34′ 57″ : de ces différences, j'ai déduit la position de la Comète; son ascension droite de 272^{d} 57′ 52″, & sa déclinaison australe de 16^{d} 29′ 5″. Comme la Comète fut comparée plusieurs fois la même nuit, soit à la même Étoile, soit à des Étoiles différentes, je ne rapporterai dans ce Mémoire qu'une seule observation, ce sera la première qui aura été faite chaque jour : on trouvera les autres déterminations dans la première Table qui est à la suite de ce Mémoire.

La nuit du 16 au 17 Juin, le ciel fut couvert; mais il fut entièrement serein la nuit du 17 au 18 : comme j'avois déterminé exactement la position de la Comète la nuit du 15 au 16, je reconnus qu'elle avoit sensiblement changé de position à l'égard de l'Étoile de septième grandeur, *n.° 13*, de la seconde Table; je comparai le noyau de la Comète à cette Étoile, & à une Etoile de sixième grandeur qui n'étoit pas connue, & que j'observai au Méridien, ainsi que la Comète avec les étoiles α^{2} & β^{2} du Capricorne : de ces observations, j'ai déduit la position de la Comète. A 11^{h} 11′ 7″, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile de septième grandeur, *n.° 13*, au fil horaire de 1^{d} 21′ 15″; elle étoit supérieure à la même Étoile de 6′ 49″; ascension droite de la Comète 273^{d} 5′ 22″; déclinaison australe 15^{d} 47′ 19″. Je comparai ensuite le noyau de la Comète avec un des fils du Micromètre, & j'estimai son diamètre de 22 secondes de degré, & la nébulosité qui l'environnoit de 5′ 23″ environ:

Diamètre du noyau, 0′ 22″. Diamètre de la nébulosité, 5′ 23″.

le noyau de la Comète avoit le brillant des Étoiles, & il étoit d'une lumière blanchâtre; cette Comète ne pouvoit pas encore être aperçue à la ſimple vue; on la voyoit cependant bien avec une lunette de nuit de 2 pieds de longueur, & qui étoit fort claire.

Le ciel couvert la nuit du 18 au 19, ainſi que du 19 au 20; dans celle du 20 au 21, le ciel fut en grande partie couvert, en partie ſerein depuis 10 heures juſqu'à minuit; je revis la Comète avec la lunette de nuit; le noyau paroiſſoit plus brillant que la nuit du 17 au 18, & ſa chevelure plus étendue, ſans aucune apparence de queue; avec un peu d'attention, on commençoit à l'apercevoir à la ſimple vue; ſon mouvement parmi les Étoiles fixes étoit toujours très-lent, ſur-tout en aſcenſion droite; elle étoit encore cette nuit dans le voiſinage de l'Étoile de ſixième grandeur, *n.° 16*, de la ſeconde Table : l'aſcenſion droite de cette Étoile fut concluе de ſon paſſage au Méridien de $274^d\ 1'\ 43''$, & ſa déclinaiſon auſtrale de $14^d\ 41'\ 40''$; à $10^h\ 39'\ 43''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $41'\ 45''$; elle étoit ſupérieure de $21'\ 29''$; aſcenſion droite de la Comète $273^d\ 19'\ 58''$; ſa déclinaiſon $14^d\ 20'\ 11''$ auſtrale : les nuages empêchèrent de voir la Comète au Méridien.

L'on commence à voir la Comète à la ſimple vue.

La nuit du 21 au 22 Juin, le ciel aſſez beau depuis 9 heures juſqu'à minuit, la Comète avoit, à peu de choſe près, les mêmes apparences que la nuit précédente; je comparai le noyau à la même Étoile ſixième grandeur *n.° 16;* à 10^h $26'\ 28''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $35'\ 30''$; elle étoit ſupérieure de $1^d\ 0'\ 36''$: de ces différences, j'ai déduit la poſition de la Comète en aſcenſion droite de $273^d\ 26'\ 13''$, & ſa déclinaiſon auſtrale de $13^d\ 41'\ 4''$. Je déterminai la même nuit les poſitions de quatre Étoiles de ſeptième grandeur, qui n'étoient pas encore connues, en les comparant à l'Étoile ci-deſſus *n.° 16* : les poſitions de ces quatre Étoiles ſont rapportées dans la ſeconde Table, qui eſt à la ſuite de ce Mémoire; ce ſont les Étoiles *n.os 17, 19, 20 & 21.*

Le

Le ciel en grande partie ferein la nuit du 22 au 23; le noyau de la Comète paroiffoit égal à l'épaiffeur d'un des fils du micromètre, eftimé de 33 fecondes; l'atmofphère qui environnoit le noyau affez également, avoit 18 minutes de diamètre, l'on voyoit la Comète à la fimple vue. A $10^h 24' 6''$ temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile mentionnée ci-deffus *n.° 16*, au fil horaire de $27' 30''$; elle étoit fupérieure à la même Étoile, de $1^d 51' 28''$; de ces différences & de la pofition de l'Étoile, *n.° 16*, j'ai déduit l'afcenfion droite du noyau de la Comète de $273^d 34' 13''$, & fa déclinaifon auftrale de $12^d 50' 12''$. Diamètre du noyau & de la chevelure, 0' 33" & 18' 0".

Le 23, ciel couvert avec pluie pendant la nuit; celle du 24 au 25, le ciel couvert jufqu'à 11 heures du foir, en grande partie ferein le refte de la nuit. J'obfervai le paffage de la Comète au Méridien avec celui d'un grand nombre d'Étoiles déjà connues, & d'autres qui ne l'étoient pas; je comparai auffi la Comète hors du Méridien à différentes Étoiles. A $12^h 8' 6''$ temps vrai, paffage de la Comète au Méridien, elle y précédoit l'Étoile dont j'ai déjà parlé dans ce Mémoire, *n.° 16*, de $26' 30''$; la différence en déclinaifon étoit de $1^d 55' 9''$, la Comète fupérieure; de ces différences, j'ai déduit l'afcenfion droite de la Comète de $273^d 35' 13''$, & fa déclinaifon auftrale de $12^d 46' 31''$. Avec une excellente lunette achromatique de 3 pieds & demi, le noyau de la Comète paroiffoit très-brillant fans être terminé; l'atmofphère qui l'environnoit, paroiffoit s'étendre à la droite du noyau plus qu'à la gauche, la lunette redreffoit les objets. La Comète fe faifoit voir à la fimple vue, comme les Étoiles de la feconde grandeur; le noyau étoit égal à l'épaiffeur d'un des fils du micromètre, je l'eftimai de $1' 15''$ de degré, l'étendue de la chevelure de 27 minutes. Diamètre du noyau & de la chevelure, 1' 15" & 27' 0".

La nuit du 25 au 26 Juin, le ciel fut en grande partie ferein: la Comète étoit plus apparente que la nuit précédente; elle paroiffoit dans le voifinage de l'étoile *m* de l'Aigle, quatrième grandeur, & peu éloignée de fon parallèle: je comparai le noyau de la Comète à cette Étoile; la pofition de l'Étoile,

priſe dans le Catalogue de M. l'abbé de la Caille, inſéré dans le ſixième tome de ſes *Éphémérides,* étoit pour le temps préſent, de 275^{d}41′42″ en aſcenſion droite, & 8^{d}23′6″ de déclinaiſon auſtrale. A 13^{h}25′44″, temps vrai, le noyau de la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de 1^{d}26′; la Comète inférieure de 7′11″: de ces différences, l'aſcenſion droite de la Comète a été conclue de 274^{d}15′42″, & ſa déclinaiſon auſtrale de 8^{d}30′17″.

Le ciel fut couvert la nuit du 26 au 27, il plut pendant la nuit du 27 au 28 juſqu'à 10 heures du ſoir: vers minuit, le ciel en grande partie ſerein, la Comète paroiſſoit, & ſa lumière étoit conſidérablement augmentée; le noyau, ſans être terminé, étoit brillant & blanchâtre, environné également d'une atmoſphère qui occupoit un grand eſpace ſans aucune apparence de queue. Je comparai le noyau à l'étoile ν du Serpent, qui étoit peu éloignée de ſon parallèle; la poſition de cette Étoile en aſcenſion droite, pour le temps préſent, déduite du Livre de la *Connoiſſance des Temps,* étoit de 272^d 21′46″, & ſa déclinaiſon auſtrale de 2^{d}56′13″. A 13^{h}10′41″, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de 2^{d}50′45″, la Comète ſupérieure à l'Étoile de 42′57″; aſcenſion droite de la Comète 275^{d}12′31″; déclinaiſon auſtrale 2^{d}13′16″.

La Comète auſtrale juſqu'aujourd'hui qu'elle devient boréale.

Le ciel preſque totalement couvert la nuit du 28 au 29 Juin: dans les intervalles des nuages, je comparai le noyau de la Comète à l'étoile θ du Serpent, quatrième grandeur; la poſition de cette Étoile, réduite au temps préſent, fut déduite du Catalogue de M. de la Caille; ſon aſcenſion droite de 281^{d}12′14″, & ſa déclinaiſon boréale 3^{d}55′24″. A 10^{h}43′47″, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de 5^{d}8′30″, la Comète inférieure à l'Étoile de 45′24″: de ces différences, j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de 276^{d}3′44″, & ſa déclinaiſon boréale de 3^{d}10′.

Le 29, le ciel couvert la plus grande partie de la journée avec pluie: vers les 10 heures du ſoir, le ciel commence à ſe découvrir, bientôt après il devient pur & ſerein: la

Comète paroiſſoit conſidérable & bien plus grande que les jours précédens: le noyau, brillant & de couleur blanchâtre, ſans être terminé, étoit égal à un des fils apparens du micromètre, & j'eſtimai ſon diamètre de 1′ 22″; il étoit environné aſſez également d'une atmoſphère de 54 minutes de diamètre, ſans aucune apparence de queue; ſon mouvement devenoit conſidérable en déclinaiſon, & changeoit peu en aſcenſion droite. J'obſervai le paſſage de la Comète au Méridien, avec ζ de l'Aigle, & α d'*Ophiucus:* de ces obſervations, j'ai déduit la poſition de la Comète. A 11^h 56′ 27″, temps vrai, paſſage de la Comète au Méridien; ſon aſcenſion droite fut concluе de 277^d 54′ 22″, & ſa déclinaiſon boréale de 14^d 45′ 26″: la Comète fut encore comparée hors du Méridien à la même étoile ζ de l'Aigle; on trouvera ſes différentes poſitions dans la première Table qui eſt à la ſuite du Mémoire. Diamètre du noyau & de la chevelure, 1′ 22″ & 54′ 0″.

La nuit du 30 Juin au 1.er Juillet, pluie conſidérable vers les 9 heures du ſoir: le ciel étoit encore entièrement couvert vers les 11 heures, & il n'y avoit guère d'eſpérance qu'il ſe découvrit; cependant entre 11 heures & demi & minuit les nuages ſe ſéparèrent, le ciel devint en partie ſerein. La Comète paroiſſoit dans le voiſinage de la Lyre; il ne me fut pas poſſible d'en déterminer la poſition par le moyen de mon inſtrument, j'eſtimai ſeulement à la ſimple vue & par des alignemens, ſon lieu à l'égard des étoiles de la Lyre; à minuit, ſon aſcenſion droite fût eſtimée de 282^d 40′, & ſa déclinaiſon boréale de 37^d 30′.

La nuit du 1.er au 2 Juillet, le ciel paſſablement ſerein depuis 9 heures juſqu'à une heure du matin; en vingt-quatre heures, la Comète avoit fait un chemin conſidérable en déclinaiſon; de la Lyre, où elle étoit la veille, elle ſe trouvoit tranſportée près de l'Étoile polaire, ayant parcouru près de 40 degrés; elle étoit placée entre l'Étoile polaire & β de Céphée, formant une ligne droite avec ces deux Étoiles, & avec α de la même conſtellation; la Comète paroiſſoit autant éloignée de β que cette Étoile paroiſſoit l'être de α, & j'eſtimai à la ſimple vue, vers minuit, que la Comète pouvoit

avoir d'ascension droite 324^d, & 77^d de déclinaison boréale. J'avois attendu le passage de la Comète au Méridien, où elle devoit passer après une heure du matin; mais le ciel étoit pour lors entièrement couvert. Il ne fut pas possible de faire usage de la lunette montée sur la machine parallactique, à cause de la position de la Comète au Nord; j'abandonnai cet instrument pour employer un télescope newtonien de 4 pieds & demi de longueur, garni d'un micromètre qui s'inclinoit dans tous les sens, ayant cherché à ce micromètre le parallèle que parcouroit alors la Comète; j'avois commencé à la comparer à une des étoiles de Céphée, de cinquième grandeur, que Flamstéed a rapporté sur ses Cartes; mais dont la position n'étoit pas insérée dans son Catalogue *(a)*, dans l'intervalle des passages de l'Étoile & de la Comète le ciel se couvrit.

Diamètre de la chevelure & du noyau, $2^d 23'$ & $1' 26''$.

La Comète étoit considérable cette nuit; le noyau environné également d'une grande nébulosité sans aucune apparence de queue; j'estimai que le diamètre de la nébulosité occupoit environ $2^d 23'$ de grand cercle; le noyau étoit brillant, de couleur blanchâtre sans être terminé, son diamètre fut estimé de $1' 26''$.

Le ciel entièrement couvert la nuit du 2 au 3 Juillet, & presque totalement couvert pendant celle du 3 au 4; je recherchai la Comète dans l'intervalle des nuages, & aux environs de la Chèvre qui étoit au-dessous du Pôle; je vis à la droite de cette Étoile, une lumière qui ressembloit à l'atmosphère de la Comète, qui paroissoit en dessus, & au-dessous d'un nuage qui couvroit exactement le lieu où devoit paroître le noyau; je ne puis assurer si c'étoit la Comète qui occasionnoit cette lumière, ou le crépuscule, ou la lumière de la Lune, j'estimai sa position à 11 heures du soir, son ascension droite étoit de 89 degrés, & sa déclinaison boréale de 49. Cette observation fut faite à Chatou, chez M. Bertin, Ministre d'État.

(a) Le 29 Octobre 1770, j'observai cette Étoile au Méridien avec η & γ de Céphée, & j'en ai déduit son ascension droite pour le temps de cette observation, de $317^d 26' 53''$, & sa déclinaison boréale de $77^d 11' 31''$.

Depuis la nuit du 3 au 4 Juillet, jusqu'à celle du 12 au 13, le ciel fut entièrement couvert; celle du 12 au 13, le ciel entièrement serein; je cherchai la Comète le matin & le soir sans pouvoir la découvrir; elle étoit probablement sous l'horizon, & j'ai supposé qu'on ne pourroit la revoir que le matin à sa sortie des rayons du Soleil.

La Comète cesse de paroître les soirs; entrant dans les rayons du Soleil.

Ayant communiqué les observations précédentes à M. Pingré, pour en déduire les élémens de l'orbite de cette Comète; il les donna à l'Académie, le 18 Juillet 1770; je les ai rapportés dans la Table des Élémens, qui est à la fin de ce Mémoire.

D'après ces élémens, M. Pingré calcula le lieu de la Comète pour le midi vrai de chaque jour, pour mettre les Astronomes en état de la rechercher à sa sortie des rayons du Soleil. Ces Éphémérides s'étendoient depuis le 19 Juillet jusqu'au 1.er Septembre; les ayant consultés, je reconnus qu'on pouvoit voir la Comète le matin dans le crépuscule; elle devoit se lever le 19 Juillet à $2^h 6'$ du matin; j'essayai de la chercher plusieurs fois de l'Observatoire de la Marine; mais l'horizon n'y étoit pas libre, même à plusieurs degrés de hauteur: je cherchai ailleurs un lieu plus commode, & je choisis la tour du collége de Louis-le-Grand, de laquelle l'on découvre tout l'horizon, & qui m'avoit déjà servi pour observer le dernier passage de Vénus sur le Soleil, ainsi que le retour de la Comète de 1682 en 1759. Le 23 Juillet, j'y fis transporter la lunette de 3 pieds & demi, montée sur la machine parallactique, avec une excellente pendule à secondes de M. Ferdinand Berthoud, qui appartenoit à M. le Président de Saron, & un réveil; le même jour, je réglai la pendule sur celle de mon Observatoire par des signaux, elle fut réglée de même pendant la durée de mes observations, & c'est de cette Tour que je continuai d'observer la Comète jusqu'à sa disparition entière, le 3 Octobre au matin.

La Comète observée de la tour du collége de Louis-le-Grand, depuis sa sortie des rayons du Soleil jusqu'à sa disparition.

Le ciel continuellement couvert les matins à l'horizon, depuis le 23 Juillet jusqu'au 2 du mois d'Août; mais il fut entièrement serein le 3 Août au matin; je revis la Comète

Première obſervation de la Comète, après ſa ſortie des rayons du Soleil, le 3 Août matin.

ſans beaucoup de peine, par le moyen de ma lunette de nuit; elle répondoit, à peu de choſe près, à ce qui étoit marqué dans l'Éphéméride que M. Pingré avoit calculé, & déduite des élémens qui réſultoient de mes premières obſervations. A $2^h\,25'$ du matin (le 3 Août), je commençai à apercevoir la Comète avec la lunette de nuit; peu de temps après, je la vis à la ſimple vue; à la lunette, le noyau étoit brillant ſans être terminé, environné également de nébuloſité; je comparai le noyau à un des fils apparens du micromètre, & je trouvai ſon diamètre répondre à 54 ſecondes de degrés, & la nébuloſité qui l'environnoit de 15 minutes. Je fis enſuite un deſſin de la poſition de la Comète à l'égard des Étoiles qui l'environnoient, ſavoir, ϵ, μ, η & *H* des Gemeaux; je comparai le noyau de la Comète à deux de ces Étoiles qui étoient η & μ de Caſtor, & à une Étoile de ſeptième grandeur qui n'étoit pas connue, mais dont je déterminai la poſition en la comparant à l'une & à l'autre de ces deux étoiles de Caſtor; c'eſt l'Étoile *n.° 1* de la ſeconde Table, qui eſt à la ſuite du Mémoire. Le 2 Août, à $14^h\,57'\,31''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'étoile η des Gemeaux, quatrième grandeur au fil horaire de $6^d\,17'\,2''$; la Comète inférieure à la même Étoile de $3'\,44''$: de ces différences, j'ai déduit l'aſcenſion droite du noyau de la Comète de $96^d\,32'\,25''$, & ſa déclinaiſon boréale de $22^d\,29'\,31''$; les autres déterminations de la Comète ſuivent celle-ci dans la Table qui eſt à la ſuite du Mémoire.

Diamètre du noyau & de la chevelure, $0'\,54''$ & $15'\,0''$.

Le ciel ſerein la nuit du 3 au 4 Août; la Comète avoit les mêmes apparences que la nuit précédente, ſa lumière égaloit celle de l'étoile *H* des Gemeaux, de cinquième grandeur; le noyau brillant, blanchâtre ſans être terminé, étoit environné de nébuloſité ſans aucune apparence de queue; je comparai la Comète à pluſieurs Étoiles. A $14^h\,39'\,30''$, temps vrai, le noyau ſuivoit l'étoile μ des Gemeaux au fil horaire de $4^d\,40'\,46''$: le noyau inférieur à la même Étoile de $11'\,30''$; aſcenſion droite de la Comète $96^d\,56'\,51''$; déclinaiſon boréale $22^d\,25'\,13''$.

La nuit du 4 au 5, le ciel entièrement ſerein; je commençai à voir la Comète auſſi-tôt qu'elle eut quitté l'horizon; je la comparai à la même étoile μ des Gemeaux. A $14^h 7' 14''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de $5^d 4' 35''$; la Comète étoit inférieure à l'Étoile de $14' 45''$: de ces différences, j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de $97^d 20' 40''$, & ſa déclinaiſon de $22^d 21' 58''$. La Comète fut encore comparée la même nuit à pluſieurs Étoiles.

La nuit du 5 au 6 Août, le ciel parfaitement ſerein, à $2^h \frac{1}{4}$ du matin, je commençai à voir la Comète; elle étoit moins apparente que la nuit précédente, ce qui étoit occaſionné par la grande lumière de la Lune: je comparai le noyau à pluſieurs Étoiles, ſavoir à une Étoile de ſeptième grandeur qui n'étoit pas encore connue, c'eſt l'Étoile *n.° 1* de la ſeconde Table, & aux étoiles *d* & ζ des Gemeaux. A $14^h 33' 15''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile *n.° 1* au fil horaire de $1^d 29' 45''$; la Comète ſupérieure à la même Étoile de $3' 57''$: de ces différences, j'ai déduit la poſition de la Comète, ſon aſcenſion droite de $97^d 49' 11''$, & ſa déclinaiſon boréale de $22^d 17' 16''$.

La nuit du 6 au 7, le ciel ſerein comme la nuit précédente, la Lune ſur l'horizon & dans ſon plein, le noyau de la Comète ſe voyoit très-bien à la lunette; il étoit brillant, blanchâtre ſans être terminé, & environné de nébuloſité qui avoit peu d'étendue. A $14^h 24' 21''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'étoile μ de Caſtor au fil horaire de $6^d 0' 4''$; elle étoit inférieure à la même Étoile de $22' 49''$: de ces différences & de la poſition de l'Étoile réduite au temps préſent, & rapportée dans la ſeconde Table, j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de $98^d 16' 9''$, & ſa déclinaiſon de $22^d 13' 54''$ boréale; la Comète fut encore comparée à l'Étoile de ſeptième grandeur, *n.° 1* de la ſeconde Table, & à l'étoile *d* des Gemeaux.

La nuit du 7 au 8, brouillards une partie de la nuit; le matin, il y avoit quelques légers nuages à l'horizon; la Comète ſe voyoit difficilement, & les obſervations qui en

furent faites sont douteuses, à quelques secondes. A $14^h 44' 5''$, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile de septième grandeur *n.° 1* de la seconde Table, au fil horaire de $2^d 26' 31''$; la Comète inférieure à l'Étoile de $3' 45''$: de ces différences, j'ai déduit la position de la Comète, son ascension droite de $98^d 45' 57''$, & sa déclinaison boréale de $22^d 9' 34''$; la Comète fut encore comparée la même nuit à l'étoile *d* des Gemeaux, de sixième grandeur.

La nuit du 8 au 9, le ciel en partie couvert pendant la nuit; le matin, le ciel assez beau du côté du Levant, je revis la Comète, & je comparai le noyau aux étoiles *d* & ζ des Gemeaux : l'étoile *d* étoit presque enveloppée dans l'atmosphère de la Comète. J'avois déterminé les jours précédens la position de cette Étoile, en la comparant directement à ζ du genou de Pollux, & en réduisant au temps présent sa position prise du Catalogue de M. de la Caille, inséré dans le *VIe Volume de ses Éphémérides;* je conclus son ascension droite de $99^d 26' 55''$, & sa déclinaison boréale de $22^d 0' 51''$. A $14^h 15' 7''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile *d* au fil horaire de $12' 32''$; elle étoit supérieure à l'Étoile de $4' 11''$: de ces différences, j'ai déduit l'ascension droite du noyau de la Comète de $99^d 14' 23''$, & sa déclinaison boréale de $22^d 5' 2''$.

La nuit du 9 au 10, il y avoit le matin des nuages à l'Orient, & ce ne fut pas sans peine que je pus revoir la Comète; je la comparai à ζ de Pollux, l'observation un peu douteuse. A $14^h 43' 12''$, temps vrai, le noyau de la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire du micromètre de $2^d 49' 28''$; la Comète supérieure de $1^d 6' 45''$: de ces différences, j'ai déduit la position du noyau, son ascension étoit de $99^d 47' 33''$, & sa déclinaison de $22^d 0' 3''$.

La Comète paroissoit sans aucune apparence de queue.

La nuit du 10 au 11, le ciel serein, la Comète se voyoit très-distinctement à la lunette; elle paroissoit égaler en lumière les Étoiles de la quatrième ou cinquième grandeur, le noyau brillant & blanchâtre, sans être terminé, environné également d'une nébulosité qui avoit peu d'étendue, sans aucune

apparence

apparence de queue, c'étoit peut-être la lumière de la Lune qui empêchoit de l'apercevoir : je comparai le noyau de la Comète aux deux étoiles *d* & ζ des Gemeaux. A 14^h 9′ 38″, temps vrai, la Comète ſuivoit l'étoile *d* au fil horaire, de 50′ 53″; elle étoit inférieure à l'Étoile de 2′ 26″; aſcenſion droite du noyau de la Comète, 100^d 17′ 48″; déclinaiſon boréale de 21^d 58′ 25″.

La nuit du 11 au 12 Août, le ciel en grande partie couvert au Sud, ſerein du côté du Nord, la Comète paroiſſoit fort foible, le noyau brillant, environné de nébuloſité, ſans aucune apparence de queue; j'eſtimai le diamètre du noyau, de 43 ſecondes de degré, & celui de la nébuloſité de 3′ 36″ : je comparai la Comète aux mêmes Étoiles que les jours précédens *d* & ζ des Gemeaux. A 14^h 18′ 44″, temps vrai, le noyau de la Comète ſuivoit l'étoile *d* au fil horaire de 1^d 23′ 28″; la Comète inférieure de 6′ 17″ : de ces différences, j'ai déduit la poſition du noyau; ſon aſcenſion droite étoit de 100^d 50′ 23″, & ſa déclinaiſon boréale de 21^d 54′ 34″.

Diamètre du noyau & de la chevelure, 0′43″ & 3′ 36″.

La nuit du 12 au 13, le ciel entièrement ſerein, je comparai la Comète à pluſieurs Étoiles. A 14^h 41′ 56″, la Comète ſuivoit l'étoile μ des Gemeaux au fil horaire de 9^d 8′ 15″; elle étoit inférieure à l'Étoile de 46′ 36″; aſcenſion droite de la Comète, 101^d 24′ 20″; déclinaiſon boréale 21^d 50′ 7″.

La nuit du 13 au 14 Août, orage, éclairs, tonnerre & pluie juſque vers les 10 heures du ſoir; le reſte de la nuit, le ciel preſque totalement couvert. Le ciel en partie ſerein pendant celle du 14 au 15, j'obſervai la Comète, qui étoit à peu de choſe près en conjonction avec l'étoile ζ des Gemeaux, troiſième grandeur; je comparai le noyau à cette Étoile & à l'étoile μ de Caſtor. A 14^h 33′ 21″, la Comète précédoit ζ des Gemeaux au fil horaire, de 2′ 30″; l'Étoile inférieure à la Comète de 48′ 51″ : de ces différences, j'ai déduit la poſition du noyau de la Comète; ſon aſcenſion droite étoit de 102^d 34′ 31″, & ſa déclinaiſon boréale de 21^d 42′ 9″.

La nuit du 15 au 16 Août, le ciel en grande partie couvert; le matin, il y avoit beaucoup de nuages du côté du Levant, & ce ne fut pas ſans peine que je pus revoir la Comète dans un intervalle des nuages: je comparai le noyau à l'étoile ζ des Gemeaux. A $15^h 39' 38''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de $34' 21''$; elle étoit ſupérieure à l'Étoile de $44' 30''$; aſcenſion droite de la Comète, $103^d 11' 22''$; déclinaiſon $21^d 37' 48''$.

Le ciel couvert le matin, la nuit du 16 au 17, & preſque totalement couvert pendant celle du 17 au 18; le matin, vers les 2 heures, le ciel étoit devenu paſſablement beau à l'horizon du côté du couchant; la Comète paroiſſoit aſſez belle: pour déterminer ſon lieu, j'avois commencé à comparer le noyau à l'étoile ζ des Gemeaux; mais entre les paſſages de l'Étoile & de la Comète, un nuage qui étoit au-deſſus, s'étant abaiſſé, couvrit l'une & l'autre, & l'obſervation ne put avoir lieu.

La nuit du 18 au 19 Août, le ciel entièrement ſerein; vers les 3 heures du matin, on voyoit bien la Comète avec la lunette de nuit; il ſembloit, en l'examinant avec cette lunette, qu'on y apercevoit une traînée de lumière très-légère, qui étoit dirigée à une petite Étoile de huitième grandeur, dont je connus la poſition en la comparant à δ des Gemeaux; ſon aſcenſion droite étoit de $104^d 7' 35''$, & ſa déclinaiſon boréale de $21^d 38' 33''$: c'eſt l'étoile *n.° 2* de la ſeconde Table, & cette Étoile eſt rapportée ſur la ſeconde Carte de la route apparente de la Comète, qui eſt à la ſuite de ce Mémoire. Le noyau de la Comète étoit brillant & de couleur blanchâtre; ſon diamètre fut comparé à l'épaiſſeur d'un des fils du micromètre, & eſtimé de 38 ſecondes de degré: je le comparai enſuite aux étoiles *q* & ζ des Gemeaux. A $14^h 21' 13''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'étoile ζ au fil horaire de $2^d 25' 54''$; elle étoit ſupérieure à l'étoile de $32' 30''$: de ces différences, j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de $105^d 2' 55''$, & ſa déclinaiſon boréale de $21^d 25' 48''$.

Diamètre du noyau, $0' 38''$.

La nuit du 19 au 20, le ciel parfaitement ſerein juſqu'à

3 heures du matin, qu'il commença de ſe couvrir; vers les 2 heures, les apparences de la Comète étoient les mêmes que la nuit précédente: je reconnus que la Comète avoit certainement une queue dirigée vers l'Étoile de huitième grandeur, *n.°* 2 de la ſeconde Table; je comparai le noyau de la Comète aux mêmes étoiles que la veille, *q* & ζ des Gemeaux. A $14^h 30' 13''$, la Comète ſuivoit l'étoile ζ au fil horaire de $3^d 4' 46''$; elle étoit ſupérieure à l'Étoile de $27' 55''$; aſcenſion droite de la Comète $105^d 41' 47''$; déclinaiſon de $21^d 21' 13''$.

La Comète paroiſſoit avec une queue.

La nuit du 25 au 26 Août, le ciel preſque continuellement couvert; je vis la Comète un inſtant dans un intervalle de nuages, ſans pouvoir déterminer ſa poſition. Le ciel en partie ſerein la nuit du 26 au 27, la Comète ſe voyoit encore très-bien à la lunette; mais elle n'étoit plus viſible à la ſimple vue; le noyau étoit brillant, & ſa lumière égaloit celle des étoiles *q* & *r* des Gemeaux, de ſixième grandeur; il étoit environné d'une légère nébuloſité, & l'on n'apercevoit que très-difficilement la lumière de la queue, qui étoit dirigée preſque parallèlement au cercle de déclinaiſon, ayant un degré environ de longueur: le noyau fut comparé aux étoiles *q* & *r* des Gemeaux. A $15^h 38' 21''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'étoile *q* au fil horaire du micromètre de $3^d 20' 48''$; elle étoit inférieure à la même Étoile de $4' 47''$: de ces différences & de la poſition de l'Étoile rapportée dans la ſeconde Table, j'ai déduit celle de la Comète, ſon aſcenſion droite étoit de $110^d 26' 25''$, & ſa déclinaiſon boréale de $20^d 46' 43''$.

La Comète n'eſt plus viſible à la ſimple vue.

La nuit du 28 au 29, le ciel parfaitement ſerein; la Comète paroiſſoit avec la même lumière que les jours précédens; le noyau brillant & de couleur blanchâtre étoit environné de nébuloſité avec une queue d'un degré de longueur, mais d'une lumière extrêmement rare; je comparai le noyau aux deux étoiles *q* & *r* des Gemeaux. A $14^h 43' 23''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'étoile *q* au fil horaire de $4^d 41' 1''$; elle étoit inférieure à l'Étoile de $15' 51''$; aſcenſion droite de la Comète $111^d 46' 38''$, déclinaiſon $20^d 35' 39''$. La queue

Longueur de la queue, un degré.

de la Comète alloit se terminer à une Étoile de huitième grandeur, dont je déterminai sa position en ascension droite & en déclinaison, c'est l'Étoile *n.°* *2* de la seconde Table.

La nuit du 29 au 30, le ciel entièrement serein; je comparai le noyau de la Comète à deux étoiles *r* & *l* des Gemeaux, l'une & l'autre de sixième grandeur, leurs positions pour le temps présent sont rapportées dans la seconde Table qui est à la suite de ce Mémoire. A $15^h\ 21'\ 28''$, la Comète suivoit l'étoile *r* au fil horaire de $4^d\ 8'\ 30''$; la Comète inférieure à l'Étoile de $11'\ 39''$: de ces différences, j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de $112^d\ 29'\ 25''$, & sa déclinaison boréale de $20^d\ 30'\ 24''$. Cette observation fut faite à l'Observatoire de la Marine avec un télescope newtonien , de 4 pieds & demi, garni d'un micromètre à fils.

Ciel serein la nuit du 30 au 31 Août, la Comète toujours apparente à la lunette ordinaire de 3 pieds & demi, la queue se voyoit toujours difficilement; je comparai le noyau de la Comète à l'étoile *l* des Gemeaux, sixième grandeur; la position de cette Étoile pour le temps de cette observation est rapportée dans la seconde Table. A $14^h\ 48'\ 15''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $2^d\ 24'\ 1''$; elle étoit inférieure à la même Étoile de $4'\ 43''$; ascension droite de la Comète, $113^d\ 9'\ 29''$; déclinaison de $20^d\ 23'\ 40''$.

La nuit du 31 Août au 1.er Septembre, beau temps toute la nuit; vers les 3 heures du matin, nuages très-épais à l'horizon depuis le Nord jusqu'à l'Ouest; ciel serein du côté du Levant; j'observai la Comète qui ne paroissoit pas avoir perdu beaucoup de sa lumière, la queue n'étoit presque pas sensible; je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile que la nuit précédente, *l* des Gemeaux. A $14^h\ 38'\ 26''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $1^d\ 42\ 47''$; elle étoit inférieure à l'Étoile de $10'\ 22''$: de ces différences, j'ai déduit la position de la Comète, son ascension droite étoit de $113^d\ 50'\ 43''$, & sa déclinaison $20^d\ 18'\ 1''$.

La nuit du 4 au 5 de Septembre, le ciel couvert presque toute la nuit avec pluie; vers les 2 heures du matin, quelques

parties du ciel s'étoient éclaircies, je vis la Comète, & j'en déterminai la position, en comparant le noyau à l'étoile *l* des Gemeaux. La Comète étoit moins belle que les jours précédens, soit que sa lumière fut diminuée par celle de la Lune, ou que le ciel ne fut pas parfaitement pur. A $15^h 6' 47''$, temps vrai, le noyau de la Comète suivoit l'étoile *l* au fil horaire de $1^d 0' 25''$; la Comète inférieure à l'Étoile de $35' 44''$; ascension droite de la Comète, $116^d 33' 55''$; sa déclinaison de $19^d 52' 39''$.

La nuit du 5 au 6 Septembre, le ciel en grande partie serein; on avoit de la peine à voir la Comète, à cause de la grande lumière de la Lune qui étoit dans son plein; je comparai le noyau à la même étoile *l* des Gemeaux, & à une Étoile de septième grandeur qui n'étoit pas encore connue, & dont je déterminai la position; c'est l'Étoile *n.° 9* de la seconde Table qui est à la suite de ce Mémoire. A $14^h 50' 25''$, temps vrai, la Comète suivoit l'étoile *l* des Gemeaux au fil horaire de $1^d 40' 32''$; elle étoit inférieure à la même Étoile de $42' 57''$; ascension droite de la Comète, $117^d 14' 2''$; déclinaison $19^d 45' 26''$ boréale.

La nuit du 8 au 9, le ciel en grande partie couvert avec pluie & vent; vers les 3 heures trois quarts du matin, je saisis un intervalle de nuages pour comparer le noyau de la Comète à l'Étoile de septième grandeur, dont il est parlé dans l'article précédent; c'est l'Étoile *n.° 9* de la seconde Table. A $15^h 59' 53''$, temps vrai, la Comète suivoit cette Étoile au fil horaire de $1^d 23' 43''$; elle étoit inférieure à la même Étoile de $3' 42''$: de ces différences & de la position de l'Étoile, j'ai déduit celle de la Comète, son ascension droite étoit de $119^d 14' 35''$, & sa déclinaison de $19^d 24' 57''$.

La nuit du 9 au 10, le ciel entièrement serein; il faisoit un grand c air de Lune qui n'empêcha pas de voir la Comète, je comparai le noyau à l'étoile ζ de l'Écrevisse, cinquième grandeur: la position de cette Étoile pour le temps de cette observation, est rapportée dans la seconde Table. A $15^h 9' 39''$, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de

7′ 16″, supérieure à la même Étoile de 58′ 12″ : de ces différences, j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de 119^d 52′ 49″, & sa déclinaison boréale de 19^d 17′ 44″.

La nuit du 10 au 11, le ciel presque totalement couvert; après 4 heures du matin, j'aperçus la Comète dans un intervalle de nuages, & je la comparai à la même Étoile que la nuit précédente, ζ de l'Écrevisse. A 16^h 29′ 54″, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de 45′ 37″ ; la Comète supérieure de 50′ 6″ ; ascension droite de la Comète 120^d 31′ 10″; déclinaison 19^d 9′ 38″ boréale.

La nuit du 14 au 15 Septembre, le ciel en grande partie couvert; le matin les nuages étoient séparés, & dans les intervalles, je revis la Comète, la Lune qui étoit dans son voisinage en diminuoit sensiblement la lumière, & on avoit beaucoup de peine à l'apercevoir; je comparai le noyau aux étoiles *d*' & θ de l'Écrevisse, l'une & l'autre de sixième grandeur; leurs positions pour le temps de ces observations sont rapportées dans la seconde Table. A 14^h 21′ 17″, temps vrai, la Comète suivoit l'étoile *d*' au fil horaire de 28′ 4″; elle étoit inférieure à la même Étoile de 20′ 40″ ; ascension droite de la Comète 123^d 0′ 45″; déclinaison boréale 18^d 42′ 6″.

La nuit du 17 au 18, le matin ciel serein & sans Lune; la Comète avoit perdu beaucoup de sa lumière, on avoit de la peine à l'apercevoir à la lunette, & il y avoit lieu de présumer qu'elle cesseroit bientôt de paroître; je comparai le noyau à l'étoile θ de l'Écrevisse; la position de cette Étoile pour le temps de cette observation est rapportée dans la seconde Table. A 15^h 58′ 57″, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de 14′ 47″ ; elle étoit inférieure à l'Étoile de 31′ 52″; ascension droite de la Comète, 124^d 52′ 11″; déclinaison 18^d 19′ 28″.

La nuit du 18 au 19, il y avoit quelques nuages le matin, & le ciel n'étoit pas pur; la Comète avoit les mêmes apparences que la nuit précédente; je comparai le noyau à la même étoile θ de l'Écrevisse, sixième grandeur. A 15^h 36′ 31″, temps vrai,

la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de 49′ 53″; elle étoit inférieure à l'Étoile de 39′ 50″: de ces différences, j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de 125^d 27′ 17″, & ſa déclinaiſon boréale de 18^d 11′ 30″.

La nuit du 19 au 20 Septembre, je comparai, comme la nuit précédente, le noyau de la Comète à la même étoile θ de l'Écreviſſe. A 15^h 25′ 39″, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de 1^d 24′ 44″; elle étoit inférieure à l'Étoile de 45′ 45″; aſcenſion droite de la Comète, 126^d 2′ 8″; déclinaiſon 18^d 5′ 35″.

La nuit du 20 au 21, la Comète fut encore comparée à la même Étoile. A 15^h 40′ 39″, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de 1^d 59′ 19″; elle étoit inférieure à l'Étoile de 53′ 17″; aſcenſion droite de la Comète, 126^d 36′ 43″; déclinaiſon de 17^d 58′ 3″.

La nuit du 29 au 30 Septembre, ciel ſerein le matin; ce ne fut pas ſans peine que je pus revoir la Comète, ſa lumière étoit extrêmement affoiblie: je doutois même ſi c'étoit elle; elle étoit dans le voiſinage de Saturne. Je comparai le noyau à Saturne & à l'étoile o^1 de l'Écreviſſe, ſixième grandeur *(b)*; on trouvera leurs poſitions dans la ſeconde Table, qui eſt à la ſuite de ce Mémoire. A 15^h 33′ 47″, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile o^1 au fil horaire de 15′ 17″; elle étoit ſupérieure à la même Étoile de 38′ 39″: de ces différences, j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de 131^d 21′ 58″, & ſa déclinaiſon boréale de 16^d 50′.

La Comète comparée à Saturne.

La nuit du 1.er au 2 Octobre, le ciel parfaitement ſerein le matin; on avoit beaucoup de peine à apercevoir la Comète aux inſtrumens, ſa lumière étoit preſqu'éteinte; je comparai le noyau à l'étoile o^2 de l'Écreviſſe, ſixième grandeur *(c)*; la poſition de cette Étoile pour le temps de cette obſervation

---

(b) La poſition de cette Étoile a été concluе de ſon paſſage au Méridien avec celui de δ de l'Écreviſſe, quatrième grandeur.

(c) La poſition de cette Étoile a été déterminée, en la comparant pluſieurs fois à o^1 de l'Écreviſſe, par le moyen du micromètre adapté à la lunette, montée ſur la machine parallactique.

eſt rapportée dans la ſeconde Table. A $15^h 33' 56''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de $1^d 8' 26''$; elle étoit ſupérieure à la même Étoile de $8' 20''$: de la poſition de l'Étoile & de ces différences, j'ai déduit l'aſcenſion droite du noyau de la Comète de $132^d 19' 37''$, & ſa déclinaiſon boréale de $16^d 35' 13''$.

Dernière obſervation, le 3 Octobre matin.

La nuit du 2 au 3 Octobre, le ciel entièrement ſerein toute la nuit; la Lune ſur l'horizon ne s'étant couchée qu'à 4 heures trois quarts; ce ne fut pas ſans peine que je pus revoir la Comète, ſa lumière étoit extrêmement rare, & je reconnus qu'il ne ſeroit plus poſſible de l'obſerver davantage, à cauſe de la Lune; & c'eſt au 3 de ce mois que finiſſent mes obſervations ſur cette Comète; je déterminai la poſition du noyau, en le comparant à l'étoile de l'article précédent, o^2 de l'Écreviſſe. A $15^h 54' 30''$, temps vrai, la Comète ſuivoit l'Étoile au fil horaire de $1^d 37' 16''$; elle étoit ſupérieure à l'Étoile de 22 ſecondes ſeulement: de ces différences & de la poſition de l'Étoile, j'ai déduit l'aſcenſion droite du noyau de la Comète de $132^d 48' 27''$, & ſa déclinaiſon de $16^d 27' 15''$ boréale. A $16^h 49' 44''$, temps vrai, la Comète avoit même déclinaiſon que l'Étoile.

Explication des deux Tables qui ſont à la ſuite de ce Mémoire.

LA Table première contient tous les lieux de la Comète en aſcenſion droite & déclinaiſon, conclus de ſa ſituation obſervée, tant à l'égard des Étoiles qui n'étoient pas encore connues, que de celles des Catalogues; d'une partie deſquelles j'ai vérifié les poſitions, en les obſervant au Méridien avec d'autres Étoiles plus connues. Voici le contenu de chaque colonne de cette Table; la première contient les jours du mois; la ſeconde, les temps vrais de chaque obſervation; la troiſième, les aſcenſions droites de la Comète obſervée; la quatrième, les déclinaiſons de la Comète; la cinquième, les différences de paſſages ou d'aſcenſion droite entre la Comète & les Étoiles, marquées du ſigne + ſi la Comète ſuivoit l'Étoile,

l'Étoile, ou ſi elle étoit orientale, eſt du ſigne —; ſi la Comète précédoit, ou ſi elle étoit à l'occident de l'Étoile, cette différence étant ajoutée à l'aſcenſion droite de l'Étoile rapportée dans la ſeconde Table, ou en étant ſouſtraite ſuivant le ſigne qui l'affecte, on a l'aſcenſion droite de la Comète; la ſixième colonne contient les différences en déclinaiſon entre la Comète & les Étoiles: ces différences ſont auſſi affectées des ſignes + & —, pour qu'en les ajoutant ou les ſouſtrayant ſuivant le ſigne, de la déclinaiſon de l'Étoile avec laquelle la Comète a été comparée, on ait la déclinaiſon de la Comète; la ſeptième indique la grandeur des Étoiles; la huitième contient les lettres de Bayer, & les numéros qui diſtinguent tant les Étoiles qui n'étoient pas connues, que celles des Catalogues; & la dernière colonne déſigne la conſtellation.

La ſeconde Table contient les aſcenſions droites & les déclinaiſons des Étoiles pour le temps des obſervations; je n'ai fait d'autres réductions à l'aſcenſion droite & à la déclinaiſon de ces Étoiles, que celle qu'on trouve dans les Catalogues, ſous le titre de *Variation annuelle,* qui dépend de la préceſſion des équinoxes, ſuppoſée d'un degré en ſoixante & douze ans.

L'on voit par cette ſeconde Table, que le cours de la Comète m'a donné occaſion de déterminer les poſitions de vingt-quatre Étoiles, dont les lieux n'étoient pas encore déterminés, & dont la plupart ont ſervi à déterminer les lieux de la Comète. Vingt-quatre Étoiles ajoutées aux Catalogues.

Je joins auſſi à ce Mémoire, deux Cartes céleſtes, qui repréſentent l'une & l'autre la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes, ſuivant mes obſervations: ces Cartes ſont diviſées en degrés d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, de manière qu'il ſera aiſé de juger à l'inſpection de ces Cartes, la poſition de la Comète obſervée, & celle des Étoiles près deſquelles elle aura paſſé. La première de ces Cartes contient la route apparente de la Comète, dans la Planche I.

première branche de ſon orbite, depuis le jour que je la découvris, le 14 Juin juſqu'au 3 Juillet qu'elle fut abaiſſée ſous l'horizon du côté du Nord : cette Carte renferme les conſtellations par leſquelles elle a paſſé, comme l'écu de Sobieski, la queue du Serpent, la Lyre, le Dragon, Céphée, la Giraffe, le Cocher & le Lynx; elle a paſſé fort près du Pôle de l'écliptique, ainſi que de celui de l'Équateur.

Planche II. La ſeconde Carte contient les poſitions de la Comète, obſervées dans la ſeconde branche de ſon orbite, depuis le 3 Août juſqu'au 3 Octobre matin qu'elle ceſſa d'être viſible aux inſtrumens : cette Carte contient les conſtellations des Gemeaux & de l'Écreviſſe que la Comète a parcourues; j'y ai rapporté auſſi la poſition de Saturne, le 29 Septembre.

Tous les détails que contient ce Mémoire m'ont paru néceſſaires pour eſſayer de déterminer la période de cette Comète & les élémens de ſon orbite; c'eſt auſſi ce qui m'a engagé à placer ici les deux Tables ſuivantes, où l'on verra dans un aſſez grand détail le réſultat de mes obſervations, & les poſitions des Étoiles qui ont ſervi à conclure celle de la Comète.

TABLE I. *Des positions apparentes du noyau de la Comète observée en 1770, comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 14 Juin, qu'elle fut découverte, jusqu'au 3 Octobre qu'elle parut dans les instrumens pour la dernière fois.*

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Australe observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettr. de Bayer & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Juin. 14	11. 30. 0	272. 54. 0	16. 46. 0	....	....	.....	.....	position estimée.
15	11. 23. 21	272. 57. 52	16. 29. 5	1. 13. 45+	0. 34. 57 +	7	13	déterm. par observ.
	11. 49. 36	272. 57. 37	....	1. 13. 30+	....	7	13	
	14. 6. 14	272. 57. 22	....	1. 13. 15+	....	7	13	la même.
17	11. 11. 7	273. 5. 22	15. 47. 19	1. 21. 15+	0. 6. 49 —	7	13	
au Mérid.	12. 28. 49	273. 6. 19	....	28. 13. 15—	....	3	α^2	du Capricorne.
	12. 28. 49	273. 6. 27	....	28. 55. 0—	....	3	β	
	12. 46. 31	273. 5. 29	15. 46. 26	1. 21. 22+	0. 7. 42 —	7	13	la même que ci-dess.
	12. 48. 40	273. 7. 43	15. 45. 22	0. 54. 0—	1. 3. 42 —	6	16	déterm. par observ.
	12. 53. 50	273. 7. 13	....	0. 54. 30—	....	6	16	
20	10. 39. 43	273. 19. 58	14. 20. 11	0. 41. 45—	0. 21. 29 —	6	16	la même.
	11. 9. 30	273. 20. 58	14. 20. 6	0. 40. 45—	0. 21. 34 —	6	16	
	11. 38. 59	273. 20. 58	....	0. 40. 45—	....	6	16	
	11. 38. 59	273. 21. 22	14. 20. 12	1. 37. 15+	1. 33. 56 —	7	13	la même que ci-dess.
21	10. 26. 28	273. 26. 13	13. 41. 4	0. 35. 30—	1. 0. 36 —	6	16	
	11. 3. 21	273. 26. 28	13. 40. 5	0. 35. 15—	1. 1. 35 —	6	16	la même que ci-dess.
22	10. 24. 6	273. 34. 13	12. 50. 12	0. 27. 30—	1. 51. 28 —	6	16	
	10. 44. 32	273. 35. 3	12. 49. 30	0. 20. 45—	0. 17. 0 —	9	15	télescopique déterm.
	10. 44. 32	273. 35. 2	12. 49. 28	0. 59. 22+	0. 42. 57 +	7	14	déterminée.
	11. 42. 35	273. 35. 10	12. 47. 58	0. 59. 30+	0. 41. 27 +	7	14	la même.
	12. 8. 6	273. 35. 22	12. 46. 21	1. 51. 15+	3. 7. 47 —	7	13	la même que ci-dess.
au Mérid.	12. 8. 6	273. 35. 13	12. 46. 31	0. 26. 30—	1. 55. 9 —	6	16	
	12. 8. 6	273. 35. 13	12. 46. 30	19. 16. 45+	2. 38. 48 —	2	η	d'*Ophiucus*.
24	12. 1. 21	273. 57. 44	10. 24. 52	2. 13. 37+	5. 29. 16 —	7	13	les mêmes que ci-dess.
	12. 1. 21	273. 57. 47	10. 24. 49	2. 22. 7+	1. 41. 42 —	7	14	
	12. 1. 21	273. 57. 48	10. 24. 49	0. 42. 52—	0. 31. 17 —	7	18	déterminées.
	12. 1. 21	273. 57. 45	10. 24. 49	1. 36. 41—	0. 43. 16 —	6	22	
au Mérid.	12. 1. 21	273. 57. 37	10. 24. 47	9. 33. 30—	5. 12. 10 +	3	λ	de l'Aigle.
	12. 1. 21	273. 57. 49	10. 24. 46	17. 10. 22—	2. 53. 22 +	3	κ	
	12. 1. 21	273. 57. 57	10. 24. 54	27. 21. 37—	2. 49. 35 —	3	α^2	du Capricorne.
	12. 27. 25	273. 57. 55	10. 22. 50	1. 22. 15+	1. 43. 41 —	7	14	la même que ci-dess.
	12. 27. 25	273. 57. 40	10. 22. 41	0. 43. 0—	0. 33. 25 —	7	18	même de cette Table.
	12. 27. 25	273. 57. 56	10. 22. 26	1. 36. 30—	0. 45. 39 —	6	22	
	12. 43. 1	273. 57. 25	10. 21. 56	0. 43. 15—	0. 34. 10 —	7	18	
	12. 43. 1	273. 57. 41	10. 22. 9	1. 36. 45—	0. 45. 56 —	6	22	les mêmes que ci-dess.
	13. 23. 10	273. 56. 55	10. 19. 26	0. 43. 45—	0. 36. 40 —	7	18	

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Australe observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre les Étoiles & la Comète.	DIFFÉRENCE en déclinais. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Juin. 24	13. 23. 10	273. 56. 56	10. 19. 54	1. 37. 30 —	0. 48. 11 —	6	11	déterminée.
25	13. 25. 44	274. 15. 42	8. 30. 17	1. 26. 0 —	0. 7. 11 +	4	m	de l'Aigle.
	13. 36. 23	274. 15. 12	8. 29. 9	1. 26. 30 —	0. 6. 2 +	4	m	la même.
27	13. 10. 41	275. 12. 31	2. 13. 16	2. 50. 45 +	0. 42. 57 —	3	n	du Serpent.
	13. 27. 22	275. 12. 53	2. 9. 36	2. 51. 7 +	0. 46. 37 —	3	n	la même.
			Boréale.					
28	10. 43. 47	276. 3. 44	3. 10. 0	5. 8. 30 —	0. 45. 24 —	4	θ	du Serpent.
29	9. 59. 53	277 43. 44	13. 30. 58	5. 59. 15 —	0. 1. 25 —	3	ζ	de l'Aigle.
	10. 29. 34	277. 46. 29	13. 48. 59	5. 56. 30 —	0. 16. 36 +	3	ζ	la même.
	11. 39. 4	277. 52. 44	....	5. 50. 15 —	....	3	ζ	
au Mér.	11. 56. 27	277. 54. 22	14. 45. 26	5. 48. 37 —	1. 13. 3 +	3	ζ	
	11. 56. 27	277. 54. 18	14. 45. 25	16. 50. 0 +	2. 0. 41 +	2	α	d'*Ophiucus*.
30	12. 0. 0	282. 40. 0	37. 30. 0	....	....	1	α	Lyre Com. posit. est.
Juillet. 1	12. 0. 0	324. 0. 0	77. 0. 0	....	....	.....	.....	position estimée.
3	11. 0. 0	89. 0. 0	49. 0. 0	....	....	1	α	la Chèvre, posit. est.
Août. 2	14. 57. 31	96. 32. 25	22. 29. 31	6. 17. 2 +	0. 3. 44 —	4	n	des Gemeaux.
	14. 57. 31	96. 32. 31	22. 29. 38	4. 16. 26 +	0. 7. 5 —	3	μ	
	14. 57. 31	96. 32. 28	22. 29. 40	0. 13. 2 +	0. 16. 22 +	7	1	déterminée.
	15. 33. 28	96. 32. 55	22. 29. 23	6. 17. 32 +	0. 3. 52 —	4	n	des Gemeaux.
	15. 33. 28	96. 32. 31	22. 29. 20	4. 16. 26 +	0. 7. 23 —	3	μ	
	15. 33. 28	96. 33. 12	22. 29. 18	0. 13. 47 +	0. 15. 59 +	7	1	la même que ci-dess.
3	14. 39. 30	96. 56. 51	22. 25. 13	4. 40. 46 +	0. 11. 30 —	3	μ	des Gemeaux.
	14. 39. 30	96. 56. 55	22. 25. 11	0. 37. 29 +	0. 11. 52 +	7	1	la même que ci-dess.
	15. 14. 4	96. 57. 21	22. 25. 42	4. 41. 16 +	0. 11. 1 —	3	μ	des Gemeaux.
	15. 18. 30	96. 57. 32	22. 25. 32	0. 38. 6 +	0. 12. 13 +	7	1	la même que ci-dess.
4	14. 7. 14	97. 20. 40	22. 21. 58	5. 4. 35 +	0. 14. 45 —	3	μ	des Gemeaux.
	14. 16. 18	97. 21. 59	22. 21. 14	1. 2. 33 +	0. 7. 55 +	7	1	la même que ci-dess.
	14. 16. 18	97. 22. 4	22. 21. 5	2. 4. 51 —	0. 20. 14 +	6	d	des Gemeaux.
	14. 32. 48	97. 22. 21	22. 21. 3	1. 2. 55 +	0. 7. 44 +	7	1	la même que ci-dess
	14. 32. 48	97. 22. 19	22. 20. 54	2. 4. 36 —	0. 20. 3 +	6	d	des Gemeaux.
	14. 48. 38	97. 22. 37	22. 20. 54	1. 3. 11 +	0. 7. 35 +	7	1	la même que ci-dess.
	14. 48. 38	97. 22. 34	22. 20. 45	2. 4. 21 —	0. 19. 55 +	6	d	des Gemeaux.
	15. 1. 51	97. 22. 49	22. 21. 48	2. 4. 6 —	0. 20. 57 +	6	d	la même.
	15. 1. 51	97. 23. 10	22. 21. 50	5. 13. 51 —	1. 28. 32 +	3	ζ	des Gemeaux.
	15. 27. 34	97. 23. 19	22. 22. 4	2. 3. 36 —	0. 21. 13 +	6	d	
	15. 27. 34	97. 23. 55	22. 21. 9	5. 13. 6 —	1. 27. 51 +	3	ζ	
5	14. 33. 15	97. 49. 11	22. 17. 16	1. 29. 45 +	0. 3. 57 +	7	1	la même que ci-dess.
	14. 33. 15	97. 48. 54	22. 16. 48	1. 38. 1 —	0. 15. 57 +	6	d	des Gemeaux.
	14. 49. 45	97. 49. 25	22. 17. 4	1. 29. 59 +	0. 3. 45 +	7	1	même de cette Table.
	14. 49. 45	97. 49. 54	22. 16. 40	1. 37. 1 —	0. 15. 49 +	6	d	des Gemeaux.
	15. 8. 0	97. 49. 41	22. 17. 0	1. 30. 15 +	0. 3. 41 +	7	1	la même que ci-dess.

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite obſervée.	DÉCLINAISON Boréale. obſervée.	DIFFÉRENCE en aſcenſ. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinaiſ. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles	ÉTOILES avec leſquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Août. 5	15. 8. 0	97. 49. 24	22. 16. 35	1. 37. 31 —	0. 15. 44 +	6	d	des Gemeaux.
	15. 22. 56	97. 49. 54	22. 17. 2	1. 37. 1 —	0. 16. 11 +	6	d	la même.
	15. 22. 56	97. 49. 59	22. 16. 55	4. 47. 2 —	1. 23. 37 +	3	ζ	des Gemeaux.
6	14. 24. 21	98. 16. 9	22. 13. 54	6. 0. 4 +	0. 22. 49 —	3	μ	
	14. 24. 21	98. 16. 45	22. 13. 19	1. 57. 19 +	0. 0. 0	7	1	la même que ci-deſſ.
	14. 40. 5	98. 17. 0	22. 13. 19	1. 57. 34 +	0. 0. 0	7	1	la même.
	14. 40. 5	98. 16. 43	22. 13. 44	1. 10. 12 —	0. 12. 13 +	6	d	des Gemeaux.
	14. 54. 44	98. 17. 15	22. 13. 19	1. 57. 49 +	0. 0. 0	7	1	la même que ci-deſſ.
	14. 54. 44	98. 17. 13	22. 13. 4	1. 9. 42 —	0. 12. 13 +	6	d	des Gemeaux.
7	14. 44. 5	98. 45. 57	22. 9. 34	2. 26. 31 +	0. 3. 45 —	7	1	la même que ci-deſſ.
	14. 44. 6	98. 45. 26	22. 9. 50	0. 41. 29 —	0. 8. 59 +	6	d	des Gemeaux.
	14. 50. 55	98. 46. 5	22. 9. 33	2. 26. 39 +	0. 3. 46 —	7	1	la même que ci deſſ.
	14. 50. 55	98. 45. 40	22. 9. 24	0. 41. 15 —	0. 8. 33 +	6	d	des Gemeaux.
8	14. 15. 7	99. 14. 23	22. 5. 2	0. 12. 32 —	0. 4. 11 +	6	d	
	14. 15. 23	99. 15. 8	22. 5. 0	0. 11. 47 —	0. 4. 9 +	6	d	la même.
	14. 46. 6	99. 15. 23	22. 4. 57	0. 11. 32 —	0. 4. 6 +	6	d	
	14. 46. 6	99. 14. 58	22. 4. 56	3. 22. 3 —	1. 11. 38 +	3	ζ	
	15. 5. 22	99. 15. 53	22. 4. 55	0. 11. 2 —	0. 4. 4 +	6	d	des Gemeaux.
	15. 5. 22	99. 15. 43	22. 4. 50	3. 21. 18 —	1. 11. 32 +	3	ζ	
9	14. 43. 12	99. 47. 33	22. 0. 3	2. 49. 28 —	1. 6. 45 +	3	ζ	la même.
10	14. 9. 38	100. 17. 48	21. 58. 25	0. 50. 53 +	0. 2. 26 —	6	d	des Gemeaux.
	14. 16. 54	100. 18. 3	21. 58. 25	0. 51. 8 +	0. 2. 26 —	6	d	
	14. 25. 34	100. 18. 3	21. 58. 20	0. 51. 8 +	0. 2. 31 —	6	d	la même.
	14. 34. 43	100. 18. 18	21. 58. 20	0. 51. 23 +	0. 2. 31 —	6	d	
	14. 34. 43	100. 18. 18	21. 58. 9	0. 0. 0 —	0. 7. 6 +	9	1'	déterminée.
	14. 41. 27	100. 17. 38	21. 57. 34	2. 19. 23 —	1. 4. 16 +	3	ζ	
	14. 56. 0	100. 18. 33	21. 58. 15	0. 51. 38 +	0. 2. 36 —	6	d	
	14. 56. 0	100. 18. 8	21. 57. 28	2. 18. 53 —	1. 4. 10 +	3	ζ	des Gemeaux.
	15. 15. 6	100. 19. 3	21. 58. 11	0. 52. 8 +	0. 2. 40 —	6	d	
11	14. 18. 44	100. 50. 23	21. 54. 34	1. 23. 28 +	0. 6. 17 —	6	d	la même.
	14. 27. 1	100. 50. 38	21. 54. 30	1. 23. 43 +	0. 6. 21 —	6	d	
	14. 40. 27	100. 51. 14	21. 53. 8	1. 45. 47 —	0. 59. 50 +	3	ζ	des Gemeaux.
	14. 49. 41	100. 51. 29	21. 53. 9	1. 45. 32 —	0. 59. 51 +	3	ζ	la même.
12	14. 41. 56	101. 24. 20	21. 50. 7	9. 8. 15 +	0. 46. 36 —	3	μ	
	15. 4. 35	101. 25. 14	21. 49. 51	1. 58. 19 +	0. 11. 0 —	6	d	
	15. 4. 35	101. 25. 34	21. 49. 44	1. 11. 27 —	0. 56. 26 +	3	ζ	des Gemeaux.
	15. 23. 17	101. 25. 29	21. 50. 13	1. 58. 34 +	0. 10. 38 —	6	d	
	15. 23. 17	101. 25. 29	21. 51. 3	1. 7. 11 +	0. 0. 0	9	1'	la même que ci-deſſ.
	15. 25. 56	101. 25. 19	21. 49. 28	1. 11. 42 —	0. 56. 10 +	3	ζ	des Gemeaux.
14	14. 33. 21	102. 34. 31	21. 42. 9	0. 2. 30 —	0. 48. 51 +	3	ζ	la même.
	14. 54. 31	102. 35. 11	21. 42. 1	3. 8. 16 +	0. 18. 50 —	6	d	des Gemeaux.

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Août 14	14. 54. 31	102. 34. 31	21. 42. 7	0. 2. 30 —	0. 48. 49 +	3	ζ	des Gemeaux.
	15. 14. 31	102. 34. 46	21. 42. 1	0. 2. 15 —	0. 48. 43 +	3	ζ	
	15. 24. 31	102. 35. 1	21. 41. 55	0. 2. 0 —	0. 48. 37 +	3	ζ	
15	15. 39. 38	103. 11. 22	21. 37. 48	0. 34. 21 +	0. 44. 30 +	3	ζ	
	15. 52. 42	103. 11. 52	21. 37. 46	0. 34. 51 +	0. 44. 28 +	3	ζ	la même.
	16. 0. 37	103. 12. 22	21. 37. 45	0. 35. 21 +	0. 44. 27 +	3	ζ	
18	14. 21. 13	105. 2. 55	21. 25. 48	2. 25. 54 +	0. 32. 30 +	3	ζ	
	14. 40. 4	105. 3. 25	21. 25. 39	2. 26. 24 +	0. 32. 21 +	3	ζ	
	14. 40. 4	105. 3. 47	21. 25. 39	2. 1. 50 —	0. 34. 9 +	6	q	
	15. 0. 48	105. 4. 25	21. 25. 20	2. 27. 24 +	0. 32. 2 +	3	ζ	
	15. 0. 48	105. 4. 32	21. 25. 16	2. 1. 5 —	0. 33. 46 +	6	q	
19	14. 30. 13	105. 41. 47	21. 21. 13	3. 4. 46 +	0. 27. 55 +	3	ζ	des Gemeaux.
	14. 30. 13	105. 42. 9	21. 21. 13	1. 23. 28 —	0. 29. 43 +	6	q	
	14. 54. 36	105. 42. 32	21. 21. 1	3. 5. 31 +	0. 27. 43 +	3	ζ	
	14. 54. 36	105. 42. 39	21. 20. 58	1. 22. 58 —	0. 29. 28 +	6	q	
26	15. 38. 21	110. 26. 25	20. 46. 43	3. 20. 48 +	0. 4. 47 —	6	q	la même.
	15. 38. 21	110. 26. 16	20. 46. 39	2. 5. 21 +	0. 4. 36 —	6	r	
	16. 14. 47	110. 26. 33	20. 46. 28	7. 49. 32 +	0. 6. 50 —	3	ζ	
	16. 14. 47	110. 26. 46	20. 46. 29	2. 5. 51 +	0. 4. 26 —	6	r	
28	14. 43. 23	111. 46. 38	20. 35. 39	4. 41. 1 +	0. 15. 51 —	6	q	des Gemeaux.
	14. 43. 23	111. 46. 44	20. 35. 39	3. 25. 49 +	0. 6. 24 —	6	r	
	15. 7. 53	111. 47. 38	20. 35. 30	4. 42. 1 +	0. 16. 0 —	6	q	
29	15. 21. 28	112. 29. 25	20. 30. 24	4. 8. 30 +	0. 11. 39 —	6	r	
	15. 43. 6	112. 30. 0	20. 29. 34	3. 3. 30 —	0. 1. 11 —	6	l	
	16. 3. 34	112. 30. 48	20. 29. 33	3. 2. 42 —	0. 1. 10 —	6	l	
	16. 24. 52	112. 31. 30	20. 29. 32	3. 2. 0 —	0. 1. 9 —	6	l	
30	14. 48. 15	113. 9. 29	20. 23. 40	2. 24. 1 —	0. 4. 43 —	6	l	
	15. 6. 8	113. 10. 22	20. 23. 38	2. 23. 8 —	0. 4. 45 —	6	l	
	15. 26. 24	113. 10. 44	20. 23. 36	2. 22. 46 —	0. 4. 47 —	6	l	
31	14. 38. 26	113. 50. 43	20. 18. 1	1. 42. 47 —	0. 10. 22 —	6	l	la même.
	15. 19. 5	113. 51. 43	20. 17. 58	1. 41. 47 —	0. 10. 25 —	6	l	
Sept. 4	15. 6. 47	116. 33. 55	19. 52. 39	1. 0. 25 +	0. 35. 44 —	6	l	
	15. 17. 9	116. 34. 25	19. 52. 35	1. 0. 55 +	0. 35. 48 —	6	l	
	15. 33. 39	116. 34. 55	19. 52. 26	1. 1. 25 +	0. 35. 57 —	6	l	
	15. 49. 56	116. 35. 10	19. 52. 22	1. 1. 40 +	0. 36. 1 —	6	l	
	16. 12. 55	116. 35. 25	19. 51. 52	1. 15. 27 —	0. 23. 13 +	7	9	déterminée.
5	14. 50. 25	117. 14. 2	19. 45. 26	1. 40. 32 +	0. 42. 57 —	6	l	des Gemeaux.
	14. 50. 25	117. 14. 1	19. 45. 16	0. 36. 51 —	0. 16. 37 +	7	9	la même que ci-dess.
	15. 4. 31	117. 14. 2	19. 45. 24	1. 40. 32 +	0. 42. 59 —	6	l	des Gemeaux.
	15. 4. 31	117. 14. 1	19. 45. 16	0. 36. 51 —	0. 16. 37 +	7	9	la même que ci-dess.
	15. 16. 43	117. 14. 16	19. 45. 13	0. 36. 36 —	0. 16. 34 +	7	9	la même.

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite obſervée.	DÉCLINAISON Boréale obſervée.	DIFFÉRENCE en aſcenſ. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinaiſ. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec leſquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Sept. 8	15. 59. 53	119. 14. 35	19. 24. 57	1. 23. 43 +	0. 3. 42 —	7	9	
	16. 8. 34	119. 14. 50	19. 24. 54	1. 23. 58 +	0. 3. 45 —	7	9	la même.
9	15. 9. 39	119. 52. 49	19. 17. 44	0. 7. 16 +	0. 58. 12 +	5	ζ	
	15. 25. 14	119. 53. 4	19. 17. 42	0. 7. 31 +	0. 58. 10 +	5	ζ	de l'Écreviſſe.
	15. 40. 32	119. 53. 4	19. 17. 39	0. 7. 31 +	0. 58. 7 +	5	ζ	
10	16. 29. 54	120. 31. 10	19. 9. 38	0. 45. 37 +	0. 50. 6 +	5	ζ	la même.
14	14. 21. 17	123. 0. 45	18. 42. 6	0. 28. 4 +	0. 20. 40 —	6	d	de l'Écreviſſe,
	14. 38. 38	123. 1. 30	18. 42. 3	0. 28. 49 +	0. 20. 43 —	6	d	la même.
	14. 38. 38	123. 1. 23	18. 41. 55	1. 36. 1 —	0. 9. 25 —	6	θ	
	15. 5. 12	123. 2. 15	18. 41. 56	0. 29. 34 +	0. 20. 50 —	6	d	de l'Écreviſſe.
	15. 47. 12	123. 3. 16	18. 41. 54	0. 30. 35 +	0. 20. 52 —	6	d	la même.
17	16. 58. 57	124. 52. 11	18. 19. 28	0. 14. 47 +	0. 31. 52 —	6	θ	de l'Écreviſſe.
	16. 11. 9	124. 52. 26	18. 19. 26	0. 15. 2 +	0. 31. 54 —	6	θ	
	16. 19. 47	124. 52. 41	18. 19. 23	0. 15. 17 +	0. 31. 57 —	6	θ	
18	15. 36. 31	125. 27. 17	18. 11. 30	0. 49. 53 +	0. 39. 50 —	6	θ	
	16. 2. 20	125. 27. 47	18. 11. 22	0. 50. 23 +	0. 39. 58 —	6	θ	
	16. 16. 13	125. 28. 2	18. 11. 17	0. 50. 38 +	0. 40. 3 —	6	θ	la même.
19	15. 25. 39	126. 2. 8	18. 5. 35	1. 24. 44 +	0. 45. 45 —	6	θ	
	15. 36. 25	126. 2. 23	18. 5. 32	1. 24. 59 +	0. 45. 48 —	6	θ	
20	15. 40. 39	126. 36. 43	17. 58. 3	1. 59. 19 +	0. 53. 17 —	6	θ	
29	15. 33. 47	131. 21. 58	16. 50. 0	0. 15. 17 +	0. 38. 39 +	6	o^1	de l'Écreviſſe.
	15. 47. 46	131. 21. 58	16. 48. 39	4. 31. 44 —	0. 39. 20 —	.....	♄	SATURNE.
	16. 49. 26	131. 22. 58	16. 49. 6	0. 16. 17 +	0. 37. 45 +	6	o^1	
Oct. 1	15. 33. 56	132. 19. 37	16. 35. 13	1. 8. 26 +	0. 8. 20 +	6	o^2	de l'Écreviſſe.
	16. 44. 3	132. 21. 23	16. 34. 31	1. 10. 12 +	0. 7. 38 +	6	o^2	
2	15. 54. 30	132. 48. 27	16. 27. 15	1. 37. 16 +	0. 0. 22 +	6	o^2	la même.
	16. 49. 44	132. 49. 27	16. 26. 53	1. 38. 16 +	0. 0. 0		o^2	

TABLE II. *Des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles avec lesquelles la Comète de 1770 a été comparée, depuis le 14 Juin qu'elle fut découverte, jusqu'au 3 Octobre au matin, qu'elle fut visible pour la dernière fois. Leurs positions réduites au temps des observations.*

ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
90. 15. 23	22. 33. 15 B.	4	η	des Gemeaux, Comète comparée le 3 Août matin.
92. 16. 5	22. 36. 43	3	μ	des Gem. Com. comp. les 3, 4, 6, 7 & 13 Août mat.
96. 19. 26	22. 13. 19	7	1	déterm. Com. comp. les 3, 4, 5, 6, 7 & 8 Août mat.
99. 26. 55	22. 0. 51	6	d	des Gemeaux, Comète comparée les 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13 & 15 Août matin.
100. 18. 18	21. 51. 3	9	1'	déterminée, Comète en opposition le 10, & même déclinaison le 12 Août matin avec cette Étoile.
102. 37. 1	20. 53. 18	3	ζ	des Gemeaux, Comète comparée les 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 19, 20 & 27 Août matin.
104. 7. 35	21. 38. 33	8	2	déterminée; la queue de la Comète se terminoit à cette Étoile le 19 Août matin.
106. 35. 59	22. 23. 13	3	δ	des Gemeaux
107. 5. 37	20. 51. 30	6	q	des ♊, Com. comp. les 19, 20, 27 & 29 Août mat.
108. 20. 55	20. 42. 3	6	r	des ♊, Com. comp. les 27, 29 & 30 Août matin.
110. 53. 0	20. 39. 9	8	2'	déterminée; la queue de la Comète se terminoit à cette Étoile le 29 Août matin.
111. 26. 19	20. 38. 55	8	3	déterminée.
112. 53. 48	20. 49. 22	8	4	déterm. la Com. près de cette Étoile le 31 Août mat.
113. 56. 33	20. 19. 41	8	5	déterm. la Comète près de cette Étoile le 1.er Sept.
114. 38. 23	19. 54. 3	7	6	déterminée,
115. 33. 30	20. 28. 23	6	l	des Gemeaux, Comète comparée les 30 & 31 Août, 1, 5 & 6 Septembre matin.
116. 48. 42	19. 28. 7	8	7	déterminée.
116. 50. 42	20. 26. 41	7	8	déterminée.
117. 50. 52	19. 28. 39	7	9	déterm. Com. comp. les 5, 6 & 9 Septembre mat.
118. 41. 45	19. 51. 33	8	10	déterminée.
119. 45. 33	18. 19. 32	5	ζ	de l'Écreviſſe, Com. comp. les 10 & 11 Sept. mat.
120. 15. 22	18. 21. 25	8	11	déterminée.
122. 32. 41	19. 2. 46	6	d'	de l'Écreviſſe, Comète comparée le 14 Sept. matin,
124. 37. 24	18. 51. 20	6	θ	de l'Écreviſſe, Comète comparée les 15, 18, 19, 20 & 21 Septembre matin.
127. 54. 32	18. 59. 8	4	δ	de l'Écreviſſe.
131. 3. 11	18. 1. 32	7	12	déterminée.

ASCENSION

Ascension droite.	Déclinaison des Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	Noms des Étoiles qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
131. 6. 41	16. 11. 21 B.	6	o¹	de l'Écreviſſe, Com. comp. le 30 Septembre matin.
131. 11. 11	16. 26. 53	6	o²	de ♋, Com. comp. le 30 Sept. & les 2 & 3 Oct. mat.
135. 53. 42	17. 27. 59	.....	♄	SATURNE, Com. comp. le 30 Septembre matin.
254. 18. 28	15. 25. 18 A.	2	*n*	d'*Ophiucus*, Comète comparée le 22 Juin.
261. 4. 18	12. 44. 44 B.	2	α	d'*Ophiucus*, Comète comparée le 29 Juin.
271. 44. 7	15. 54. 8 A.	7	13	déterm. Com. comp. les 15, 17, 20, 22 & 24 Juin.
272. 21. 46	2. 56. 13	3	*n*	du Serpent, Comète comparée le 27 Juin.
272. 35. 40	12. 6. 31	7	14	déterminée, Com. comp. les 22 & 24 Juin.
273. 55. 48	13. 6. 30	10	15	déterminée, Comète comparée le 22 Juin.
274. 1. 43	14. 41. 40	6	16	déterm. Com. comp. les 17, 20, 21 & 22 Juin.
274. 10. 28	14. 42. 40	7	17	déterminée.
274. 40. 40	10. 56. 6	7	18	déterminée, Comète comparée le 24 Juin.
274. 48. 58	14. 47. 7	7	19	déterminée.
274. 54. 13	15. 0. 0	7	20	déterminée.
275. 8. 13	15. 0. 0	7	21	déterminée.
275. 34. 26	11. 8. 5	6	22	déterminée, Comète comparée le 24 Juin.
275. 41. 42	8. 23. 6 A.	4	*m*	de l'Aigle, Comète comparée le 25 Juin.
281. 12. 14	3. 55. 24 B.	4	θ	du Serpent, Comète comparée le 28 Juin.
283. 31. 7	5. 12. 37 A.	3	λ	de l'Aigle, Comète comparée le 24 Juin.
283. 42. 59	13. 32. 23 B.	3	ζ	de l'Aigle, Comète comparée le 29 Juin.
291. 8. 11	7. 31. 24 A.	3	κ	de l'Aigle, Comète comparée le 24 Juin.
301. 19. 34	13. 14. 29	3	α²	du Capricorne, Comète comp. les 17 & 24 Juin.
302. 1. 27	15. 29. 24 A.	3	β²	du Capricorne, Comète comparée le 17 Juin.
317. 26. 53	77. 11. 31 B.	5	23	de Céphée, la poſition de la Comète eſtimée la nuit du 1 au 2 Juillet.

TABLE des Élémens de l'orbite de la Comète de 1770.

NUMÉR. des THÉOR.	LIEU DU NŒUD ascendant.	INCLIN. de L'ORBITE	LONGITUDE du PÉRIHÉLIE.	DIST. du PÉRIHÉLIE.	PASSAGE de la COMÈTE au PÉRIHÉLIE en 1770, Temps moyen à Paris.
	S. D. M. S.	*D. M. S.*	*S. D. M. S.*		*J. M. H. M. S.*
I.	4. 16. 39. 5	1. 44. 29	11. 26. 7. 16	0,629587	9 Août à 0. 19. 17
II.	4. 15. 28. 43	1. 46. 31	11. 26. 6. 40	0,62955	9 Août à 0. 3. 46
III.	4. 15. 3. 42	1. 44. 35	11. 22. 51. 22	0,64456	8 Août à 9. 9. 16
IV.	4. 14. 30. 0	1. 23. 0	0. 7. 13. 46	0,71717	25 Août à 2. 8. 53
V.	4. 12. 56. 0	1. 46. 0	11. 29. 45. 0	0,64946	12 Août à 20. 50. 0
VI.	4. 16. 14. 0	1. 45. 20	11. 26. 12. 50	0,62872	9 Août à 0. 32. 48
VII.	4. 12. 0. 0	1. 55. 0	11. 25. 57. 0	0,631	9 Août à 3. 38. 0

ÉLÉMENS calculés.

N.° I.......... Par M. Pingré. Imprimés dans les *Mémoires de l'Académie, année 1770, page 255.*

N.os II, III, IV... Par M. Prosperin. Tirés de sa lettre du 1.er Mai 1772, & imprimés dans les *Mémoires de l'Académie d'Upsal, tome II, page 267.*

N.° V.......... Par M. Widder. Tirés de sa lettre du 18 Avril 1772.

N.° VI......... Par M. Slop. Imprimés dans un Ouvrage qui a pour titre: *Theoriæ Cometarum, anni 1769, & anni 1770. Pisis, 1771.*

N.° VII........ Par M. Lambert. *Recueil pour les Astronomes, tome II, page 326.*

RECUEIL des Observations de la Comète de 1770.

À GRÉENWICH.

Dans le Recueil *in-folio*, des Observations astronomiques, publié à Londres en 1776, par M. Maskelyne, Astronome royal, on trouve cinq déterminations du lieu de la Comète de 1770, pour les 28 Juin, 25, 26, 28 & 29 Août.

M. Aubert m'envoya de la part de M. Maskelyne, les obſervations ſuivantes, dans ſa Lettre du 6 Juillet 1770.

1770.	TEMPS moyen.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON boréale.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Juin. 28	13. 29. 28	276. 12. 6	4. 8. 37
29	10. 46. 0	277. 30. 0	14. 0. 0
Juill. 1	10. 26. 0	314. 23. 0	76. 0. 0
	12. 8. 0	324. 40. 0	78. 20. 0

Les trois dernières déterminations furent priſes ſur les diviſions d'un petit ſecteur équatorial, & ces déterminations (ajoute M. Maskelyne) ne ſauroient être exactes à plus d'un demi-degré ou d'un degré : la Comète du 1.er au 2 Juillet avoit changé de place environ de 44 degrés.

À WEILBOURG. Par le P. Hubert.

Dans les Éphémérides de Vienne, du P. Hell, *année 1772, page 260,* on a rapporté quelques obſervations de la Comète de 1770, avec quelques détails. Voici les obſervations.

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.
	H. M.	D. M.	D. M.
Juin. 26	11. 0	273. 10	6. 20 Auſt.
28	11. 0	276. 30	3. 50 Bor.
29	11. 0	278. 20	13. 50
Juill. 1	9. 50	336. 0	73. 30
3	10. 30	83. 0	60 0

À TYRNAW en Hongrie.

Dans le Recueil des obſervations du P. Weiſs, pour

les années 1768, 1769 & 1770, il rapporte deux positions de la Comète de 1770, les 26 & 28 Juin.

1770.	TEMPS vrai.	ASCENS. droite.	DÉCLINAIS.	LONGITUDE	LATITUDE.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Juin. 26	11. 55. 44	274. 37. 0	6. 17. 37 A.	9. 4. 45. 25	17. 7. 55 B.
28	11. 53. 11	276. 3. 0	3. 13. 45 B.	9. 6. 46. 0	26. 32. 34 B.

À MILAN.

Extrait d'une Lettre de M. l'abbé Boscovich, du 14 Juillet 1770, contenant les observations de la Comète de 1770, faites à Milan, par le P. la Grange : M. l'abbé Boscovich rapporte que dans la dernière observation il peut y avoir une petite erreur, ayant comparé la Comète à une petite Étoile : que dans les cinq autres déterminations il n'y a pas une minute d'erreur, & dans les trois premières, une erreur seulement de quelques secondes.

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Juin.. 25	11. 4. 18	274. 7. 9	8. 56. 44 A.
27	10. 56. 21	275. 9. 15	2. 43. 31 A.
29	10. 10. 21	277. 42. 3	13. 20. 42 B.
30	10. 45. 22	277. 44. 52	36. 17. 2 B.
Juill. 2	10. 14. 43	76. 28. 46	65. 6. 43 B.
3	14. 48. 52	75. 32. 30	49. 16. 43 B.

À TOULOUSE.

Extrait du Recueil des Observations astronomiques, publié par M. Darquier, en 1777, *in-4.°, page 163.*

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON boréale.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Juin. 28	11. 52. 45	276. 14. 0	3. 48. 44
29	11. 56. 13	277. 53. 20	14. 47. 0

À BOLOGNE.

Extrait d'un ouvrage de M. Slop, ayant pour titre: *Theoricæ Cometarum, anni 1769 & anni 1770*, brochure *in-folio* de vingt-trois pages, dédiée à M. de la Lande.

1770.	TEMPS moyen.	ASCENSION droite.	DÉCLIN. boréale.	LONGITUDE.	LATITUDE boréale.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Juin. 28	11. 57. 11	276. 4. 58	3. 21. 5	9. 6. 47. 57	26. 40. 41
29	12. 6. 17	277. 49. 50	14. 38. 45	9. 9. 36. 35	37. 52. 7
Juill. 1	12. 38. 32	322. 59. 39	78. 7. 0	1. 29. 12. 46	71. 15. 50
2	13. 56. 30	78. 16. 18	62. 26. 5	2. 23. 1. 29	39. 15. 0

À KAMINIECH *en Pologne, par M. Krafft.*

Mémoires de l'Académie de Péterſbourg, pour 1769, *tome XIV, partie II, page 270.*

1770.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON boréale.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Juin. 28	11. 44. 44	275. 47. 26	2. 59. 8
29	12. 37. 0	279. 6. 32	12. 54. 42

RECHERCHES des Élémens de la Comète de 1770, par M.rs Profperin & Widder; avec les Recherches de M. Lexell, fur la révolution périodique de cette Comète qu'il fixe à cinq ans & demi, d'après mes obfervations.

Extrait d'une Lettre de M. Profperin, Aftronome d'Upfal, des Académies d'Upfal & de Stockolm; écrite le 1.er Mai 1772 *(d)*.

« Ayant reconnu que les élémens de la Comète de 1770, » publiés par M. Pingré, ne s'accordoient pas avec les obfer- » vations faites après fa fortie des rayons du Soleil, je me fuis » occupé à calculer des élémens dans la parabole, d'après vos » obfervations, depuis le 10 Août jufqu'au 2 Octobre : j'ai » commencé par l'obfervation du 10 Août, pour avoir toutes » celles qui étoient du côté du Périhélie, M. Pingré ayant » marqué le paffage de la Comète au Périhélie, le 9 Août: » malgré beaucoup de calculs, je ne pouvois pas réuffir à » accorder les obfervations avec les élémens dans la parabole. » Je me fuis donc borné à un plus petit nombre d'obfervations, » favoir, depuis le 30 Août jufqu'à la fin de l'apparition de la » Comète, pour la recherche de fes élémens, & je fuis parvenu à » obtenir des élémens que j'appellerai *Élémens troifièmes.* Enfuite, » j'ai entrepris l'examen des Élémens de M. Pingré, que je n'ai » pas trouvé d'accord avec les obfervations, dans le commen- » cement même de l'apparition. J'ai calculé d'autres élémens fur » les obfervations du 15 au 25 Juin, je les nommerai *Élémens* » *premiers ;* ils diffèrent très-peu de ceux de M. Pingré, mais » conviennent beaucoup mieux avec les obfervations, excepté » celles des 30 Juin, 1.er & 3 Juillet; obfervations qui furent » eftimées, & je ne fai pas quel degré de confiance on doit » leur donner *(e)*: de plus, la Comète étoit ces jours-là dans une » telle pofition, à l'égard de la Terre, qu'on ne fauroit même,

---

(d) Voyez auffi les *Mémoires de l'Acad. d'Upfal, tome II, page 267.* M. Profperin y a rapporté tout fon travail fur la Comète de 1770.

(e) Ces trois obfervations de la Comète ne furent eftimées qu'à la fimple vue, par des alignemens avec les Étoiles. *Voyez le Mémoire.*

par les élémens les plus parfaits, trouver ſon lieu géocentrique, «
avec quelque préciſion ; elle étoit preſque directement au- «
deſſus de la Terre, & la moindre erreur, dans la longitude «
héliocentrique, en produiroit une beaucoup plus grande dans «
la géocentrique: mais les obſervations de la Comète, après «
ſa ſortie des rayons du Soleil, ne s'accordoient plus quant «
à la longitude. Je me déterminai encore à rechercher de «
nouveaux élémens, d'après les obſervations du 2 au 19 Août, «
c'eſt-à-dire, juſqu'à l'endroit où les élémens troiſièmes com- «
mencèrent à s'éloigner des obſervations, & ces élémens je «
les nomme *Élémens deuxièmes.* Pour repréſenter la marche de «
la Comète, par des élémens paraboliques, j'ai donc trouvé «
trois différens élémens qui diviſent ſon apparition en autant «
d'époques; ſavoir, la première, depuis le 14 Juin juſqu'à la «
fin du mois; la ſeconde, depuis le 2 Août juſqu'au 19; & «
la troiſième, depuis le 19 Août juſqu'à la fin de l'apparition. «
J'ai comparé ces élémens aux obſervations, dans chacune «
de ces époques: j'ai auſſi calculé quelques obſervations dans «
les époques qui n'appartiennent pas aux élémens, & montrent «
la progreſſion des erreurs de la Comète; je les ai marquées «
d'un aſtériſque * dans les Tables qui ſuivent. «

Je vous dirai ce que je penſe de toutes ces variétés dans «
les élémens: comme les élémens troiſièmes ſont fort diffé- «
rents de ceux de M. Pingré, je penſe qu'on doit attribuer «
cette différence à un dérangement de l'orbite de la Comète, «
cauſé par l'attraction de la Terre, & cela, avec d'autant plus «
d'aſſurance que toutes les différences ſont dans un ſens «
qu'auroit exigé l'attraction de la Terre: le nœud étoit reculé, «
l'inclinaiſon diminuée, le Périhélie avancé, & ſa diſtance «
augmentée; néanmoins, comme les obſervations commen- «
çoient à s'éloigner de la théorie, le 19 Août, la Comète «
alors étoit trop éloignée de la Terre pour être ſi conſidéra- «
blement dérangée. Je ſoupçonne que la différence entre ſon «
orbite vrai elliptique, & la parabole que l'on emploie, «
pouvoit auſſi contribuer à ce dérangement, & ce ſoupçon «
s'eſt beaucoup confirmé après que j'ai eu trouvé les élémens 1 «

» & 2 qui me perſuadent que ces erreurs ſont au moins pour » la plus grande partie, produites par la dernière cauſe : en » voici les preuves. Si quelque action de la Terre a eu lieu, » cette action a dû avoir tout ſon effet avant le 2 Août, la » Comète étant le plus près de la Terre; les 1.er & 3 Juillet » (ſa diſtance étoit alors $\frac{1}{50}$ de celle du Soleil, ou huit fois » plus grande que celle de la Lune); néanmoins, les ſeconds » élémens s'accordent ſi bien avec les premiers, qu'on trouve » ſouvent des élémens paraboliques, calculés ſur les mêmes » obſervations, plus différens entr'eux. Les 1.er & 3 Juillet, » la Terre & la Comète étoient preſque en conjonction à l'égard » du Soleil; ainſi, l'inclinaiſon & le lieu du nœud auroient été » le plus dérangés : or, ces élémens ne ſont preſque pas changés. » Le Périhélie & le temps du paſſage ont un peu varié, mais » dans un autre ſens que celui qu'auroit exigé l'attraction de la » Terre. Au reſte, les obſervations dans la ſeconde époque ont » été faites dans les environs du Périhélie; & alors, il eſt toujours » bien difficile de trouver le Périhélie avec préciſion : les obſer- » vations dans cette époque s'accordent auſſi le moins avec les » élémens, & je n'ai pu en trouver de meilleures; je n'en ſuis » pas étonné, car les obſervations ſont faites vers le ſommet, » où la courbure de l'ellipſe diffère le plus de celle de la » parabole. Quand on compare les élémens troiſièmes avec les » ſeconds, on trouve une différence très-ſenſible, qui n'eſt certainement pas produite par la Terre. »

Après avoir rapporté la Lettre de M. Proſperin, je vais placer ici les élémens dont il parle.

Lieu du nœud aſcendant............	$4^s\ 16^d\ 39'\ 5''$.
Inclinaiſon de l'orbite...............	1. 44. 29.
Longitude du périhélie...............	11. 26. 7. 16.
Diſtance périhélie, celle du Soleil étant 1.	0,629587.2

Paſſage de la Comète au périhél. 9 Août 1770 à $0^h\ 19'\ 17''$, T. moy. au Méridien de Paris.

Mouvement direct.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS comparées aux Élémens de M. Pingré, par M. Prosperin.

1770.		LONGITUDE par les ÉLÉMENS.				DIFFÉRENCE avec les OBSERVATIONS.				LATITUDE par les ÉLÉMENS.			DIFFÉRENCE avec les OBSERVATIONS.			
M.	J.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.		D.	M.	S.	D.	M.	S.	
Juin.	14	9.	2.	53.	44	0.	6.	0	—	6.	40.	22	0.	0.	2	+
	15	9.	2.	51.	54	0.	0.	5	—	6.	56.	31	0.	0.	44	+
	17	9.	3.	0.	31	0.	0.	33	—	7.	37.	47	0.	1.	4	+
	20	9.	3.	17.	14	0.	1.	2	—	9.	5.	7	0.	0.	31	+
	21	9.	3.	24.	50	0.	1.	33	—	9.	45.	17	0.	0.	41	—
	22	9.	3.	34.	34	0.	0.	51	—	10.	38.	23	0.	0.	42	+
	24	9.	4.	1.	10	0.	1.	12	—	13.	0.	31	0.	0.	36	—
	25	9.	4.	23.	55	0.	2.	13	—	14.	56.	43	0.	2.	47	—
	27	9.	5.	38.	2	0.	3.	8	—	21.	12.	0	0.	3.	13	—
	28	9.	6.	49.	30	0.	3.	32	—	26.	32.	59	0.	3.	26	—
	29	9.	9.	49.	20	0.	6.	35	—	38.	4.	29	0.	6.	57	—
	30	9.	20.	59.	0	0.	34.	32	—	61.	9.	11	1.	4.	48	—
Juillet.	1	1.	29.	42.	49	4.	1.	1	—	70.	57.	19	0.	12.	19	+
	3	2.	26.	28.	3	2.	48.	19	+	25.	24.	33	0.	7.	30	+

Premiers Élémens de M. Prosperin.

Lieu du Nœud ascendant................ $4^{s}\ 15^{d}\ 28'\ 43''$

Inclinaison de l'Orbite................. 1. 46. 31.

Lieu du périhélie...................... 11. 26. 6. 40.

Distance périhélie....... 0,62955...... log. 9,7990335.

Passage au Périhélie, 9 Août 1770 à $0^{h}\ 3'\ 46''$, Temps moyen au Méridien de Paris.

Mouvement direct.

OBSERVATIONS comparées avec les premiers Élémens, par M. Prosperin.

1770.		TEMPS moyen À PARIS.	LONGIT. par les ÉLÉMENS.	LONGIT. par les OBSERVAT.	DIFFÉR.	LATIT. par les ÉLÉMENS.	LATIT. par les OBSERV.	DIFFÉRENCE.
M.	*J.*	*H. M. S.*	*S. D. M. S.*	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*
Juin..	14	11. 29. 48	9. 2. 46. 52	9. 2. 47. 44	0. 0. 52 +	6. 41. 17	6. 40. 24	0. 0. 53 — **
	15	11. 23. 22	9. 2. 51. 17	9. 2. 51. 49	0. 0. 32 +	6. 58. 7	6. 57. 15	0. 0. 52 —
	17	11. 11. 33	9. 2. 59. 24	9. 2. 59. 58	0. 0. 34 +	7. 38. 39	7. 38. 51	0. 0. 12 +
	20	10. 40. 48	9. 3. 15. 31	9. 3. 16. 12	0. 0. 41 +	9. 5. 26	9. 5. 38	0. 0. 12 +
	21	10. 47. 45	9. 3. 23. 27	9. 3. 23. 17	0. 0. 10 —	9. 45. 19	9. 44. 36	0. 0. 43 —
	22	12. 9. 36	9. 3. 32. 48	9. 3. 33. 43	0. 0. 55 +	10. 38. 1	10. 39. 5	0. 1. 4 +
	24	12. 3. 18	9. 3. 59. 7	9. 3. 59. 58	0. 0. 51 +	12. 59. 35	12. 59. 55	0. 0. 20 +
	25	13. 27. 55	9. 4. 21. 35	9. 4. 21. 42	0. 0. 7 +	14. 53. 3	14. 53. 56	0. 0. 53 +
	27	13. 13. 17	9. 5. 35. 10	9. 5. 34. 54	0. 0. 16 —	21. 8. 24	21. 8. 47	0. 0. 23 +
	28	10. 46. 34	9. 6. 46. 57	9. 6. 45. 58	0. 0. 59 —	26. 31. 15	26. 29. 33	0. 1. 42 —
	29	11. 59. 26	9. 9. 45. 18	9. 9. 42. 45	0. 2. 33 —	38. 0. 14	37. 57. 32	0. 2. 42 —
	30	12. 3. 11	9. 21. 2. 46	9. 20. 24. 28	0. 38. 18 —	61. 22. 44	60. 4. 23	1. 18. 21 — **
Juillet	1	12. 3. 23	2. 0. 2. 57	1. 25. 41. 48	4. 21. 9 —	70. 45. 17	71. 9. 38	0. 24. 21 + **
	3	11. 3. 45	2. 26. 34. 41	2. 29. 16. 22	2. 41. 41 +	25. 21. 16	25. 32. 3	0. 10. 47 + **
Août	2	15. 3. 15	3. 6. 32. 43	3. 6. 2. 29	0. 30. 14 —	0. 50. 10	0. 50. 21	0. 0. 11 + *
	3	14. 45. 9	3. 6. 58. 52	3. 6. 25. 15	0. 33. 37 —	0. 53. 19	0. 53. 36	0. 0. 17 + *
	4	14. 12. 48	3. 7. 25. 13	3. 6. 47. 24	0. 37. 49 —	0. 56. 9	0. 55. 44	0. 0. 25 — *

Seconds Élémens.

Lieu du Nœud ascendant.................. $4^s\ 15^d\ 3'\ 42''$.

Inclinaison de l'Orbite.................. 1. 44. 35.

Lieu du Périhélie.................... 11. 22. 51. 22.

Distance périhélie....... 0,64456...... log. 9,8092652.

Passage au Périhélie, 8 Août 1770 à $9^h\ 9'\ 16''$, Temps moyen au Méridien de Paris.

OBSERVATIONS comparées avec les seconds Élémens.

1770.		TEMPS moyen À PARIS.	LONGIT. par les ÉLÉMENS.	LONGIT. par les OBSERVAT.	DIFFÉR.	LATIT. par les ÉLÉMENS.	LATIT. par les OBSERV.	DIFFÉRENCE.
M.	J.	H. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Juin..	15	11. 23. 22	8. 25. 17. 13	9. 2. 51. 49	7. 34. 36 +	7. 13. 46	6. 57. 15	0. 16. 31 — *
	17	11. 11. 33	8. 24. 47. 52	9. 2. 59. 58	8. 12. 6 +	7. 16. 52	7. 38. 51	0. 21. 59 + *
	20	10. 40. 48	8. 23. 11. 29	9. 3. 16. 12	10. 4. 43 +	9. 26. 36	9. 5. 38	0. 20. 58 — *
Juillet	1	12. 3. 23	5. 6. 32. 37	1. 25. 41. 48	3. 10. 50. 49 —	44. 18. 55	71. 9. 38	26. 50. 43 + *
	3	11. 3. 45	3. 24. 48. 46	2. 29. 16. 22	25. 32. 24 —	22. 45. 37	25. 32. 3	2. 46. 26 + *
Août.	2	15. 3. 15	3. 6. 2. 28	3. 6. 29. 29	0. 0. 1 +	0. 50. 21	0. 50. 21	0. 0. 0
	3	14. 45. 9	3. 6. 23. 52	3. 6. 25. 15	0. 1. 23 +	0. 53. 36	0. 53. 36	0. 0. 0
	4	14. 12. 48	3. 6. 46. 24	3. 6. 47. 24	0. 1. 0 +	0. 56. 33	0. 55. 44	0. 0. 49 —
	5	14. 38. 43	3. 7. 11. 11	3. 7. 14. 0	0. 2. 49 +	0. 59. 22	0. 59. 3	0. 0. 19 —
	6	14. 29. 42	3. 7. 36. 45	3. 7. 39. 7	0. 2. 22 +	1. 2. 25	1. 1. 1	0. 1. 24 —
	7	14. 49. 19	3. 8. 4. 3	3. 8. 6. 55	0. 2. 52 +	1. 4. 11	1. 3. 43	0. 0. 28 —
	8	14. 20. 13	3. 8. 31. 46	3. 8. 33. 29	0. 1. 43 +	1. 6. 14	1. 6. 36	0. 0. 22 +
	9	14. 48. 10	3. 9. 1. 22	3. 9. 4. 30	0. 3. 8 +	1. 8. 10	1. 9. 33	0. 1. 23 +
	10	14. 14. 27	3. 9. 30. 53	3. 9. 32. 36	0. 1. 43 +	1. 10. 0	1. 9. 13	0. 0. 47 —
	11	14. 23. 23	3. 10. 2. 7	3. 10. 3. 2	0. 0. 55 +	1. 11. 25	1. 10. 51	0. 0. 34 —
	12	14. 46. 25	3. 10. 34. 32	3. 10. 34. 48	0. 0. 16 +	1. 12. 51	1. 12. 52	0. 0. 1 +
	14	14. 37. 29	3. 11. 40. 25	3. 11. 40. 25	0. 0. 0 +	1. 15. 15	1. 15. 25	0. 0. 10 +
	15	15. 43. 33	3. 12. 16. 15	3. 12. 14. 56	0. 1. 19 —	1. 16. 18	1. 16. 43	0. 0. 25 +
	18	14. 24. 32	3. 14. 0. 2	3. 13. 59. 24	0. 8. 38 —	1. 18. 41	1. 18. 35	0. 0. 6 —
	19	14. 33. 18	3. 14. 36. 14	3. 14. 35. 52	0. 0. 22 —	1. 19. 18	1. 19. 18	0. 0. 0 —
	26	15. 39. 38	3. 18. 51. 20	3. 19. 3. 47	0. 12. 27 +	1. 21. 52	1. 20. 43	0. 1. 9 — *
	28	14. 44. 8	3. 20. 2. 50	3. 20. 19. 39	0. 16. 49 +	1. 22. 12	1. 20. 55	0. 1. 17 — *
	30	14. 48. 22	3. 21. 13. 15	3. 21. 39. 12	0. 25. 57 +	1. 22. 21	1. 20. 57	0. 1. 24 — *

Troisièmes Élémens.

Lieu du Nœud ascendant . . . . $4^s\ 14^d\ 30'\ 0''$.

Inclinaison de l'Orbite . . . . 1. 23. 0.

Lieu du Périhélie . . . . 0. 7. 13. 46.

Distance périhélie . . . . 0,71717 . . . . log. 9,8556243.

Passage au Périhélie, 25 Août 1770 à $2^h\ 8'\ 53''$, Temps moyen au Méridien de Paris.

OBSERVATIONS comparées aux troisièmes Élémens.

1770.		TEMPS moyen À PARIS.	LONGIT. par les ÉLÉMENS.	LONGIT. par les OBSERVAT.	DIFFÉR.	LATIT. par les ÉLÉMENS.	LATIT. par les OBSERV.	DIFFÉRENCE.
M.	J.	H. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Août	10	14. 14. 27	3. 8. 12. 9	3. 9. 32. 26	1. 20. 27 +	1. 4. 52	1. 9. 13	0. 4. 21 + *
	11	14. 23. 23	3. 8. 58. 30	3. 10. 3. 2	1. 4. 32 +	1. 7. 4	1. 10. 51	0. 3. 47 + *
	12	14. 46. 25	3. 9. 43. 20	3. 10. 34. 48	0. 51. 28 +	1. 9. 5	1. 12. 52	0. 3. 47 + *
	14	14. 37. 29	3. 11. 8. 53	3. 11. 40. 25	0. 31. 32 +	1. 12. 24	1. 15. 25	0. 3. 1 + *
	15	15. 43. 33	3. 11. 52. 30	3. 12. 14. 56	0. 22. 26 +	1. 13. 50	1. 16. 43	0. 2. 53 + *
	18	14. 24. 32	3. 13. 51. 48	3. 13. 59. 10	0. 7. 22 +	1. 17. 3	1. 18. 35	0. 1. 32 + *
	19	14. 33. 18	3. 14. 31. 35	3. 14. 35. 52	0. 4. 17 +	1. 17. 49	1. 19. 18	0. 1. 29 + *
	26	15. 39. 38	3. 19. 5. 17	3. 19. 3. 47	0. 1. 30 —	1. 20. 45	1. 20. 43	0. 0. 2 —
	28	14. 44. 8	3. 20. 22. 1	3. 20. 19. 39	0. 2. 22 —	1. 20. 54	1. 20. 55	0. 0. 1 +
	29	15. 21. 53	3. 21. 1. 31	3. 21. 0. 3	0. 1. 28 —	1. 20. 51	1. 20. 5	0. 0. 46 —
	30	14. 48. 22	3. 21. 39. 18	3. 21. 39. 12	0. 0. 6 —	1. 20. 49	1. 20. 56	0. 0. 8 +
	31	14. 38. 25	3. 22. 17. 17	3. 22. 17. 16	0. 0. 1 —	1. 20. 41	1. 20. 23	0. 0. 18 —
Sept.	4	15. 5. 20	3. 24. 53. 2	3. 24. 52. 41	0. 0. 21 —	1. 19. 52	1. 19. 23	0. 0. 29 —
	5	14. 48. 37	3. 25. 30. 37	3. 25. 31. 7	0. 0. 30 +	1. 19. 35	1. 19. 41	0. 0. 6 +
	8	15. 57. 4	3. 27. 26. 21	3. 27. 26. 32	0. 0. 11 +	1. 18. 33	1. 18. 23	0. 0. 10 —
	9	15. 6. 30	3. 28. 2. 31	3. 28. 3. 19	0. 0. 48 +	1. 18. 10	1. 18. 22	0. 0. 12 +
	10	16. 26. 23	3. 28. 42. 0	3. 28. 40. 26	0. 1. 34 —	1. 17. 46	1. 19. 4	0. 1. 18 +
	14	14. 16. 26	4. 1. 4. 45	4. 1. 4. 36	0. 0. 9 —	1. 16. 6	1. 16. 18	0. 0. 12 +
	17	15. 53. 3	4. 2. 53. 8	4. 2. 52. 40	0. 0. 28 —	1s 14. 44	1. 14. 52	0. 0. 8 +
	18	15. 30. 16	4. 3. 27. 0	4. 3. 26. 57	0. 0. 3 —	1. 14. 17	1. 14. 58	0. 0. 41 +
	19	15. 19. 4	4. 4. 0. 49	4. 4. 0. 32	0. 0. 17 —	1. 13. 48	1. 13. 2	0. 0. 46 —
	20	15. 33. 45	4. 4. 34. 47	4. 4. 34. 17	0. 0. 30 —	1. 13. 20	1. 12. 35	0. 0. 45 —
	29	15. 23. 51	4. 9. 15. 18	4. 9. 14. 54	0. 0. 24 —	1. 9. 10	1. 10. 16	0. 1. 6 +
Octob.	1	15. 23. 22	4. 10. 12. 5	4. 10. 12. 6	0. 0. 1 +	1. 8. 16	1. 9. 51	0. 1. 35 +
	2	15. 43. 37	4. 10. 40. 10	4. 10. 40. 51	0. 0. 41 +	1. 7. 49	1. 10. 4	0. 2. 15 +

Les obſervations des trois Tables précédentes où l'on voit deux aſtériſques **, ſont celles qui furent faites ſeulement par eſtime; celles où il n'y en a qu'un, ſont d'une autre époque que les Élémens auxquels les Tables appartiennent, comme M. Proſperin en a averti dans ſa Lettre.

EXTRAIT d'une Lettre de M. Widder, Profeſſeur en Philoſophie dans l'Univerſité de Groningue, écrite le 18 Avril 1772.

« La Comète de 1770, m'a donné beaucoup de peine; après avoir cherché les longitudes & les latitudes correſpon- « dantes à vos obſervations, j'ai cherché ſoigneuſement ſix ou « ſept orbites, par diverſes obſervations, en employant auſſi « le temps de l'oppoſition: j'ai trouvé une différence remar- « quable, tant dans la poſition du nœud & l'inclinaiſon du « plan de l'orbite, que dans les lieux géocentriques trouvés « & déterminés par l'obſervation. En trouvant une orbite qui « s'accorde un peu avec quelques longitudes & latitudes avant « le temps du paſſage par le périhélie, celles qui ſuivoient, « après cet inſtant, différoient trop pour que j'oſe vous les « communiquer; il pourroit bien arriver que la route de « cette Comète ſe ſoit changée depuis le 29 Juin, à cauſe de « ſa proximité à la Terre. Je vous envoie les élémens que « j'ai trouvés par les obſervations des 25 & 29 Juin, 14 & « 19 Septembre. »

Élémens de l'orbite de la Comète de 1770.

Lieu du nœud aſcendant		$4^{s}\ 12^{d}\ 56'$
Inclinaiſon de l'orbite		1. 46.
Lieu du Périhélie		11. 29. 45.
Diſtance périhélie	0,64946 Log	9,8125506.

Paſſage au Périhélie, le 12 Août 1770 à $20^{h}\ 50'$, temps moyen au Méridien de Paris.

Sens du mouvement direct.

Je rapporterai auſſi l'extrait des Recherches que M. Lexell, de l'Académie impériale de Ruſſie, m'a envoyé dans ſa Lettre du $\frac{2}{13}$ Novembre 1778, ſur le retour de la Comète de 1770. M. Lexell trouve, par ſes calculs, la révolution périodique de cette Comète, de cinq ans & demi ſeulement, d'après les obſervations que je lui avois communiquées, & qui ſe trouvent rapportées dans ma première Table; c'eſt la

première obſervation de chaque jour, excepté celle du 22 Juin, à $12^h 8' 6''$; & celle du 29, à $11^h 56' 27''$ de temps vrai. Ce qui doit paroître bien extraordinaire, c'eſt que cette Comète n'a été obſervée qu'une fois : c'eſt une objection bien forte à oppoſer aux recherches de M. Lexell. Quoi qu'il en ſoit, ſon Mémoire eſt appuyé d'un raiſonnement qui paroît fondé, & en aſſurer le retour en 1781 : Le Mémoire qu'il m'a envoyé eſt en latin, en voici la traduction, que M. Lexell a deſiré qu'on rendit publique *(e)*.

RECHERCHES ſur la Période de la Comète, obſervée en 1770, d'après les obſervations de M. Meſſier, par M. Lexell.

« Les Aſtronomes ne s'étant pas beaucoup occupés, juſqu'à » préſent, à découvrir les temps périodiques des Comètes, » parce que ces Aſtres ne parcourent qu'une ſi petite partie de » leurs orbites, pendant le court eſpace de temps qu'ils ſont » viſibles aux habitans de la Terre, qu'à peine on en peut » conclure quelque choſe de certain à l'égard de l'excentricité » de ces orbites, il a paru étonnant que j'aie cru pouvoir » déduire le temps périodique de la Comète de 1770, ſur » les obſervations qui en ont été faites à Paris, par M. Meſſier; » en effet, il a dû paroître extraordinaire & peu vraiſemblable » que je l'aie réduit à un eſpace de temps ſi court, qu'à peine » il ſurpaſſe cinq ans & demi : de manière, que cette Comète » doit parcourir toute ſon orbite autour du Soleil, en moins » de temps que Jupiter & Saturne.

» Je n'ai pas deſſein de rapporter ici le détail de tous les » calculs par leſquels j'ai été amené à ce réſultat, cela ſeroit » trop long & inutile; il me ſuffira pour établir l'hypothèſe » de ce temps périodique, de propoſer un raiſonnement ſi

(e) M. de la Lande a déjà rendu compte en partie, des recherches de M. Lexell, ſur le retour de cette Comète, dans le Journal des Savans, de Janvier 1778.

convaincant, à mon avis, qu'il me ſemble avoir la force «
d'une démonſtration géométrique: la force de ce raiſonne- «
ment conſiſte en ce que, ſi l'on ſuppoſe des élémens qui «
répondent à une période de cinq ans & demi, ils ſe trouve- «
ront très-conformes aux obſervations que l'on a faites de «
cette Comète; & que ſi au contraire, on ſuppoſoit un temps «
périodique plus long, il en naîtroit, dans les obſervations, «
des erreurs très-grandes & peu vraiſemblables. «

Les élémens que j'ai ſuppoſés pour le mouvement de cette «
Comète, ſont les ſuivans. «

La longitude du ☊	$4^s\ 12^d\ 0'\ 0''$.	«
L'inclinaiſon de l'orbite à l'Écliptique	1. 33. 40.	«
L'élongation du ☋ du Périhélie	44. 17. 3.	«
Et par conſéquent la longitude du Périhélie...	11. 26. 16. 26.	«
Le temps du paſſage au Périhélie en 1770, le 13 Août à $13^h\ 5'$ ou environ, ou 13,5450.		«
La diſtance périhélie de la Comète..........	0,6743815,	«
dont le logarithme	= 9,8289057.	«
Le demi-axe de l'orbite de la Comète........	3,1478606,	«
dont le logarithme.	= 0,4980155.	«
Par conſéquent le logarithme du demi-paramètre..	0,0807300,	«
Et le logarithme de l'excentricité.........	= 9,8952927;	«
D'où ſuit un temps périodique de 5,585 années.		«

En employant ces élémens, on aura les comparaiſons «
ſuivantes des lieux de cette Comète, déduits par la théorie, «
avec ceux que l'on a obſervés. »

Dans la Table ſuivante, M. Lexell regarde comme douteuſes les obſervations où il y a des aſtériſques. Les trois déterminations de cette Table, des 30 Juin, 1.er & 3 Juillet, doivent être rejetées de la liſte des obſervations, le lieu de la Comète n'ayant été qu'eſtimé à l'œil, & conclu par des alignemens d'Étoiles que la Comète formoit avec elle.

1770.		TEMPS moyen À PARIS.	LONGIT. par les OBSERVAT.	LONGIT. par les ÉLÉMENS.	DIFFÉR.	LATIT. par les OBSERV. Boréale.	LATIT. par les ÉLÉMENS. Boréale.	DIFFÉRENCE.
M.	J.	H. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
Juin.	14	11. 29. 48	9. 2. 47. 44	9. 2. 48. 1	+ 0. 17	6. 40. 24	6. 40. 54	+ 0. 30
	15	11. 23. 22	9. 2. 51. 49	9. 2. 51. 54	+ 0. 5	6. 57. 15	6. 57. 51	+ 0. 36
	17	11. 11. 33	9. 2. 59. 58	9. 3. 0. 52	+ 0. 54	7. 38. 51	7. 38. 37	— 0. 14
	20	10. 40. 48	9. 3. 16. 12	9. 3. 17. 2	+ 0. 50	9. 5. 38	9. 5. 29	— 0. 9
	21	10. 27. 45	9. 3. 23. 17	9. 3. 24. 26	+ 1. 9	9. 44. 36	9. 45. 27	+ 0. 51
	22	12. 9. 36	9. 3. 33. 43	9. 3. 34. 9	+ 0. 26	10. 39. 5	10. 39. 54	+ 0. 49
	24	12. 3. 18	9. 3. 59. 58	9. 3. 59. 51	— 0. 7	12. 59. 55	12. 59. 52	— 0. 3
	25	13. 27. 55	9. 4. 21. 42	9. 4. 21. 21	— 0. 21	14. 53. 56	14. 54. 37	+ 0. 41
	27	13. 13. 17	9. 5. 34. 54	9. 5. 36. 6	+ 1. 12	21. 8. 47	21. 8. 38	— 0. 9
	28	10. 46. 34	9. 6. 45. 58	9. 6. 43. 58	— 2. 0	26. 29. 33	26. 30. 39	+ 1. 6
	29	11. 59. 26	9. 9. 42. 45	9. 9. 42. 30	— 0. 15	37. 57. 32	38. 0. 37	+ 3. 5
						auftrale.	auftrale.	
Août	2	15. 3. 15	3. 6. 2. 32	3. 6. 2. 4	— 0. 28	0. 50. 7	0. 49. 59	— 0. 8
	3	14. 45. 9	3. 6. 25. 15	3. 6. 24. 32	— 0. 43	0. 53. 36	0. 52. 46	— 0. 50
	4	14. 12. 48	3. 6. 47. 24	3. 6. 47. 46	+ 0. 18	0. 55. 44	0. 56. 4	+ 0. 20
	5	14. 38. 43	3. 7. 13. 51	3. 7. 13. 3	— 0. 48	0. 59. 17	0. 58. 50	— 0. 27
	6	14. 29. 42	3. 7. 39. 25	3. 7. 38. 45	— 0. 40	1. 1. 18	1. 1. 16	— 0. 2
	7	14. 49. 19	3. 8. 6. 40	3. 8. 5. 59	— 0. 41	1. 3. 35	1. 3. 34	— 0. 1
	8	14. 20. 13	3. 8. 33. 29	3. 8. 33. 17	— 0. 12	1. 6. 36	1. 5. 35	— 1. 1
	9	14. 48. 10	3. 9. 4. 30	3. 9. 2. 40	— 1. * 50	1. 9. 33	1. 7. 29	— 2. * 4
	10	14. 14. 27	3. 9. 32. 36	3. 9. 31. 44	— 0. 52	1. 9. 13	1. 9. 9	— 0. 4
	11	14. 23. 23	3. 10. 3. 2	3. 10. 2. 37	— 0. 25	1. 10. 51	1. 10. 40	— 0. 11
	12	14. 46. 25	3. 10. 34. 48	3. 10. 34. 43	— 0. 5	1. 12. 52	1. 12. 4	— 0. 48
	14	14. 37. 29	3. 11. 40. 25	3. 11. 40. 4	— 0. 21	1. 15. 25	1. 14. 25	— 1. 0
	15	15. 43. 33	3. 12. 14. 56	3. 12. 15. 37	+ 0. 41	1. 16. 43	1. 15. 26	— 1. 17
	18	14. 24. 32	3. 13. 59. 24	3. 13. 59. 37	+ 0. 13	1. 18. 35	1. 17. 39	— 0. 56
	19	14. 33. 18	3. 14. 36. 3	3. 14. 36. 16	+ 0. 13	1. 19. 18	1. 18. 37	— 0. 41
	26	15. 39. 38	3. 19. 3. 44	3. 19. 3. 59	+ 0. 15	1. 20. 45	1. 20. 5	— 0. 40
	28	14. 44. 8	3. 20. 19. 42	3. 20. 20. 27	+ 0. 45	1. 20. 55	1. 20. 5	— 0. 50
	29	15. 21. 53	3. 21. 0. 3	3. 21. 0. 31	+ 0. 28	1. 20. 5	1. 20. 3	— 0. 2
	30	14. 48. 22	3. 21. 39. 12	3. 21. 38. 44	— 0. 28	1. 20. 56	1. 19. 58	— 0. 58
	31	14. 38. 25	3. 22. 17. 16	3. 22. 17. 49	+ 0. 33	1. 20. 23	1. 19. 50	— 0. 33
Sept.	4	15. 5. 20	3. 24. 52. 41	3. 24. 53. 46	+ 1. 5	1. 19. 23	1. 19. 2	— 0. 21
	5	14. 48. 37	3. 25. 31. 7	3. 25. 31. 44	+ 0. 37	1. 19. 45	1. 18. 47	— 0. 58
	8	15. 57. 4	3. 27. 26. 32	3. 27. 27. 41	+ 1. 9	1. 18. 23	1. 17. 51	— 0. 32
	9	15. 6. 30	3. 28. 3. 19	3. 28. 3. 52	+ 0. 33	1. 18. 22	1. 17. 33	— 0. 49
	10	16. 26. 23	3. 28. 40. 26	3. 28. 43. 15	+ 2. * 49	1. 19. 4	1. 17. 12	— 1. * 52
	14	14. 16. 26	4. 1. 4. 36	4. 1. 5. 35	+ 0. 59	1. 16. 18	1. 15. 46	— 0. 32
	17	15. 53. 3	4. 2. 52. 40	4. 2. 53. 13	+ 0. 33	1. 14. 52	1. 14. 35	— 0. 17
	18	15. 30. 16	4. 3. 26. 57	4. 3. 27. 6	+ 0. 9	1. 14. 58	1. 14. 12	— 0. 46
	19	15. 19. 4	4. 4. 0. 32	4. 4. 0. 37	+ 0. 5	1. 13. 2	1. 13. 48	+ 0. 46
	20	15. 33. 45	4. 4. 34. 17	4. 4. 34. 27	+ 0. 10	1. 12. 35	1. 13. 35	+ 1. 0
	29	15. 23. 51	4. 9. 14. 54	4. 9. 15. 53	+ 0. 59	1. 10. 16	1. 9. 42	— 0. 34
Octob.	1	15. 23. 22	4. 10. 12. 6	4. 10. 13. 31	+ 1. 25	1. 9. 51	1. 8. 54	— 0. 57
		16. 33. 28	4. 10. 13. 54	4. 10. 14. 55	+ 1. 1	1. 10. 4	1. 8. 53	— 1. 11
	2	15. 43. 37	4. 10. 40. 51	4. 10. 41. 59	+ 1. 9	1. 10. 4	1. 8. 29	— 1. 35
		16. 38. 50	4. 10. 41. 52	4. 10. 43. 5	+ 1. 13	1. 10. 10	1. 8. 29	— 1. 41
Juin.	30	12. 3. 11	9. 20. 24. 28	9. 21. 1. 45	+ 0d 37′ 17″	60. 4. 23	61. 22. 26	+ 1d 18′ 3″
Juillet.	1	12. 3. 27	1. 25. 41. 48	1. 29. 59. 15	+ 4. 17. 27	71. 7. 38	70. 48. 44	— 0. 18. 54
	3	11. 3. 45	2. 29. 16. 22	2. 27. 40. 38	— 1. 35. 44	25. 32. 3	25. 18. 50	— 0. 13. 13

Cet

Cet accord de la théorie avec les obſervations eſt tel, comme on le voit, qu'à peine peut-on le deſirer plus parfait: car pour ce qui regarde les longitudes, la différence ne paſſe jamais deux minutes; excepté celle qui ſe trouve entre le calcul & l'obſervation du 10 Septembre: auſſi cette obſervation doit-elle être regardée comme un peu douteuſe, comme on le voit en la comparant avec les autres. Et pour ce qui regarde les latitudes, quoique les différences ſoient pour la plupart négatives, elles ne ſont cependant pas ſi grandes qu'elles paſſent les bornes de la vraiſemblance : car celle de l'obſervation du 29 Juin qui eſt de trois minutes, peut aiſément s'expliquer au moyen de la parallaxe de la Comète qui étoit alors très-grande. Au reſte, on conçoit aiſément que les élémens ſuppoſés pour ſatisfaire aux obſervations, ne ſont déterminés que de manière à être ſuſceptibles de quelque augmentation ou diminution.

Ainſi, ſi l'on ſuppoſe une période de cinq ou ſix ans, le logarithme du demi-paramètre de l'orbite = 0,0808000; le logarithme de la diſtance périhélie = 9,8288794; le temps du périhélie = 13,5400 d'Août; la longitude du ☊ = $4^{s}\ 12^{d}\ 9'$; l'inclinaiſon de l'orbite = $1^{d}\ 33'\ 40''$; l'élongation du ☋ = $44^{d}\ 7'\ 59''$: les lieux de la Comète ſeront d'après le calcul,

1770.	LONGITUDE.				LATITUDE Boréale.		
	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin... 15	9.	2.	52.	12	6.	58.	37
29	9.	9.	42.	59	38.	0.	54
Août.. 2	3.	6.	2.	7			
29	3.	21.	0.	33			
Octob. 1	4.	10.	13.	20			

leſquels s'accordent auſſi-bien, ou même mieux avec les lieux obſervés, que ceux que j'ai donnés plus haut.

Examinons maintenant ſi un temps périodique un peu plus long, pourroit ſervir à trouver des Élémens qui s'accordent avec les obſervations. Suppoſons donc, premièrement, que toutes les obſervations faites, appartiennent à la même orbite de la Comète, ou ce qui eſt la même choſe, que la Comète en s'approchant de la Terre n'a pas été détournée de ſon cours par l'action de la Terre; enſuite nous verrons ce qu'il faudra dire dans la ſuppoſition que l'action de la Terre auroit eu quelqu'influence ſur ſon mouvement; ayant donc ſuppoſé une période de ſix ans, & une certaine valeur pour le demi-paramètre de l'orbite, j'ai recherché les autres élémens pour voir s'ils ſatisfaiſoient aux obſervations du 15 & du 29 Juin; car il eſt clair que ſi l'on ſuppoſe deux Élémens connus, comme le temps périodique & le paramètre de l'orbite, on peut trouver tout ce qui regarde le mouvement d'une Comète par le moyen de deux obſervations. Suppoſant donc un temps périodique de ſix ans, & le logarithme du demi-paramètre = 0,0817000; les autres Élémens ſeront: le logarithme de la diſtance périhélie = 9,8273218; le temps du périhélie 13,2850 d'Août; la longitude du ☊ = $4^{s}\ 12^{d}\ 6'$; l'inclinaiſon de l'orbite = $1^{d}\ 34'\ 30''$; l'élongation du périhélie du ☋ = $41^{d}\ 9'\ 56''$, & par conſéquent les lieux de la Comète ſelon le calcul, ſeront

1770.	LONGITUDE.				LATITUDE Boréale.		
	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin... 15	9.	2.	51.	52	6.	58.	6
29	9.	9.	43.	6	38.	0.	27
Août.. 2	3.	6.	3.	18	0.	50.	15 A.
29	3.	21.	5.	42	1.	20.	6
Octob. 1	4.	10.	11.	54	1.	7.	10

Suppoſant encore un temps périodique de ſix ans, & le logarithme du demi-paramètre = 0,0818500; le temps du

périhélie ſera 13,2900 d'Août; la longitude du ☊ = 4^{s} $12^{d}28'$; l'inclinaiſon de l'orbite = $1^{d}34'2''$; l'élongation du périhélie du ☋ = $43^{d}47'28''$, & alors l'on aura pour la longitude de la Comète.

1770.	LONGITUDE.				LATITUDE Boréale.		
	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin... 15	9.	2.	51.	25	6.	58.	6
29	9.	9.	42.	42	38.	0.	24
Août.. 2	3.	6.	2.	47	0.	49.	3A.
29	3.	21.	4.	56	1.	19.	36
Octob. 1	4.	10.	10.	59	1.	9.	1

Dans cette dernière ſuppoſition, on ſatisfait mieux que par la première aux obſervations du 2 & du 29 Août à l'égard de la longitude de la Comète; mais auſſi l'obſervation du 1.er Octobre en devient plus fautive à l'égard de cette longitude: & à l'égard de la latitude, les erreurs deviennent auſſi un peu plus grandes; d'où l'on peut conclure que quelque ſuppoſition que l'on faſſe pour le demi-paramètre de l'orbite dans l'hypothèſe d'une période de ſix ans, & qu'il faille ſatisfaire aux obſervations des 15 & 29 Juin, il ſe trouvera des obſervations dans leſquelles il y aura des erreurs de 2 minutes, tantôt négatives & tantôt poſitives.

Que ſi l'on ſuppoſe un temps périodique de ſept ans, & le logarithme du demi-paramètre = 0,0837000; le temps du périhélie ſera = 12,7950 d'Août; la longitude du ☊ = $4^{s}12^{d}49'$; l'inclinaiſon de l'orbite = $1^{d}35'30'$; l'élongation du périhélie du ☋ = $43^{d}26'10''$, & l'on aura

1770.	LONGITUDE.				LATITUDE Boréale.		
	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin... 15	9.	2.	52.	1	6.	58.	16
29	9.	9.	42.	50	38.	0.	20
Août.. 2	3.	6.	6.	19	0.	49.	3A.
29	3.	21.	16.	18	1.	19.	31
Octob. 1	4.	10.	9.	22	1.	9.	17

Supposant ensuite une période de sept ans, & le logarithme du demi-paramètre = 0,0840000; le temps du périhélie sera = 12,8050 d'Août; la longitude du ☊ = $4^{s}\ 13^{d}\ 58'$; l'inclinaison de l'orbite = $1^{d}\ 33'\ 50''$; & l'élongation du périhélie au ☋ sera = $42^{d}\ 14'\ 41''$, & l'on aura

1770.	LONGITUDE.				LATITUDE Boréale.		
	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin... 15	9.	2.	51.	54	6.	58.	30
29	9.	9.	42.	38	38.	0.	30
Août.: 2	3.	6.	5.	59	0.	45.	25A.
29	3.	21.	13.	54	1.	17.	57
Octob. 1	4.	10.	6.	2	1.	9.	13

En faisant cette dernière supposition, les erreurs, quant à la longitude, deviennent un peu moindres dans les observations du 2 & du 29 Août; mais aussi elles en deviennent d'autant plus considérables quant à la latitude, & alors l'observation du 1.er Octobre en devient plus fautive. Il est donc certain qu'on ne peut en aucune manière satisfaire à toutes les observations de la Comète de 1770, en lui supposant une période de sept ans; & même que l'hypothèse de cette période introduit dans quelques-unes des observations, des erreurs si considérables qu'elles n'ont point de vraisemblance.

Il faut maintenant rechercher, si on pourroit satisfaire aux observations faites depuis le 2 Août jusqu'au 2 Octobre, par une période un peu plus grande; il est évident que dans ce cas on ne peut fixer ce temps périodique qui doit s'accorder avec les observations de la seconde apparition, que d'une manière un peu plus étendue, au moyen de laquelle il puisse souffrir quelqu'augmentation ou diminution. Que s'il le falloit fixer de manière à satisfaire à toutes les observations, parce que l'arc décrit autour du Soleil par la Comète depuis le 2 Août jusqu'au 2 Octobre, est bien plus petit que celui qu'elle a décrit depuis le 15 Juin jusqu'au 2 Octobre; si donc on suppose une période de six ans, on trouvera aisément des Élémens qui s'accordent, du moins sans différences considérables, avec les observations faites depuis le 2 Août jusqu'au 2 Octobre. Examinons donc ce qui doit arriver dans la supposition d'une période de sept ans; ayant reconnu que je satisferois toujours facilement aux observations, pour ce qui regarde les latitudes, si une fois j'avois trouvé des longitudes telles que les observations les demandent, je me suis attaché à satisfaire à trois longitudes observées, & ensuite j'ai recherché quelle erreur pouvoit suivre de-là pour une quatrième observation. Les quatre observations dont je me suis constamment servi, sont celles des 2, 12 & 19 Août, & du 1.er Octobre : j'ai d'abord cherché les Élémens qui devoient convenir aux observations des 2 & 29 Août & du 1.er Octobre qui se sont trouvés tels; logarithme du demi-paramètre = 0,0925000; le temps du périhélie = 15,6280 d'Août; l'élongation du périhélie du ☋ = $46^d\ 14'\ 6''$; & la longitude du ☊ supposée = $4^f\ 12^d\ 0'$; & les lieux de la Comète se sont trouvés comme il suit.

1770.		LONGITUDE.			
		S.	D.	M.	S.
Août.....	2	3.	6.	2.	27
	12	3.	10.	41.	45
	29	3.	21.	0.	20
Octobre.	1	4.	10.	12.	29

Où l'on voit une erreur de 7 minutes dans l'obſervation du 12 Août; enſuite j'ai trouvé par d'autres calculs, que ſi dans l'hypothèſe d'une période de ſept ans, on ſatisfait aux obſervations du 2 Août & du 1.er Octobre, quelqu'erreur que l'on ſuppoſe dans celle du 29 Août, celle de l'obſervation du 12 Août ne peut jamais être moindre que de 7 minutes; d'où l'on peut conclure, que plus longue ſera la période que l'on ſuppoſera, moins les obſervations des 2 & 12 Août & du 1.er Octobre s'accorderont entr'elles. J'ai continué de chercher à ſatisfaire aux obſervations des 12 & 29 Août, & du 1.er Octobre. En quoi j'ai réuſſi, au moyen des Élémens ſuivans; logarithme du demi-paramètre = 0,0915000; le temps du périhélie = 15,1340 d'Août; élongation du périhélie du ☋ = $45^d\ 59'\ 24''$; en employant toujours la même longitude du ☊ que ci-deſſus, & j'ai trouvé pour la longitude de la Comète.

1770.	LONGITUDE.			
	S.	D.	M.	S.
Août...... 2	3.	5.	49.	1
12	3.	10.	34.	41
29	3.	21.	0.	20
Octobre. 1	4.	10.	12.	6

Où l'obſervation du 2 Août devient fautive de 13 minutes; ce qui eſt la moindre erreur que l'on puiſſe remarquer dans cette obſervation, dans l'hypothèſe qu'il faille ſatisfaire aux obſervations du 12 Août & du 1.er Octobre par une période de ſept ans; enfin ſi dans cette hypothèſe de ſept ans, on ſatisfait aux obſervations du 12 & du 29 Août, comme il arrivera ſi on ſuppoſe le logarithme du demi-paramètre = 0,0837000; le temps du périhélie = 12,1500 d'Août; l'élongation du périhélie du ☋ = $43^d\ 16'\ 33''$; & la longitude du ☊ comme ci-deſſus, alors il ſe trouvera dans l'obſervation du 1.er Octobre une erreur de 35 minutes.

Le but de toutes ces recherches eſt de perſuader qu'on ne peut parfaitement ſatisfaire aux obſervations faites depuis le 2 Août juſqu'au 2 Octobre, dans la ſuppoſition d'une période de ſept ans, mais qu'il y en aura toujours dans leſquelles il y aura des erreurs au moins de ſept minutes, ce qui ne doit point paroître vraiſemblable.

Quoiqu'on puiſſe légitimement conclure de-là, que les erreurs des obſervations ſeront augmentées à meſure qu'on augmentera le temps périodique ſuppoſé ; cependant, j'ai voulu m'en aſſurer, moi-même, par le calcul. Suppoſant donc une période de huit ans, le logarihtme du demi-paramètre = 0,1000000 ; le temps du périhélie = 17,2300 d'Août ; élongation du périhélie du ☋ = $47^{d} 32' 4''$; la longitude du ☊ comme ci-deſſus : j'ai trouvé les longitudes ſuivantes pour cette Comète.

1770.	LONGITUDE.			
	S.	D.	M.	S.
Août..... 2	3.	6.	2.	44
12	3.	10.	47.	42
15	3.	12.	26.	33
29	3.	21.	0.	53
Octobre. 1	4.	10.	12.	6

Où il ſe trouve une erreur de 13 minutes dans l'obſervation du 12 Août ; or, on conçoit aiſément, ſans que je le diſe, que dans la ſuppoſition d'une période de ſept ans, quels que ſoient les élémens que l'on emploîra parmi ceux qui doivent ſatisfaire aux obſervations de la ſeconde apparition, il s'enſuivra des erreurs très-grandes pour les obſervations de la première.

Je n'ai pas cru néceſſaire de chercher ſi la longueur du temps que j'ai aſſigné pour la période de cette Comète, ſeroit ſuſceptible de quelque diminution ſenſible, parce que

perſonne, ſans doute, ne le croira vraiſemblable; mais de ce que j'ai dit juſqu'ici, il eſt facile de conclure, que pour ſatisfaire à toutes les obſervations, on ne peut ſuppoſer une période plus courte que celle que j'ai ſuppoſée, que d'une demi-année; & que pour ſatisfaire ſeulement aux obſervations de la ſeconde apparition, cette période doit être renfermée entre les limites de cinq & de ſix ans, ſans craindre de s'éloigner d'une manière ſenſible de ces obſervations; je vois cependant que ces limites ne peuvent être reculées ni en-deçà de quatre ans & demi, ni avancées au-delà de ſix ans & demi, & même il me paroît très-vraiſemblable que les limites de ce temps périodique doivent être reſſerrées entre cinq & ſix ans.

Plus le raiſonnement que je fais pour établir cette période de la Comète de 1770, a de certitude, plus il doit paroître étonnant qu'on ne l'ait encore obſervée qu'une ſeule fois; car ſi cette Comète retourne à ſon périhélie au bout de chaque cinq ans & ſept mois, il ſemble qu'elle a dû nous être viſible plus ſouvent, & qu'on l'auroit remarquée ſurtout dans ce ſiècle où l'on s'applique avec plus d'aſſiduité à étudier le Ciel. On pourroit haſarder pluſieurs conjectures pour rendre raiſon d'un évènement ſi ſingulier, mais je me contenterai d'en propoſer une qui paroît très-probable. Comme la diſtance aphélie de la Comète au Soleil eſt preſqu'égale à la diſtance de Jupiter à cet aſtre, il nait de-là un ſoupçon qu'il a pu ſe faire que le mouvement de cette Comète fut autrefois dérangé par l'action de Jupiter, de manière qu'elle ait décrit une orbite toute différente de celle qu'elle parcourt actuellement: on trouve par le calcul, que cette Comète a été en conjonction avec Jupiter, le 27 Mai 1767, & que la diſtance de l'une à l'autre n'étoit que $\frac{1}{580}$ de la diſtance de la Comète au Soleil, d'où ayant égard aux maſſes de Jupiter & du Soleil, on conclut que l'action de Jupiter ſur la Comète étoit trois fois plus grande que celle du Soleil, & que par conſéquent elle a été aſſez forte pour changer le mouvement de cette Comète d'une manière d'autant

d'autant plus ſenſible, que n'ayant dans ſon aphélie qu'un mouvement fort lent, elle a été plus long-temps expoſée à l'action de Jupiter. On trouve de plus, par le moyen des élémens que j'ai employés, que la conjonction prochaine de cette Comète avec Jupiter, doit arriver le 23 Août de l'année prochaine, cette Comète n'étant alors éloignée de Jupiter que de $\frac{1}{491}$ de ſa diſtance au Soleil, & que par conſéquent l'action de Jupiter ſur cette Comète ſera deux cents vingt-quatre fois plus grande que celle du Soleil, d'où il ne pourra point ne pas arriver un changement total dans ſon mouvement; au reſte, ces conſéquences ne peuvent être regardées comme exactement vraies, qu'autant qu'on aura fixé d'une manière bien déterminée les élémens que l'on emploîra pour calculer le mouvement de cette Comète, parce que le moindre changement dans ces élémens, & ſur-tout dans le temps périodique, change ſenſiblement la diſtance aphélie de cette Comète, & j'ai facilement trouvé par le calcul, que ſi l'on diminuoit un peu le temps périodique, il en arriveroit que l'action de Jupiter ſeroit augmentée dans la première conjonction & diminuée dans la ſeconde: mon but principal dans ce raiſonnement eſt de perſuader qu'il a pu ſe faire que cette Comète ait parcouru une orbite telle qu'on peut la déduire des obſervations faites en 1770, quoiqu'auparavant, à cauſe de l'action de Jupiter ſur elle, elle n'ait parcouru ſon orbite que dans un temps aſſez conſidérable.

Je n'oſerois affirmer ni nier que le mouvement de cette Comète ait été affecté de l'action de la Terre, lorſqu'elle s'en eſt approchée, ſeulement il me paroît vraiſemblable que cette action n'a pas dû y produire des changemens bien ſenſibles; & il paroît aſſez, par ce que j'ai dit plus haut, que par rapport au temps périodique, elle n'a pas dû y produire une grande variation par ſon attraction.

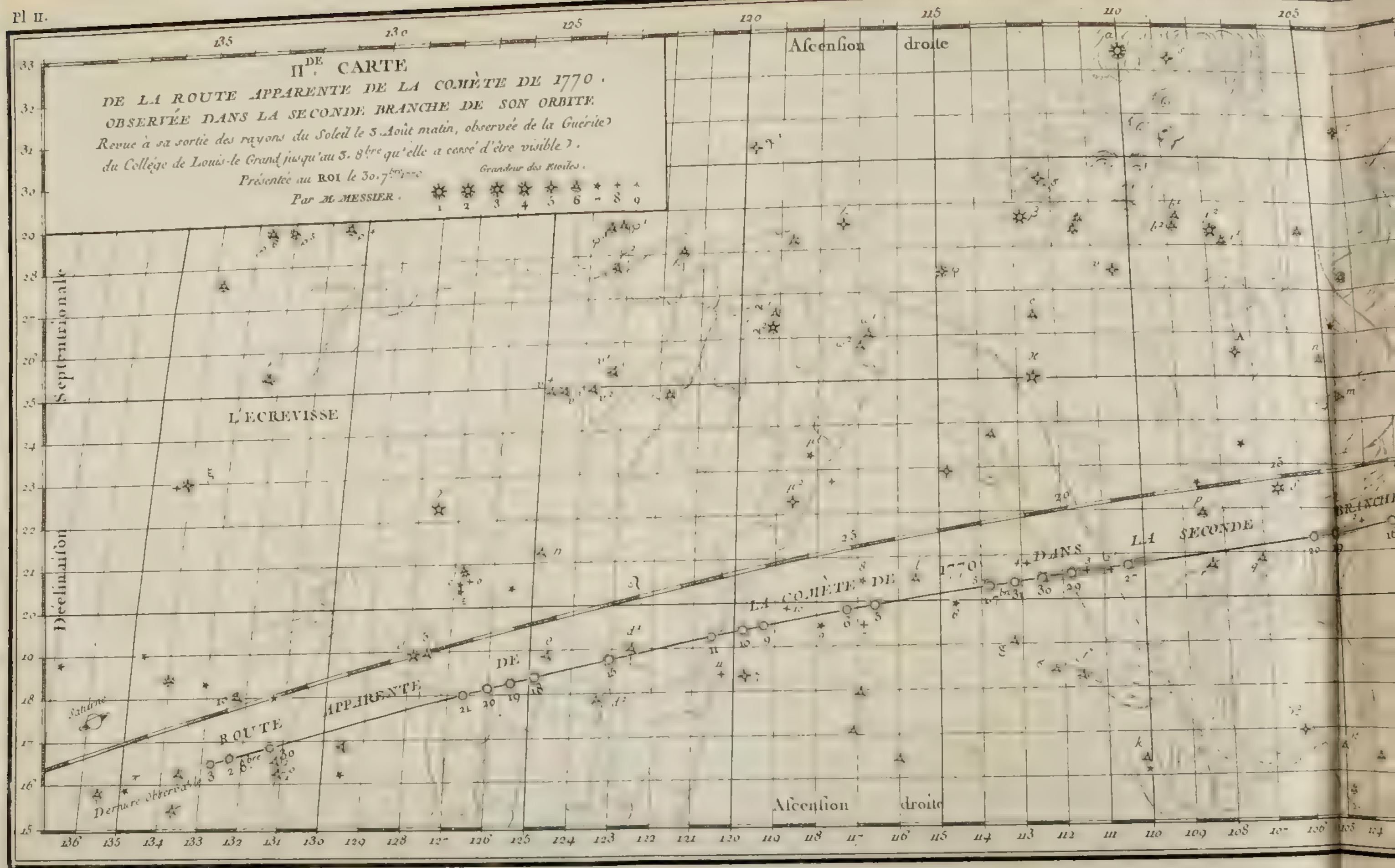
Enfin, quoiqu'il puiſſe être très-douteux ſi cette Comète ſera viſible pour nous, à ſon premier retour au Périhélie, parce que ſon mouvement ſouffrira peut-être un changement total, à cauſe de l'action de Jupiter; cependant, je crois

procurer une commodité aux Aſtronomes en ajoutant ici une Table qui déſigne dans quelle partie du ciel il faudra chercher cette Comète, ayant toutefois égard aux différentes valeurs du temps périodique, renfermées entre les limites de cinq & de ſix ans.

	LONGIT.	LATIT.	LONGIT.	LATIT.	LONGIT.	LATIT.	LONGIT.	LATIT.	LONG.	LATIT.
	S. D.	D. M.	S. D.	D. M.	S. D.	D. M.	S. D.	D. M.	S. D.	D. M.
Mai.. 1	0. * 13	0. 14A.	11. 12	0. 49B.	10. 5	2. 7B.	8. 27	2. 55B.		
15	0. 5	0. 20B.	10. 26	2. 6	9. 1	3. 29	7. 29	3. 13		
Juin.. 1	1. 3	0. 18A.	11. 27	1. 33	9. 3	4. 41	7. 22	3. 25		
15	1. 0	0. 30B.	9. 4	7. 7	7. 12	3. 18	7. * 3	2. 38		
Juillet. 1	1. 26	0. 25A.	en conjonct. avec ☉		7. 5	2. 56	7. * 0	2. 17		
15	en conjonct. avec ☉		6. 29	2. 29B.	6. * 29	1. 59				
Août. 1	3. 5	0. 49A.	6. 24	1. 37	7. * 1	1. 36				
15	3. 12	1. 16	6. 23	0. 51	7. * 4	1. 17				
Sept.. 1	3. 23	1. 19	6. 1	0. 58A.	7. 10	0. 50				
15	4. 1	1. 15	5. 8	2. 10	7. 16	0. 27				
Octob. 1	4. 10	1. 9	4. 22	2. 27	7. 24	0. 31A.				
15	4. 21	2. 13	7. 27	1. 34						
Nov.. 1	4. 22	1. 58	7. 14	5. 8	8. 22	1. 5				
15	4. 20	1. 52	6. 25	6. 1	9. 6	0. 54				
Déc.. 1	4. 10	1. 37	4. 15	7. 44	10. 4	5. 42	10. 20	2. 55A.		
15	4. 0	1. 20	3. 22	4. 31	9. 3	19. 7	10. 29	3. 14	9. 28	0. 39 A.
Janvier. 1	3. 5	2. 36	0. 13	3. 12	10. 28	1. 16				
15	3. 0	1. 42	1. 10	2. 19	11. 23	1. 32	10. * 18	0. 31		
Février. 1	3. 1	1. 2	2. 5	1. 0	0. 23	1. 26	11. * 19	0. 57		
15	3. * 4	0. 40	0. * 10	1. 2	11. * 8	0. 28	10. * 14	0. 9B.		
Mars. 1	0. * 3	0. 44	11. * 6	0. 12	10. * 12	0. 28B.				
15	0. * 24	0. 49	11. * 24	0. 29	11. * 1	0. 10				
Avril. 1	11. * 25	0. 12	10. * 28	0. 33B.	10. * 1	1. 21				
15	0. * 16	0. 29	11. * 18	0. 12	10. * 17	1. 13				

Il eſt à propos de remarquer qu'il ſe fait dans cette Table des ſauts conſidérables, parce que l'on a paſſé d'une colonne verticale à la précédente; par exemple, ſi l'on ſuppoſoit que le Périhélie tombe au 13 de Juin, alors la longitude de la Comète pour le 1.er Juin, ſera $11^s 27^d$, & la latitude

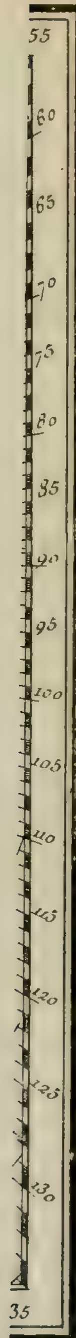
Pl. II.

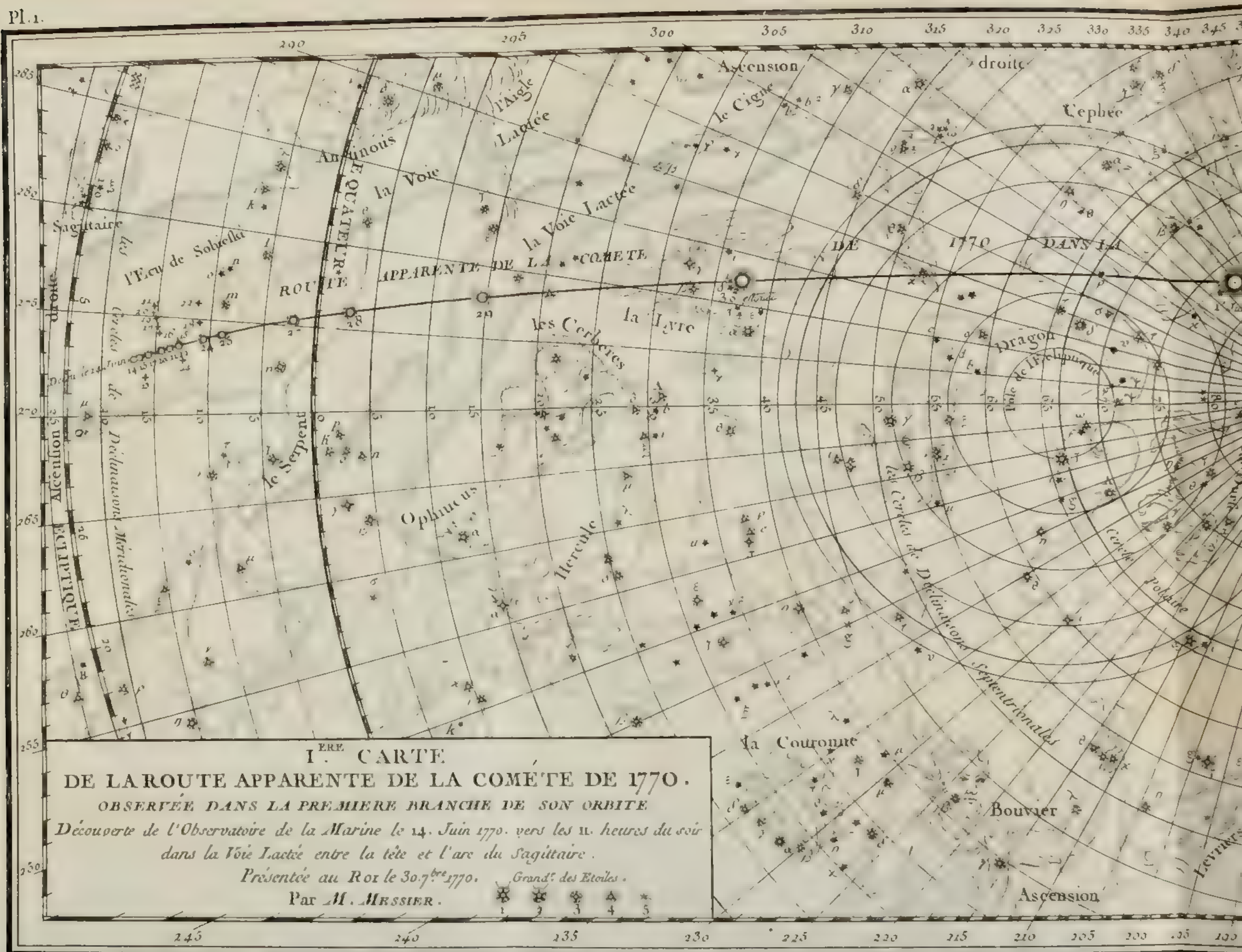


Gravé par Y. le Gouaz d'après le dessin de M. MESSIER.



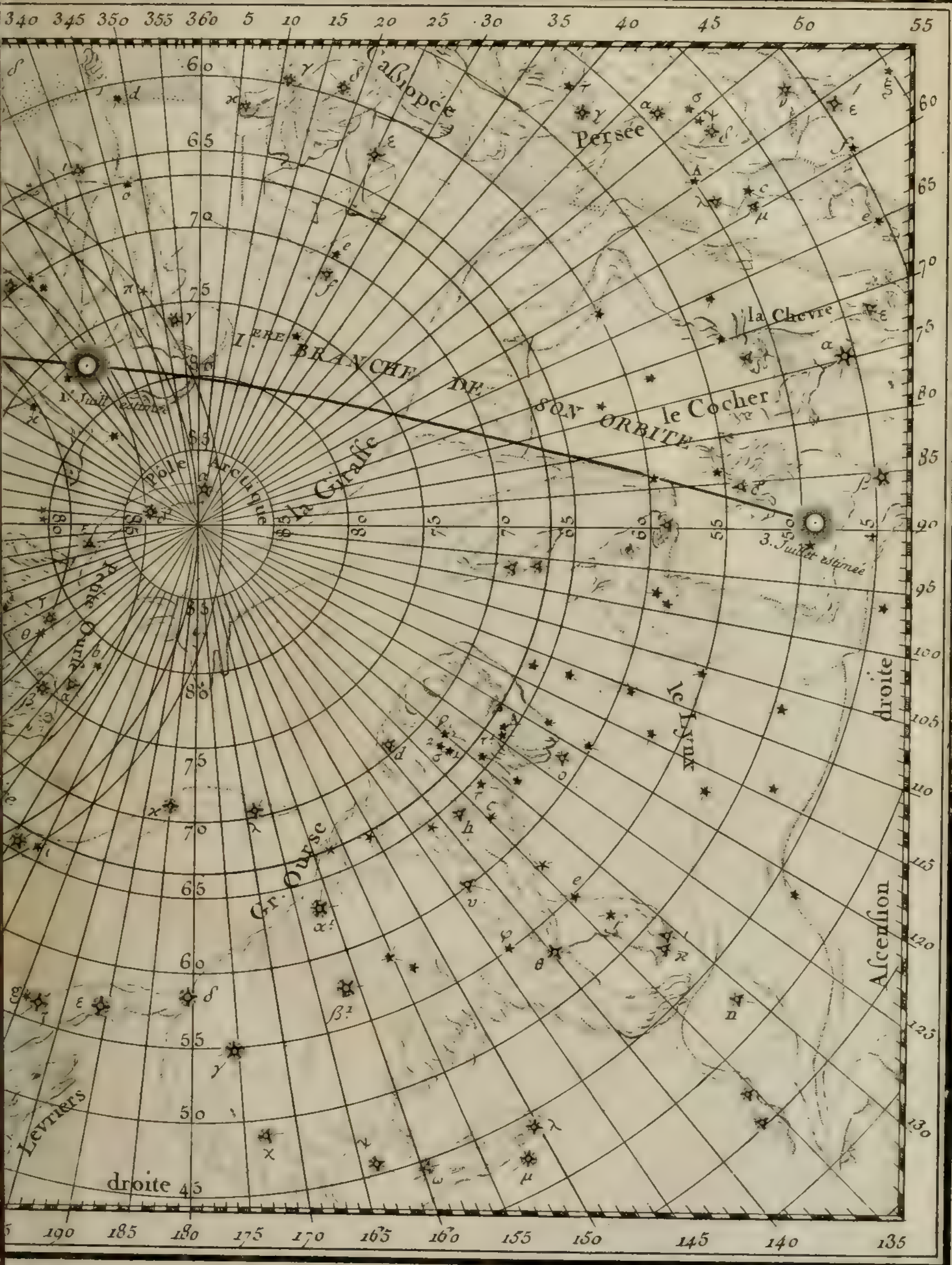
LES GÉMEAUX
ECLIPTIQUE
BRANCHE DE SON ORBITE
1re Observation le matin à la sortie des rayons du Soleil.
Août
Septentrionale
Déclinaison


55
60
65
70
75
80
85
90
95
100
105
110
115
120
125
130
35



Iere CARTE
DE LA ROUTE APPARENTE DE LA COMÉTE DE 1770.
OBSERVÉE DANS LA PREMIERE BRANCHE DE SON ORBITE
Découverte de l'Observatoire de la Marine le 14. Juin 1770. vers les 11. heures du soir dans la Voie Lactée entre la tête et l'arc du Sagittaire.
Présentée au Roi le 30.7bre 1770.
Par M. Messier.
Grandr. des Etoiles. 1 2 3 4 5

Gravé par F. le Gouaz d'après le dessin de M. Messier


Cassiopée
Persée
la Chevre
le Cocher
Iere BRANCHE DE SON ORBITE
1r Juill. estimée
3. Juillet estimée
Pôle Arctique
la Giraffe
Pet. Ourse
le Lynx
Gr. Ourse
Levriers
droite
Ascension droite


NATURAL HISTORY

1d 33′ qui ſont marqués dans les troiſième & quatrième colonnes verticales, & pour le 15 Juin on aura la longitude 1ſ 0d, & la latitude 30′B, qui ſont marquées dans les première & ſeconde colonnes. Le fondement ſur lequel cette Table a été conſtruite, conſiſte en ce que j'ai ſuppoſé que lorſque cette Comète reviendra viſible pour nous, elle ne ſera guère plus éloignée de la Terre qu'elle ne l'étoit au mois d'Octobre 1770, lorſqu'elle a ceſſé de paroître à nos yeux : de-là vient que j'ai affecté d'un aſtériſque quelques lieux de cette Table, pour marquer qu'il eſt douteux ſi l'on pourra apercevoir cette Comète lorſqu'elle ſera dans ces lieux.



ESSAI DE DÉTERMINATION *DE LA* *DIFFÉRENCE DES MÉRIDIENS*

Entre l'Obſervatoire royal de Paris, & Gréenwich, Rouen & Marſeille.

Par M. JEAURAT.

16 Novemb. 1776. LES Obſervations que je donne, & d'où j'ai déduit la différence des Méridiens des lieux indiqués par le titre de ce Mémoire, ſont celles de l'Éclipſe totale de Lune du 30 Juillet 1776.

Ces obſervations, comparées avec la mienne*, ont toutes été faites par un très-beau temps, à Gréenwich, par M. Maskelyne; à Rouen, par M. Dulague; & à Marſeille, par M. Garnier. L'habileté des Aſtronomes qui ont fait ces obſervations, aſſure l'exactitude de mes déterminations; d'ailleurs, mes réſultats ont tous été fixés d'après un milieu pris entre le réſultat moyen des Immerſions & le réſultat moyen des Émerſions, ce qui remédie à l'inconvénient de l'inégalité des différentes vues, ainſi qu'à celui des différentes forces de lunettes : & quoique j'aye conſidéré l'obſervation du commencement, celle de l'immerſion, celle de l'émerſion, & celle de la fin de l'Éclipſe, comme appartenantes aux quatre phaſes principales; néanmoins, ceux qui voudront comparer enſemble les autres phaſes obſervées, pourront le faire d'autant mieux, qu'à la ſuite de mes réſultats, j'ai rapporté en totalité les obſervations de chaque Aſtronome. Voici donc mes réſultats ſuivis des obſervations mêmes.

* *Voy. ci-deſſus page 438.*

Différence des Mér. entre l'Obſervatoire royal de Paris & l'Obſervatoire royal de Gréenwich .... — 9′ 14″ *occid.*

Et l'Obſervatoire de Saint-Lo, à Rouen..... — 4. 53 *occid.*

Et l'Obſervatoire de Marſeille............. + 12. 23 *orient.*

Les résultats de Gréenwich & de Saint-Lo, sont déduits de l'observation des quatre principales phases observées, qui suivent.

OBSERVATIONS & Résultats de l'Éclipse de Lune du 30 Juillet 1776.

	À GRÉENWICH, par M. MASKELINE	À ROUEN, par M. DULAGUE.	À MARSEILLE, par M. GARNIER.	À PARIS, par M. JEAURAT.
Commencement.	10^h 9′ 4″,0	10^h 13′ 18″,0	10^h 31′ 18″,0	10^h 19′ 20″,0
Immersion............	11. 8. 21,0	11. 12. 58,0	11. 30. 41,0	11. 17. 40,0
Émersion..............	12. 43. 1,0	12. 47. 18,0	13. 5. 20,0	12. 50. 40,0
Fin....................	12. 42. 44,0	13. 47. 0,0	14. 4. 26,0	13. 52. 25,0
Milieu des quatre phases...	11. 55. 47,5	12. 0. 8,5	12. 17. 56,2	12. 5. 1,2
Diff. cherchée des Mérid.	— 9. 13,7	— 4. 52,7	+ 12. 55,0	

Dans les déterminations précédentes, celle de Gréenwich & celle de Rouen, ont l'exactitude qu'on peut attendre de ces sortes d'observations; il en seroit de même de la détermination de Marseille (+ 12′ 55″) si M. Garnier n'avoit lui-même de l'incertitude sur l'observation de l'immersion & de l'émersion de la Lune; mais ce doute est aisé à lever, parce que M. Garnier a de plus observé vingt-deux éclipses des satellites de Jupiter, dont six ont aussi été observées à l'hôtel de Cluni, par M. Messier: or, des quatre émersions comparées, le milieu donne + 12′ 54″,7; & les deux immersions comparées donnent aussi pour le milieu pris entre ces deux observations + 11′ 52″. Prenant donc de nouveau un milieu entre les deux résultats moyens + 12′ 54″,7, & + 11′ 52″, j'ai conclu que la différence des Méridiens entre Paris & Marseille, est de + 12′ 23″,3, au lieu de + 12′ 55″ que m'avoit donné l'observation des quatre principales phases de l'Éclipse: & ce résultat + 12′ 23″ me paroît d'autant plus exact, qu'il ne diffère que de 14 secondes du résultat qu'on avoit ci-devant; car jusqu'à présent cette différence des Méridiens étoit censée

être de + 12′ 9″. Voici les six observations de M. Messier, correspondantes à celles de M. Garnier ; ces observations d'éclipses des satellites de Jupiter seront suivies de la totalité des observations de M.rs Maskelyne, Dulague & Garnier, afin que ceux qui voudront en étendre l'usage puissent le faire: de plus, dans les observations de M. Garnier, à Marseille, on trouvera aussi l'observation de l'occultation de Saturne par la Lune, du 18 Février 1775, dont on a, à Paris, l'observation correspondante, par M. Messier, & d'une manière très-détaillée.

OBSERVATIONS dont le résultat précédent + 12′ 23″ est déduit.

DATE DES OBSERVATIONS.	À PARIS, par M. MESSIER.	À MARSEILLE, par M. GARNIER.
15 Février 1775, 1.er Satellite..........	6h 2′ 33″ É.	6h 15′ 36″ É.
28 Mars... 1776, 1.er Satellite..........	8. 6. 38. É.	8. 19. 54. É.
20 Avril.. 1776, 1.er Satellite..........	8. 28. 26. É.	8. 41. 9. É.
13 Février 1776, 2.e Satellite..........	7. 59. 38. É.	8. 12. 15. É.
21 Janvier 1776, 3.e Satellite..........	9. 45. 51. I.	9. 57. 0. I.
4 Mars... 1776, 3.e Satellite..........	9. 48. 24. I.	10. 0. 59. I.

OBSERVATION de l'Éclipse totale de Lune du 30 Juillet 1776, faite à Gréenwich par M. Maskeline.

TEMPS vrai.	
10h 9′ 4″	commencement de l'Éclipse.
10. 19. 10	l'ombre touche *Aristarchus*.
10. 19. 30	au milieu d'*Aristarchus*.
10. 19. 40	couvre *Aristarchus*.
10. 20. 10	au milieu de *Keplerus*.
10. 28. 28	touche *Copernicus*.
10. 29. 23	au milieu de *Copernicus*.

TEMPS vrai.	
10h 30′ 19″	couvre *Copernicus.*
10. 38. 52	touche *Tycho.*
10. 39. 30	au milieu de *Tycho.*
10. 40. 41	centre de *Tycho.*
10. 43. 4	touche *Manilius.*
10. 44. 9	couvre *Manilius.*
10. 46. 44	touche *Menelaüs.*
10. 47. 4	couvre *Menelaüs.*
10. 47. 57	touche *Dionyſius.*
10. 48. 9	couvre *Dionyſius.*
10. 50. 7	touche *Plinius.*
10. 50. 33	couvre *Plinius.*
10. 55. 31	touche le *Promontorium acutum.*
10. 55. 46	couvre le *Promontorium acutum.*
10. 58. 41	touche le *Promontorium ſomnii.*
10. 59. 28	couvre *Promontorium ſomnii.*
11. 8. 21	immerſion totale.
11. 10. 40	occultation d'une petite Étoile au bord oriental de la Lune.
11. 27. 52	occultation d'une autre Étoile plus petite, au bord oriental de la Lune.
11. 41. 0	émerſion de la première Étoile, inſtantanée.
12. 0. 18	paſſage du centre de la Lune par le Méridien.
12. 35. 38	émerſion de la ſeconde Étoile.
12. 43. 1	émerſion de la Lune.
12. 57. 56	l'ombre touche *Ariſtarchus.*
12. 58. 16	au milieu d'*Ariſtarchus.*
12. 58. 21	découvre *Ariſtarchus.*
12. 58. 36	au milieu de *Keplerus.*
13. 0. 10	touche *Tycho.*
13. 0. 58	au milieu de *Tycho.*
13. 1. 41	découvre *Tycho.*
13. 6. 12	touche *Copernicus.*
13. 6. 35	au milieu de *Copernicus.*
13. 7. 34	découvre *Copernicus.*

TEMPS vrai.	
$13^h\ 21'\ 6''$	touche *Manilius.*
13. 21. 15	au milieu de *Manilius.*
13. 21. 43	découvre *Manilius.*
13. 23. 39	au milieu de *Dionysius.*
13. 24. 10	touche *Menelaüs.*
13. 24. 35	au milieu de *Menelaüs.*
13. 24. 54	quitte *Menelaüs.*
13. 27. 47	au milieu de *Plinius.*
13. 29. 28	au milieu du *Promontorium acutum.*
13. 34. 12	au milieu du *Promontorium somnii.*
13. 42. 44	fin de l'Éclipse.

OBSERVATION de l'Éclipse totale de Lune, du 30 Juillet 1776, faite à Rouen à l'Observatoire de Saint-Lo, avec une Lunette ordinaire de 4 pieds, armée d'un Micromètre ; & Occultation d'une petite Étoile du Capricorne, faite avec une Lunette de 9 pieds. Par M. Dulague.

TEMPS vrai.		*Doigts éclipsés.*
À $9^h\ 15'\ 0''$	le diamètre de la Lune étoit de 22 révolutions, 25 parties du micromètre.	
9. 45. 0	pénombre sensible vers *Grimaldus.*	
10. 10. 0	pénombre très-forte entre *Grimaldus* & *Galilæus*; diamètre de la Lune 22 révolutions, 30 parties.	
10. 13. 18	commencement de l'Éclipse.	
10. 15. 33	l'ombre au bord de *Grimaldus.*	
10. 15. 45	grandeur de l'Éclipse	$0\frac{1}{2}$.
10. 18. 20	l'ombre à *Galilæus.*	
10. 18. 25	. . . .	1.
10. 20. 58	. . . .	$1\frac{1}{2}$.

TEMPS

TEMPS vrai.		Doigts éclipsés.
10^h 23′ 5″	*Keplerus* entre dans l'ombre.	
10. 23. 18	....	2.
10. 25. 30	commencement de *Mare humorum.*	
10. 26. 15	....	2 ½.
10. 28. 57	....	3.
10. 29. 35	fin de *Mare humorum.*	
10. 31. 5	....	3 ½.
10. 33. 13	....	4.
10. 33. 55	*Copernicus* à moitié dans l'ombre.	
10. 35. 35	diſtance des cornes; 20 révolutions.	
10. 35. 40	....	4 ½.
10. 36. 40	*Schikardus* à moitié dans l'ombre.	
10. 38. 0	....	5.
10. 40. 20	....	5 ½.
10. 41. 50	*Plato* entre dans l'ombre.	
10. 42. 30	....	6.
10. 43. 50	*Tycho* à moitié éclipſé.	
10. 45. 8	....	6 ½.
10. 47. 30	....	7.
10. 49. 57	....	7 ½.
10. 50. 35	*Manilius* diſparoît.	
10. 52. 58	....	8.
10. 54. 18	l'ombre à *Menelaüs.*	
10. 55. 46	....	8 ½.
10. 58. 8	*Mare nectaris* commence.	
10. 58. 46	....	9.
10. 59. 36	diſtance des cornes; 20 révolutions.	
11. 2. 1	....	9 ½.
11. 4. 16	....	10.
11. 4. 20	commencement de *Mare criſium.*	
11. 5. 49	....	10 ½.
11. 7. 43	....	11.
11. 8. 3	*Mare criſium* totalement dans l'ombre.	
11. 10. 15	....	11 ½.

TEMPS vrai.		Doigts éclipsés.
$11^h\ 12'\ 58''$	immerſion de la Lune vers *Mare fæcunditatis.*	
11. 33. 0	immerſion d'une petite étoile du Capricorne vers *Schikardus ;* elle a ſuivant la Carte du zodiaque de d'Heulland, $10^s\ 7^d\ 35'$ de longitude environ, & $1^d\ 12'$ de latitude auſtr.	
11. 46. 0	émerſion de ladite Étoile, douteuſe.	
12. 30. 0	diamètre de la Lune 22 révolut. 36 parties.	
12. 47. 18	commencement de l'émerſion de la Lune, vers *Grimaldus.*	
12. 51. 22	. . . .	11 ½.
12. 52. 3	*Grimaldus* ſort de l'ombre.	
12. 53. 46	. . . .	11.
12. 55. 48	*Mare humorum* commence à ſortir.	
12. 56. 19	. . . .	10 ½.
12. 57. 3	*Galilæus* entièrement ſorti.	
12. 58. 51	. . . .	10.
13. 1. 30	. . . .	9 ½.
13. 1. 48	diſtance des Cornes, 20 révolutions.	
13. 1. 58	*Keplerus* hors de l'ombre.	
13. 4. 35	. . . .	9.
13. 7. 35	. . . .	8 ½.
13. 8. 33	*Tycho* entièrement ſorti.	
13. 9. 39	. . . .	8.
13. 10. 58	. . . .	7 ½.
13. 13. 3	. . . .	7.
13. 15. 29	. . . .	6 ½.
13. 18. 19	. . . .	6.
13. 20. 46	. . . .	5 ½.
13. 20. 48	*Plato* hors de l'ombre.	
13. 23. 22	. . . .	5.
13. 25. 41	diſtance des Cornes, 20 révolutions.	
13. 25. 55	. . . .	4 ½.
13. 27. 3	*Manilius* ſort de l'ombre.	
13. 28. 30	. . . .	4.

TEMPS vrai.		Doigts éclipsés.
$13^h\ 29'\ 33''$	*Menelaüs* tout-à-fait dégagé.	
13. 31. 1	....	$3\frac{1}{2}$.
13. 33. 2	....	3.
13. 35. 8	....	$2\frac{1}{2}$.
13. 37. 21	....	2.
13. 39. 52	....	$1\frac{1}{2}$.
13. 42. 11	....	1.
13. 46. 3	....	$0\frac{1}{2}$.
13. 47. 0	fin de l'Éclipse vers *Mare crisium.*	

Des Observations précédentes, on déduit le milieu par la Phase,

Un demi-doigt à..........................	$12^h\ 0'\ 54''$.
Un doigt..........................	12. 0. 18.
Un doigt & demi..........................	12. 0. 25.
Deux doigts..........................	12. 0. 19 —
Deux doigts & demi..........................	12. 0. 41 —
Trois doigts..........................	12. 0. 59 —
Trois doigts & demi..........................	12. 1. 3.
Quatre doigts..........................	12. 0. 51 —
Quatre doigts & demi..........................	12. 0. 47 —
Cinq doigts..........................	12. 0. 41.
Cinq doigts & demi..........................	12. 0. 33.
Six doigts..........................	12. 0. 24 —
Six doigts & demi..........................	12. 0. 18 —
Sept doigts..........................	12. 0. 16 —
Sept doigts & demi..........................	12. 0. 27 —
Huit doigts..........................	12. 1. 18 —
Huit doigts & demi..........................	12. 1. 40 —
Neuf doigts..........................	12. 1. 40 —
Neuf doigts & demi..........................	12. 1. 45 —
Dix doigts..........................	12. 1. 33 —
Dix doigts & demi..........................	12. 1. 4.

Onze doigts	12^h 0′ 44″ —
Onze doigts & demi	12. 0. 48 —
Donc moyen résultat par les doigts	12^h 0′ 51″.
Par les distances des cornes	12. 0. 40.
Par le commencement & la fin	12. 0. 9.
Par l'immersion & l'émersion	12. 0. 8.
Enfin par un milieu pris dans ces quatre nombres, on conclut le milieu de l'Éclipse à	12^h 0′ 27″.

OBSERVATIONS de l'Éclipse de Lune du 30 Juillet 1776, faite à Marseille par M. Garnier.

30 JUILLET. IMMERSION dans l'ombre. *Temps vrai.*	31 JUILLET. ÉMERSION dans l'ombre. *Temps vrai.*	
10^h 31′ 18″	1^h 5′ 20″	bord oriental de la Lune.
....	1. 8. 25	bord oriental de *Grimaldus.*
10. 34. 28	1. 9. 8	bord occidental de *Grimaldus.*
....	1. 18. 50	partie la plus occid. de *Mare humorum.*
10. 39. 11	1. 19. 46	centre du point brillant d'*Aristarchus.*
10. 48. 52	....	premier bord de *Copernicus.*
10. 51. 2	*1. 29. 52	second bord de *Copernicus.*
10. 57. 59	1. 37. 23	premier bord de la partie obs. de *Plato.*
10. 59. 00	1. 38. 16	second bord.
10. 59. 41	1. 22. 32	premier bord de la partie claire de *Tycho.*
11. 00. 46	1. 23. 47	second bord.
11. 3. 55	....	premier bord de *Manilius.*
11. 4. 56	*1. 46. 8	second bord.
11. 7. 11	....	1.er bord du point brillant qui termine la ligne claire du milieu de *Mare serenit.*
11. 8. 8	1. 47. 13	extrémité méridionale de la même ligne.
....	1. 48. 13	l'ombre partage en deux cette même ligne; émersion du milieu.
....	1. 53. 5	bord clair occidental de *Mare serenitatis.*

30 JUILLET.	31 JUILLET.	
IMMERSION dans l'ombre. *Temps vrai.*	ÉMERSION dans l'ombre. *Temps vrai.*	
11. 19. 39	1. 57. 38	pointe occidentale de *Mare ſerenitatis,* la plus voiſine de *Mare criſium.*
11. 21. 22	....	partie la plus orientale de *Mare criſium*, près de *Proclus.*
11. 25. 3	2. 2. 24	partie la plus occidentale.
11. 25. 3	2. 00. 16	partie la plus occidentale de *Mare fæcunditatis*, près de *Langrenus.* Ces deux derniers bords de *Mare criſium* & de *Mare fæcunditatis*, ont raſé l'ombre au même inſtant dans l'immerſ.
11. 30. 41	2. 4. 26	bord occidental de la Lune.

Nota. La pénombre avoit commencé à paroître quelque temps avant $10^h\ 31'\ 33''$, mais je n'ai pas déterminé le moment; elle a paru ſortie entièrement à $2^h\ 6'\ 14''$.

Les obſervations de l'Émerſion marquées d'une étoile, ſont celles ſur leſquelles j'ai quelque doute.

Je remarque que la différence de demeure dans l'ombre de Tycho, & celle des autres taches eſt très-conſidérable; cependant je ne crois pas m'être trompé.

La Lune n'a pas été cachée entièrement, même dans la plus grande obſcurité de l'Éclipſe; elle étoit rougeâtre & très-apparente à la vue ſimple. A travers la lunette, cette couleur rouge étoit beaucoup plus claire, & l'on diſtinguoit aſſez bien la figure de toutes les grandes taches.

Après l'immerſion totale, on remarquoit avec la lunette, & plus bas que le centre de la Lune, quatre petites Étoiles ſur une même ligne droite oblique à l'horizon. La plus orientale qui étoit auſſi la plus élevée, fut cachée par ſon diſque à $11^h\ 58'\ 25''$; il peut y avoir une erreur de quelques ſecondes dans cette obſervation, aſſez bonne pourtant, parce que l'Étoile en s'approchant de la Lune ne jetoit qu'une lumière

extrêmement foible; la seconde qui la surpassoit en grosseur passa par estime à un peu moins de 2 minutes du bord méridional de la Lune; les deux autres demeurèrent considérablement au-dessous. Il ne me fut pas possible de déterminer avec quelque précision la sortie de l'Étoile éclipsée, parce que vers cet instant la Lune qui alloit se découvrir, commençoit à répandre déjà trop de clarté.

OBSERVATION des Éclipses des Satellites de Jupiter, faites à Marseille avec une lunette achromatique dont l'objectif a 19 pouces de foyer, & 21 lignes d'ouverture.

OBSERVATIONS du I.er Satellite de Jupiter.

ANNÉE	MOIS.	TEMPS VRAI.	OBSERVATIONS.
1775.	Févr. 15	6h 15′ 36″	émersion; observation assez bonne.
1776.	Janv. 3	9. 16. 51	émersion un peu douteuse.
1776.	Janv. 12	5. 36. 32	émersion; bonne observation.
1776.	Mars 5	7. 57. 31	émersion un peu douteuse; il fait grand vent.
1776.	Mars 28	8. 19. 54	émers. bonne observ. mais elle diffère assez considérablement des Tables.
1776.	Avril 20	8. 41. 9	émers. bonne observ. mais elle diffère aussi beaucoup des Tables.
			OBSERVATIONS du II.e Satellite de Jupiter.
1775.	Janv. 11	6. 20. 33	émersion; bonne observation.
1775.	Févr. 12	6. 5. 6	le second Satellite est sorti, & il est très-brillant.
1776.	Janv. 5	5. 51. 14	émersion; observation assez bonne.
1776.	Janv. 12	8. 27. 00	émersion un peu douteuse; il y a des nuages de temps en temps.
1776.	Févr. 13	8. 12. 15	émersion; bonne observation.
1776.	Févr. 20	8. 19. 00	je n'ai pas aperçu le second Satellite; quoique suivant les Tables il ne dût s'éclipser que plus de 4′ après.
1776.	Févr. 20	10. 51. 7	émersion; bonne observation.
1776.	Mars 16	8. 9. 6	émersion; bonne observation.
1776.	Mars 23	10. 48. 53	émersion; bonne observation.

OBSERVATIONS du III.e Satellite de Jupiter.

ANNÉE	MOIS.	TEMPS VRAI.	OBSERVATIONS.
1775.	Févr. 11	$9^h\ 56'\ 54''$	immersion un peu douteuse; les satellites n'ont guère d'éclat.
1776.	Janv. 14	5. 58. 47	immersion; observation assez bonne.
1776.	Janv. 14	8. 28. 6	émersion; bonne observation.
1776.	Janv. 21	9. 57. 00	environ le troisième Satellite avoit déjà disparu.
1776.	Janv. 22	0. 29. 28	émersion; mais le Satellite paroît avoir déjà environ la moitié de sa lumière; Jupit. de temps en temps est nébul.
1776.	Mars 4	10. 00. 59	immersion; il fait grand vent.
1776.	Avril 9	8. 55. 15	émersion; il fait grand vent.

OBSERVATION du IV.e Satellite de Jupiter.

1776.	Mars 29	9. 58. 45	environ, immersion; observation assez bonne, mais elle diffère des Tables de plus de 25'; le Satellite a demeuré un temps extrêmement long à entrer dans l'ombre.

OBSERVATION de l'occultation de Saturne derrière la Lune, à Marseille.

1775.	Févr. 18	9. 17. 6	occultat. de l'extrémité de la 1.re anse.
1775.	18	9. 17. 21	occultation du 1.er bord de Saturne.
1775.	18	9. 17. 47	occultation du 2.d bord.
1775.	18	9. 18. 1	occultat. de l'extrémité de la 2.de anse.
1775.	18	10. 22. 24	sortie de l'extrémité de la 1.re anse.
1775.	18	10. 23. 25	sortie de l'extrémité de la 2.de anse.
1775.	Mars 7	10. 40. 20	occultation de γ du Taureau derrière la Lune.

OBSERVATION de l'occultation de Saturne par la Lune, du 18 Février 1775, obſervée à Paris à l'hôtel de Clugny, par M. Meſſier.

	Temps vrai.	
Immerſions	9h 10′ 49″,	l'extrémité de l'anſe occidentale touche le bord éclipſé de la Lune.
	9. 11. 16,	le globe de Saturne commence à toucher.
	9. 11. 35,	par eſtime, le centre de Saturne s'éclipſe.
	9. 11. 51,	le ſecond bord de Saturne diſparoît.
	9. 12. 19,	l'extrémité de l'anſe orientale s'éclipſe.
Émerſions	10. 10. 7,	l'extrémité de l'anſe occidentale commence à paroître.
	10. 10. 13,	le 1.er bord du globe de Saturne commence à paroître.
	10. 10. 39,	par eſtime, le centre de Saturne paroît.
	10. 11. 3,	le ſecond bord de Saturne paroît.
	10. 11. 13,	l'extrémité de l'anſe orientale paroît.

C'eſt donc de la totalité de ces obſervations que j'ai déduit, *page 652*, la différence des Méridiens entre Paris & Gréenwich, & Rouen & Marſeille.



NOUVELLES

NOUVELLES PREUVES

Que le Cap de LA CIRCONCISION *existe par une latitude australe de 54 degrés, & que sa longitude géographique a été supposée jusqu'ici trop grande d'environ 7 degrés.*

Par M. LE MONNIER.

LE cap de la Circonsion, découvert & vu plusieurs fois par M. Lozier-Bouvet, le 1.er Janvier 1739 & jours suivans, est situé par 54 degrés de latitude Sud; quant à sa longitude, il y a beaucoup d'incertitude. Comme les Horloges marines, & encore mieux les distances de la Lune au Soleil, que M. d'Après (qui n'étoit pas de ce voyage) a commencé à mettre en usage vers ce temps-là, ne furent point alors employées dans la recherche de la longitude du Vaisseau; il n'est pas étonnant qu'on ait admis pour lors une longitude fautive, savoir, 28 degrés & demi de l'île de Fer. Lû le 9 Janvier 1779.

C'est sans doute ce défaut de longitude qui a pu induire en erreur quelques Navigateurs Anglois, qui se sont attachés à prouver que leur croisière n'avoit donné nul indice de ce Cap, ou Ile découverte en 1739.

Si les Anglois avoient cherché, comme ils devoient le faire, ce Cap plus dans l'Ouest, peut-être que leurs vagues allégations n'auroient pas eu lieu, & qu'ils auroient rendu plus de justice à M. Bouvet; mais tout au contraire, ils l'attaquent sur les variations de l'aimant qu'il a observées, & on insinue dans le voyage au Pôle austral, que leur fameux Navigateur, le Capitaine Cook, ne fait pas plus de cas de ces variations observées que de la découverte du cap de la Circoncision; en sorte qu'on voudroit anéantir l'un par l'autre, le tout à la suite d'une traversée de 13 degrés trop dans l'Est, à 54 degrés de latitude australe.

Des raiſons plus ſimples & plus naturelles fondées ſur des faits inconteſtables, ſavoir, ſur les variations de l'Aiguille aimantée, obſervées par M. Bouvet, auroient dû néanmoins ſe préſenter aux yeux des Navigateurs Anglois.

Comment a-t-il pu leur échapper, que les variations même, qu'on avoit obſervées en Décembre 1738, donnoient pour réſultat, une longitude moins grande que 28 degrés & demi à ce cap de la Circonciſion, & qu'ainſi cette Ile ou Cap a dû être beaucoup plus occidentale? Il n'eſt guère poſſible aujourd'hui qu'il y ait des Navigateurs bornés au point de nier que les variations de l'Aiguille, ne puiſſent très-bien indiquer la longitude en ces parages; & je ſuis convaincu qu'en cela même les Anglois ſeront de mon avis.

Sur la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, & ſur les variations obſervées au cap de Bonne-Eſpérance, en 1739 & 1775, avec les conſéquences qu'on en peut déduire.

M. d'Après, à la fin de la première édition de ſon Neptune oriental, donne la déclinaiſon de l'Aimant au cap de Bonne-Eſpérance, de 16 degrés tout au plus avant l'année 1740, & le réſultat moyen des découvertes en ce genre, faites à terre par les Anglois, eſt 21 degrés un quart du Nord à l'Oueſt pour le commencement de l'année 1775.

Comme la ligne qui indique cette déclinaiſon, s'eſt portée vers l'Oueſt pendant ces trente-cinq ans, environ 5 degrés un tiers, à la latitude de 34 degrés méridionale; il s'enſuit que le mouvement d'une pareille ligne a dû être un peu moindre que 5 degrés un tiers ſous le parallèle de 54 degrés, & qu'à l'oppoſite celui de la ligne ſans déclinaiſon vers l'Oueſt a dû être plus grand que ſous ces deux parallèles, puiſqu'à ſon Équateur magnétique, ſitué pareillement par une latitude auſtrale d'environ 11 degrés, le mouvement de la ligne ſans déclinaiſon vers l'Oueſt a dû être tout au plus de 9 degrés pendant trente-cinq années, comme on le verra ci-après.

Je ſuppoſerai avec M. Bouvet, & ſelon la Carte de Buache, que la variation vis-à-vis le cap de la Circonciſion ait été de 7 degrés ou 6 degrés $\frac{3}{4}$ du Nord à l'Oueſt au commencement de 1739 ; elle auroit donc été plus grande de 3 degrés à 3 degrés $\frac{1}{2}$ en 1775, c'eſt-à-dire, la variation de 10 degrés Nord-oueſt.

C'eſt ce qui fait qu'on a cherché en vain le cap de la Circonciſion, en ces derniers temps, lorſque les bouſſoles ou compas azimutaux du vaiſſeau la *Réſolution*, marquoient 13 degrés $\frac{3}{4}$ & 13 degrés $\frac{1}{4}$ au 17 Février 1775; la longitude de ce Vaiſſeau étant alors 26 degrés $\frac{1}{3}$, ou 27 degrés $\frac{1}{2}$ à compter de l'île de Fer.

Peu de temps auparavant, ſavoir, les 8 & 9 Février, M. Cook avoit trouvé la variation nulle, ou de 0 degré par une latitude auſtrale de 58 degrés $\frac{1}{2}$, la longitude de ſon Vaiſſeau étant d'environ 5 degrés $\frac{1}{2}$ à l'égard de l'île de Fer. Or la ligne ſans déclinaiſon qui paſſe proche le Breſil, vis-à-vis le cap Saint-Auguſtin, doit ſe rapprocher à 54 degrés de latitude (ou 4 degrés $\frac{1}{2}$ moins au Sud que les 58 degrés $\frac{1}{2}$) du premier Méridien, puiſqu'elle le coupe un peu obliquement en ſe prolongeant vers l'Équateur; c'eſt-à-dire, qu'à la latitude du cap de la Circonciſion, la ligne ſans déclinaiſon auroit dû paſſer, en 1775, à 3 degrés & demi, ou 4 degrés de longitude de l'île de Fer.

Il eſt vrai que ſur le vaiſſeau l'*Aventure*, par 53 degrés $\frac{1}{2}$ de latitude auſtrale, on a trouvé la ligne ſans déclinaiſon par une longitude plus grande ou plus avancée, & que cette différence reſte à diſcuter, s'ils le peuvent, parmi les Anglois; mais pour répondre à M. Cook, on retient ici les données qui réſultent des azimuths obſervés ſur le vaiſſeau la *Réſolution*, & on peut admettre ainſi 5 degrés de longitude géographique pour le paſſage de la ligne ſans déclinaiſon, en 1775, par 54 degrés de latitude auſtrale.

Or, il ſuit de-là que le vaiſſeau la *Réſolution* a dû s'avancer à l'Eſt de la ligne ſans déclinaiſon, de 22 degrés en longitude,

pour voir la variation de l'aiguille s'accroître du Nord à l'Ouest d'environ 13 degrés $\frac{1}{2}$.

Mais on a établi ci-dessus, 10 degrés pour la variation actuelle de l'aiguille vis-à-vis le cap de la Circoncision; on aura donc pour les 3 degrés & demi d'excès, qu'a observé plus dans l'Est le Capitaine Cook, quoique par une même latitude, une différence en longitude de $5^d\ 25'$, ce qui ne donne plus que $21^d\ 35'$ pour la longitude géographique du cap de la Circoncision.

Ainsi ce même Cap auroit été aperçu à l'Est du Méridien de Londres, seulement 3 degrés & demi; & il n'est pas étonnant que sur les deux vaisseaux l'*Aventure* & la *Résolution*, on n'ait pu l'apercevoir, puisqu'alors leurs routes s'écartoient trop au Nord & au Sud de ce Cap, mais sur-tout, parce qu'ils ont croisé trop dans l'Est, comme cela se voit tout d'un coup sur les Cartes Angloises nouvellement publiées.

De la ligne sans déclinaison tracée sur la Carte réduite, & qui indique le 0 degré de variation magnétique.

Ce qui vient d'être prouvé ci-dessus, quant aux degrés de longitude qu'il faut retrancher des 28 degrés $\frac{1}{2}$, assignés en 1739 au cap de la Circoncision, peut bien être confirmé par la situation de la ligne sans déclinaison, que M. Bouvet, comptoit, il y a bientôt quarante ans, par 15 degrés $\frac{1}{5}$ du Méridien de l'île de Fer, après avoir observé la variation nulle, le 21 de Décembre 1738, par $51^d\ 21'$ de latitude australe.

On va voir que cette variation observée ne peut se concilier avec celles qui sont connues d'ailleurs, à moins qu'on ne retranche plusieurs degrés de la longitude estimée $15^d\ 22'$ par cette latitude australe.

1.° La Carte de Halley, donne pour 1700, la longitude du lieu où il avoit observé lui-même cette variation, par 34 degrés de latitude; savoir, 5 degrés à l'Ouest du Méridien

de Londres, c'est-à-dire, à $13^d\ 12'\frac{1}{2}$ de longitude de l'île de Fer.

2.° Sur la même Carte, à 50 degrés de latitude, je ne trouve plus qu'un seul degré à l'Ouest de Londres, ce qui revient à $17^d\ 12'\frac{1}{2}$.

Enfin l'an 1775, par 58 degrés $\frac{1}{2}$ de latitude australe, le Capitaine Cook trouva les 8 & 9 Février, la variation nulle, étant $13^d\ 10'$ à l'Ouest de Londres ou Gréenwich; c'est-à-dire, à 5 degrés de longitude à l'Est de l'île de Fer.

Mais aussi dix-neuf mois auparavant, le 28 Septembre 1772, son vaisseau la *Résolution* se trouvant par 24 degrés $\frac{2}{5}$ de latitude australe, & près de 24 degrés à l'Ouest du Méridien de Gréenwich, la variation du Nord à l'Ouest, étoit en ce lieu tellement diminuée, qu'à peine restoit-il o degré deux tiers de variation; c'est-à-dire, que la variation de l'aiguille a dû être nulle aux environs du Tropique du Capricorne, par 6 degrés $\frac{2}{3}$ ou 7 degrés à l'Ouest du Méridien de l'île de Fer. Or sur l'*Endeavour*, en 1768, on l'avoit trouvée par 10 à 10 degrés $\frac{1}{2}$ de latitude australe, nulle à 14 degrés $\frac{2}{3}$ à l'Ouest du même Méridien. Enfin, en 1775, le même Navigateur a reconnu qu'elle passoit tant soit peu à l'Ouest de l'île de *Fernando l'Orontio*, par près de 4 degrés de latitude australe.

Toutes ces circonstances réunies, prouvent assez que la ligne sans déclinaison qui s'est avancée depuis 1700, d'environ 19 degrés vers le cap Saint-Augustin, à la pointe la plus avancée du Bresil; que cette ligne, dis-je, s'est un peu redressée; ou que dans les parties du Sud, là où elle a paru s'avancer bien moins vers l'Ouest, sa courbure semble se rapprocher davantage, ou avoir plus d'affinité avec la courbure des Méridiens, dont elle s'éloignoit déjà fort peu en 1700.

Or, il suit de-là qu'à la latitude de 51 degrés $\frac{2}{5}$, la variation auroit été observée nulle, par le même Navigateur, M. Cook, s'il s'y fût rencontré par une longitude de 2 degrés $\frac{1}{2}$, à compter de l'île de Fer; au lieu qu'en

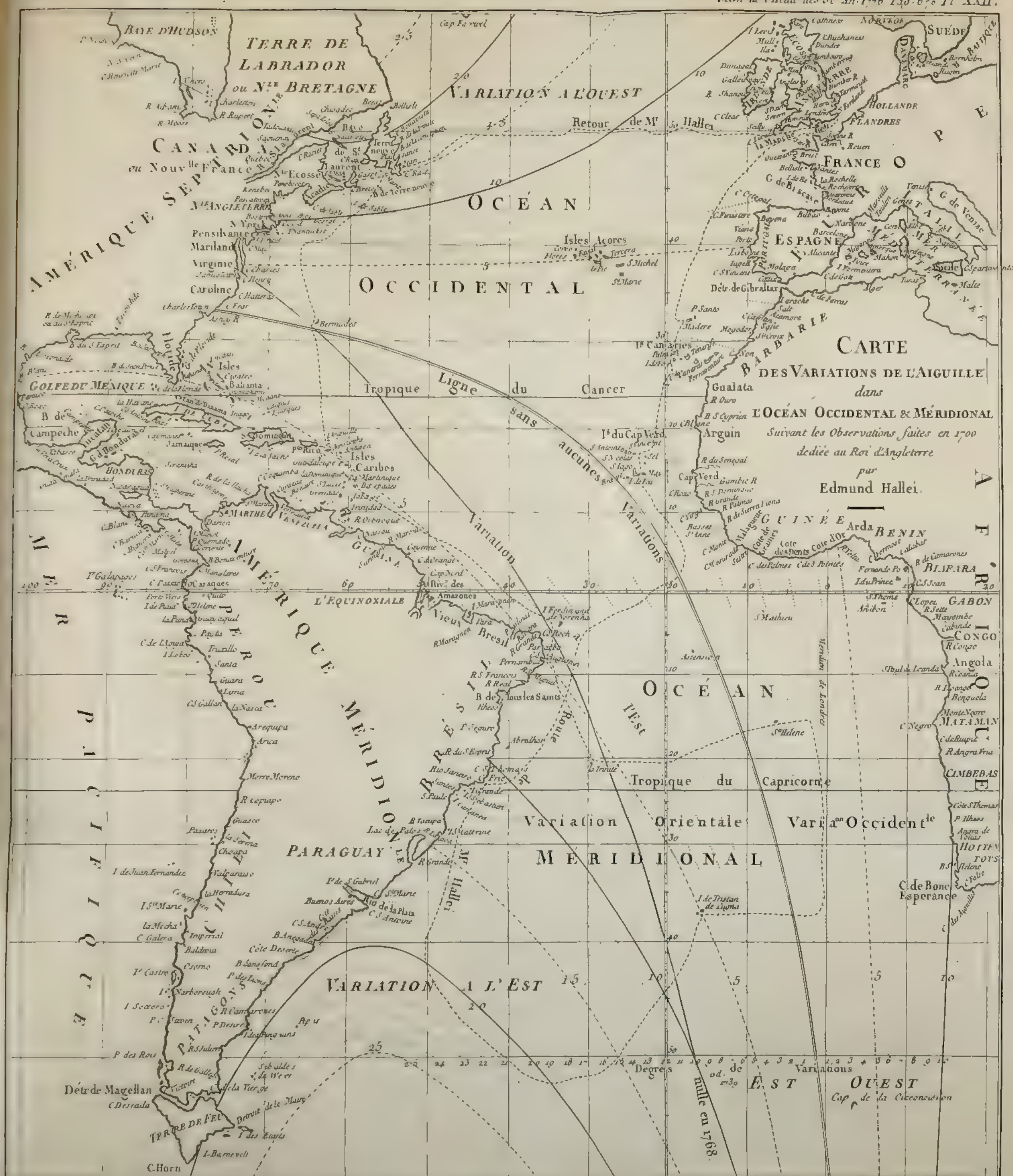
1700, elle a dû être nulle, plus à l'Eſt, de 15 degrés ſous la même latitude; diſtribuant donc, en raiſon des temps écoulés, ce mouvement progreſſif de la ligne ſans déclinaiſon, on trouve qu'elle a dû paſſer au 1.er Janvier 1739, à très-peu de choſe près, par 10 degrés de longitude. Ainſi l'erreur dans la longitude, eſtimée par M. Bouvet, a dû être en excès, le 21 Décembre 1738, de 5 degrés ½ à 6 degrés, à $51^d 23'$ de latitude auſtrale; ce qui prouve que les erreurs de l'eſtime des Pilotes, dans leur route, a dû s'accroître à meſure qu'ils ſe ſont avancés des côtes du Breſil vers l'Eſt, & au-delà de la ligne ſans déclinaiſon & du cap de la Circonciſion, qui a été découvert au mois de Janvier 1739.



P. Nelson

N.
C.H

AMÉRI



Variation Nord-ouest, en 1770, dans la Pensilvanie, 3d 1/8

Guill De la Haye

MÉMOIRE SUR L'EXISTENCE DE L'AIR DANS L'ACIDE NITREUX,

Et sur les moyens de décomposer & de recomposer cet acide.

Par M. LAVOISIER.

J'AI fait voir dans le premier Volume de mes Opuscules physiques & chimiques, que lorsqu'on brûloit du phosphore de Kunckel sous une cloche de verre renversée dans l'eau, un cinquième environ de l'air contenu sous la cloche étoit absorbé; que ce qui se trouvoit de moins dans l'air, se retrouvoit en plus dans l'acide phosphorique qui résultoit de la combustion, & j'en ai conclu que cet acide étoit en partie composé d'air, ou au moins d'une substance élastique contenue dans l'air. Comme les mêmes phénomènes ont exactement lieu dans la combustion du soufre, & dans la formation de l'acide vitriolique, j'aurois eu également droit de conclure que l'air entre dans la composition de ce dernier acide.

Lû le 20 Avril 1776. Remis en Décembre 1777.

Ces premiers pas m'ont fait réfléchir sur la nature des acides en général, & en examinant les circonstances de leur formation & de leur destruction, j'ai cru entrevoir que tous étoient composés en grande partie d'air; que cette substance étoit commune à tous, & qu'ils étoient ensuite différenciés les uns des autres, par l'addition de différens principes particuliers pour chaque acide.

Ce qui d'abord n'étoit qu'une conjecture assez vraisemblable, s'est bientôt converti en certitude, quand j'ai appliqué l'expérience à la théorie; & je suis en état d'avancer affirmativement aujourd'hui, que non-seulement l'air, mais encore la portion la plus pure de l'air, entre dans la composition de

tous les acides ſans exception ; que c'eſt cette ſubſtance qui conſtitue leur acidité, au point qu'on peut à volonté leur ôter ou leur rendre la qualité d'acide, ſuivant qu'on les dépouille ou qu'on leur donne la portion d'air eſſentielle à leur compoſition.

Les moyens de décompoſition & de recompoſition n'étant pas les mêmes pour tous les acides, je traiterai de chacun d'eux dans autant de Mémoires particuliers ; je commence aujourd'hui par celui du Nitre, parce que c'eſt celui dont il importe le plus de connoître la nature & la compoſition, ſur-tout relativement au Prix que l'Académie vient de propoſer ſur le Salpêtre.

Je commencerai, avant d'entrer en matière, par prévenir le Public, qu'une partie des expériences contenues dans ce Mémoire, ne m'appartiennent point en propre : peut-être même rigoureuſement parlant, n'en eſt-il aucune dont M. Prieſtley ne puiſſe réclamer la première idée ; mais comme les mêmes faits nous ont conduits à des conſéquences diamétralement oppoſées, j'eſpère que ſi on me reproche d'avoir emprunté des preuves des ouvrages de ce célèbre Phyſicien, on ne me conteſtera pas au moins la propriété des conſéquences.

C'eſt un fait généralement reconnu aujourd'hui, qu'il ſe dégage de preſque toutes les diſſolutions métalliques dans les acides, des émanations élaſtiques, des eſpèces d'air dont les propriétés diffèrent ſuivant la nature des acides, à l'aide deſquels on eſt parvenu à les former.

Ce n'eſt point du métal que proviennent ces différentes eſpèces d'air, ainſi que j'aurai pluſieurs occaſions de le faire voir; ils ſont dûs à la décompoſition de l'acide lui-même, & j'ai entrevu qu'il pouvoit en réſulter un moyen ſimple d'analyſer les acides : il m'a ſemblé, par exemple, qu'en faiſant diſſoudre du mercure dans l'acide nitreux, en recueillant les différens principes élaſtiques qui s'échappent de cette combinaiſon ; enfin en obſervant attentivement les phénomènes qu'elle préſente depuis le premier inſtant de la diſſolution juſqu'à ce que le mercure, après avoir ſucceſſivement paſſé

par

par l'état de ſel mercuriel & de précipité rouge, reparoiſſe enfin ſous ſa forme métallique, j'acquerrois infailliblement des lumières ſur la nature des principes qui entrent dans la compoſition de l'acide nitreux.

Quoique les expériences dont j'ai à rendre compte, puſſent également réuſſir avec tout métal, j'ai choiſi de préférence le mercure, par la raiſon que cette ſubſtance métallique ayant la propriété de ſe réduire ſans addition, il m'a paru qu'il en réſulteroit moins de complication dans la marche des expériences, & que je ſerois conduit d'une manière plus ſimple aux conſéquences auxquelles je me propoſois d'arriver.

J'ai pris en conſéquence un petit matras à col long & étroit, que j'ai courbé à la lampe, de manière que l'extrémité de ce col pût s'engager ſous une cloche de criſtal pleine d'eau, & plongée dans un vaſe plein d'eau; j'y ai introduit 2 onces d'acide nitreux légèrement fumant, dont le poids étoit à celui de l'eau diſtillée dans le rapport de 131,607 à 100,000; j'y ai ajouté 2 onces 1 gros de mercure, & j'ai chauffé légèrement pour accélérer la diſſolution.

Comme l'acide étoit fort concentré, l'efferveſcence a été vive, & le dégagement très-rapide; j'ai reçu l'air qui ſe dégageoit dans différentes cloches, afin de pouvoir reconnoître les différences qui pourroient ſe rencontrer entre celui du commencement & celui de la fin de l'efferveſcence, en ſuppoſant qu'il y en eût. Lorſque l'efferveſcence a été finie, & que tout le mercure a été diſſous, j'ai continué de faire chauffer dans le même appareil; bientôt il a ſuccédé à l'efferveſcence un mouvement d'ébullition, pendant lequel la production d'air a continué preſque en auſſi grande abondance qu'auparavant; j'ai continué ainſi juſqu'à ce que tout le fluide ayant paſſé ou par la voie de diſtillation, ou ſous forme de vapeurs élaſtiques ou d'air, il ne m'eſt plus reſté dans le matras que du ſel mercuriel blanc, ſous forme pâteuſe plus sèche qu'humide, & qui commençoit à jaunir à la ſurface. La quantité d'air obtenue juſqu'à cette époque, étoit de 190 pouces cubiques environ,

c'eſt-à-dire, de près de quatre pintes; tout cet air étoit de nature uniforme, & ne différoit en rien de ce que M. Prieſtley a nommé *Air nitreux.*

En continuant l'opération, je me ſuis aperçu qu'il s'élevoit du ſel mercuriel des vapeurs rouges ſemblables à celles de l'acide nitreux; mais cette circonſtance n'a pas duré long-temps, & bientôt l'air contenu dans la partie vide du matras a recouvré ſa tranſparence *(a).* Ayant mis à part l'air qui avoit paſſé pendant la durée des vapeurs rouges, il s'eſt trouvé 10 à 12 pouces d'un air fort différent de celui qui avoit paſſé juſqu'alors, & qui ne paroiſſoit différer de l'air commun, que parce que les lumières y brûloient un peu mieux. En même temps le ſel mercuriel s'étoit converti en un beau précipité rouge, & ayant continué de le pouſſer à un degré de feu modéré, j'en ai obtenu, en ſept heures de temps, 224 pouces cubiques d'un air beaucoup plus pur que l'air commun, dans lequel les lumières brûloient avec une flamme beaucoup plus grande, beaucoup plus large & beaucoup plus vive, & qu'à tous ſes caractères, je n'ai pu méconnoître pour être le même que j'avois retiré de la chaux de mercure, connue ſous le nom de *Mercure précipité per ſe,* & que M. Prieſtley a retiré d'un grand nombre de ſubſtances, en les traitant par l'eſprit de nitre. A meſure que cet air s'étoit dégagé, le mercure s'étoit réduit, & j'ai retrouvé, à quelques grains près, les 2 onces 1 gros de mercure que j'avois employés dans la diſſolution; cette petite perte pouvoit provenir d'un peu de ſublimé jaune & rouge qui s'étoit attaché au dôme de la cornue.

Le mercure étant ſorti de cette expérience, comme il y étoit entré, c'eſt-à-dire, ſans altération, ni dans ſa qualité, ni même ſenſiblement dans ſon poids, il eſt évident que les 426 pouces cubiques d'air que j'avois obtenus, ne pouvoient avoir été produits que par la décompoſition de l'acide nitreux; j'étois

---

(a) Ces vapeurs rouges ſont dûes à une portion d'air nitreux & d'air plus pur que l'air commun, qui ſe dégagent en même temps du ſel mercuriel, qui ſe combinent & qui reforment de l'acide nitreux. On ne ſentira bien cette explication qu'après la lecture de tout le Mémoire.

donc en droit d'en conclure que 2 onces d'acide nitreux ſont composées, 1.° de 190 pouces d'air nitreux; 2.° de 12 pouces d'air commun; 3.° de 224 pouces d'air, meilleur que l'air commun; 4.° de flegme; mais comme il étoit prouvé d'après les expériences de M. Prieſtley, que la petite portion d'air que j'avois obtenue dans l'état d'air commun, ne pouvoit être autre choſe qu'un air meilleur que l'air commun, dont la qualité ſupérieure avoit été altérée par un mélange d'air nitreux dans la tranſition ou paſſage de l'un à l'autre, je puis rétablir la quantité de ces deux airs, telle qu'elle étoit avant leur mélange, & ſuppoſer que les 12 pouces d'air commun que j'ai obtenus, étoient dûs à un mélange de 36 pouces d'air nitreux, & de 14 pouces d'air meilleur que l'air commun.

En rétabliſſant ainſi ces quantités, on aura pour le produit de 2 onces d'acide nitreux.

Air nitreux	226 pouces.
Air le plus pur	238 pouces.
TOTAL	464 pouces.

Et pour le produit d'une livre du même acide.

Air nitreux	1808 pouces.
Air le plus pur	1904 pouces.
TOTAL	3712 pouces.

S'il étoit poſſible d'avoir la peſanteur abſolue de ces quantités d'air, comme on en a le volume, il ſeroit aiſé d'en conclure le poids du flegme, & alors on auroit une analyſe complette de l'acide nitreux. Les tentatives de M. Prieſtley à cet égard ſont bien éloignées de donner des réſultats ſatisfaiſans, & j'avoue que je n'ai pu obtenir non plus que des approximations aſſez incertaines; quoi qu'il en ſoit, je ſuppoſerai ici, comme j'ai tout lieu de le préſumer, que l'air pur retiré du mercure, eſt un peu plus peſant que celui de l'atmoſphère, & qu'il pèſe $\frac{55}{100}$ de grains le pouce cube. Je

ſuppoſerai de même que l'air nitreux eſt un peu plus léger que l'air commun, & que ſa peſanteur eſt de $\frac{4}{10}$ de grains le pouce cube; d'après cette ſuppoſition, on trouvera qu'une livre d'acide nitreux, telle que je l'ai employée, eſt composée ainſi qu'il ſuit.

SAVOIR;

	Onc.	Gros.	Grains.
Air nitreux	1.	2.	$3\frac{1}{5}$.
Air le plus pur	1.	6.	$32\frac{1}{5}$.
Flegme, ou Eau commune	13.	7.	$36\frac{3}{5}$.
TOTAL	1 livre.		

Voilà donc un moyen de décompoſer l'acide nitreux, & d'y démontrer l'exiſtence de l'air, ou plutôt d'un air pur, & (s'il eſt permis de ſe ſervir de cette expreſſion) plus air que l'air commun; mais le complément de preuve étoit, après avoir décompoſé l'acide nitreux, de parvenir à le recompoſer en recombinant les mêmes matériaux, & c'eſt à quoi je ſuis parvenu; mais avant de paſſer à cette expérience, il eſt néceſſaire que j'entre ici dans quelque détail ſur la nature de l'air nitreux.

Ceux qui n'auront point lû les expériences rapportées dans le premier Volume de M. Prieſtley, ſur différentes eſpèces d'air, & ſur-tout celles de M. Guillaume Bewly, rapportées à la fin du même Volume, pourront peut-être penſer que l'air nitreux n'eſt autre choſe que de l'acide nitreux en vapeurs. Il ſuffira pour détruire cette opinion, de faire voir qu'il eſt douteux même que l'air nitreux ſoit dans un état d'acidité, & c'eſt ce qui réſulte des expériences qui ſuivent.

Premièrement, l'air nitreux peut traverſer des maſſes d'eau très-conſidérables, même demeurer pendant pluſieurs mois en contact avec elle, ſous des cloches de verre, ſans ſe combiner avec elle, ſans ſe condenſer en forme de fluide, & ſans éprouver la moindre altération, ni dans ſa qualité, ni dans ſon volume; les vapeurs de l'eſprit de nitre au contraire ſe combinent avec l'eau, avec une étonnante facilité, & l'on

ſait que c'eſt en leur préſentant le contact de l'eau, qu'on parvient à les condenſer.

Secondement, ce n'eſt qu'avec une très-grande difficulté, & après un laps de temps fort conſidérable, qu'une petite portion d'air nitreux peut être combinée avec les alkalis, ſoit fixes, ſoit volatils; ce n'eſt que par des procédés particuliers, toujours longs & difficiles qu'on y parvient, & alors même il ne réſulte de cette combinaiſon, ni ſalpêtre, ni nitre ammoniacal, à moins qu'il ne ſoit entré de l'air commun dans la combinaiſon.

Il étoit donc évident que l'acide nitreux par ſa combinaiſon avec le mercure, avoit été réſolu en deux airs, qui ſéparément n'étoient point acides; il ne s'agiſſoit plus que de remêler enſemble ces deux airs, & de voir s'il en réſulteroit un acide, & ſi cet acide ſeroit celui du nitre. J'ai en conſéquence rempli d'eau, un tube qui étoit fermé par un bout, & dont la longueur étoit diviſée en portions égales en volume, par un trait de lime; j'ai renverſé ce tube ainſi rempli d'eau, dans un autre vaſe également rempli d'eau; j'y ai introduit ſept parties & un tiers de l'air nitreux ci-deſſus, & j'y ai mêlé tout-à-la-fois quatre parties de l'air plus pur que l'air commun que j'avois meſurées dans un autre tube ſéparé *(b)*; dans le premier inſtant du mélange, les onze parties & un tiers d'air ont occupé 12 à 13 meſures, mais l'inſtant d'après, les deux airs ſe ſont pénétrés, ſe ſont combinés, il s'eſt formé des vapeurs très-rouges d'eſprit de nitre fumant, qui ont été ſur le champ condenſées par l'eau, & en quelques ſecondes les onze parties & un tiers d'air ont été réduites à un tiers de meſure environ; c'eſt-à-dire, à la trente-quatrième partie de leur volume originaire.

L'eau contenue dans le tube, s'eſt trouvée ſenſiblement acide à la ſuite de cette opération, ou plutôt elle n'étoit autre choſe qu'un acide nitreux foible; en la ſaturant d'alkali, j'en ai obtenu du véritable nitre par évaporation.

(b) Je paſſe ſous ſilence les tâtonnemens par leſquels je ſuis parvenu à reconnoître l'exactitude de ces proportions.

Dans la vue d'obtenir l'acide dans un état de concentration plus confidérable, j'ai essayé de subſtituer du mercure à l'eau, c'eſt-à-dire, de faire le même mélange dans un tube plein de mercure, & renverſé dans du mercure, en obſervant de laiſſer dans le tube une petite couche d'eau ſur le mercure. La pénétration des deux airs a été preſque auſſi rapide dans cette expérience que dans la précédente, les vapeurs de l'acide nitreux ont été condenſées par la petite portion d'eau contenue dans le tube, & en proportionnant bien la quantité d'eau, je ſuis parvenu, ou à faire de l'eſprit de nitre très-fumant & auſſi fort qu'il ſoit poſſible de l'obtenir, ou à faire de l'acide nitreux plus foible, & ſemblable à celui qui avoit été employé originairement dans l'opération. Cette expérience doit être faite avec le plus de célérité qu'il eſt poſſible, parce que l'eſprit de nitre fumant qui s'eſt formé & qui ſe trouve en contact avec le mercure, agit bientôt ſur lui, le diſſout & reforme de nouvel air nitreux ; cette dernière circonſtance fournit encore une preuve de la recompoſition de l'acide nitreux.

On remarquera peut-être avec ſurpriſe, qu'il faille ſept parties & un tiers d'air nitreux, & quatre parties ſeulement de l'air le plus pur pour compoſer de l'eſprit de nitre, tandis que dans la décompoſition de ce même acide par le mercure, on a retiré un peu plus d'air pur que d'air nitreux. Cet effet tient à ce que l'eſprit de nitre qu'on obtient dans la décompoſition ordinaire du ſalpêtre par l'argile, contient une ſurabondance conſidérable d'air le plus pur, tandis que celui qui réſulte de l'expérience ci-deſſus, contient un excès d'air nitreux : j'aurai occaſion de développer dans d'autres Mémoires ces différens phénomènes, & je me contente d'annoncer ici que la propriété de répandre des vapeurs rouges n'eſt point une preuve de la concentration de l'acide nitreux, & qu'il eſt poſſible d'avoir de l'acide nitreux fumant très-foible, & de l'acide nitreux non-fumant très-fort : ces deux circonſtances tiennent uniquement à la proportion des deux airs dont eſt compoſé l'acide.

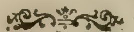
Après avoir fait voir qu'on peut déſunir les principes de

l'acide nitreux & les recombiner, il me reſte à faire voir qu'on peut parvenir au même but avec des matériaux qui ne ſont pas tous tirés de l'acide nitreux. Au lieu de l'air le plus pur, de celui tiré du mercure précipité rouge, on peut ſe ſervir de l'air de l'atmoſphère; mais il faut en employer beaucoup davantage, & au lieu que quatre parties d'air pur ſuffiſent pour ſaturer ſept parties un tiers d'air nitreux, il en faut employer près de ſeize d'air commun: tout l'air nitreux, dans cette expérience, eſt détruit ou plutôt condenſé comme dans l'expérience précédente; mais il n'en eſt pas de même de l'air commun; il n'y en a pas plus d'un cinquième ou d'un quart d'abſorbé, & ce qui reſte n'eſt plus en état d'entretenir la flamme des lumières, ni de ſervir à la reſpiration des animaux. Il paroîtroit prouvé d'après cela, que l'air que nous reſpirons ne contient qu'un quart de véritable air; que ce véritable air eſt mêlé dans notre atmoſphère à trois ou quatre parties d'un air nuiſible, d'une eſpèce de moffette, qui feroit périr le plus grand nombre des animaux, ſi la quantité en étoit un peu plus conſidérable. Les funeſtes effets de la vapeur du charbon ſur l'air, & d'un grand nombre d'autres émanations, prouvent encore combien ce fluide eſt près de la limite, au-delà de laquelle il deviendroit mortel pour les animaux; j'eſpère être bientôt en état de diſcuter cette idée, & de mettre ſous les yeux de l'Académie les expériences ſur leſquelles elle eſt appuyée.

Il réſulte des expériences contenues dans ce Mémoire, que lorſqu'on diſſout du mercure dans l'acide nitreux, cette ſubſtance métallique s'empare de la portion d'air pur contenue dans l'acide nitreux, & qui conſtitue ſon acidité; d'une part, ce métal combiné avec l'air le plus pur, ſe réduit en chaux; de l'autre, l'acide dépouillé de ce même air, entre en expanſion & forme de l'air nitreux; & la preuve que les choſes ſe paſſent ainſi dans cette opération, c'eſt que ſi après avoir ainſi ſéparé les deux airs qui entroient dans la compoſition de l'acide nitreux, on les recombine de nouveau, on refait de l'acide nitreux pur, tel qu'on l'avoit auparavant, avec cette différence ſeulement qu'il eſt fumant.

L'acide nitreux, tiré du salpêtre par l'argile, d'après cela n'est autre chose que de l'air nitreux, combiné avec un volume à peu-près égal au sien, de la portion la plus pure de l'air, & avec une quantité assez considérable d'eau: l'air nitreux au contraire est l'acide nitreux dépouillé d'air & d'eau. On ne manquera pas sans doute de demander ici si le phlogistique du métal ne joue pas quelque rôle dans cette opération; sans oser décider une question d'une aussi grande conséquence, je répondrai que puisque le mercure sort de cette opération précisément tel qu'il y étoit entré, il n'y a pas d'apparence qu'il ait perdu ni repris du phlogistique, à moins qu'on ne prétende que le phlogistique qui a servi à la réduction du métal, a passé à travers les vaisseaux; mais dès-lors c'est admettre une espèce particulière de phlogistique, différente de celle de Stahl & de ses disciples; c'est revenir au feu principe, au feu combiné dans les corps, système beaucoup plus ancien que celui de Stahl, & qui est fort différent.

Je terminerai ce Mémoire comme je l'ai commencé, en rendant hommage à M. Priestley de la plus grande partie de ce qu'il peut contenir d'intéressant; mais l'amour de la vérité & le progrès des connoissances auxquelles doivent tendre tous nos efforts, m'obligent en même temps de relever une erreur dans laquelle il est tombé, & qu'il seroit dangereux de laisser accréditer. Ce Physicien justement célèbre, ayant reconnu qu'en combinant de l'acide nitreux avec une terre quelconque, il en retiroit constamment de l'air commun ou de l'air même meilleur que l'air commun, a cru pouvoir en conclure que l'air de l'atmosphère est un composé d'acide nitreux & de terre. Cette idée hardie se trouve suffisamment renversée par les expériences contenues dans ce Mémoire; il est évident que ce n'est point l'air qui est composé d'acide nitreux, comme le prétend M. Priestley, mais au contraire, l'acide nitreux qui est composé d'air; & cette seule remarque donne la clef d'un grand nombre d'expériences contenues dans les *Sections III, IV & V du second Volume* de M. Priestley.



MÉMOIRE

MÉMOIRE

SUR DES SUBSTANCES HÉTÉROGÈNES

Trouvées dans les Criſtaux de roche, les Agates, les Opales & les Rubis.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

LES Naturaliſtes ont fait connoître des ſubſtances étrangères enfermées dans des géodes & des ſilex : ſi l'on explique difficilement comment ces corps, d'une nature différente des géodes & des ſilex, ſe trouvent enclavés dans ces eſpèces de pierres, combien ne doit-on pas éprouver de difficultés lorſqu'on veut appliquer ces mêmes raiſons aux pierres tranſparentes d'une grande dureté, & qui offrent une criſtalliſation auſſi régulière que le rubis, le criſtal de roche, &c? Preſenté le 13 Mars 1776. Lû le 30 Juillet 1777.

À la vérité, ſuivant M.rs Vallérius & Linnée, toutes ces pierres ſont dans la claſſe des vitrifiables ainſi que le ſilex; l'agate, l'opale, le rubis, le criſtal de roche ne diffèrent du ſilex que par leur netteté, leur pureté, les couleurs vives & tranchées, ſur-tout quand ces pierres ſont polies; leur dureté & la criſtalliſation de quelques-unes de ces pierres, font donc, ſuivant ces Naturaliſtes, les ſeules vraies diſtinctions qui les différencient des ſilex.

On voit aiſément à travers les pierres tranſparentes les ſubſtances étrangères qui s'y rencontrent : auſſi beaucoup d'Auteurs en ont-ils parlé, & peut-être quelques-uns ſe ſont-ils trop preſſés de nommer les ſubſtances que l'œil ou la conformité de figure ſembloit leur annoncer devoir être telle ou telle matière, ſans avoir cherché à confirmer leurs aſſertions par des preuves plus décidées.

Daniel Tilas, *hiſtoire des Pierres,* affirme avoir vu du

ſoin & de la mouſſe dans une agate : pluſieurs ont dit y avoir trouvé des lichens, du creſſon, des capillaires, &c. Scheuchzer annonce un criſtal où il a vu des poils. Ray, *Topog. obſ. pag. 205,* Aldrovande & pluſieurs autres, citent des ſubſtances étrangères dans l'agate & le criſtal de roche. Kundmann, *Rariora Naturæ & artis,* nous parle d'une mouche à qui la Nature avoit accordé pour tombeau un rubis. Henckel dit qu'il a trouvé dans le criſtal de roche des plantes & des coquilles de mer. Lind, *Lithophil. Brit. n.° 15,* parle d'un criſtal de roche où il y avoit des pointes d'ourſins, *criſtallus echinophora.* Le Cabinet de M.de la Préſidente de Bandeville offre pluſieurs agates qui contiennent des corps marins. D'ailleurs ayant vu dans des pierres d'aigles, ou dans des géodes, des noyaux d'ourſins, des coquilles de mer & des madrépores, on ne doit pas être ſurpris de rencontrer ces mêmes accidens dans l'agate.

Pluſieurs Naturaliſtes s'accordent ſur ce qu'ils ont nommé bulle d'eau ce que l'on voit rouler dans l'agate ou le criſtal de roche, & il y a à Paris pluſieurs de ces pierres tranſparentes avec cette ſingularité.

Je me ſuis trouvé à portée d'obſerver ce fait dans des opales, & comme il m'a paru un des plus propres à connoître la nature de ces pierres, ou au moins à jeter des lumières ſur leur formation, je n'ai pas négligé l'examen des opales que j'avois, qui offroient cette particularité.

L'opale étoit très-eſtimée des Anciens. L'Hiſtoire rapporte que le Sénateur *Nonius* avoit une opale eſtimée vingt mille ſeſterces, & qu'Antoine la lui ayant demandée, *Nonius* préféra l'exil à la lui livrer. Depuis que l'art eſt parvenu à les imiter ſi parfaitement que l'on s'y trompe, les factices ayant rendu les opales communes, le mérite des naturelles eſt preſque tombé, & elles ne ſont plus recherchées que de ceux qui ſe donnent à l'étude des pierres.

Je m'acquitte foiblement ici de la reconnoiſſance que je dois à Dom Guido Vio, Religieux Camaldule à Murano, qui, employant les momens que lui laiſſent les devoirs de

ſon état, à l'étude de l'Hiſtoire naturelle, a bien voulu me communiquer pluſieurs de ces opales, me faire part du lieu où on les a trouvées, & de différentes circonſtances qu'il m'étoit utile de ſavoir.

Ces opales ont été tirées d'une montagne dans le territoire de Vicence, appelée *monte Berico.* Lorſqu'on trouve ces pierres brutes, il faut les polir pour pouvoir s'aſſurer ſi elles offrent quelques ſingularités : ces opales ſont ſouvent enclavées dans une pierre, que Dom Guido regarde comme pouvant être leur matrice.

Je dois ajouter encore que Dom Guido m'a mis en état de juger avec certitude qu'il y a eu aux environs de Vicence des feux ſouterrains : les pierres que j'ai priſes ſur pluſieurs de ces montagnes, & beaucoup d'autres que j'ai reçues de ce Religieux, y dénotent la préſence des volcans qui y ont exiſté.

On trouve au mont Bérico la pierre obſidienne de Pline, qui, ſuivant les obſervations de feu M. le Comte de Caylus, eſt une vitrification produite par les volcans, &c. Je rapporte ces obſervations ſans vouloir prétendre que les opales doivent leur origine à des volcans : beaucoup de ces opales n'offrent point de bulle mobile ; & ce n'eſt que dans la quantité, lorſqu'on les a polies, que la bulle ſe voit dans quelques-unes.

Ces eſpèces d'agates perdent, avec le temps, la bulle qui ſixe maintenant notre attention ; on pourroit croire que celles-là avoient quelques fentes ou qu'il s'y eſt formé quelques crevaſſes qui, donnant iſſue à l'eau, empêchoit la bulle d'air de s'y mouvoir comme elle le faiſoit auparavant.

J'ai expoſé ces opales, où l'on n'apercevoit plus le mouvement de la bulle, à une douce chaleur ; je les ai laiſſées dans de l'eau que j'ai fait long-temps bouillir ; j'ai fait chauffer une de ces opales, & l'ai jetée dans l'eau, ſans être parvenu à faire reparoître la bulle. Nonius préféroit la perte de ſa liberté à celle de ſon opale ; j'étois moins avare de mes opales, que je croyois perdre d'une manière utile, ſi en les détruiſant

je pouvois acquérir de nouvelles connoiſſances : j'ai caſſé une de ces opales qui avoit eu une bulle, & qui l'avoit perdue, & j'ai obſervé qu'elle étoit creuſe, & qu'il y avoit dans l'intérieur une jolie criſtalliſation, mais point d'eau, & aucun conduit ni fente par leſquels cette eau auroit pu s'échapper.

J'ai rompu une ſeconde opale où je voyois aiſément le mouvement d'une bulle, & je me ſuis aſſuré qu'elle étoit preſque remplie d'une eau claire, limpide, & qui m'a paru inſipide. Voici donc comment je crois pouvoir expliquer cet effet app rent dans certaines de ces pierres.

Il eſt bon de ſe rappeler que dans les géodes, l'extérieur ſemble ſe durcir avant la partie interne, & que la liqueur criſtalline, dans l'intérieur des géodes, ſouvent paroît y avoir formé les beaux criſtaux qui s'y rencontrent. Dans les cailloux glaiſeux du Dauphiné, c'eſt dans les fentes & crevaſſes intérieures, que l'on trouve ces criſtaux tendres auxquels on a donné le nom de *diamans.*

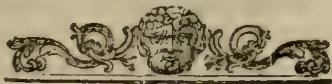
Je conjecture que dans les agates, la ſurface extérieure s'étant durcie la première, l'eau pétrifiante s'eſt dépoſée intérieurement ; cette eau a preſque rempli la capacité de ces opales, il eſt reſté une bulle d'air qui a produit le même effet que dans les tubes qui ſervent de niveau : une preuve que cette bulle eſt de l'air qui nage dans de l'eau, c'eſt qu'en tournant la pierre, la bulle, plus légère que l'eau, monte & gagne la partie la plus élevée de la pierre ; ſi vous la retournez, la bulle, du bas où vous l'avez porté, remonte encore à la partie ſupérieure de l'agate : la bulle change un peu de forme dans les différens mouvemens qu'on lui fait éprouver ; enfin, ces pierres produiſent le même effet que les niveaux d'eau à bulle d'air, & je crois que ceux qui ont parlé de ce fait dans les criſtaux, ne l'ont pas expliqué de cette manière, faute d'avoir été à portée d'examiner des pierres où il ſe rencontroit ; il falloit encore regarder les morceaux d'Hiſtoire Naturelle que nous poſſédons, comme n'étant que de ſimples curioſités, s'ils ne nous conduiſent pas à augmenter nos connoiſſances, & compter gagner, ſi en les perdant & les

brisant, notre instruction en Physique faisoit un pas de plus; enfin, je crois que ceci méritoit plus d'attention que l'on ne lui en avoit jusqu'ici accordé. J'ai vu le même fait dans des morceaux d'ambre; enfin, je l'ai observé dans une partie de glace où il s'étoit rencontré une bulle, que l'on pouvoit faire mouvoir; il est aisé de faire l'application de ce qui vient d'être dit à la même bulle trouvée dans de l'eau que le froid avoit gelée.

Cette eau se dépose avec le temps & forme des cristallisations dans l'intérieur des agates, dès-lors le phénomène disparoît, & je n'ai plus trouvé d'eau dans les pierres qui n'avoient plus de bulle; j'aurois voulu avoir une assez grande quantité de cette eau ou de ce suc cristallin pour la soumettre à différentes épreuves; * mais rarement les souhaits du Naturaliste sont-ils entièrement satisfaits, il lui reste toujours quelque chose à desirer, & par conséquent de nouvelles connoissances à acquérir. Je crois devoir ajouter ici, qu'au lieu de bulles d'air ou d'eau, je connois des agates qui, dans leur intérieur, renferment des grains de sable qui se meuvent dans ces pierres.

Quant aux plantes & aux insectes, que des Naturalistes ont dit se trouver dans les agates, & sur-tout dans le cristal de roche, n'ayant point été à portée de les y examiner & de les y reconnoître, je n'en parlerai pas, je dirai seulement, que l'on a confondu souvent, & mal-à-propos, des fils talqueux ou d'amiante, enfin, des dissolutions métalliques, avec des poils, des mousses, des lichens, &c.

* On a présenté à l'Académie des espèces de cailloux qui contenoient beaucoup d'eau, je ne me suis pas trouvé à portée de m'en procurer, & d'ailleurs cette eau n'étoit peut-être pas le vrai suc cristallin.



NOTICES

D'UNE SUITE D'EXPÉRIENCES NOUVELLES,

Qui font connoître la nature & les propriétés de plusieurs espèces d'air ou émanations aëriformes, extraites par diverses voies d'un grand nombre de substances.

Par M. DE LASSONE.

Lû le 20 Avril 1776. Remis le 3 Mars 1779.

EN soumettant à l'analyse diverses substances dans les trois règnes de la Nature, pour en développer les principes constituans, la Chimie est enfin parvenue à rendre sensibles & palpables ceux de ces principes qui avoient toujours été regardés comme incoërcibles, parce qu'ils s'échappent en vapeurs imperceptibles, & tout aussi subtiles que l'air même de l'atmosphère: on a fait plus, on a déterminé en quoi diffèrent entr'elles ces émanations aëriformes, & plusieurs de leurs propriétés distinctives : on a poussé l'industrie des moyens & des procédés jusqu'à faire subir encore à ces espèces d'Infiniment petits de la Nature, après leur extraction & leur séparation des corps, une autre sorte d'analyse qui semble les ramener presque à l'état des élémens les plus simples & les plus purs. C'est ainsi que les rapports & les caractères particuliers de l'air fixe, de l'air inflammable, de l'air déphlogistiqué, de l'air nitreux, commencent à être beaucoup mieux aperçus.

Mais plus il est intéressant pour les progrès de la Physique de découvrir & de fixer la théorie de tous ces phénomènes, qui paroissent tenir de si près aux mystères les plus cachés de la Nature, & aux principes de ses opérations, moins on doit se hâter de tirer des inductions, & de hasarder des systèmes sur tous ces objets; car les vérités fondamentales que l'on recherche ici ne peuvent ressortir que d'une multitude de faits variés, rapprochés & comparés : il faut donc

encore ſe borner à les multiplier. Ceux dont je vais indiquer les réſultats feront connoître pluſieurs nouveaux moyens pour obtenir 1.° diverſes émanations aëriennes inflammables; 2.° l'air fixe; 3.° l'eſpèce d'air que l'on nomme *déphlogiſtiqué*, parce qu'il eſt plus pur à divers degrés que l'air de l'atmoſphère.

Par l'expoſition toute ſimple des phénomènes, on comprendra qu'il n'eſt pas temps, à beaucoup près, de prétendre les expliquer.

Lorſque l'akali volatil en liqueur, dégagé par l'alkali fixe, diſſout complétement le zinc en limaille, opération que j'ai déjà fait connoître, il ſe dégage un gas aërien très-inflammable, qui fulmine fortement, étant mêlé avec une portion d'air commun. Il faut obſerver que pour obtenir cet air bien inflammable, il eſt eſſentiel que la diſſolution ſoit faite à froid, ou du moins à un degré de chaleur très-foible. I.re Expérience.

L'eſpèce de ſel de zinc ammoniacal ſoyeux, que l'on prépare en faiſant évaporer doucement la diſſolution précédente, étant mis dans une cornue de verre & pouſſé à grand feu, fournit, par le moyen d'un appareil convenable, un gas aërien, qui n'eſt plus que de l'air fixe. Apparemment la portion la plus mobile & la plus ſubtile de l'alkali volatil, ayant été diſſipée par l'effet de l'évaporation, l'air fixe qui paroît être une des principales parties conſtituantes de l'alkali volatil, attaque le zinc, le diſſout, y adhère & y imprime le caractère ſalin : c'eſt du moins ce que le réſultat de cette expérience autoriſe à préſumer. II.e Expérience.

L'alkali volatil en liqueur, dégagé par l'alkali fixe, a pareillement une action bien marquée ſur le fer en limaille, beaucoup moindre pourtant que ſur le zinc; j'en ai obtenu une émanation aërienne, auſſi inflammable qu'avec le zinc. III.e Expérience.

Je ferai connoître dans un nouveau Mémoire ſur le zinc, la propriété diſſolvante que l'alkali fixe cauſtique exerce ſur ce minéral en limaille. IV.e Expérience.

Ayant mis dans une fiole de verre mince, bien chauffée auparavant, deux onces d'alkali minéral cauſtique ou leſſive

des Savonniers, préparée avec ſoin dans mon laboratoire, & deux gros de limaille de zinc, ce vaiſſeau fut exactement bouché avec un bouchon de liége, traverſé par un tuyau de verre propre à exécuter l'expérience projetée : je laiſſai digérer à froid environ trois heures ; il parut pendant ce temps quelques bulles ſur la liqueur, mais il ne ſe dégagea point d'air. Ayant mis enſuite quelques charbons allumés autour de la fiole, l'efferveſcence devint ſenſible, & il ſe dégagea un gas aërien qui paſſa dans le récipient rempli d'eau : en continuant le feu, je l'augmentai graduellement juſqu'à ce que la liqueur de la fiole fût bouillante, & qu'il ne paſsât plus de gas aërien ; le mélange en fournit environ vingt pouces cubiques. Cette eſpèce d'air eſt tout auſſi inflammable que celui qui eſt extrait par l'alkali volatil, & détone auſſi fortement après avoir été mêlé avec l'air commun.

V.e Expérience. L'alkali fixe cauſtique ou leſſive des Savonniers, n'agit que foiblement ſur le fer en limaille; cependant, il en diſſout une petite quantité avec efferveſcence; l'action combinée de ce mélange fournit un gas aërien bien inflammable, & qui détone.

VI.e Expérience. Les deux faits précédens me ſurprirent d'autant plus que je m'attendois moins à ces réſultats extraordinaires, & en conſéquence je crus devoir examiner ce que produiroit avec ces mêmes ſubſtances métalliques, l'alkali fixe ordinaire bien pur en liqueur très-concentrée; l'eſpèce d'air dégagé de ces mélanges, en les ſoumettant à l'ébullition par l'application du feu, ne diffère de l'air commun que par un peu plus de pureté : je m'en ſuis convaincu par l'épreuve avec l'air nitreux; cet alkali fixe n'ayant abſolument aucune action par la voie humide ſur le fer ni ſur le zinc, lui ſeul fournit le gas aërien : je m'en aſſurai par une nouvelle épreuve.

VII.e Expérience. Deux parties de crême de tartre, & une partie de limaille de zinc, mêlées & humectées avec l'eau diſtillée, fournirent à un degré de chaleur médiocre, pour mieux favoriſer leur action réciproque, un gas aërien, inflammable & détonant.

Deux parties de crême de tartre & une de limaille de fer, humectées

humectées avec l'eau diſtillée, fournirent, en appliquant un degré de chaleur médiocre, une eſpèce d'air, qui n'eſt point inflammable, qui n'éteint point la lumière; en un mot démontré preſque entièrement ſemblable à l'air commun par l'épreuve avec l'air nitreux. VIII.e Expérience.

Je refis cette expérience, en ajoutant plus d'eau diſtillée, & ſoumettant le mélange à une ébullition continuée; alors j'obtins un gas aërien, auquel je trouvai toutes les propriétés de l'air fixe.

Le réſultat de l'expérience répétée une troiſième fois, après avoir fait digérer plus long temps le mélange, fut abſolument le même; quoique vers la fin de l'opération, la crême de tartre ait été en partie brûlée.

Parties égales de tartre rouge & de limaille de fer, mêlées & traitées par le même procédé, fournirent d'abord un gas aërien, auquel je reconnus les propriétés de l'air fixe; mais ayant reçu ſéparément, & dans un autre vaiſſeau, les dernières portions d'air qui ſe dégageoient, je les trouvai inflammables & détonant fortement après leur mélange avec l'air commun; cette expérience répétée eut le même ſuccès. Il eſt aſſez ſingulier, que cette inflammabilité n'ait ici lieu, que parce que le tartre crud eſt employé dans le procédé au lieu du tartre dépuré ou crême de tartre: ces deux matières au fond différant très-peu l'une de l'autre. IX.e Expérience.

Le vinaigre radical diſſout le zinc avec efferveſcence, l'eſpèce d'air qui ſe dégage eſt très-inflammable, & détone fortement après ſon mélange avec l'air commun. X.e Expérience.

Je m'étois déjà aſſuré, que l'émanation aërienne fournie par le vinaigre radical ſeul & ſans mélange n'eſt point inflammable; elle eſt permanente, quoique l'eau peu-à-peu l'abſorbe; elle eſt à peu-près dans l'état d'air fixe; elle éteint la lumière d'une bougie, à la vérité moins rapidement. Il en réſulte toujours, que l'inflammabilité dépend ici eſſentiellement d'un principe communiqué par le zinc que la diſſolution décompoſe.

Le vinaigre radical diſſout le fer beaucoup moins bien; la chaleur eſt néceſſaire pour opérer cette diſſolution; l'air XI.e Expérience.

dégagé d'abord eſt très-peu inflammable; les dernières portions dégagées & retenues ſéparément s'enflamment rapidement & détonent.

XII.e Expérience. En diſtillant les criſtaux de verdet à un feu de réverbère dans une cornue de verre, dont le bec plonge dans un vaſe plein d'eau, & s'inſinue ſous une cloche ou récipient cylindrique également rempli d'eau, j'ai extrait par cet appareil deux eſpèces d'air permanent; le premier éteint la flamme d'une bougie que l'on y plonge : mais cette flamme, au moment où elle va s'éteindre, s'alonge beaucoup & paroît colorée en jaune, vert & bleu; la ſeconde eſpèce d'air reçue ſéparément eſt entièrement inflammable, mais ne détone point; la flamme eſt d'un beau bleu.

XIII.e Expérience. Je crus d'abord qu'en procédant de même avec le ſel de Saturne, j'allois avoir des réſultats pareils; mais j'appris encore ici par le fait, combien peu l'on doit compter en Phyſique ſur les inductions tirées des ſimples analogies: j'obtins donc du ſel de Saturne, traité comme dans l'expérience précédente, deux ſortes d'émanations aëriformes bien diſtinctes; l'une opaque, blanchâtre, en forme de nuage; l'autre tranſparente: ces deux eſpèces d'air tamiſés pluſieurs fois à travers l'eau, agités, lavés, enſuite conſervés, ont toujours éteint une bougie allumée, & n'ont point paru avoir le moindre degré d'inflammabilité.

Ces deux dernières expériences doivent être rapprochées des faits conſignés dans un Mémoire que j'ai lû à l'Académie en 1773, ſur l'analyſe du verdet & du ſel de Saturne; elles feront connoître plus particulièrement la nature des émanations aëriennes, dont j'ai déjà parlé dans le Mémoire indiqué.

XIV.e Expérience. Ces gas aëriens inflammables, j'entends ceux qui ſont produits par l'action réciproque du zinc, du fer, de l'alkali volatil, de l'alkali fixe cauſtique, du tartre crud, du vinaigre radical, & qui détonent fortement par leur mélange avec l'air commun, perdent cette propriété de détoner, & ne ſont plus qu'inflammables, quoique mêlés avec l'air commun, quand on ajoute à ce mélange l'air nitreux: la propriété de

détoner n'eſt au contraire qu'affoiblie lorſqu'on ajoute l'air nitreux à un mélange déjà fait d'air commun & d'air inflammable ordinaire, fourni par la diſſolution actuelle du zinc & du fer dans l'acide vitriolique.

Les expériences ſuivantes, que j'ai faites tant ſur les chaux abſolues que ſur les précipités métalliques, vont préſenter des réſultats d'autant plus intéreſſans que l'on remarquera enſuite pluſieurs différences eſſentielles dans les émanations aëriennes extraites des mêmes ſubſtances uniquement ſoumiſes à l'action immédiate des ſeuls acides minéraux.

XVe Expérience.

Du mélange d'une demi-once de chaux de zinc & d'un gros de poudre de charbon mis dans un canon de piſtolet, j'ai extrait au feu de forge quatre-vingt-ſeize pouces cubiques d'un gas aërien, qui s'enflamme rapidement ſans détoner; la flamme en eſt bleue: cette eſpèce d'air d'abord permanent ſe mêle enſuite peu-à-peu avec l'eau, il ne rend pas l'air nitreux rutilant.

XVIe Expérience.

Deux gros de bleu de Pruſſe ſoumis dans un canon de piſtolet, à l'action d'un feu de forge, ont fourni plus de trente-quatre pouces cubiques d'air qui s'enflamme ſans détoner, en produiſant une très-belle flamme bleue.

Ces deux dernières expériences offrent un air inflammable d'un caractère tout particulier; car il ne fait pas la plus petite exploſion, pas le moindre bruit en s'enflammant, après ſon mélange avec l'air commun ou avec l'air déphlogiſtiqué; d'où il réſulte qu'il paroît exiſter juſqu'à préſent deux eſpèces de gas aëriens inflammables bien diſtincts; l'un qui s'enflamme rapidement avec exploſion & grand bruit quand il eſt mêlé avec l'air commun ou de l'atmoſphère, & qui éclate & fulmine encore plus fortement quand il eſt mêlé avec l'air déphlogiſtiqué, ou l'air le plus pur; & le ſecond, qui quoique mêlé avec les deux airs précédens, s'enflamme toujours paiſiblement & ſans bruit.

Or, en conſidérant attentivement la nature & les propriétés de ces deux eſpèces d'air inflammable, ſi différentes par leurs effets, & en rapprochant les phénomènes qu'ils préſentent de

ceux que nous offrent si fréquemment dans l'atmosphère certains météores ignés; on est, ce me semble, très-bien fondé à présumer, que de semblables gas aëriens, qui sont extraits & développés en si grande abondance dans le vaste laboratoire de la Nature, par les analyses & les synthèses opérées sans cesse sur les substances des trois règnes, & qui selon les temps, les saisons, les lieux & d'autres circonstances, se répandent plus ou moins dans l'atmosphère, seront mis désormais par les Physiciens, au rang des causes les plus immédiates de ces grands phénomènes ignés de la Nature, en concours avec le fluide électrique très-analogue à ces mêmes gas aëriens; & qu'ainsi la vraie théorie de ces effets divers sera bien mieux développée.

XVII.e Expérience. Une once de *minium*, mis dans un canon de pistolet au feu de forge, s'est très-bien réduit; j'en ai extrait plus de vingt-six pouces cubiques d'un gas aërien légèrement inflammable, & qui éteint la lumière d'une bougie.

L'expérience répétée avec le massicot a eu le même succès.

XVIII.e Expérience. J'ai traité par ce même appareil du canon de pistolet exposé au feu de forge, la chaux de cuivre, que l'on obtient 1.° des cristaux de verdet après la distillation complette du vinaigre radical; 2.° en précipitant par l'alkali fixe le vitriol bleu & la dissolution du cuivre dans l'acide nitreux : ces précipités étant ensuite bien lavés & desséchés, j'ai extrait de toutes ces matières un même gas aërien, qui n'a que les propriétés de l'air fixe.

XIX.e Expérience. Le beurre d'antimoine précipité pareillement par l'alkali fixe, lavé ensuite & séché ne fournit aussi qu'un air fixe.

XX.e Expérience. Le fer dissout par l'acide nitreux, précipité par l'alkali fixe, bien lavé, séché & soumis dans un canon de pistolet à l'action d'un feu de forge, donne un gas aërien bien différent. Une bougie allumée y brûle paisiblement, sans que la flamme en soit agrandie & rendue plus éclatante; mais comme il absorbe plus d'air nitreux que l'air commun, on peut en conclure qu'il est légèrement déphlogistiqué, ou un peu plus pur que l'air de l'atmosphère.

J'ai obtenu un gas aërien tout pareil au précédent, en traitant par le même procédé le zinc & le cobalt précipités par l'alkali fixe de leurs dissolutions dans l'acide nitreux. XXI.e Expérience.

De l'argent bien pur dissout dans l'acide nitreux, précipité par l'alkali fixe, lavé, séché & poussé de même à grand feu, j'ai extrait un gas aërien bien déphlogistiqué; car il agrandit la lumière d'une bougie que l'on y plonge, il la rend plus vive & plus éclatante. XXII.e Expérience.

Pareil résultat avec le mercure préparé, disposé & traité de même. XXIII.e Expérience.

Voilà d'abord deux nouveaux moyens pour obtenir sans peine l'espèce d'air que l'on appelle *déphlogistiqué*. Les expériences suivantes, exécutées sur les mêmes substances & sur plusieurs autres, mais en n'employant que l'action immédiate & le concours seul des acides, vont exposer un grand nombre d'autres procédés pour extraire plus aisément encore ce même air déphlogistiqué à différens degrés; & l'on verra, que ces faits comparés aux précédens peuvent donner lieu à plusieurs inductions intéressantes: je ne me permettrai que d'en indiquer quelques-unes à la fin de ce Mémoire.

Le meilleur air déphlogistiqué & très-abondant, que M. Priestley ait jamais obtenu, est celui que lui a donné un magma résultant de la dissolution des fleurs de zinc par l'acide nitreux, sans précipitation ni autre disposition ultérieure. Frappé de cette expérience que je répétai, & que je trouvai conforme à tout ce qu'en dit M. Priestley, je crus devoir examiner, si contre l'attente & l'opinion de ce célèbre Physicien, le zinc quoique métallisé, & pourvu de tout son phlogistique, fourniroit aussi le même air déphlogistiqué.

Dans cette vue, je fis dissoudre, par l'acide nitreux, le zinc métallisé; je retins le gas aërien qui se dégage pendant la vive effervescence; je fus surpris, en reconnoissant, que ce n'étoit point de l'air nitreux, mais plutôt de l'air fixe; il éteint la lumière rapidement, & il ne devient point rutilant par son mélange avec l'air commun: je remarquai, qu'après l'avoir lavé & secoué beaucoup dans l'eau, qui en avoit XXIV.e Expérience.

abſorbé une bonne quantité, il avoit perdu en partie la propriété d'air fixe, car il n'éteignit plus que très-foiblement la lumière d'une bougie; cette diſſolution de zinc, évaporée dans une cornue de verre, acquiert en ſe concentrant beaucoup une couleur noire foncée, la cornue ſe remplit de vapeurs très-rouges: lorſque le magma réſultant de la combinaiſon des deux matières eſt devenu plus épais & preſque ſolide, alors, en expoſant la cornue à une chaleur plus forte, il ſe dégage une quantité fort conſidérable d'un gas aërien, qui, après avoir traverſé l'eau, remplit le récipient où il eſt reçu, de nuages blancs très-opaques; mais l'opacité ne tarde pas à diſparoître, & la tranſparence ſe rétablit: cette eſpèce d'air tamiſé une ſeconde fois à travers l'eau, & ſans être ſoumis à d'autre lavage, eſt très-déphlogiſtiqué, & tout auſſi pur que celui qui, par le même procédé, eſt extrait des fleurs de zinc; car en agrandiſſant beaucoup la lumière d'une bougie, il lui donne un grand éclat, & il ſe fait en même-temps une décrépitation très-ſenſible; deux ſignes certains de la plus grande pureté de cette eſpèce d'air. Les dernières portions de gas aërien, chaſſées par un feu plus intenſe, & reçues ſéparément, n'avoient plus le caractère d'air déphlogiſtiqué; il éteignit la lumière d'une bougie; mais après avoir été bien ſecoué & bien lavé dans l'eau, il devint preſque auſſi pur que l'air commun.

XXV.e Expérience. Dans le temps que le fer eſt diſſout avec beaucoup d'effervefcence par l'acide nitreux, il s'élève un gas aërien, qui eſt un véritable air nitreux; en diſtillant cette diſſolution, on obtient un réſidu qui donne auſſi par l'appareil de la cornue une bonne quantité d'air très-pur ou bien déphlogiſtiqué, démontré tel par les épreuves néceſſaires. Les dernières portions ſont un air moins déphlogiſtiqué.

XXVI.e Expérience. La diſſolution d'argent pur dans l'acide nitreux, bien rapprochée, & traitée comme ci-devant au feu de réverbère me fournit une bonne quantité d'air très-bien déphlogiſtiqué; j'en obtins bien plus par ce procédé, qu'en opérant ſur le précipité d'argent par l'alkali fixe.

Dans le temps que le cuivre pur eſt diſſous par l'acide nitreux, il fournit d'abord un air nitreux, & de la diſſolution évaporée, j'ai retiré un air bien déphlogiſtiqué. XXVII.e Expérience.

J'ai eu un pareil réſultat avec le biſmuth traité de même. XXVIII.e Expérience.

L'étain eſt calciné ſur le champ par l'acide nitreux; il ſe dégage par cette première réaction beaucoup d'air qui n'eſt point nitreux; je l'ai trouvé plus pur que l'air commun: une bougie allumée y brûle très-bien; mêlé avec l'air inflammable, il le rend plus fulminant que ne fait l'air de l'atmoſphère. Les portions ſubſéquentes du gas aërien, extrait par un feu plus fort, ſont un air beaucoup mieux déphlogiſtiqué. XXIX.e Expérience.

J'ai retiré du nitre ſaturnin, expoſé dans une cornue de verre, à un feu de réverbère gradué, beaucoup d'air bien déphlogiſtiqué. XXX.e Expérience.

M. Prieſtley ayant déjà obſervé que le nitre mercuriel & le nitre à baſe de craie ou de terre abſorbante, produiſent un air parfaitement déphlogiſtiqué, je me borne à rappeler ici ces deux obſervations, pour les joindre aux précédentes.

Mais pour compléter la ſuite de ces faits, j'ai cru qu'il falloit examiner, ſi de la combinaiſon, toute imparfaite & ſuperficielle qu'elle ſoit de l'acide nitreux avec une baſe de terre vitreſcible, j'obtiendrois auſſi un air bien déphlogiſtiqué; dans cette vue, je précipitai par l'acide nitreux, la liqueur des cailloux; après avoir édulcoré ce précipité, je le fis ſécher, enſuite je le réduiſis en pâte, en ajoutant le même acide, & le ſéchai de nouveau à petit feu: cette matière me donna, par l'appareil de la cornue, un air très-bien déphlogiſtiqué, mais en moindre quantité que les ſubſtances précédentes. J'ignore ſi M. Prieſtley a ſuivi le même procédé, mais il aſſure avoir extrait un air bien déphlogiſtiqué, en traitant l'acide nitreux avec la terre vitrifiable. XXXI.e Expérience.

Il eſt à remarquer, qu'aucun des nitres, traités par les procédés que j'ai expoſés, n'a jamais détoné, quoique les cornues de verre qui les contenoient, aient toujours été expoſées à l'action immédiate & au contact des charbons embraſés, quoique le feu ait toujours été pouſſé juſqu'à ramollir

& à mettre en fusion ces vaisseaux, dont quelques-uns en fondant se sont ouverts, & qu'ainsi il y ait eu une libre communication des vapeurs du charbon avec l'intérieur du vaisseau.

Il paroît donc résulter de tous ces derniers faits réunis & comparés, que, pourvu que l'acide nitreux puisse se combiner ou profondément, ou superficiellement, 1.° avec les métaux parfaits ou imparfaits, & avec les demi-métaux revêtus de leur forme métallique, ou dans l'état de chaux; 2.° avec les terres calcaires ou vitrescibles, on extrait toujours de ces nouveaux mixtes un air plus ou moins déphlogistiqué, qui n'est, selon toutes les apparences, que l'acide nitreux lui-même essentiellement altéré dans sa composition primitive & intrinsèque, en un mot, absolument différent de ce qu'il étoit avant cette modification, ou plutôt ce changement qu'il a souffert.

Mais quoique jusqu'à présent le seul acide nitreux semble contribuer à la formation de l'air déphlogistiqué, doit-on conclure que nul des autres acides ne sauroit donner cette même espèce d'air? j'ai déjà des faits intéressans & bien positifs, qui prouvent au contraire que d'autres acides peuvent aussi, par de semblables altérations intimes, produire un gas aërien du même caractère; & si, par des épreuves répétées & variées, cette vérité importante se trouvoit bien établie, on commenceroit à beaucoup mieux apercevoir les vrais principes qui constituent & qui modifient les différens acides, ces agens du premier ordre dans presque toutes les opérations de la Nature, & dans un très-grand nombre de celles que les Physiciens exécutent dans leurs Laboratoires.



DESCRIPTION

DESCRIPTION D'UN ENFANT MONSTRUEUX NÉ À TERME,

Ayant deux visages sur une seule tête, & deux corps réunis supérieurement, l'un bien & l'autre mal conformés.

Par M. BORDENAVE.

QUOIQUE la production des Monstres semble ne présenter souvent que des effets bizarres dont les causes sont inconnues, cependant l'observation attentive des faits donne lieu quelquefois de suivre la Nature dans sa marche, & de la surprendre, pour ainsi dire, dans ses productions. C'est sous ce point de vue que l'on doit recueillir les exemples des Monstres; autrement la connoissance que l'on pourroit en avoir, deviendroit stérile, & elle ne mériteroit au plus qu'une admiration, inutile pour le progrès des Sciences. La conformation de celui que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, & les circonstances qui ont accompagné sa naissance, m'ont paru dignes d'attention & propres à permettre quelques conjectures sur la manière dont il s'est formé.

Lû le 20 Déc. 1775.

Une Femme du village de Brunoy, âgée de trente-trois ans, étant dans les douleurs de l'enfantement depuis trois jours, accoucha naturellement, le 23 Juin 1775, du Fœtus* monstrueux dont il est ici question. L'accouchement, quoique long, a été peu laborieux, puisqu'il étoit terminé par les seules forces de la Nature, quand le Chirurgien est arrivé pour secourir la femme. Le cordon ombilical étant peu fort, il a été rompu près de l'anneau pendant l'accouchement, &

* Ce Fœtus a été présenté à l'Académie, le 28 Juin 1775.

l'enfant, ainſi qu'on peut le préſumer, a ceſſé de vivre en perdant par-là ſon ſang, faute de ſecours. Le Chirurgien croyant alors ne devoir s'occuper que du ſoin de délivrer la femme, fut fort ſurpris de trouver un ſecond enfant qu'il reçut vivant; il étoit mâle, bien conformé, & a vécu trois jours.

L'examen du Fœtus monſtrueux préſente une groſſe tête à deux faces, régulièrement conformées & placées dans une ſituation diamétralement oppoſée; chaque face a deux yeux poſés convenablement, un nez, une bouche; les deux oreilles ſeulement ſont un peu antérieures; le petit diamètre de la tête eſt d'une face à l'autre, & le grand diamètre de l'un à l'autre côté, qui ſont recouverts de cheveux, ainſi que le ſommet de la tête: en conſidérant l'un des côtés de la tête, on voit les deux faces de profil *(fig. 1)*; chacun des côtés de la tête recouvert de cuir chevelu, contient inférieurement un occipital, au bas duquel on remarque une colonne vertébrale qui répond chacune à un des deux corps dont le ſujet eſt compoſé; ainſi le cou conſidéré du côté de l'une & l'autre des faces, eſt beaucoup plus large qu'il ne devroit être, à raiſon de la colonne vertébrale ſituée ſur chacun de ſes côtés.

Le tronc eſt compoſé de deux corps réunis dans leur partie ſupérieure du côté du thorax, ce qui rend la poitrine fort large & fort épaiſſe; l'un bien conformé, a quatre extrémités; l'autre corps fort irrégulier, eſt formé par une maſſe informe adhérente, & ne faiſant qu'un avec le thorax de l'autre corps; on y remarque deux extrémités ſupérieures bien conformées, poſées convenablement, & vis-à-vis les deux autres: quant au tronc, il paroît principalement formé par la réunion des deux cuiſſes en une ſeule maſſe; les deux jambes ſont de même réunies, & cependant diſtinctes, ainſi que les deux pieds, auxquels on remarque à chacun cinq doigts bien conformés.

La *figure 1.re*, en repréſentant le dos du corps bien conformé, laiſſe voir en même temps les deux faces de profil, & les quatre extrémités ſupérieures.



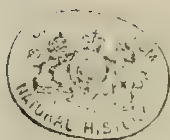
...sier del *Y le G. sc*

La Fig. 1. represente le Dos de l'Enfant bien conformé.
La Fig. 2. est le profil A de la Fig. 1. vu en face.





La Fig. 3. est le côté opposé de la fig. 1.
La Fig. 4. est le côté opposé de la Fig. 2.


NATURAL HIST

La *figure 2*, en préſentant de face le profil droit de la *figure 1*, fait voir les deux corps de côté.

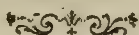
La *figure 3* fait voir de face le côté oppoſé à la première, & préſente les quatre extrémités ſupérieures, entre deux deſquelles on voit antérieurement le tronc irrégulier formé par les extrémités inférieures réunies.

La *figure 4*, préſente la face oppoſée à celle de la *figure 2*, & fait voir les deux corps d'un autre côté.

L'inſpection de ce ſujet, démontre manifeſtement la réunion de deux corps; l'un eſt régulièrement conformé; & l'autre très-irrégulier ne paroît être que le débri d'un corps qui n'a pu ſe développer complettement. Une conformation ſemblable ne peut être attribuée à l'imagination, ni donner lieu de penſer qu'elle ſoit le produit d'un œuf originairement monſtrueux; il paroît bien plus naturel de croire qu'elle eſt l'effet de la preſſion & de divers accidens qu'ont éprouvés deux germes dans le temps de la conception.

On peut préſumer avec fondement, que la mère de ce ſujet a eu trois germes fécondés à la fois; les exemples de pareille fécondation ne ſont pas rares: l'un s'eſt développé régulièrement, & a donné naiſſance au fœtus mâle, qui eſt venu vivant & bien conformé: les deux autres ont éprouvé dans les premiers temps de leur développement, une preſſion ou telle autre combinaiſon d'accidens qui a dérangé leur organiſation; les germes primitivement diſtincts ſe ſont rapprochés, ont contracté une union contre nature, & de cette union a réſulté une production bizarre, qui ne permet pas de méconnoître la confuſion des deux corps, dont chacun s'eſt développé plus ou moins, ſelon que ſes parties ont plus ou moins conſervé leur intégrité.

En conſidérant ainſi les productions monſtrueuſes, on reconnoîtra qu'elles ſont preſque toujours l'effet de la Nature dérangée dans les premiers temps de la conception; on ne la croira pas ſuſceptible d'écarts, & on ſera convaincu qu'elle eſt uniforme même dans ſes déſordres apparens.



OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

Par M. VICQ-D'AZYR.

I.

Sur un corps de forme ovale & rempli de poils, trouvé dans la matrice d'une fille âgée de cinquante-ſix ans.

Lû 1.er Déc. 1776.

UNE Demoiſelle, qui avoit toujours joui d'une bonne ſanté juſqu'à cinquante ans, époque à laquelle ſes règles ceſsèrent de paroître, éprouva un écoulement blanc & limphatique, accompagné de douleurs très-vives dans la région hypogaſtrique. On employa les bains & les remèdes émolliens, mais inutilement; les douleurs augmentèrent, l'écoulement devint purulent & bientôt ſanieux. On apprit, par le toucher, que l'orifice de la matrice étoit dur, ſquirreux & adhérent du côté droit; des douleurs lancinantes firent ſoupçonner la diſpoſition cancéreuſe: on conſeilla l'uſage de la ciguë, qui parut ſoulager d'abord; le mal fit enfin de nouveaux progrès; le maraſme ſurvint, & la malade mourut âgée de cinquante-ſix ans. M. Chevreuil, Médecin d'Angers, a ſuivi cette maladie dans preſque tous ſes temps, & il m'en a tranſmis tous les détails.

L'ouverture du cadavre a offert ce qui ſuit: le bas-ventre étoit très-tendu & bourſouflé; lorſque les tégumens furent ouverts, il ſortit une matière jaunâtre, formée des débris de l'épiploon qui étoit détruit; les inteſtins, très-diſtendus, étoient livides; pluſieurs de leurs replis adhéroient à la matrice; quelques-uns gangrénés dans leurs adhérences, étoient ouverts dans le vagin, par lequel la malade avoit rendu ſes excrémens pluſieurs jours avant ſa mort; la matrice très-diſtendue, s'élevoit de trois travers de doigt au-deſſus du pubis; elle oppoſa quelque réſiſtance lorſqu'on en fit la diſſection, parce

qu'une couche ſquirreuſe & très-dure en recouvroit la partie interne : on y trouva du pus en grande quantité; mais ce qui mérita le plus d'attention, ce fut un corps étranger qui en étoit recouvert.

Ce corps ovale, deſſiné ici de grandeur naturelle, étoit adhérent par une des ſurfaces, plus à gauche qu'à droite; à la paroi inférieure de la matrice, & dans le lieu du contact on obſerva pluſieurs boutons cancéreux : on n'a point trouvé dans ſon épaiſſeur de ſubſtance oſſeuſe, ni de dent, ni aucune autre concrétion ſemblable à celles dont on parle dans les *Tranſactions philoſophiques, n.° 37;* dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1743;* & dans les *Mémoires de la Société d'Édimbourg, tome III.*

Le corps dont il eſt ici queſtion, m'a paru compoſé d'une eſpèce de pâte, que l'on peut comparer à du fromage mou, entre-mêlée de beaucoup de poils ſemblables à des cheveux repliés en toutes ſortes de ſens.

J'ai été curieux d'en développer quelques-uns, & j'en ai trouvé qui avoient plus d'un pied & demi de longueur : vus avec une loupe, ils m'ont paru abſolument ſemblables à des cheveux; expoſés à l'action du feu, ils ſe ſont recourbés de la même manière, & ils ont exhalé la même odeur.

Si l'on conſulte les Auteurs qui ont obſervé des faits à peu-près ſemblables, on voit qu'ils en diffèrent tous à quelques égards. Le Docteur Targioni a trouvé dans l'uterus une ſubſtance athéromateuſe avec des dents & des poils; Stalpart-Vander-Viel a vu un petit os au centre d'une pareille concrétion; & M. de Haller, *page 56, tome VIII* de ſa *Phyſiologie,* rapporte qu'une tumeur pleine de poils fut obſervée près du foie.

Dans la *figure 1.re* on voit la concrétion, préſentée en grandeur naturelle, dans la face oppoſée à ſon adhérence avec la paroi inférieure de la matrice; dans la *figure 2.e* on

aperçoit en *a* le lieu de ſon adhérence; *b b b b b* ſont des poils qui paroiſſent à ſa ſurface. La *figure 3* fait apercevoir le milieu de la concrétion; l'adhérence paroît en *a;* en *b* ſont pluſieurs poils dégagés du corps étranger; le centre *d* montre ces mêmes poils entaſſés les uns ſur les autres, & coupés par l'inſtrument qui a ſervi à en faire la diviſion : il eſt facile de voir que la couche blanchâtre a en *c*, c'eſt-à-dire dans le lieu de l'adhérence, plus d'épaiſſeur qu'en tout autre endroit.

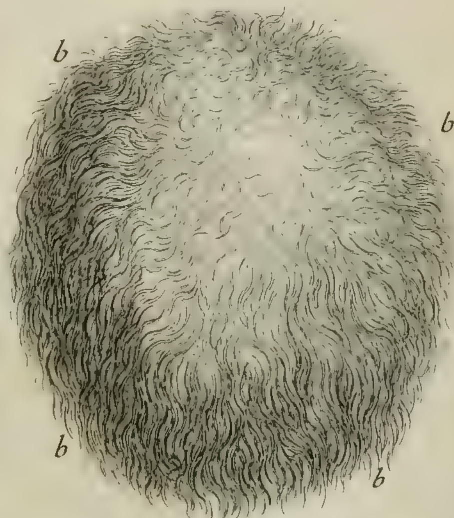
Dans la *figure 4*, on ne voit que la moitié de la concrétion en *a a;* en *b*, cette moitié eſt encore diviſée en deux, pour en montrer l'intérieur dans tous les ſens.

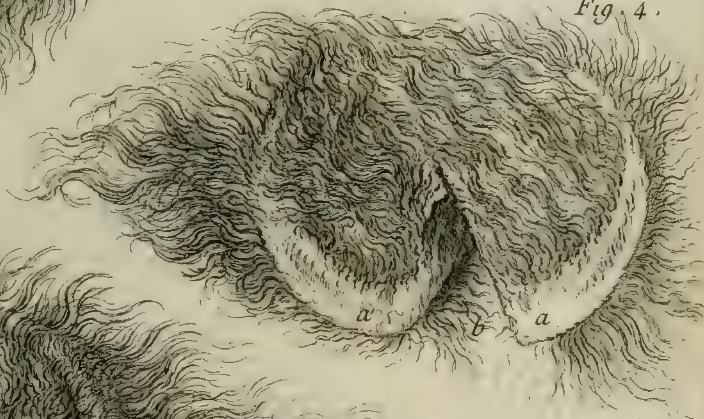
I I.

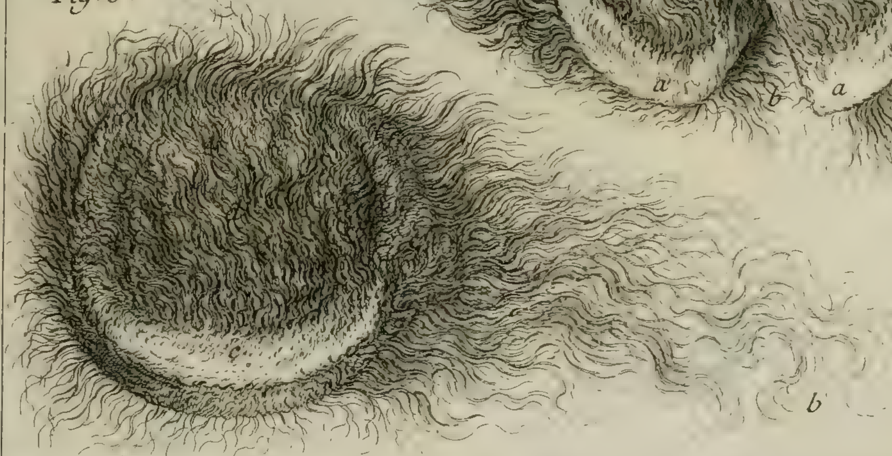
Sur un Sujet dans lequel la grande anaſtomoſe qui réunit les deux artères méſentériques, manquoit abſolument.

La communication artérielle qui joint les deux méſentériques l'une avec l'autre, eſt un des objets les moins variables que préſente l'Angiologie. Il n'exiſte aucune obſervation dans laquelle cette arcade, dont Euſtache a fait mention, & qui a été conſtamment décrite depuis par tous les Anatomiſtes, ait manqué de ſe trouver, ſoit que l'on ait eu la précaution d'injecter les vaiſſeaux, ſoit que l'on n'ait point eu recours à ce moyen. Cette branche d'anaſtomoſe eſt longue; elle ſuit le méſocolon, & s'étend depuis l'artère colique moyenne, qui appartient à la méſentérique ſupérieure, juſqu'à l'artère colique gauche, qui eſt un vaiſſeau de la méſentérique inférieure. J'ai trouvé dans un ſujet une diſpoſition toute différente, que j'ai eu l'honneur de mettre alors ſous les yeux de l'Académie : le rameau aſcendant de la méſentérique inférieure, au lieu de ſe continuer & de s'étendre juſqu'au rameau colique moyen de la méſentérique ſupérieure, ſe recourboit en formant une anſe très-conſidérable vers le tronc artériel qui lui avoit donné naiſſance; le rameau voiſin,









Foßier del.

Y. le G. sc.


NATURAL

appartenant à la mésentérique supérieure, se replioit de même vers le lieu de son origine; d'où il résultoit une double arcade dont les petites artérioles collatérales communiquoient les unes avec les autres, comme dans tout le reste du mésentère, au lieu d'une seule branche d'anastomose, telle qu'on l'observe toujours entre les deux artères mésentériques. Le sujet qui m'a offert cette singularité a été bien injecté, & il m'a servi pour la démonstration des artères dans le cours d'Anatomie que j'ai fait en 1775.

Cette conformation doit être rangée parmi celles qui se présentent le plus rarement dans la dissection.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1775.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER.

JANVIER.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S.	0.	2.	1.	27.	½	couvert, pluie sur le soir.
2.	N. O.	— 1.	½.	1½.	28.	½	beau avec nuages.
3.	S.	0.	1½.	2½.	27.	10½	neige & bruine.
4.	O.	3½.	5½.	1½.	27.	9½	beau avec nuages.
5.	S. O.	0.	4.	3½.	27.	10½	beau avec nuages, le soir pluie.
6.	S. O.	5½.	5½.	3½.	28.		couvert & bruine.
7.	S. O.	1½.	6½.	5½.	28.	½	beau avec nuages.
8.	S.	5½.	6.	6½.	28.	½	couvert & bruine.
9.	S. O.	6½.	7.	6½.	28.		*idem.*
10.	S. O.	6½.	5½.	5½.	28.	½	temps pluvieux.
11.	S.	4½.	4.	4½.	27.	8½	couvert & brouillard.
12.	S. O.	4½.	6½.	2½.	27.	8½	pluvieux.
13.	S.	2½.	4½.	3½.	27.	9½	couvert.
14.	S.	2.	2½.	1½.	27.	10	couvert & brouillard.
15.	S. O.	0.	2½.	0.	27.	8½	couvert & bruine.
16.	S.	½.	7.	3½.	27.	9	gelée blanche, beau avec brouillard.
17.	E.	1.	8.	6½.	27.	9	beau avec nuages.
18.	S. O.	6.	6½.	3½.	27.	9	couvert & bruine.
19.	N.	1½.	1½.	0.	27.	8	neige le matin, & l'après-midi couv.
20.	E.	1.	5½.	3½.	27.	7	pluvieux & couvert.
21.	S.	2½.	10.	7.	27.	6	beau avec nuages.
22.	S.	4½.	10.	7.	27.	5	*idem.*
23.	S.	4½.	10.	6.	27.	6	couvert & bruine.
24.	N.	5½.	4.	— ½.	28.		brouillard.
25.	N. E.	— 7.	— 4½.	— 6.	27.	11	beau avec nuages.
26.	S.	3.	2.	½.	27.	10	neige & bruine.
27.	S.	½.	6.	3.	27.	8	beau avec nuages.
28.	S.	4.	7.	4½.	27.	8½	beau avec nuages, le soir pluie.
29.	S.	7.	9½.	8½.	27.	8½	pluvieux & venteux.
30.	S.	6½.	9.	7½.	27.	8	pluie le mat. ensuite beau avec nuag.
31.	S. O.	5.	8.	7.	27.	7	couvert, venteux & pluie sur le soir.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Thermomètre. Midi.	Thermomètre. Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces lignes*	
1.	S.	8.	9.	8½.	27. 6	pluie & vent; il a éclairé le ſoir.
2.	S. O.	4½.	9.	5½.	27. 8½	beau avec nuages, le ſoir pluie.
3.	S. O.	7.	10½.	9.	27. 8½	pluvieux & venteux.
4.	S. O.	9.	10½.	8½.	27. 6	couvert & grand vent.
5.	O	5½.	5½.	4.	27. 11½	pluie & vent.
6.	O.	½.	6.	5.	28. 1½	gelée blanche, beau avec nuages.
7.	S.	5½.	7½.	7½	27. 11½	couvert & bruine.
8.	O.	7.	9½.	8.	27. 7	couvert.
9.	S.	5.	7½.	5½.	27. 7	pluie & grand vent.
10.	S.	3.	7½.	5½.	27. 7	couvert; pluie par ondées.
11.	S.	7½.	9.	8.	27. 2	pluie & grand vent.
12.	S. O.	4½.	5¾.	3½.	27. 2½	beau avec nuages.
13.	E.	2½.	4½.	2½.	27. 1	pluvieux.
14.	S. O.	2½.	6.	1.	27. 5½	beau avec nuages.
15.	S.	3.	7.	2.	27. 7½	le mat. bruine; beau avec nuages.
16.	S. O.	0.	7½.	6.	27. 7½	gelée blanche; beau avec nuages.
17.	S. O.	6½.	8.	3½.	27. 10	beau avec nuages.
18.	S. O.	0.	6.	½.	28. 1½	*idem.*
19.	O.	1.	5.	1½.	28. 3	pluvieux.
20.	O.	0.	9.	3½.	28. 4	beau.
21.	S.	3.	7.	5½.	28. 2½	beau avec nuages; le ſoir pluie.
22.	N.	3.	7.	2½.	28. 3½	beau avec nuages.
23.	S. O.	— ½.	7½.	2.	28. 2	beau.
24.	S.	1.	8.	3.	28. 1	*idem.*
25.	S.	0.	9.	3½.	27. 11½	*idem.*
26.	O.	0.	6.	4½.	27. 11	*idem.*
27.	S.	½.	12½.	5.	28.	*idem.*
28.	S.	1½.	13.	5.	27. 11½	*idem.*

MARS.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.		
1.	S.	4 ½.	12.	7 ½.	27. 11	beau avec nuages & du vent.
2.	S.	4.	9 ½.	5.	27. 8	nébuleux, pluie le ſoir.
3.	S.	2.	6.	2 ½.	27. 8	beau avec nuages, le mat. brouillard.
4.	S.	1 ½.	6.	5.	27. 2	pluie & vent.
5.	S.	4 ½.	6.	4 ½.	27. 4 ½	pluvieux.
6.	S.	3 ½.	8.	8.	27. 7 ½	la mat. beau avec nuages; ſoir couv.
7.	S.	7 ½.	10.	5 ½.	27. 8	pluvieux.
8.	S.	4 ½.	7 ½.	5.	27. 9 ½	pluie & vent
9.	S.	3 ½.	10.	7 ½.	27. 9	beau avec de gros nuages épais.
10.	S. O.	5 ½.	8 ½.	4.	27. 11 ½	beau avec des nuages; petite pluie.
11.	S. O.	2 ½.	5 ½.	7.	27. 8 ½	pluvieux le ſoir; grand vent.
12.	S. O.	7 ½.	5.	4 ½.	27. 8	grand vent; pluie mêlée de grêle.
13.	N. O.	3.	7.	1 ½.	28. 2	pluie par ondées; couvert.
14.	N.	½.	5 ½.	½.	28. 4	beau avec nuages.
15.	N.	0.	9 ½.	2 ½.	28. 3 ½	gelée blanche, beau avec nuages.
16.	N.	½.	8.	2 ½.	28. 2	*idem.*
17.						
18.	N.		9.	3.	28.	beau.
19.	S. O.	3.	8.	5 ½.	27. 8	couvert; le ſoir bruine.
20.	N.	5 ½.	8 ½.	5.	27. 9	couvert.
21.	S.	5.	5 ½.	7.	27. 11	couvert; le matin bruine.
22.	E.	6.	13.	7.	27. 11	beau avec nuages.
23.	N.	3 ½.	10.	6.	27. 11 ½	beau avec nuages & bruine.
24.	N.	2.	9 ½.	5 ½.	27. 11	beau.
25.	O.	3 ½.	9.	6.	27. 8	nuageux.
26.	O.	5 ½.	6.	2 ½.	27. 6	couvert & greſil.
27.	N.	— ½.	4 ½	0.	27. 8 ½	neigeux & greſil.
28.	S. O.	1.	6 ½.	2.	27. 4	grand vent & grande pluie le ſoir.
29.	O.	3.	5.	1.	27. 6	le matin greſil; couv. l'après-midi.
30.	S. O.	1 ½.	6 ½.	1.	27. 8	beau, nuages & vent voles de neige.
31.	N.	1 ½.	5 ½.	1.	27. 9	neige le mat. & beau avec nuages.

AVRIL.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	N.	0.	6½.	1½.	28.	gelée blanc. le matin, ensuite beau.
2.	N.	1½.	9.	4.	28. 1	beau avec nuages.
3.	O.	2½.	10½.	5.	28.	*idem.*
4.	O.	3½.	13.	5.	27. 11	beau.
5.	N.	5.	10½.	4½.	27. 11½	beau avec nuages.
6.	N.	3.	10.	3½.	27. 10	beau avec nuages & du vent.
7.	N.	3.	13½.	7½.	27. 11	*idem.*
8.	N.	6.	12½.	6½.	28.	*idem.*
9.	N.	4½.	10.	4½.	27. 11½	*idem.*
10.	N.	2.	8.	5.	27. 10½	beau avec gros nuages.
11.	N. O.	5.	9½.	6½.	27. 11	couvert.
12.	N. E.	5½.	12½.	5.	28. ½	beau avec nuages.
13.	N. E.	4½.	12.	7.	28. 1	*idem.*
14.	E.	4½.	17½.	6½.	27. 10	beau.
15.	S.	5½.	15.	5½.	27. 9	couvert, pluie sur le soir.
16.	S. O.	4½.	7.	7.	27. 8	pluvieux.
17.	S. O.	9.	11½.	7½.	27. 8	beau avec des nuages.
18.	O.	8.	11.	8.	27. 7	beau avec des nuages & du vent.
19.	O.	7½.	11.	4.	27. 9	bruine le matin, ensuite beau.
20.	N. O.	4.	12½.	5.	27. 10½	beau.
21.	E.	3.	12.	9.	27. 7½	couvert, petite pluie sur le soir.
22.	S.	8.	14½.	8.	27. 7	beau avec nuages, pluie sur le soir
23.	N. O.	5½.	11½.	5½.	27. 11	beau avec nuages, pluie par ondées.
24.	N. O.	6½.	10½.	6½.	28. ½	couvert & des vent voles de pluie.
25.	S. O.	6.	17½.	9½.	28.	beau.
26.	E.	8.	18½.	11.	27. 11	*idem.*
27.	S. E.	8.	23½.	15.	27. 11	*idem.*
28.	S. E.	9.	23½.	16.	27. 11	*idem.*
29.	S. E.	9.	22½.	15½.	27. 10½	*idem.*
30.	O.	11.	19.	11½.	28.	beau avec nuages & du vent.

MAI.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	N. O.	10.	15.	10.	28. 1	couvert, vent & pluie sur le soir.
2.	N.	9½.	17.	13.	28. 1½	beau avec nuag. un peu de pluie le m.
3.	N.	10.	18½.	11.	27. 11	beau avec nuages.
4.	S.	8½.	20¾.	11½.	27. 9	beau avec vent sur le soir, tonne loin.
5.	S. O.	10.	18½.	11½.	27. 9	beau avec nuages & vent; soir pluie.
6.	N. O.	7.	13½.	9.	28.	beau avec nuages & vent voles de pl.
7.	N. O.	7½.	17.	11.	28.	beau avec nuages.
8.	S.	7½.	16½.	10.	28. ½	beau avec gros nuages & pluie.
9.	O.	10.	15.	12½.	28. ½	couvert.
10.	N. O.	12.	14½.	7.	28.	beau avec nuages.
11.	N. O.	6.	14½.	8½.	27. 11	beau avec nuages, gelée bl. le mat.
12.	N.	5½.	15.	7½.	27. 10	beau avec nuages.
13.	N.	8½.	14½.	7.	27. 11	beau avec nuages, gelée bl. le mat.
14.	N.	6.	14½.	7½.	28.	beau avec nuag. gel. bl. & vent.
15.	N.	7.	16.	10½.	27. 10½	beau avec nuages.
16.	N. O.	11.	17.	10.	27. 9	*idem.*
17.	O.	9½.	15.	7.	27. 9	petite pl. le m. l'ap. mid. beau, nuag.
18.	N. O.	7.	12.	6½.	27. 11	beau avec nuages.
19.	O.	4½.	11½.	9.	27. 9	couv. & vent. quelques goutt. d'eau.
20.	O.	5½.	8½.	5½.	27. 11½	beau avec nuages & gresil.
21.	N. O.	6.	13½.	6½.	28.	beau avec nuages, gelée blanche.
22.	N.	7.	16.	11.	27. 11	beau avec nu ges.
23.	N.	10½.	18½.	12½.	27. 9	*idem.*
24.	E.	8.	21½.	12.	27. 8	mat. beau; ap. midi couv. soir pluie.
25.	S. O.	12.	17.	10.	27. 9	mat. beau; après midi pluie & tonn.
26.	S. O.	9.	13½.	7½.	28.	nuages, il est tombé du gresil.
27.	N.	9.	12.	6.	28. 1	gresil, tonne le mat. ap. midi beau.
28.	N.	6½.	13½.	8.	28. 2	beau avec nuag. & vent, gel. bl. mat.
29.	N.	7.	15.	10.	28. 1	beau avec nuages & vent.
30.	N. E.	10.	18.	12.	28. ½	*idem.*
31.	E.	11.	20.	12.	28.	beau avec nuag. brouill. sec ap. mid.

JUIN.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Thermomètre. Midi.	Thermomètre. Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	N. E.	11.	19.	11½.	27. 11½	beau.
2.	N.	10.	17.	12½.	27. 10	beau avec nuages.
3.	E.	11½.	21.	12½.	27. 10	*idem.*
4.	N.	9.	21.	15.	27. 10½	beau.
5.	N. E.	12½.	21½.	17½.	27. 10	beau avec nuages, éclairs le ſoir.
6.	N. E.	16.	23½.	16½.	27. 8½	beau avec nuages, ſoir pluie & écl.
7.	S. E.	15½.	20.	13½.	27. 8	tonne vers midi, enſuite pl. & nuag.
8.	S.	14½.	21½.	17.	27. 9½	beau avec nuages.
9.	N. E.	15½.	25½.	17.	27. 8	beau le ſoir, grand vent & éclairs.
10.	S. E.	13½.	22.	14½.	27. 8½	beau avec nuages, il a tonné au loin.
11.	S.	13.	19.	12.	27. 9½	pluie par ondées.
12.	S.	12.	19½.	14.	27. 10½	beau avec nuages, il a tonné au loin.
13.	S. E.	13½.	22½.	15.	27. 9½	beau.
14.	S. O.	14½.	24.	15.	27. 9½	beau avec nuag. tonn. & pl. ap. mid.
15.	N.	12.	20.	15.	27. 9½	tonnerre & pluie.
16.	N.	14.	20.	16.	27. 9	beau, il a tonné & éclairs au loin.
17.	N. E.	13½.	16.	15.	27. 7	beau avec nuag. pl. par ond. tonn.
18.	N.	12½.	20.	15.	27. 8½	beau avec nuages.
19.	N.	15.	21½.	15½.	27. 10½	beau avec brouillard ſec le matin.
20.	N.	14.	20.	15½.	27. 10½	beau.
21.	N.	14.	21½.	13½.	27. 11½	*idem.*
22.	N.	14.	22.	16½.	27. 11	*idem.*
23.	S. O.	13½.	21¾.	16.	27. 10	*idem.*
24.	O.	13.	19.	16.	27. 8	mat. bru. beau avec nuag. & vent.
25.	S. O.	12½.	18.	13.	27. 9½	matin bruine, enſuite couvert.
26.	N. E.	12.	17.	11.	27. 7½	pluie ſur le ſoir, il a tonné au loin.
27.	S.	10.	9.	9½.	27. 8	pluvieux & grand vent.
28.	S. O.	13.	17.	12.	27. 8	beau avec nuages & vent.
29.	S. O.	13.	18.	13½.	27. 8	beau avec nuages, pl. le ſoir & tonn.
30.	S.	12½.	19.	13.	27. 9	beau avec nuages, le ſoir pl. & écl.

JUILLET.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S.	13.	18.	13.	27. 9	nuages, le soir pluie.
2.	S.	10.	15.	13.	27. 10	couvert avec bruine, le soir pluie.
3.	S.	11.	18 ½.	15 ½.	27. 10	mat. bruine, apr. m. beau avec nuag.
4.	O.	15.	20.	15.	28.	beau avec nuages.
5.	E.	13 ½.	24 ½.	18.	27. 9	beau, soir couv. & quel. gout. d'eau.
6.	S.	18 ½.	19 ½.	15.	27. 8 ½	variable, le soir tonnerre.
7.	S.	13 ½.	15 ½.	12.	27. 9 ½	pluvieux.
8.	S.	13.	18.	13.	27. 9 ½	beau avec nuages.
9.	O.	13.	22 ½.	17.	27. 10	*idem.*
10.	O.	17.	23 ½.	16.	27. 10	*idem.*
11.	O.	15.	19 ½.	13 ½.	27. 10 ½	beau.
12.	S. O.	11 ½.	19 ½.	13 ½.	27. 11	beau, quelq. goutt. d'eau sur le soir.
13.	S. O.	13.	17.	13.	27. 11	matin bruine, ensuite beau.
14.	S.	11 ½.	14 ½.	13 ½.	27. 8 ½	beau avec nuages, le soir pluie.
15.	S.	11 ½.	19.	12.	27. 9 ½	*idem.*
16.	S. O.	12.	18.	13.	27. 9	beau avec nuages.
17.	S. O.	11.	17.	13.	27. 10 ½	*idem.*
18.	N.	13.	21.	13 ½.	28.	beau.
19.	N.	13 ½.	21.	14 ½.	28.	*idem.*
20.	N.	10 ½.	22.	15.	27. 10 ½	*idem.*
21.	N.	13 ½.	25.	18 ½.	27. 9	*idem.*
22.	N. E.	17.	28 ½.	19.	27. 8	beau, le soir éclairs.
23.	N. E.	17 ½.	25.	18.	27. 8 ½	beau avec nuag. tonn. & écl. le soir.
24.	S.	16 ½.	18 ½.	16 ½.	27. 10	beau avec nuages.
25.	S. E.	13 ½.	23.	15.	27. 10	beau.
26.	E.	14 ½.	25.	18.	27. 8 ½	beau avec nuages, soir tonn. & écl.
27.	O.	14.	22.	16 ½.	27. 9	beau avec nuages.
28.	S.	14.	19.	13 ½.	27. 9	beau, tonnerre, pluie & grêle.
29.	S.	13 ½.	20 ½.	14.	27. 10	beau avec nuag. pl. par ond. & tonn.
30.	O.	11 ½.	19.	13 ½.	27. 11 ½	beau avec nuages.
31.	N. O.	12 ½.	21.	15 ½.	27. 10	beau.

AOUST.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S.	16.	22 ½.	15.	27.	9	beau avec nuages, & petite pluie.
2.	S.	14.	22.	16.	27.	9	beau avec nuages.
3.	S.	13 ½.	21.	15.	27.	9	beau avec nuag. quelq. goutt. d'eau.
4.	S.	13.	21 ½.	13 ½.	27.	9	beau avec nuages, pluie par ondées.
5.	S.	13 ½.	21 ½.	15 ½.	27.	9	beau avec nuages.
6.	S.	12 ½.	20 ½.	15 ½.	27.	10	*idem.*
7.	N.	13.	21 ½.	15.	27.	11	*idem.*
8.	S.	13 ½.	20 ½.	15.	27	10 ½	beau avec nuages, un peu de pluie.
9.	S.	14 ½.	19.	12.	27.	9	couvert, le ſoir pluie.
10.	O.	11 ½.	18 ½.	13 ½.	27.	11	beau avec nuages & pluie.
11.	S. O.	12.	21 ½.	16.	27.	10	beau, gros nuages, & pluie par ond.
12.	O.	13 ½.	20.	13 ½.	27.	10 ½	beau avec du vent.
13.	S.	12 ½.	19.	15.	27.	11	beau avec nuages.
14.	N.	12 ½.	21 ½.	14.	27.	11	*idem.*
15.	S.	12.	21.	15.	27.	10	beau, le ſoir éclairs.
16.	O.	12 ½.	21.	13.	27.	11 ½	beau avec nuages.
17.	S. O.	13.	22 ½.	16.	28.	½	beau.
18.	E.	13 ½.	25 ½.	17.	27.	10	*idem.*
19.	O.	14.	21 ½.	14 ½.	27.	10	beau avec vent, le ſoir éclairs.
20.	O.	14.	22.	13 ½.	27.	10	beau.
21.	S. E.	11 ½.	23 ½.	16.	27.	8 ½	*idem.*
22.	S.	15.	19 ½.	13 ½.	27.	10 ½	beau avec nuages, vent & bruine.
23.	E.	11 ½.	22 ½.	16 ½.	27.	11	beau avec nuages.
24.	N. E.	14 ½.	24.	16 ½.	27.	10	beau, petite pluie, tonn. au loin.
25.	S.	14.	18 ½.	15 ½.	27.	8	beau, tonnerre, éclairs & pluie.
26.	S.	14 ½.	20.	12.	27.	8	beau avec nuages, le ſoir pl. & écl.
27.	S.	9 ½.	17.	12 ½.	27.	10	beau avec nuages & du vent.
28.	S.	10 ½.	19.	15 ½.	27.	9	beau avec nuages.
29.	S.	14 ½.	21 ½.	14 ½.	27.	9	beau avec nuages, pluie l'ap. midi.
30.	S.	11 ½.	19 ½.	13 ½.	27.	10	beau avec nuages.
31.	S.	11 ½.	15.	11 ½.	27.	9	bruine & vent, groſſe pluie le ſoir.

SEPTEMBRE.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S.	9½.	19.	14½.	27. 11½	beau avec nuages.
2.	S. E.	14.	23½.	15½.	27. 11	beau.
3.	S.	12½.	26.	14½.	27. 11	beau avec nuages, vent & bruine.
4.	E.	12½.	21½.	17.	27. 10½	beau, le ſoir éclairs.
5.	S. E.	16½.	27½.	18½.	27. 9	beau.
6.	S. E.	17.	23½.	18½.	27. 9	beau avec nuages, le ſoir éclairs.
7.	S.	16½.	25½.	20.	27. 8	beau avec nuag. vent & écl. le ſoir.
8.	S. O.	16½.	21½.	16½.	27. 8	beau avec nuages, bruine & vent.
9.	O.	13½.	18½.	13½.	27. 9½	beau avec nuages & vent.
10.	S. O.	12½.	22.	14½.	27. 8½	beau avec nuag. gr. v. pl. & écl. ſoir.
11.	O.	10½.	15.	9½.	27. 9½	beau avec nuages & vent.
12.	O.	8.	14.	9½.	27. 10½	*idem.*
13.	N. O.	9½.	12½.	10.	27. 7	pluvieux.
14.	S.	9½.	10.	7.	27. 7	*idem.*
15.	O.	6½.	13½.	10.	27. 6½	*idem.*
16.	O.	10.	13½	11.	27. 9	pluv. mat. apr. midi beau avec br.
17.	S.	7½.	15.	10.	27. 9	beau avec nuages.
18.	S.	9½.	19.	13½.	27. 9½	*idem.*
19.	S.	12.	19½.	14.	27. 10	beau.
20.	E.	12½.	22.	15½.	27. 7	beau, le ſoir éclairs.
21.	S. E.	14½.	18½.	12½.	27. 9	beau avec bruine le matin.
22.	S. O.	9½.	20.	13½.	27. 9	beau.
23.	E.	12.	20½.	14½.	27. 8½	*idem.*
24.	E.	11.	20.	14½.	27. 7½	*idem.*
25.	E.	12.	19.	14.	27. 7	beau, le ſoir éclairs.
26.	S.	11½.	20.	14.	27. 8	beau avec nuages, le ſoir éclairs.
27.	O.	10½.	20½.	13.	27. 9	beau.
28.	N.	10.	20.	13.	27. 8½	beau avec nuages.
29.	N. E.	9½.	11½.	12½.	27. 8	*idem.*
30.	E.	10.	19½.	13.	27. 8	*idem.*

OCTOBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Thermomètre. Midi.	Thermomètre. Soir.	Barom. pouces	Barom. lignes	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S. O.	11.	19.	13 ½:	27	8	beau avec nuages.
2.	S.	11 ½.	18.	12 ½.	27.	9 ½	couvert & bruine.
3.	S.	10.	14 ½.	11 ½.	27.	6	pluvieux & éclairs.
4.	N. O	11.	12 ½.	9.	27.	9	pluvieux.
5.	N.	5.	12.	6 ½.	27.	9	beau avec nuages.
6.	S.	3 ½.	12 ½.	9 ½.	27.	9	beau avec nuages, le ſoir pluie.
7.	S.	8 ½.	13.	7.	27.	11	beau avec nuag. matin, le ſoir pluv.
8.	E.	3 ½.	12 ½.	7 ½.	27.	11	beau.
9.	S. E.	12.	14.	12 ½.	28.		beau avec nuages.
10.	S.	11 ½.	16.	10.	28.		pluv. mat. apr. midi beau avec nuag.
11.	S.	5 ½.	18.	8 ½.	28.	½	beau.
12.	S. O.	6.	16.	11.	27.	11	beau, gelée blanche le matin.
13.	S.	9.	13 ½.	12.	27.	10 ½	beau avec nuages, & bruine le mat.
14.	O.	10 ½.	12.	8 ½.	27.	10 ½	couvert, le matin pluie.
15.	O.	6.	11.	6.	28.		beau avec nuages.
16.	E.	3 ½.	12.	6.	28.		beau avec nuages, gelée bl. le mat.
17.	S.	6 ½.	12 ½.	9 ½.	27.	9 ½	couvert & pluvieux.
18.	S.	9 ½.	10 ½.	6.	27.	8	pluvieux.
19.	S.	3 ½.	10 ½.	9 ½.	27.	5	bruine & venteux.
20.	S.	7.	11.	8.	27.	6	beau mat. avec nuag. ap. m. pl. & v.
21.	S. O.	8.	10 ½.	6.	27.	9	mat. pluv. apr. mid. beau, nuag. & v.
22.	S.	6 ½.	12.	7 ½.	27.	8	pluvieux & venteux.
23.	N. O.	5.	10.	6 ½.	28.	1	beau avec nuages.
24.	S. O.	5 ½.	8 ½.	7.	27.	11	beau avec nuages, un peu de pluie.
25.	N.	6.	8 ½.	1 ½.	28.		beau avec nuages.
26.	N.	— ½.	6 ½.	1 ½.	28.	1	*idem.*
27.	N.	1.	6 ½.	2.	28.		*idem.*
28.	N.	½.	8 ½.	6 ½.	27.	9 ½	beau avec nuages, tombe de la pluie.
29.	N.	2 ½.	8 ½.	2.	27.	11	beau avec nuages, il a plu la matinée.
30.	N.	0.	8.	2.	28.		beau.
31.	N. E.	½.	5 ½.	2.	27.	8	couvert.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	N.	$2\frac{1}{2}$.	$8\frac{1}{2}$.	$4\frac{1}{2}$.	27. 7	beau avec nuages.
2.	N. E.	$4\frac{1}{2}$.	9.	$3\frac{1}{2}$.	27. 6	beau avec nuages & vent.
3.	N. E.	3.	6.	3.	27. 6	beau avec nuages; ondées & vent.
4.	N. E.	3.	$5\frac{1}{2}$.	4.	27. 5	pluie & vent.
5.	E.	3.	$10\frac{1}{2}$.	7.	27. 3	beau avec nuag. brouillard le matin.
6.	S.	4.	11.	$8\frac{1}{2}$.	27. $2\frac{1}{2}$	beau avec nuages; le soir pluie.
7.	S.	7.	$9\frac{1}{2}$.	$8\frac{1}{2}$.	27. $2\frac{1}{2}$	*idem.*
8.	O.	$7\frac{1}{2}$.	$9\frac{1}{2}$.	6.	27. 6	pluvieux.
9.	O.	5.	$9\frac{1}{2}$.	6.	27. 9	beau avec nuages.
10.	E.	$2\frac{1}{2}$.	$5\frac{1}{2}$.	$3\frac{1}{2}$.	27. 10	brouillard très-épais.
11.	S.	$3\frac{1}{2}$.	10.	11.	27. 7	temps pluvieux.
12.	S. O.	$2\frac{1}{2}$.	$10\frac{1}{2}$.	11.	27. 5	nuages & pluvieux.
13.	S.	$10\frac{1}{2}$.	12.	$10\frac{1}{2}$.	27. 2	temps pluvieux & grand vent.
14.	S. O.	5.	$6\frac{1}{2}$.	2.	27. $8\frac{1}{2}$	grand vent & pluvieux.
15.	S.	0.	5.	$3\frac{1}{2}$.	27. 4	couvert, vent & pluie.
16.	S. O.	6.	$4\frac{1}{2}$.	1.	27. 7	pluie & grand vent.
17.	O.	$1\frac{1}{2}$.	$4\frac{1}{2}$.	$8\frac{1}{2}$.	27. 4	*idem.*
18.	S. O.	7.	$8\frac{1}{2}$.	$3\frac{1}{2}$.	27. $4\frac{1}{2}$	*idem;* le soir éclairs & tonnerre.
19.	N.	$\frac{1}{2}$.	$3\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$.	27. 11	beau avec nuages & grand vent.
20.	N.	$\frac{1}{2}$.	$2\frac{1}{2}$.	— $\frac{1}{2}$.	28. $\frac{1}{2}$	beau avec nuages épais.
21.	N.	3.	$0\frac{1}{2}$.	$2\frac{1}{2}$.	28. 1	beau avec nuages.
22.	N.	$3\frac{1}{2}$.	$1\frac{1}{2}$.	$1\frac{1}{2}$.	28.	*idem.*
23.	N.	$2\frac{1}{2}$.	1.	— $\frac{1}{2}$.	27. 10	*idem.*
24.	N.	0.	1.	0.	27. 9	couvert.
25.	N.	0.	$1\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$.	27. $9\frac{1}{2}$	couvert; il a tombé un peu de neige.
26.	N.	0.	2.	$\frac{1}{2}$.	27. 10	couvert.
27.	N.	0.	2.	$\frac{1}{2}$.	27. $8\frac{1}{2}$	couvert.
28.	S. E.	$\frac{1}{2}$.	$3\frac{1}{2}$.	$3\frac{1}{2}$.	27. 8	brouillard.
29.	S.	$2\frac{1}{2}$.	$7\frac{1}{2}$.	$7\frac{1}{2}$.	27. 10	pluvieux.
30.	S.	8.	$10\frac{1}{2}$.	$6\frac{1}{2}$.	28. $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & brouillard.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Thermomètre. Midi.	Thermomètre. Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces*	*lignes*	
1.	S.	4½.	8½.	5.	28.		brouillard & bruine.
2.	S.	2½.	5.	3.	28.	1	*idem.*
3.	S.	2.	5.	1½.	28.	1	couvert.
4.	S. O.	0.	4.	1.	28.	2	brouillard.
5.	S.	1½.	5.	2.	28.	2	*idem.*
6.	S.	3.	6.	5.	28.	2	brouillard & bruine.
7.	S.	3½.	5.	4½.	28.	2½	couvert & brouillard.
8.	S.	3½.	5.	4½.	28.	1½	brouillard.
9.	N.	2.	4.	½.	28.	2	couvert.
10.	N.	2½.	4.	— 1.	28.	2½	beau avec nuages.
11.	N.	— 4.	0.	— 4½.	28.	3	beau.
12.	N.	6.	— ½.	3½	28.	2	*idem.*
13.	N. E.	4.	0.	3½.	28.	1	beau avec nuages.
14.	S. O.	4½.	1½.	2.	28.	½	couvert & bruine.
15.	N.	0.	2.	1½.	28.		*idem.*
16.	N.	— 2½.	2.	— 2.	28.	2	beau avec nuages.
17.	N.	5.	— 1½.	3½.	28.	2½	beau.
18.	N.	4½.	½.	— 2½.	28.	½	*idem.*
19.	N. E.	— 4.	2.	— 2½.	27.	11	beau avec nuages.
20.	N.	— 4.	½.	— 3.	27.	7	beau.
21.	S.	4.	6.	6.	27.	2	pluie & vent.
22.	S.	3.	4.	3.	27.	6½	pluie & couvert.
23.	S.	3½.	6½.	3½.	27.	4	pluvieux & venteux.
24.	S.	5.	7½.	6½.	27.	½	pluv. & venteux, le soir il a éclairé.
25.	S.	6.	6.	3½.	27.	3½	pluvieux & venteux.
26.	S.	2.	6.	3½.	27.	6	beau avec nuages.
27.	S.	2½.	5.	2½.	27.	9½	couvert & bruine.
28.	S. O.	½.	3½.	½.	27.	8	couvert.
29.	N. E.	½.	2.	2.	27.	9	couvert & bruine.
30.	S.	2.	3½.	½.	27.	9½	beau avec nuages.
31.	S.	½.	3½.	2.	27.	11	couvert & bruine.

Observations sur la variation des Aiguilles des Boussoles de déclinaison & d'inclinaison.

On trouve dans le Volume des Mémoires de l'Académie de 1772, seconde partie, *page 44*, la description de six Boussoles, quatre de déclinaison & deux d'inclinaison, qui sont établies chacune dans un bosquet distinct du Parc de Denainvilliers; on observe régulièrement tous les jours, entre huit & neuf heures du matin, la variation de toutes ces boussoles; mais il m'a paru qu'il seroit trop long & superflu de faire imprimer toutes ces observations, & j'ai jugé qu'il étoit suffisant de marquer pour chaque mois les variations extrêmes, & la moyenne de chacune de ces boussoles, que je désignerai par les numéros *I, II, III, IV, V & VI,* comme je l'ai fait en 1772.

JANVIER 1775.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20^d 9' & 20^d 7'.
Déclinaison moyenne............... 20^d. 8'. 0".

N.° II. La déclinaison a varié entre 19^d 15' & 20^d 30'.
Déclinaison moyenne............... 19. 52. 30.

N.° III. Ayant souffert un petit dérangement, je n'en parlerai point.

N.° IV. La déclinaison a varié entre 19^d & 19^d 5'.
Déclinaison moyenne............... 19. 2. 30.

N.° V. Cette boussole d'inclinaison ayant pareillement été dérangée, je n'en parlerai point.

N.° VI. L'inclinaison a varié entre 70^d 20' & 70^d 35'.
L'inclinaison moyenne............... 70. 27. 30.

FÉVRIER.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20^d 7' & 20^d 6'.
Déclinaison moyenne............... 20. 6. 30.

N.° II. La déclinaison a varié entre 20^d 10' & 20^d.
Déclinaison moyenne............... 20. 5. 0.

N.° III. Dérangée.

N.° IV. La déclinaison a varié entre 19^d 5′ & 19^d 45′.
Déclinaison moyenne.............. 19^d 25′ 0″.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. L'incl. a varié depuis 69^d 45′ jusqu'à 70^d 30′.
Inclinaison moyenne.............. 70. 7. 30.

MARS.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20^d 16′ & 20^d 6′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 11. 0.
N.° II. La déclinaison a varié entre 20^d 5′ & 20^d.
Déclinaison moyenne.............. 20. 2. 30.
N.° III. Dérangée.
N.° IV. La déclinaison a varié entre 19^d 45′ & 19^d 15′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 30. 0.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. L'inclinaison a varié depuis 69^d jusqu'à 69^d 45′.
Inclinaison moyenne.............. 69. 22. 30.

AVRIL.

N.° I. La décl. a varié depuis 20^d 15′ jusqu'à 20^d 16′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 15. 30.
N.° II. La déclinaison a varié entre 20^d 10′ & 19^d 50′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 0. 0.
N.° III. Dérangée.
N.° IV. Pendant tout le mois 19^d 15′.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. L'inclinaison n'a pas varié de tout le mois, & a été de 69 degrés.

MAI.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20^d 14′ & 20^d 15′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 14. 30.
N.° III. Dérangée.
N.° IV. Dérangée.
N.° V. De même.
N.° VI. L'inclinaison n'a pas varié du mois, & a été de 69 degrés.

JUIN.

N.° I. La déclinaison a varié de 20^d 15′ à 20^d 14′.
Déclinaison moyenne.............. 20^d 14′ 30″.
N.° II. La déclinaison a varié entre 20^d 5′ & 19^d 30′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 47. 30.
N.° III. N'a pas varié, & la déclinaison depuis le 1.er jusqu'à la fin du mois, a été de 20^d 10′.
N.° IV. La déclinaison a varié entre 19^d 20′ & 19^d 15′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 17. 30.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. L'inclinaison a varié entre 69^d & 68^d 45′.
Inclinaison moyenne.............. 68. 52. 30.

JUILLET.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20^d 14′ & 20^d 12′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 13. 0.
N.° II. La déclinaison a varié entre 20^d 10′ & 19^d 50′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 0. 0.
N.° III. Du 1.er à la fin du mois 20^d 10′.
N.° IV. La décl. a varié depuis 19^d 20′ jusqu'à 19^d 30′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 25. 0.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. Du 1.er à la fin du mois 68^d 45′.

AOÛT.

N.° I. La déclinaison a varié depuis 20^d 13′, 20^d 17′, 20^d 14′ jusqu'à 20^d 21′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 16. 15.
N.° II. La déclinaison a varié entre 20^d 30′, 20^d 15′ & 19^d 50′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 11. 40.
N.° III. Pendant tout le mois 20^d 10′.
N.° IV. La déclinaison a varié de 19^d 30′ à 19^d 20′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 25. 0.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. Du 1.er à la fin du mois, l'incl. a été de 68^d 45′.

SEPTEMBRE.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20d 17′ & 20d 14′.
Déclinaison moyenne.............. 20d 15′ 30″.
N.° II. La déclinaison a varié de 20d 20′ à 19d 10′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 45. 0.
N.° III. La déclinaison a varié entre 20d 10′ & 20d.
Déclinaison moyenne.............. 20. 5. 0.
N.° IV. La déclinaison a été entre 19d 30′ & 19d 20′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 25. 0.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. Pendant tout le mois, l'inclin. est de 68d 45′.

OCTOBRE.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20d 18′ & 20d 17′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 17. 30.
N.° II. A varié de 20d à 19d 20′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 40. 0.
N.° III. A varié de 20d 5′ à 20d.
Déclinaison moyenne.............. 20. 2. 30.
N.° IV. La déclinaison a varié entre 19d 30′ & 19d 20′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 25. 0.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. Pendant tout le mois, l'inclinaison à 68d 45′.

NOVEMBRE.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20d 17′ & 20d 14′.
Déclinaison moyenne.............. 20. 15. 30.
N.° II. A varié de 20d à 19d 50′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 55. 0.
N.° III. Pendant tout le mois 20d 5′.
N.° IV. A varié de 19d 40′ à 19d 30′.
Déclinaison moyenne.............. 19. 35. 0.
N.° V. Dérangée.
N.° VI. Du 1.er à la fin du mois, l'inclinaison est de 68d 45′.

DÉCEMBRE.

DÉCEMBRE.

N.° I. La déclinaison a varié entre 20^d 14′ & 20^d 13′.
Déclinaison moyenne . . . . 20^d 13′ 30″.

N.° II. A varié de 19^d 30′ à 19^d 50′.
Déclinaison moyenne . . . . 19. 40. 0.

N.° III. Déclinaison varie de 20^d 5′ à 20^d 10′.
Déclinaison moyenne . . . . 20. 7. 30.

N.° IV. Déclinaison varie de 19^d 30′ à 19^d 40′.
Déclinaison moyenne . . . . 19. 35. 0.

N.° V. Dérangée.

N.° VI. Du 1.er à la fin du mois, l'inclinaison a toujours été de 68^d 45′.

OBSERVATIONS sur la quantité d'Eau de pluie tombée en l'année 1775.

JANVIER	0 pouc.	11 lignes	14 48.^es	3 pouc. 2 lignes 37 48.^es
FÉVRIER	0.	11.	16	
MARS	1.	4.	7	
AVRIL	0.	3.	39	1. 11. 9.
MAI	0.	2.	17	
JUIN	1.	5.	1	
JUILLET	1.	4.	19	3. 3. 47.
AOÛT	0.	5.	47	
SEPTEMBRE	1.	5.	29	
OCTOBRE	1.	2.	8	3. 10. 17.
NOVEMBRE	1.	3.	2	
DÉCEMBRE	1.	5.	7	
TOTAL DE LA PLUIE tombée pendant l'année 1775				12. 4. 14.

RÉSUMÉ des Obſervations Météorologiques pour l'année 1775.

FROMENS.

L'année ayant été fort sèche, les pailles ont été courtes, & les grandes chaleurs qui ſont ſurvenues ſubitement lorſque les épis commençoient à ſe montrer, les ont fort endommagés, ils contenoient beaucoup de petits grains retraits & échaudés; de ſorte qu'en général on n'eſtime la récolte en grains qu'à cinq ſetiers par arpent, la perche étant de 22 pieds. La moiſſon ayant été faite par un temps ſec n'a pas été fort abondante; il y a eu peu de tas, & beaucoup de terres n'ont rendu que quatre ſetiers par arpent. Quand on a eu bien criblé les grains pour retrancher ceux qui étoient petits, le reſte a été de bonne qualité & aiſé à conſerver; la grêle a en outre cauſé des dommages conſidérables en pluſieurs endroits. Après la moiſſon, le ſetier de grains ſe vendoit trente-cinq livres.

AVOINES & ORGES.

Les avoines ont formé leurs grappes preſque au ſortir de la terre: ainſi elles ont peu donné de paille, néanmoins les premières faites ont fourni paſſablement de bons grains; mais celles qui ont été ſemées tard ayant fait deux levées, ont peu donné de grains, à quoi il faut ajouter les déſordres de la grêle aux endroits où il en eſt tombé; de ſorte que, toutes compenſations faites, elles ont à peine rendu cinq ſetiers, meſure de froment, par arpent: il faut excepter quelques endroits où il a paſſé des pluies d'orages qui ont été favorables à tous les grains, ſur-tout aux orges & aux avoines.

SAFRANS.

La récolte des ſafrans a été médiocre; néanmoins immédiatement après, la livre de ſafran ſec ne valoit que dix-huit livres, à cauſe des guerres du Nord; mais étant ſurvenu

des gelées qui ont ſait du tort aux oignons, le prix a beaucoup augmenté.

VINS.

On a commencé les vendanges avec le mois d'Octobre; les vignes ont rendu l'une dans l'autre environ quatre pièces l'arpent; le vin a peu bouilli dans les cuves où il a reſté aſſez long-temps, &, contre les apparences, il s'eſt trouvé fort en couleur & de bonne qualité.

GROS LÉGUMES.

La récolte des pois, des veſces, des féves, même des navets, a été médiocre.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie le Mémoire suivant, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

TROISIÈME MÉMOIRE SUR LE VERT-DE-GRIS.

Par M. MONTET.

28 Avril 1779.

UN nouveau moyen de préparer le Vert-de-gris, moyen dû au hasard, premier auteur de la plupart des découvertes, va faire le sujet de ce Mémoire : c'est ici la suite d'un travail que j'avois entrepris il y a vingt-huit ans, sur cette préparation qui se fait en grand dans cette ville & aux environs.

Avant que d'entrer en matière, je rapporterai ce que m'ont dit des personnes dignes de foi : Une femme de Saint-André, diocèse de Lodève, village éloigné de Montpellier de six lieues, faisoit du vert-de-gris; il y a environ deux ou trois ans, que donnant à son âne du marc de raisins à manger, elle en laissa tomber par mégarde sur quelques plaques de cuivre; le marc couvrit les plaques, qui furent oubliées; quelques jours après, ayant voulu ramasser le marc de raisins, elle trouva au-dessous les lames de cuivre enduites

d'une couche de vert-de-gris: frappée de cette observation, cette femme mit bientôt en usage le marc de raisins, qui lui réussit très-bien; son procédé, suivi par d'autres personnes, gagna de proche en proche: ce n'est qu'à la fin de l'année dernière (1778) qu'on a commencé pour la première fois à Montpellier à préparer le Verdet, par cette méthode. L'année a été très-favorable; nos vins ont été excellens, & la récolte dans le bas Languedoc, sur les côtes de la mer, a été en général très-abondante: ainsi, le marc a été supérieur en force, & il n'a pas manqué.

J'ai cru qu'ayant décrit avec assez d'étendue l'art de faire le vert-de-gris, dans deux grands Mémoires imprimés dans les volumes de 1750 & 1753, de l'Académie des Sciences de Paris, il étoit de mon devoir de rendre compte des découvertes sur cet objet, postérieures à cette époque, & des changemens faits par ceux qui s'occupent de cette préparation.

Je diviserai ce Mémoire en deux parties; dans la première, j'exposerai la manière dont on emploie le marc de raisins pour faire le vert-de-gris; dans la seconde, je m'étendrai sur les qualités que doit avoir le marc de raisins pour y être employé, & les inconvéniens qu'il y auroit à le conserver toute l'année pour faire cette préparation. Je proposerai ensuite mes vues particulières sur tous ces objets.

PREMIÈRE PARTIE.

Les Ateliers où l'on suit cette méthode sont encore en petit nombre; j'en ai visité plusieurs, j'ai suivi toute l'opération, & voici comment l'on y procède. On choisit du marc de raisins rouges, soit avec la grappe, soit sans grappe *(a)*; il

(a) Quand on vendange à Montpellier & aux environs, on ôte la grappe aux raisins avant de les fouler, tandis qu'à Meze, Marcillan & dans les Sevennes, &c, on laisse la grappe quand on foule le raisin; ces deux moyens, selon les Fabricateurs du verdet, n'influent en rien sur cette préparation: il est indifférent, selon eux, que le marc soit avec la grappe ou sans grappe, je pense néanmoins que la taille peut influer sur la conservation du marc, comme je le dirai en son lieu.

doit être d'une couleur rosacée, d'une odeur agréable, & ne point sentir le moisi ; les morceaux de ce marc qui ont noirci & où l'on aperçoit la moindre moisissure doivent être rejetés : dès que ce marc a les qualités que je viens d'indiquer, on en remplit, à deux ou trois pouces près, le vaisseau de terre dont a coutume de se servir pour faire le verdet par l'autre méthode, & qui se trouve décrit dans mon premier Mémoire; il entre plus ou moins de marc dans ce pot, suivant sa grandeur, qui n'est pas toujours la même, la différence peut aller de quinze à trente livres; on couvre le vaisseau de son couvercle, & on laisse plusieurs jours ce marc sans le visiter (tous ces pots sont toujours placés à la cave ou au rez-de-chaussée); dès que l'on s'aperçoit que le marc s'échauffe légèrement, on y veille de près; cette chaleur se fait apercevoir plus tôt ou plus tard, suivant l'exposition de la cave plus ou moins chaude, la force du marc, le degré de chaleur ou du froid de l'atmosphère: quelquefois la fermentation s'opère dans trois ou quatre jours, d'autres fois il en faut douze ou quinze & même jusqu'à vingt-quatre. Les phénomènes de cette fermentation sont à peu-près les mêmes que dans celle qu'opèrent les rafles mêlées avec le vin *(b)*, il y a cependant quelques circonstances qui tiennent à la nature du marc, & que nous exposerons dans la seconde partie de ce Mémoire.

Cette opération se nomme toujours *aviner*, comme celle où l'on auroit employé du vin; dès que l'on aperçoit que la petite chaleur cesse, que le dessous du couvercle est un peu mouillé, & qu'ensuite il se desèche, on a un des indices que le marc a cessé de fermenter; mais voici d'autres moyens encore plus sûrs. On prend une poignée de ce marc, non de la couche supérieure, mais des inférieures, & en plongeant la tête dans le vaisseau, on sent si l'odeur est forte, pénétrante, agréable, analogue à celle de l'éther à laquelle je l'ai comparée, c'est un indice que le marc est prêt pour couver; mais le moyen le plus certain c'est de mettre le soir sur le marc une plaque

---

(b) Voyez les volumes de l'Académie, *années 1750 & 1753.*

de cuivre, que l'on va viſiter le lendemain, & ſi alors cette lame eſt couverte aſſez uniformément ſur les deux ſurfaces d'une légère couche de verdet, c'eſt un ſigne non équivoque qu'il faut couver.

J'ai remarqué ſur pluſieurs pots ou *oules*, que lorſque la fermentation acéteuſe s'opéroit ou s'achevoit, il ſuintoit à travers les pots un peu d'eau qui annonçoit la décompoſition du vin contenu dans le marc; ſouvent le rebord du vaiſſeau eſt mouillé, phénomène qui n'arrive pas toujours; dans d'autres pots il ne paroît aucune ſorte d'humidité ſur les ſurfaces extérieures des pots.

Dès que le marc de raiſins eſt dans l'état que je viens d'expoſer, on retire le marc du pot & on le jette dans un autre pot vide ou dans une corbeille, & tout de ſuite on procède à mettre couche par couche les lames de cuivre & le marc de raiſins, obſervant de mettre la première couche de marc; l'épaiſſeur du marc qu'on applique ſur chaque lame de cuivre ne va pas à un demi-pouce, & la dernière couche eſt toujours de marc. Cette dernière opération s'appelle *couver:* les phénomènes que j'ai obſervés ne diffèrent en rien de ceux qui s'opèrent par l'autre procédé. Voilà pourquoi je ne rappellerai point les précautions qu'il faut prendre, elles ſont détaillées fort au long dans mes deux Mémoires ſur cette matière, que l'on peut conſulter.

J'y ai dit que l'on viſitoit de temps en temps les lames de cuivre qui ſont au haut du pot, pour voir ſi leurs ſurfaces laiſſent apercevoir des points blancs (ce que les femmes qui font le verdet, appellent *cotonner*) qui ne ſont qu'une criſtalliſation qui annonce que l'opération du couvage eſt finie, & qu'il faut mettre les lames de cuivre au relais, autre opération que l'on peut voir auſſi dans les deux Mémoires déjà cités, & dont il ſeroit inutile de répéter la deſcription, parce qu'elle eſt la même dans ce procédé. J'ai trouvé que les criſtalliſations que j'ai aperçues ſur les plaques de cuivre formées par la diſſolution du cuivre opérée par l'acide le plus pénétrant qui s'élève du marc de raiſins, au couvage,

étoient les mêmes que celles que j'ai décrites dans mon ſecond Mémoire ſur le Vert-de-gris.

Les lames de cuivre du couvage ſont portées au relais. Je ferai obſerver que lorſque j'écrivis mes deux Mémoires ſur le Vert-de-gris, il y avoit quelques particuliers qui le mouilloient au relais avec la vinaſſe ou avec du vin, aujourd'hui on ne le mouille qu'avec de l'eau; je trouve que cette méthode n'a rien de répréhenſible, par les raiſons qui ſeront expoſées dans la ſeconde partie.

Par cette méthode de préparer le vert-de-gris avec le marc de raiſins, on place le double de plaques de cuivre dans les pots, ce qui eſt un avantage conſidérable pour le Fabricant *(c)*: les raſles, par leur forme, occupent plus de place; voilà pourquoi dès que l'on a bien dirigé l'opération avec de bon marc de raiſins, on a communément pour chaque pot cinq livres & juſqu'à cinq livres & demie; tandis qu'avec le vin on ne pouvoit en avoir au plus que trois livres, & cela même étoit fort rare; il falloit avoir employé des vins fort généreux & de la première qualité; il falloit auſſi que toutes les autres circonſtances euſſent concouru au ſuccès de l'opération.

SECONDE PARTIE.

C'EST un principe certain que les vins d'une bonne qualité, & qui ont le double avantage d'être abondans en eſprit ardent & d'être aſſez bien colorés, donnent toujours un marc analogue à la liqueur qui en eſt provenue. En général, les vins du bas Languedoc qui ſont provenus des vignes ſituées près de notre mer ou des terres qui l'avoiſinent, à la diſtance de trois ou quatre lieues, donnent plus ou moins, ſuivant la nature du terrein, des vins généreux propres à fournir par la diſtillation beaucoup d'eau-de-vie; tandis que ceux qui avoiſinent les montagnes, comme par exemple, celles des Sevennes

(c) Le plus conſidérable ſera de ne pas employer du vin; le plus haut prix du marc de raiſins n'excédera jamais d'un quart le prix du vin, quelque bas qu'il ſoit.

ſont

ſont de petits vins délicats, peu colorés, bons à boire, tournant aiſément à l'aigre, ſur-tout dans les grandes chaleurs, quoiqu'on les tienne dans des endroits frais; ceux-ci ne donneroient par la diſtillation que peu d'eſprit, & ne ſeroient pas propres, non plus que le marc qui en proviendroit, à faire le vert-de-gris; le peu qu'ils en donneroient ne payeroit pas le travail.

Preſque tout le marc des raiſins des campagnes des environs de Montpellier, & ſur-tout des groſſes fermes ou métairies, ne s'emploie qu'à faire de la piquette pour les Valets, les Payſans qui cultivent la terre, & toute cette claſſe d'hommes ſi utiles en boivent juſqu'à Pâques; c'eſt qu'ordinairement on proportionne l'eau que l'on jette ſur le marc pour faire de la piquette, ſuivant la quantité de vin que l'on a recueilli, & on la fait plus ou moins forte ſuivant les années; ſi la récolte a été mauvaiſe, cette liqueur s'en reſſent, parce qu'il faut toujours une certaine quantité de cette boiſſon ſuivant le nombre des perſonnes néceſſaires aux travaux de chaque ferme, & que la piquette doit tenir lieu de vin preſque juſqu'à la fin du printemps: il ne ſeroit pas poſſible dans les grandes chaleurs de notre climat, de la conſerver, même dans les lieux les plus frais: on ſait que celle qui contient moins d'eau eſt toujours meilleure que celle qui en a en ſurabondance, quoiqu'on la faſſe cuver long-temps ſur le marc; par exemple, cette année (1778) la piquette eſt excellente, parce que le marc a été très-abondant & très-fort, j'entends qu'il n'y avoit pas une ſurabondance d'eau, la ſéchereſſe ayant été extrême, & les vendanges s'étant faites ſans pluie.

Le marc de raiſins qui a ſervi à faire de la piquette & qui a été au preſſoir, ne ſauroit être employé ni à faire du verdet ni à diſtiller, étant privé, par cette opération, d'eſprit ardent; on le donne encore dans cet état dans les Sevennes à manger aux cochons; aux environs de Montpellier, dans les campagnes, on le jette ſur le terrein voiſin de la maiſon, pour ſervir de fumier, & pour faire manger, en hiver, les poules & les pigeons, qui avalent les pepins qui y ſont

contenus, dont on pourroit tirer une huile, par expreſſion, comme on le pratique à Parme.

A Montpellier, le plus grand nombre des habitans qui ont des vignes ne ſont point de piquette ; ils vendent le marc de raiſins pour faire de l'eau-de-vie, uſage qui, comme je l'ai dit dans une de nos Aſſemblées publiques, ne remonte guère qu'à une douzaine d'années. On pourra préſentement employer le marc à deux uſages, à diſtiller & à la préparation du vert-de-gris : il y a d'autres villes & villages dans les diocèſes d'Agde, Béziers, &c, qui ſont dans cet uſage, de diſtiller le marc : preſque tout le terroir de Meze, Marcillan, &c, petites villes du diocèſe d'Agde, eſt planté en vignes ; les vins qu'on fabrique dans toute cette contrée eſt pour l'étranger ; il y en a immenſément, c'eſt une fontaine de vin, ſi je puis m'exprimer ainſi ; ils ont par conſéquent beaucoup de marc pour faire de la piquette & pour diſtiller. Ceux qui ont adopté à Montpellier la nouvelle méthode de faire le verdet avec le marc, en ont fait venir de Meze, diſtante de Montpellier de ſix lieues, pour en avoir une certaine proviſion. Il eſt bon de dire un mot de l'état où l'on trouve le marc de raiſins que l'on achète des particuliers : dès qu'on a ôté le marc du preſſoir, on le met dans la cuve de pierre ou de bois, ou bien dans un coin du cellier où on l'amoncelle, c'eſt de-là que les acheteurs le prennent pour diſtiller ou pour faire le vert-de-gris.

La conſervation de ce marc, pour le garder une partie de l'année ſans qu'il s'altère par deux nouvelles fermentations ſucceſſives, ſoit pour faire de l'eau-de-vie ou pour être employé à faire du verdet, eſt toujours très-difficile, par les raiſons que nous allons expoſer. Les marcs des raiſins ne ſont pas tous également bien preſſés, cette preſſion eſt cependant très-eſſentielle pour les conſerver intacts un aſſez long temps, & ſans qu'ils s'altèrent en aucune manière ; ſi le marc n'eſt pas aſſez preſſé, ſi quand on le manie, il mouille tant ſoit peu les doigts, ce marc ne peut ſe conſerver long-temps ; employé tout frais, il eſt ſupérieur à ceux qui ſont ſecs, principalement

pour faire de l'eau-de-vie ; dans cet état, ce marc étant entassé en gros volume & exposé à l'air, il passe fort aisément à la fermentation acide. Les Brûleurs d'eau-de-vie qui distillent le marc, doivent s'empresser de le distiller vîte après la récolte, suivant que le temps est plus ou moins chaud, sans quoi ils ne retireroient de leur marc qu'une eau-de-vie très-acide.

Le marc qui est assez bien pressé, dont les grains se laissent détacher aisément en le maniant, sans laisser aucune humidité sur la main, peut se conserver plus long-temps que le premier, en le tenant bien fermé dans la cuve ou dans des tonneaux bien fermés & mis dans un endroit frais à l'abri de l'action de l'air; mais la saison peut favoriser encore sa conservation sans qu'il se fasse aucun mouvement intestin dans ses parties constituantes; le grand froid, la gelée, le vent du Nord retardent infiniment cette fermentation spontanée, dont tous les corps de cette nature sont si susceptibles, principalement le marc de raisins dès qu'il se trouve amoncelé à grands tas.

Il seroit plus avantageux pour la préparation du vert-de-gris, d'employer le marc de raisins dans le temps froid, que quand les chaleurs se feront sentir; il sera très-difficile, malgré toutes les précautions que l'on pourra prendre, de le conserver, sur-tout celui que l'on fera venir de loin ; il faut pour le transporter qu'il soit mis dans des tonneaux ; si la saison ne favorise pas, que le vent du Sud règne, tout est perdu ; ce vent humide & chaud mettra en mouvement le marc, la fermentation acide s'ensuivra, & peut-être avant son arrivée à sa destination sera-t-elle passée, quoiqu'elle se fasse plus lentement dans le marc que dans le liquide. Voici une observation qui vient à l'appui de ce que je viens d'avancer. J'étois chez une Dame qui fait préparer le vert-de-gris avec le marc, elle avoit fait acheter à Meze plusieurs grands tonneaux remplis de marc qu'elle avoit reçus au commencement du mois de Février, & qui se trouvoient placés dans une cour à l'entrée de sa maison : je touchai par hasard,

extérieurement, avec la main, un de ces tonneaux qui pouvoit contenir dix à douze quintaux de marc ; je le trouvai chaud, & j'avertis cette Dame que ſon marc de raiſins étoit en pleine fermentation, ne pouvant décider ſi c'étoit la fermentation acide ou la putride ; mon incertitude à cet égard ne dura pas long-temps ; la chaleur, quoiqu'examinée extérieurement ſur le bois, me parut ſi forte, que je ne doutai plus qu'elle ne fut l'effet de la fermentation putride : pour voir ſi je ne me trompois point, on défonça le tonneau, & il s'exhala auſſitôt de la première couche de ce marc une vapeur épaiſſe ſentant le moiſi, & qui remplit tout le veſtibule de la la maiſon (je ferai remarquer que le vent étoit Sud-eſt) ; nous étions enſévelis dans cette vapeur ; j'y plongeai ma tête ſans reſſentir la moindre incommodité : le lieu où cette vapeur ſe répandoit étoit obſcur ; une chandelle qu'on avoit allumée ne s'éteignit point ; on voit par-là que cette vapeur n'étoit pas mal-faiſante ; point de gas inflammable ou acide ; on y expoſa la chandelle allumée, ſans que la vapeur prît feu ; point de moſettes, puiſque nous n'en fumes pas incommodés.

Il paroît par ce que je viens d'expoſer, que la fermentation putride & acide du marc de raiſin ne laiſſe rien échapper de nuiſible pour l'homme ; il n'y a que la fermentation ſpiritueuſe qui eſt dangereuſe pour ceux qui s'y expoſent. Ce marc étoit ſi chaud dans le tonneau qu'ayant voulu y plonger la main un peu profondément, je fus obligé de la retirer bien vîte pour n'être pas brûlé : cette chaleur ſubſiſta pluſieurs jours dans cette grande maſſe de marc, & à meſure qu'on en tiroit une couche, il s'en exaloit une vapeur très-épaiſſe. Ce marc étoit devenu noir, comme toutes les matières végétales entaſſées le deviennent par la fermentation putride, elles ſe réſolvent enſuite par le laps du temps en terreau.

Je diſtillai au bain-marie de ce marc pour voir de quelle nature feroit la première liqueur qui en proviendroit, elle s'éleva très-aiſément ; mais je n'eus qu'une liqueur vapide, ſentant le moiſi, verdiſſant légèrement le ſirop violat : les

différentes fermentations qu'avoit subies ce marc avoient décomposé la partie spiritueuse, ensuite l'acide, & il n'étoit resté qu'une liqueur fade, platte, donnant quelques indices d'alkali volatil. Le marc qui a subi la fermentation putride & qui a noirci, est rejeté avec raison par ceux qui préparent le verdet; on ne s'en sert que pour du fumier.

On voit, par ce que je viens de rapporter, que les marcs de raisin que l'on gardera long-temps pour les employer successivement à préparer le vert-de-gris, seront sujets à se gâter; le moindre petit morceau de marc un peu serré & un peu humide, qui se trouvera mêlé & enséveli dans du marc qui se détache aisément, qui est en grosse masse dans un tonneau ou ailleurs, peut servir de levain, & mettre tout en mouvement en excitant une fermentation dans toute la partie du marc contenue dans le tonneau, & si on n'est pas attentif à veiller sur cette fermentation qui sera acide, elle passera bientôt lorsqu'il sera amoncelé en gros tas à la putride, & pour lors tout le marc sera perdu.

J'ai observé que lorsque dans un tonneau rempli de marc, la fermentation acide étoit établie, il falloit diviser ce marc dans les oules ou pots où l'on fait le verdet; par cette manœuvre on ne perd point son marc, on le veille de manière que dès que la fermentation est au point requis par les moyens donnés dans la première partie de ce Mémoire, on avine sans délai. Si on laissoit parcourir tous les degrés de la fermentation acide dès qu'elle a commencé, dans une masse de marc contenue dans un tonneau qui en tiendroit de six à douze quintaux, les couches inférieures de ce marc supposées toujours dans l'état fermentescible, pourroient, par la seule pression des couches supérieures & par le défaut de la circulation de l'air, passer à la putride; or, dans ce cas on se dépèche, & pour bien employer son marc, on a soin de le trier pour ne pas mettre dans les pots ce qui est moisi.

Je rapporterai à la suite de tous ces faits quelques observations analogues que je fis dans une autre Fabrique de verdet. La Dame du logis, au moment où j'entrai, faisoit

remplir, par une domestique, les pots ou oules de verdet de marc de raisin, que l'on retiroit d'un tonneau exposé au rez de chaussée, auprès de la porte d'entrée de la maison; à mesure qu'on vidoit le tonneau, on séparoit les petits morceaux de marc qui étoient noirs & moisis; j'examinai ce marc, je ne le trouvai pas extrêmement coloré, je plongeai ma tête dans le tonneau, je trouvai l'odeur très-agréable & assez forte, comme quand les raffles & le marc sont prêts à recevoir les lames de cuivre au couvage. Mon soupçon se changea bientôt en certitude; je pris de ce marc, je le distillai sur le champ au bain-marie, pour voir si le premier produit seroit spiritueux ou acide, expérience certaine pour déterminer si la liqueur contenue dans le marc est décomposée pour former un autre produit. La première liqueur que j'obtins étoit purement acide, ne s'enflammant point, d'où je conclus que la fermentation acide étoit à son point; & pour m'en assurer encore mieux, je mis le soir, sur une partie de ce marc que j'avois laissé à part dans un vaisseau de terre, une lame de cuivre, & le lendemain je la trouvai enduite sur toutes ses surfaces d'une légère couche de verdet, ce qui indique que le marc & les rafles sont prêts à recevoir les lames de cuivre.

Je fis part à cette Dame de mes observations; elle employa sans perdre de temps tout le marc de ce tonneau; elle en remplit ses pots & couva dans trois jours. Il est donc bien certain que plus le marc de raisin sera gardé, amoncelé à grand tas, plus il sera exposé à passer insensiblement d'une fermentation à l'autre, nous en avons dans cette observation un exemple sensible; il y avoit près de quatre mois que le marc étoit sorti du pressoir, & successivement la fermentation acide s'y étoit faite, en sorte que pour peu qu'on eût tardé, la putride auroit succédé; les morceaux de marc noircis & moisis que l'on rejetoit, en fournissent la preuve la plus complète; ils auroient servi de levain pour infecter toute la masse.

Il suit de tout ce que l'on vient d'exposer, que plus le

marc de raiſin vieillira, ou s'éloignera de l'époque de la vendange, plus il ſera ſujet à ſe gâter, ſi, comme je l'ai déjà dit, tout ne concourt pas à ſa conſervation; le local, le temps froid, le vent du Nord ſont des préſervatifs pour un temps. Le tranſport de ce marc, de lieux éloignés de la Fabrique, eſt un grand obſtacle à ſa conſervation, ſur-tout ſi le temps ne favoriſe pas; plus on changera, plus on remuera le marc de raiſin d'un endroit à l'autre, plus cette action mécanique répétée, jointe à la chaleur de l'atmoſphère, développera la fermentation; pour éviter ces inconvéniens, il faut le faire tranſporter dès que le vent du Nord ſoufflera.

Au reſte, toutes les fois que l'on trouvera du marc à acheter dans le lieu même où l'on prépare le verdet, il faut le préférer à celui qui vient de loin, ſans compter que l'on épargnera les frais du tranſport.

Le marc de raiſin qui contient la grappe eſt également bon pour faire le vert-de-gris; cette grappe s'imprègne alors des différentes fermentations de tous les diſſolvans du cuivre contenus dans le marc de raiſin, & d'ailleurs, elle eſt un des agens fermentatifs; dès que l'on mêle couche par couche les lames de cuivre avec le marc dont on n'a pas ôté les raffles, les lames de cuivre ſont plus en l'air, ſi je puis m'exprimer ainſi, elles ne s'entaſſent pas tant, & peuvent par-là favoriſer un peu plus la diſſolution du cuivre.

Les expériences en grand pourront un jour nous inſtruire plus parfaitement ſur tous ces objets. Pour empêcher le marc de ſe gâter, je voudrois qu'il fût employé dans l'eſpace de trois ou quatre mois au plus, à compter du jour qu'il ſort du preſſoir : pour cela, il faudroit faire les pots ou oules plus grands au moins du double; on m'objectera peut-être que la peſanteur du cuivre pourroit être un obſtacle en entaſſant trop par le nombre de lames de cuivre, le marc ou les raffles, & que l'action de l'air & du diſſolvant volatil contenu dans le marc ou les raffles qui attaque le cuivre par une très-grande affinité ſeroit gênée; cette objection ſeroit

peu fondée. Ce métal ne pèſe ſur un corps, comme ceux-ci, que lorſqu'il n'eſt pas diviſé & qu'il eſt en groſſes maſſes. Il y auroit encore un autre moyen pour éviter cet inconvénient; ce ſeroit de faire le vert-de-gris dans des caiſſes d'un demi-pouce ou d'un pouce d'épaiſſeur, leur donner la forme d'une maye à pétrir, avec un bon couvercle qui ferme exactement; ſous cette forme on ne craindroit pas que les lames de cuivre peſaſſent trop, il entreroit beaucoup de lames ſur la longueur des caiſſes; de cette manière on emploîroit beaucoup de marc de raiſin à la fois, & par-là, on empêcheroit qu'il ne ſe gâtât, dès que la fermentation acide eſt en train dans une grande maſſe de marc.

On pourroit encore m'objecter que l'évaporation & l'imbibition du diſſolvant du cuivre ſeroit beaucoup plus grande dans le bois que dans les vaiſſeaux de terre: je penſe que ces caiſſes une fois imbibées, ce qui ſeroit l'affaire de quelques mois, tout ſeroit fini; mais comme cette opération ſe fait à la cave, il pourroit arriver qu'à la longue le bois ſe pourriroit; mais l'on peut y remédier en employant le bois de chêne qui réſiſte long-temps à l'humidité.

J'ai dit, dans la première Partie de ce Mémoire, que tous ceux généralement qui préparent aujourd'hui le vert-de-gris, mouilloient les lames de cuivre au relais avec de l'eau, qu'on ne pouvoit blâmer cet uſage, qui ne ſeroit préjudiciable qu'autant que l'on y mettroit l'eau avec ſurabondance: dès qu'on le porteroit trop humide au Bureau du poids du Roi, l'Inſpecteur qui eſt prépoſé pour que cette matière ne s'altère pas par d'autres corps étrangers, dont nous avons parlé dans nos premiers Mémoires, s'il trouvoit le verdet un peu trop mouillé lorſqu'on l'expoſe en vente, le feroit étendre ſur des draps, pour le faire ſécher juſqu'au point requis par l'uſage & par les règlemens.

En mouillant avec de l'eau les lames de cuivre, lorſqu'elles ſont au relais, on ne fait qu'étendre la diſſolution qu'a fait l'acide végétal au couvage; elle augmente bien peu la diſſolution du cuivre, attendu que le ſel neutre qui s'eſt formé au

au couvage par l'acide du vinaigre avec la base métallique, est avec le moins d'acide possible; l'eau fait gonfler cette dissolution ainsi que le sel neutre, qui est fortement adhérent à la lame de cuivre qui forme ces points blancs, indice le plus certain pour ôter les lames du couvage, pour les mettre aux relais, dont j'ai parlé dans mes premiers Mémoires. Ce sel se sépare très-distinctement de la partie colorante du cuivre, & ce qui le prouve démonstrativement, c'est que si on laisse au couvage trop long-temps les lames de cuivre, toute la surface de la lame qui a été attaquée par l'acide végétal se dépouille de la partie colorante du cuivre, & laisse à nu ce sel blanc, cotonneux, qui forme différentes cristallisations décrites dans mon second Mémoire, & qui est un sel neutre à base métallique, décoloré: l'eau avec laquelle on mouille les lames de cuivre étend ce sel, le détache de la lame, & se mêle par la position des lames, soit de champ ou de plat avec la partie colorante étendue sur la partie supérieure de la lame de cuivre, & qui couvroit le sel dont je viens de parler. Voilà pourquoi les lames de cuivre qui ont resté le temps requis au relais, & qu'on a toujours mouillées avec de l'eau, se raclent plus aisément & n'adhèrent pas tant à la lame que lorsqu'elles ont été mouillées avec la vinasse, qui est un acide de vinaigre, lequel fait au relais une nouvelle dissolution de cuivre, & étend moins que l'eau la première dissolution.

Je rapporterai à la suite de ce Mémoire quelques phénomènes observés sur la partie colorante du cuivre, & sur le sel qui se forme lorsque les plaques de cuivre sont au couvage. J'ai dit dans mes premiers Mémoires, que la partie colorante du cuivre se séparerait au couvage, si on laissoit les lames de cuivre trop long-temps, & laisseroit à nu la partie blanche, cotonneuse, qui forme les différentes cristallisations que j'ai décrites, & qui sont d'un goût sucré, comme le sel de Saturne: si on choisit parmi les lames de cuivre qui sont au haut du pot, lorsqu'on les a laissé bien dépouiller au couvage de toute la partie colorante (supposant toujours que l'opération

du vert-de-gris a été bien faite) les plus belles criſtalliſations, ſur-tout celles qui ont la figure d'un hériſſon de châtaigne, & qui ſont bien apparentes & bien relevées: ſi on ne fait qu'enlever avec la pointe d'un couteau ou avec une petite pince la partie ſupérieure de la petite pointe de chaque criſtalliſation, qui eſt blanche & dépouillée entièrement de toute la partie colorante, & ſi l'on a la patience d'en ramaſſer une vingtaine de grains, qu'on les faſſe diſſoudre dans un peu d'eau diſtillée, & que l'on verſe quelques gouttes d'alkali volatil ſur cette diſſolution, la couleur bleue ne paroît point; mais cette expérience ne réuſſit qu'autant que l'on prend toutes les précautions que je viens d'indiquer : ſi on enlevoit toute la criſtalliſation & ſur-tout la partie inférieure qui tient à la lame de cuivre, on enlèveroit quelque petite portion de cuivre ou de verdet non-décoloré, pour lors, l'alkali volatil feroit paroître la couleur bleue, quand il n'y en auroit qu'un atome.

Ceci prouve bien que l'acide végétal dans l'opération du couvage, attaquant le cuivre, en ſépare la partie colorante en formant un ſel neutre avec la terre métallique décolorée avec laquelle il a plus de rapport, à moins qu'on ne penſe que l'acide en diſſolvant le cuivre, fait une eſpèce de calcination, & que la partie colorante du cuivre qui paroît graſſe, ſi je puis m'exprimer ainſi, s'en ſépare dans cette diſſolution ayant moins d'affinité avec l'acide; phénomène qui me paroît bien ſingulier. Le cuivre eſt caché en ce que l'alkali volatil ne fait pas paroître la couleur verte, & que la partie colorante s'en ſépare.

J'avois dit dans mes deux premiers Mémoires, donnés il y a plus de vingt-cinq ans, que la vinaſſe qu'on jetoit pourroit être employée en la diſtillant dans de grands alambics de cuivre bons à faire en grand de la céruſe, du ſel de Saturne & du verdet diſtillé; néanmoins, il s'eſt écoulé un grand nombre d'années, ſans que perſonne s'aviſât d'employer utilement cette vinaſſe, quoique j'euſſe mis ſuffiſamment ſur la voie; tant il eſt vrai que les Arts ne ſe perfectionnent que lentement! Ce n'eſt que depuis quelques années qu'on

a établi dans cette ville une Fabrique de ſel de Saturne & une de verdet diſtillé; on faiſoit un ſecret de cette dernière Fabrique, mais on vient d'en établir trois autres. On ſait qu'autrefois on ne tiroit le verdet diſtillé que de Grenoble, & qu'on en cachoit ſoigneuſement le procédé; aujourd'hui, que la Chimie a fait tant de progrès en éclairant la partie des Arts, qui eſt de ſon reſſort, on a trouvé qu'il ne falloit qu'un tour de main pour le faire bien criſtalliſer en faiſant diſſoudre avec du vinaigre diſtillé le verdet ordinaire, dont j'ai donné le procédé; cet acide fait une nouvelle diſſolution de ce verdet qui n'étoit qu'en partie diſſout par la première diſſolution, & lui donne une ſurabondance d'acide qui forme ces beaux criſtaux que l'on appelle improprement *verdet diſtillé*, au lieu de dire *criſtalliſé.*

Les particuliers qui font en grand à Montpellier cette criſtalliſation du verdet, en font un ſecret. J'ai toujours réuſſi à avoir de beaux criſtaux, en faiſant bouillir une demi-heure, dans un grand chaudron, de la vinaſſe diſtillée avec du verdet, & remuant toujours avec une ſpatule de bois, c'eſt-à-dire que ſur ſix livres de vert-de-gris je mettois trente livres de vinaſſe diſtillée, enſuite je filtrois ma diſſolution toute chaude, & le vert-de-gris non diſſout qui reſtoit ſur le filtre ſervoit à une nouvelle opération; je faiſois évaporer juſqu'à conſiſtance de ſirop cette diſſolution filtrée, je la verſois toute chaude dans un vaiſſeau de terre un peu élevé & de large ouverture, dans lequel j'avois arrangé auparavant de petits bâtons d'oſier bien aſſujettis, & mon vaiſſeau étoit mis dans un rez-de-chauſſée très-frais : il s'attachoit & ſe formoit de très-beaux criſtaux en loſanges autour de ces bâtons aſſez gros, & que j'augmentois par une autre nouvelle diſſolution de verdet rapprochée au même point quand la première n'en donnoit plus.

M. Baumé, à qui la Chimie eſt redevable de tant de découvertes, a donné, dans le *Dictionnaire des Arts*, un procédé pour faire cette criſtalliſation en grand, qui ne laiſſe rien à deſirer.

M. Granier, Négociant, eſt le premier qui ait fait en grand à Montpellier, il y a neuf ou dix ans, le verdet diſtillé, ou pour mieux dire, cette criſtalliſation; il eſt à remarquer que dans ſa Fabrique chaque criſtalliſation qui tient à un morceau de bois blanc & qui le couvre ſur toutes ſes ſurfaces, pèſe deux livres & juſqu'à trois. Ce bâton de forme cylindrique de la groſſeur du doigt index, a environ un pied de longueur; à une de ſes extrémités la plus groſſe, on le fend & on le diviſe en quatre parties dans la longueur de deux ou quatre pouces, pour y introduire une pièce de cuivre coupée carrément, aſſez épaiſſe pour tenir ces quatre branches écartées: ce bâton ainſi préparé pèſe une once, & là ſe forment & s'attachent les différentes couches de criſtalliſation de verdet, qui ſont très-belles & en très-beaux criſtaux bien grouppés. Dès que cet amas de criſtaux, attachés à ce morceau de bois, eſt bien ſec & dépouillé de toute l'eau-mère, on le vend dans le commerce trois livres & juſqu'à trois livres dix ſous.

Les Fabriques, tant du verdet ordinaire que de celui que l'on appelle improprement diſtillé, & qui n'eſt connu dans le commerce que ſous ce nom qu'il faut lui conſerver, ſe ſoutiendront toujours avec plus d'avantage & à moins de frais dans notre ville & aux environs que par-tout ailleurs, à cauſe de la vinaſſe qu'on jetoit autrefois & que l'on vend à préſent à bien bon marché, mais qui pourroit augmenter de prix ſi le marc de raiſins prend en partie la place du vin pour faire le vert-de-gris: lors même que l'on n'emploîroit plus le vin, ce que je ne penſe pas, pour faire le vert-de-gris, le vinaigre ſeroit toujours à meilleur marché dans le bas Languedoc, à cauſe de l'abondance des vins & de leur qualité propre à donner un excellent vinaigre pour faire cette préparation de verdet diſtillé, qui par la concurrence ſera toujours à meilleur marché dans cette ville que dans les autres parties du Royaume; il en eſt de même de toutes les autres préparations qui ſe font en grand & qui ont pour acide le vinaigre.

Je terminerai ce *Mémoire* par quelques réflexions ſur la fabrique du verdet par rapport aux maladies.

Les perſonnes qui s'occupent de cette préparation à Montpellier & aux environs, ſont pour la plupart des femmes ou filles de tous les âges. Nos annales ne nous ont jamais fait l'hiſtoire d'aucune maladie particulière occaſionnée par cette préparation qui ſe fait dans cette ville de temps immémorial, & qui a pour baſe le cuivre reconnu pour être mal-faiſant. Tandis que les préparations qui ont pour baſe le plomb & pluſieurs ſémi-métaux ſont ſi dangereuſes à ceux qui par état ſont obligés d'en faire leur occupation.

La plupart des femmes qui ſont le verdet dans les caves, ſont ſi peu ſoigneuſes qu'on les voit ſouvent dans leurs ateliers ayant leurs mains comme enduites de verdet, à force de manier les lames de cuivre, d'abord en les ôtant du couvage pour les mettre au relais, & enſuite en les raclant; ces femmes mangent à la cave, le plus ſouvent ſans laver leurs mains, elles déjeûnent, goûtent, tiennent à la main leur morceau de pain ſans qu'il y ait d'exemple qu'aucune ſe ſoit empoiſonnée avec le verdet, ni que l'odeur qu'elles reſpirent d'un grand tas de lames de cuivre, enduites de vert-de-gris & enſévelies dans des endroits peu aërés, ait en aucune manière altéré leur ſanté.

Je penſe que le préſervatif ſe trouve à côté du poiſon. Toute l'atmoſphère des caves ou autres lieux, où l'on fait en grand le verdet, eſt remplie de la partie la plus volatile de l'acide du vin lorſqu'il ſe décompoſe & ſe change en vinaigre; ce dernier, aſſez volatil par ſa nature, s'évapore continuellement par la chaleur naturelle de la cave, ou du feu que l'on y fait quand on veut donner plus de chaleur à la cave ou chauffer les lames de cuivre en hiver. Cette vapeur acide répandue dans toute la cave ſe mêle avec l'air, s'y diſſout, & fait qu'on reſpire continuellement une odeur agréable & bienfaiſante qui doit empêcher, par ſa nature, que les émanations du cuivre & du verdet n'incommodent les perſonnes journellement expoſées à ſon action.

Je penſe encore que l'on a ſort exagéré le danger du vert-de-gris, qui peut-être par l'acide qu'il contient devient moins dangereux, principalement celui qui eſt criſtalliſé & qui en contient avec ſurabondance.

Enfin par toutes les recherches que j'ai pu faire, je le répète, nous n'avons point d'exemple à Montpellier, où les Fabriques de verdet ſont en très-grand nombre & dans tous les quartiers de la ville, que perſonne ait été empoiſonné ni incommodé par cette préparation, ni que les femmes, dont elle fait l'unique occupation, ſoient attaquées de quelque maladie particulière occaſionnée par cet Art, & que l'on puiſſe déſigner ſous un nom diſtinctif, comme on voit très-ſouvent les Ouvriers qui travaillent ſur le plomb ou à ſes différentes préparations, aux mines de mercure, &c, malheureuſement expoſés aux coliques dites de *Poitou*, ou à des tremblemens qui dégénèrent ſouvent en paralyſie.



FAUTES À CORRIGER

Dans l'Histoire de 1775.

Page 52, *ligne* 6, 1111 ſtades, c'eſt-à-dire, onze cents, *liſez* onze cents ſtades.

Dans les Mémoires de 1775.

Page 93, *ligne* 3, *à compter d'en bas, au lieu de ces mots :* cette action n'influe que ſur le rapport de la quantité de la préceſſion à celle de la nutation, *liſez* cette action n'influe que ſur les quantités abſolues de la nutation & de la préceſſion.

255, ... au lieu de la quantité $\dfrac{10fh - 6q + 5f.\dfrac{n^2}{g}}{6}$,

ſubſtituez par-tout, $\dfrac{10fh - 6q - 5f.\dfrac{n^2}{g}}{6}$.

Dans ce Volume.

Page 205, *ligne* 16, au lieu de $\dfrac{2n^2}{g}$, *liſez* $\dfrac{2n^2}{lg}$.

256, *à la fin de l'article XXXII, ajoutez ce qui ſuit :* On peut d'ailleurs faire voir *à priori*, d'une manière extrêmement ſimple, qu'un dérangement quelconque dans la poſition de l'axe de la Terre eſt impoſſible en ſuppoſant 1.° la Terre homogène, & les eaux qui la recouvrent, de même denſité qu'elle : 2.° que la figure de la mer eſt celle qui convient à l'équilibre, & que par conſéquent ſa ſurface eſt perpendiculaire à la réſultante des attractions du Soleil & de la Lune, & des autres forces dont chaque molécule extérieure eſt animée. Pour cela, nous obſerverons que ſi cette propriété convient à la figure d'une maſſe fluide homogène qui tourne ſur elle-même, & dont toutes les parties ſont ſoumiſes à leur attraction réciproque, & à celle de tant de corps que l'on voudra ; non-ſeulement la maſſe entière, mais encore tout canal rentrant en lui-même, ſera en équilibre ; il eſt viſible, cela poſé, que l'axe de rotation ne peut avoir aucune tendance à ſe mouvoir autour du

centre d'inertie, & cela feroit encore vrai dans le cas où une partie quelconque intérieure de la maſſe fluide viendroit à ſe conſolider & à former le ſphéroïde que recouvre la mer; il ne peut donc exiſter dans les hypothèſes précédentes aucun mouvement de nutation & de préceſſion.

Page 271, *ligne* 7, ... $9^d\ 23'\ 8''$, *liſez* $9^d\ 2'\ 38''$.

Idem, ligne 31, ... 94. 7. 19, *liſez* 9. 47. 19.

Idem, ligne 33, ... 95. 9. 43, *liſez* 9. 59. 43.

305, *ligne* 10, & bien calculé les angles α, β; ou, ce qui, &c. *liſez* & bien calculé; les angles α, β, ou, &c.

326, *ligne* 7, $s''s =$ ſin. (demi-diam. ☉ — parall. horiz. ☉); *liſez* $s''s =$ demi-diam. ☉ — demi-diam. de la Terre

$$= \frac{r \times \text{ſin. (demi-diam. ☉ — parall. horiz. ☉)}}{\text{ſin. (parallaxe horizontale du Soleil)}}.$$

Idem, ligne 9, $$(1)\beta = \frac{\text{ſin. (parall. horiz. ☉)} \times \text{ſin. (demi-diam. ☉ — parall. horiz. ☉)}}{\text{ſin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}},$$

liſez $$(1)\beta = \frac{r \times \text{(demi-diamètre ☉ — parallaxe horizontale ☉)}}{\text{ſin. (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}}.$$



